

기어전동 회전축계의 진동해석

Vibration Analysis of Geared Rotor System

김경득 · 김용한 · 양보석 · 이수종
K. D. Kim, Y. H. Kim, B. S. Yang and S. J. Lee

Key Words : Gear Mesh Stiffness(기어 맞물림강성), Coupled Lateral-torsional Vibration(굽힘-비틀림 연성진동), Finite Element Method(유한요소법), Pressure Angle(압력각)

Abstract : As the speed of rotating machines increases and also their weight decreases, the coupling between lateral and torsional vibrations must be considered. In the past, rotordynamics and gear dynamics have tended to treat the lateral and torsional vibrations of the system elements as separate and decoupled mechanisms. In the paper, the coupled lateral-torsional free and forced vibration of rotors trained by gears is analyzed using finite element method. Also the complicated variation of the meshing stiffness as a function of contact point along the line of action is estimated correctly. The gear mesh model is assumed to be linear with constant average mesh stiffness.

1. 서론

동력을 전달시키는 방법으로는 기어 이외에 마찰차, 스프로킷 휘일, 벨트전동 등 여러 가지 방법이 있지만, 기어는 확실한 속도비와 아주 작은 구조의 좋은 효율로 큰 회전력을 전달할 수 있으므로 자동차, 산업기계, 수만 마력의 선박용 터빈의 감속기어에 이르기까지 널리 사용되고 있다.

기어를 포함한 회전기계의 높은 효율의 추구로 인해 이들 기계의 속도가 증가하고, 무게가 감소함에 따라 굽힘과 비틀림진동 사이의 강한 연성효과를 무시할 수 없게 되었다. 종래에는 회전체동역학과 기어동력학이 분리되어 비연성 메카니즘으로 계요소들의 굽힘 및 비틀림 변형을 연구하였다. 그러나, 높은 동력전달과 저중량 설계 추세에 따라 굽힘 및 비틀림진동 사이의 비연성에 대한 가정이 부정확하게 되었다^{1,2)}. 따라서 보다 정확한 기어 연성모델을 고려한 진동 해석이 실제적이고 중요하다.

회전축계의 진동해석법에는 극히 단순한 계 이외는 일반적으로 유한요소법이나 전달행렬법이 널리 이용되고 있다. Kahramann 등³⁾은 기존의 유한요소모델에 기어맞물림 모델을 포함한 기어전동 회전축계로 확장하였지만, 복소고유치문제를 초래하

는 비대칭행렬을 피하기 위해 축의 자이로스코픽 모멘트를 무시하였다. Rao등⁴⁾은 기어전동 회전축계의 연성된 굽힘-비틀림 고유진동수 및 고유모드를 결정하는 일반적인 유한요소모델을 개발하였다.

본 논문에서는 평기어(spur gear)의 맞물림에 의한 이(tooth)의 탄성변형에 대한 맞물림강성을 평가하고, 압력각 변화에 따른 맞물림강성계수의 변화를 검토하였다. 또한, 1회전당의 변동 맞물림강성에 대한 평균맞물림강성을 추정하고 이를 기존의 유한요소모델⁴⁾에 고려하여 기어전동 회전축계의 굽힘 및 비틀림진동에 대한 자유진동 및 불평형진동해석을 수행하고, 진동특성을 조사하였다.

2. 이론

2.1 기어 맞물림강성의 평가

본 연구에서 대상으로 하는 인벌류트 평기어의 맞물림강성계수(mesh stiffness coefficient)는 여러 복잡한 현상들을 포함하고 있기 때문에 평가가 매우 어렵다. Yang등⁵⁾은 강성을 평가하는 방법을 제안했지만, 단지 국소적인 영향인 Hertzian 응력에 대한 변형만을 고려하였고 그 외의 영향들을 무시하였다. Shing등⁶⁾은 기어 이의 변형에 대한 영향들을 모두 고려하여, 이를 확장하였다. 기어 이는 일반적으로 Fig. 1과 같이 매우 짧은 외팔보로 모델화된다.

접수일 : 1999년 11월 6일
김경득, 김용한 : 부경대학교 대학원
양보석, 이수종 : 부경대학교 기계·자동차공학부

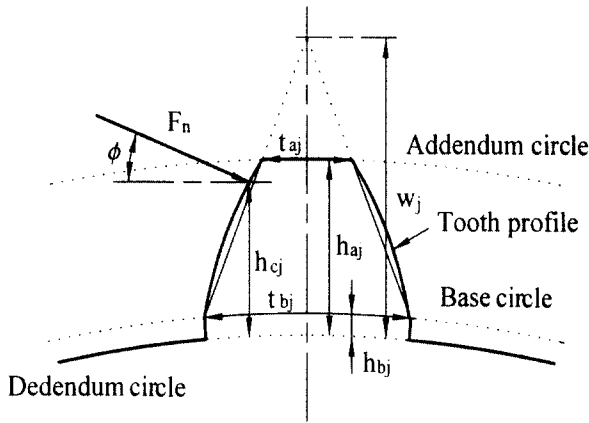


Fig. 1 Deflection model of gear tooth

이 모델에 기초하여 기어 이에 대한 변형을 구하면⁶⁾

$$\delta_{bpi} = \frac{12F_n \cos \phi^2 h_{bj}}{Eft_{bj}^3} (h_{cj}^2 + h_{bj}^2/3 - h_{cj}h_{bj}) + \frac{6F_n \cos \phi^2 (w_j - h_{bj})^3}{Eft_{bj}^3} \times \left[\frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} \times \left(4 - \frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} \right) - 2 \ln \frac{w_j - h_{cj}}{w_j - h_{bj}} - 3 \right] \quad (1)$$

$$\delta_{bmi} = \frac{3F_n \cos \phi \sin \phi}{Eft_{bj}^2} \times \left[\frac{h_{bj}(h_{bj} - 2h_{cj})(w_j - h_{cj})}{w_j - h_{bj}} - (h_{cj} - h_{bj})^2 \right] \quad (2)$$

$$\delta_{si} = \frac{1.2F_n \cos \phi^2}{Gft_{bj}} \left[h_{bj} + (w_j - h_{bj}) \ln \frac{w_j - h_{bj}}{w_j - h_{cj}} \right] \quad (3)$$

$$\delta_{fi} = \frac{24F_n \cos \phi^2 h_{cj}^2}{\pi Eft_{bj}^2} \quad (4)$$

$$\delta_{hi} = \frac{4F_n(1 - \nu^2)}{\pi Ef} \quad (5)$$

여기서

- δ_{bn} : $F_n \sin \phi$ 에 의해 발생하는 굽힘 변형량
- δ_{bp} : $F_n \cos \phi$ 에 의해 발생하는 굽힘 변형량
- δ_f : 기어이 기초(foundation)의 휨에 의한 변형량
- δ_h : 기어이사이의 압축에 의한 Hertzian 변형량
- δ_s : 전단에 의한 변형량

또한, w_j 는 Fig. 1에서 나타내듯이 다음과 같이 정의되는 삼각형의 높이이다.

$$w_j = \frac{h_{aj}t_{bj} - h_{bj}t_{aj}}{t_{bj} - t_{aj}} \quad (6)$$

그러므로 기어 j 의 이 맞물림강성계수는 다음과 같이 표현된다.

$$k_j = \frac{F_n}{\delta_{total}} \quad (7)$$

$$\delta_{total} = \delta_{bn} + \delta_{bp} + \delta_s + \delta_f + \delta_h$$

여기서 F_n 은 법선접촉력(normal contact force)이고, δ_{total} 은 전체 변형량(overall deflection)이다.

2개의 기어가 맞물리는 경우, 양쪽 기어의 첫 번째 이가 맞물릴 때는 직렬인 2개의 스프링과 같이 작용하고, 첫 번째와 두 번째 이가 동시에 맞물릴 때, 이들은 병렬인 2개의 스프링과 같이 작용한다. 그러므로, 각각의 맞물림 사이클동안 강성계수는 다음과 같이 주어진다.

$$k = \begin{cases} \frac{k_{i1}k_{j1}}{k_{i1} + k_{j1}} + \frac{k_{i2}k_{j2}}{k_{i2} + k_{j2}} & : \text{두 쌍의 이접촉} \\ \frac{k_{i1}k_{j1}}{k_{i1} + k_{j1}} & : \text{한 쌍의 이접촉} \end{cases} \quad (8)$$

여기서, k_{i1}, k_{i2} 는 기어 i 의 1, 2번째 이의 강성계수, k_{j1}, k_{j2} 는 기어 j 의 1, 2번째 이의 강성계수이다. 맞물림 주기 내에서 평균맞물림강성을 계산하고, 이를 기어전동 회전축계의 기어모델에 부가한다. Table 1은 본 해석에서 이용한 기어의 물성치를 나타낸다.

Table 1 Gear specifications

	Pressure angle (deg)		Module (m)	Face width (m)		Pitch radii (m)		Base radii(m)
	20.0	14.5		0.10	0.11	0.5412	0.5253	
Gear	20.0	14.5	0.003	0.10	0.11	0.5412	0.5253	0.5086
Pinion	20.0	14.5	0.003	0.14	0.15	0.03796	0.03684	0.03567
	Mass (kg)	Polar moment of inertia (kg · m ²)		Diametrial moment of inertia (kg · m ⁴)		Number of teeth		
Gear	726.4	113.9		56.95		328		
Pinion	5.0	0.004		0.002		23		

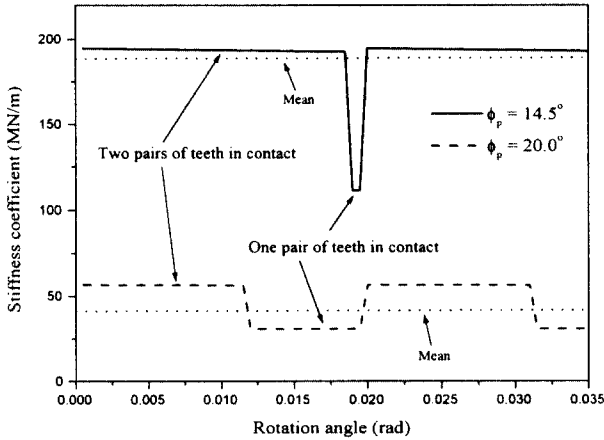


Fig. 2 Variable mesh stiffness coefficient for the pressure angle

Fig. 2는 압력각이 14.5°와 20.0°의 경우, 압력각에 따른 강성의 변화를 나타낸다. 맞물림주기동안 한 쌍의 이 접촉과 두 쌍의 이 접촉에 따라 강성이 변화하고, 이 변화폭은 압력각이 작을수록 크다. 맞물림 주기동안 내의 평균맞물림강성은 20.0°에서 45.9 MN/m, 14.5°에서 189.5 MN/m이다. 14.5°일 때가 큰 것은 두 쌍의 이 접촉시간이 20.0°일 때보다 길기 때문이다.

2.2 회전축계의 유한요소 모델

2.2.1 원판요소

굽힘진동에 대한 병진변위 V, W 와 회전변위 B, Γ 그리고 비틀림진동의 각변위 α 와 자전속도 Ω 를 이용한다. 굽힘 및 비틀림진동에 대한 원판의 운동에너지를 Lagrange 운동방정식에 대입하여 행렬로 표현하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$[M^d]\{\ddot{q}^d\} + \Omega[G^d]\{\dot{q}^d\} = \{F_s^d\} \quad (9)$$

여기서,

$$[M^d] = \begin{bmatrix} m^d & & & & \\ 0 & m^d & & & \\ 0 & 0 & I_D^d & & \\ 0 & 0 & 0 & I_D^d & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_P^d \end{bmatrix} \quad \text{sym.}$$

$$[G^d] = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & -I_P^d & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{skew sym.}$$

$$\{q^d\}^T = \{V^d \ W^d \ B^d \ \Gamma^d \ \alpha^d\}$$

2.2.2 축요소

절점당 Y, Z 축에 대한 각각 2자유도의 굽힘변위 및 각변위 그리고 비틀림각변위를 고려한 총 10자유도를 가진 2절점 축요소를 Fig. 3과 같이 고려한다.

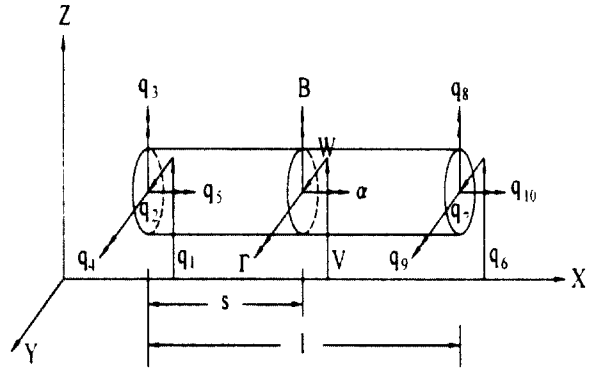


Fig. 3 Shaft element

비틀림 진동을 포함한 수정된 운동에너지에 대한 식은 다음 같다⁷⁾.

$$T^s = \frac{1}{2} \int_0^l \{ \rho A [(\dot{V})^2 + (\dot{W})^2] + I_D [(\dot{B})^2 + (\dot{\Gamma})^2] \} ds - \frac{1}{2} \int_0^l \{ I_P (\Omega + \dot{\alpha})(B\dot{\Gamma} - \Gamma\dot{B}) - I_P (\Omega + \dot{\alpha})^2 \} ds \quad (10)$$

전단변형을 포함한 수정된 포텐셜에너지와 비틀림 변형에 대한 식은 다음과 같다^{8,7)}.

$$U^s = \frac{1}{2} \int_0^l EI [(\dot{B})^2 + (\dot{\Gamma})^2] ds + \frac{1}{2} \int_0^l K' GA [(\dot{V} + \dot{\Gamma})^2 + (\dot{W} + \dot{B})^2] ds + \frac{1}{2} \int_0^l GJ (\dot{\alpha}')^2 ds \quad (11)$$

식 (10)과 (11)을 Lagrange 운동방정식에 대입하여 행렬로 표현하면, 다음 식을 얻을 수 있다.

$$[M^s]\{\ddot{q}^s\} + \Omega[G^s]\{\dot{q}^s\} + [K^s]\{q^s\} = \{F_s^s\} \quad (12)$$

여기서

$$\{q\}^T = \{q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ q_9 \ q_{10}\}$$

$$\begin{aligned} [M^s] &= [M_T^s] + [M_R^s] + [M_\theta^s] \\ [M_T^s] &= [M_T^s]_0 + \Phi [M_T^s]_1 + \Phi^2 [M_T^s]_2 \\ [M_R^s] &= [M_R^s]_0 + \Phi [M_R^s]_1 + \Phi^2 [M_R^s]_2 \\ [G^s] &= [G^s]_0 + \Phi [G^s]_1 + \Phi^2 [G^s]_2 \\ [K^s] &= [K^s]_0 + \Phi [K^s]_1 + [K^s]_\theta \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{12EI}{K'GA l^2}$$

그리고 ϕ 는 횡전단효과(transverse shear effect)를 나타내는 파라미터이다.

2.2.3 기어맞물림 모델

Fig. 4는 한 쌍의 기어가 맞물렸을 때의 모델을 나타낸다. 접촉작용선 상으로 작용하는 맞물림력(mesh force)은 한 쌍의 기어의 상대변위에 의해 결정된다. 그림에서 k_h 와 c_h 는 평균맞물림강성 및 감쇠계수, r_1 과 r_2 는 기어의 기초원반경, ϕ_p 는 압력각을 나타낸다. 여기서는 맞물림감쇠는 고려하지 않는다. 기어 맞물림력은

$$F_h = k_h [(V_2^g - V_1^g) \sin \phi_p + (W_2^g - W_1^g) \cos \phi_p - (r_1 \alpha_1^g + r_2 \alpha_2^g)] \quad (13)$$

여기서 α_1^g, α_2^g 는 각각의 비틀림 각변위이다.

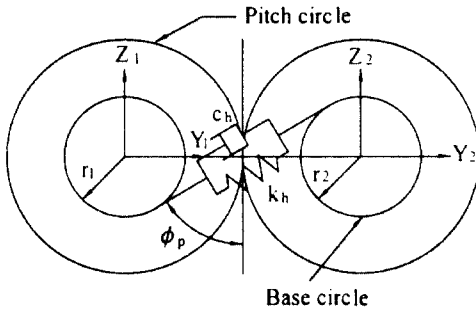


Fig. 4 Gear mesh model

기어 1에 대한 기어맞물림력의 Y, Z축방향 성분과 기어맞물림토크는

$$\begin{aligned} F_{hV_1} &= F_h \sin \phi_p = k_h [-S^2 - SC \ 0 \ 0 - r_1 S \\ &\quad S^2 \ SC \ 0 \ 0 - r_2 S] \{q^g\} \\ F_{hW_1} &= F_h \cos \phi_p = k_h [-SC - C^2 \ 0 \ 0 - r_1 C \\ &\quad SC \ C^2 \ 0 \ 0 - r_2 C] \{q^g\} \\ T_{h1} &= r_1 F_h = k_h [-r_1 S - r_1 C \ 0 \ 0 - r_1^2 \\ &\quad r_1 S \ r_1 C \ 0 \ 0 - r_1 r_2] \{q^g\} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 S와 C는 $\sin \phi_p, \cos \phi_p$ 이다. 기어 2의 경우도 마찬가지로

$$\begin{aligned} F_{hV_2} &= -F_h \sin \phi_p = k_h [S^2 \ SC \ 0 \ 0 \ r_1 S \\ &\quad -S^2 \ -SC \ 0 \ 0 \ r_2 S] \{q^g\} \\ F_{hW_2} &= -F_h \cos \phi_p = k_h [SC \ C^2 \ 0 \ 0 \ r_1 C \\ &\quad -SC \ -C^2 \ 0 \ 0 \ r_2 C] \{q^g\} \\ T_{h2} &= r_2 F_h = k_h [-r_2 S - r_2 C \ 0 \ 0 - r_1 r_2 \\ &\quad r_2 S \ r_2 C \ 0 \ 0 - r_2^2] \{q^g\} \end{aligned} \quad (15)$$

로 된다. 기어쌍에 대해서 행렬로 표현하면,

$$\begin{bmatrix} [M_1^g] & 0 \\ 0 & [M_2^g] \end{bmatrix} \{\ddot{q}^g\} + \begin{bmatrix} \Omega_1 [G_1^g] & 0 \\ 0 & \Omega_2 [G_2^g] \end{bmatrix} \{\dot{q}^g\} + k_h \begin{bmatrix} [S_1] \\ [S_2] \end{bmatrix} \{q^g\} = \{F^g\} \quad (16)$$

여기서

$$\{q^g\}^T = \{V_1^g \ W_1^g \ B_1^g \ \Gamma_1^g \ \alpha_1^g \ V_2^g \ W_2^g \ B_2^g \ \Gamma_2^g \ \alpha_2^g\}$$

$$[M_1^g] = [M_1^g], \ [M_2^g] = [M_2^g], \ [G_1^g] = [G_1^g], \ [G_2^g] = [G_2^g]$$

$$[S_1] = \begin{bmatrix} S^2 & SC & 0 & 0 & r_1 S & -S^2 & -SC & 0 & 0 & r_2 S \\ SC & C^2 & 0 & 0 & r_1 C & -SC & -C^2 & 0 & 0 & r_2 C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_1 S & r_1 C & 0 & 0 & r_1^2 & -r_1 S & -r_1 C & 0 & 0 & r_1 r_2 \end{bmatrix}$$

$$[S_2] = \begin{bmatrix} -S^2 & -SC & 0 & 0 & -r_1 S & S^2 & SC & 0 & 0 & -r_2 S \\ -SC & -C^2 & 0 & 0 & -r_1 C & SC & C^2 & 0 & 0 & -r_2 C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_2 S & r_2 C & 0 & 0 & r_1 r_2 & -r_2 S & -r_2 C & 0 & 0 & r_2^2 \end{bmatrix}$$

2.2.4 베어링 요소

베어링의 특성은 축의 변위와 속도의 함수로 선형화된 8개의 강성과 감쇠계수를 이용하면 다음 식으로 표현된다.

$$[C^b] \{\dot{q}^b\} + [K^b] \{q^b\} = \{F^b\} \quad (17)$$

이를 행렬로 표현하면

$$\begin{bmatrix} c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}^b \\ \dot{W}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^b \\ W^b \end{bmatrix} = \{F^b\} \quad (18)$$

2.2.5 계의 운동방정식

이상에서 설명한 각 요소의 실기모델을 구성하기 위해 축방향으로 식(9), (12), (16) 및 (18)를 결합하면, 다음의 선형정수계수를 갖는 미분방정식이 얻어진다.

$$[M] \{\ddot{q}\} + (\Omega_1 [G] + [C]) \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \quad (19)$$

3. 수치계산 예

3.1 해석 모델

대상 모델은 Fig. 5와 같이 터빈, 감속기어 및 발전기로 구성된 2축 회전축계이다⁴⁾. 그림에서 숫자는 절점 번호를 의미한다.

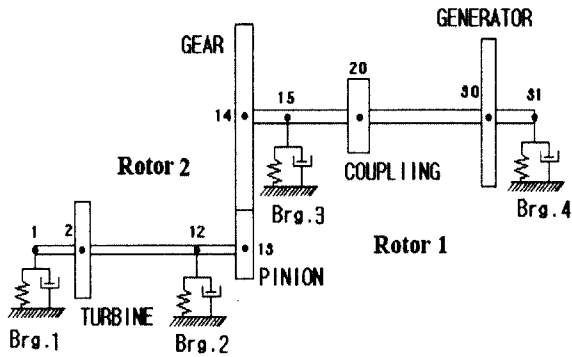


Fig. 5 Geared turbo generator set

Table 2는 기어쌍을 제외한 대상 회전축계의 물성치이다. 발전기가 부착된 rotor 1은 17개 요소, 터빈이 부착된 rotor 2는 12개의 요소로 분할하면 총 31절점이 된다. 기어전동 회전축계의 경우, 절점당 자유도가 5이므로 유한요소해석의 경우 특성행렬은 155×155행렬이 된다. 우선 기어 맞물림강성을 평가하여 일정한 평균맞물림강성을 계산하고, 기어모델 요소에 추가하여 해석한다. 지지베어링은 Table 2의 동특성을 가지는 틸팅패드베어링으로 고려한다.

Table 2 Physical properties of geared rotor system

Generator	$m = 525.7 \text{ kg}$, $I_p = 32.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_d = 16.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Turbine	$m = 7.45 \text{ kg}$, $I_p = 0.149 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_d = 0.0745 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Coupling	$m = 116.04 \text{ kg}$, $I_p = 6.23 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_d = 3.115 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Shaft element of rotor 1, 2	
Outer radii (m)	No.1~13 = 0.075, No.14~20 = 0.11, No.20~31 = 0.15
Length (m)	No.1~2 = 0.1, No.2~12 = 4.24, No.12~13 = 0.3, No.14~15 = 0.3 No.15~20 = 1.16, No.20~30 = 5.0, No.30~31 = 0.1
Bearing 1, 2	$k_{yy} = 10.10 \text{ MN/m}$, $k_{zz} = 41.80 \text{ MN/m}$ $c_{yy} = 3.0 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$, $c_{zz} = 3.0 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$
Bearing 3, 4	$k_{yy} = 183.9 \text{ MN/m}$, $k_{zz} = 200.4 \text{ MN/m}$ $c_{yy} = 3.0 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$, $c_{zz} = 3.0 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$

3.2 고유진동수 및 고유모드

Rotor 1과 2의 각각의 비연성 굽힘 및 비틀림고유진동수와 기어에 의해 연성되었을 때의 고유진동수와 고유모드를 비교한다. Rotor 1은 운전속도가 1500 rpm이고, rotor 2는 기어의 잇수비에 의해 약 21390 rpm이다. Fig. 6은 기어 맞물림강성 변화에 따른 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 대체적으로 저차 고유진동수가 기어 맞물림강성에 의해 크게 영향을 받고 있다. 즉, 1차 고유진동수가 맞물림강성이 1 MN/m이상일 때, 2차 고유진동수에 접근하고, 또한 3차도 맞물림강성이 4 MN/m에서 4차 고유진동수에 가까워지고 있다.

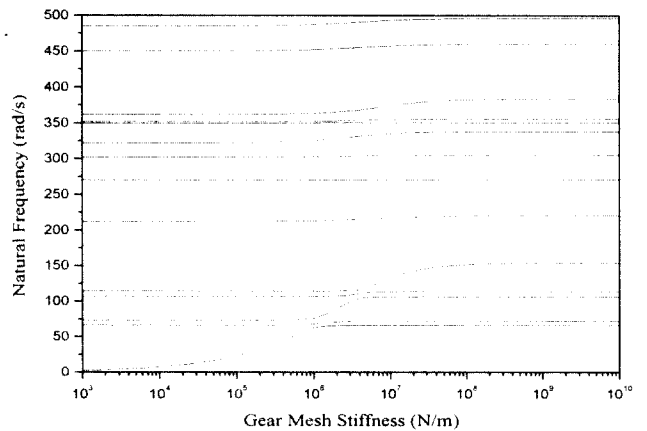


Fig. 6 Effect of gear mesh stiffness

Table 3은 연성계와 비연성계에 대해 계산된 고유진동수를 비교한 것이다. 연성계의 1차강체모드는 비틀림모드이고, 2차와 3차는 rotor 2의 후향 및 전향굽힘 1차모드가 되며, 3, 4차는 rotor 1의 후향및전향굽힘 1차모드에 대응된다. 또한 비연성계에서는 발생하지 않는 연성모드가 각각 고유진동수 143.22, 160.52 rad/s에서 발생한다. 압력각에 따른 연성계의 고유진동수는 큰 변화가 없지만, 연성모드의 고유진동수 성분은 크게 변화한다. 그 이유는 압력각 20.0°에서 맞물림강성 45.9 MN/m와 14.5°의 189.5 MN/m의 차가 특히 기어맞물림강성에 의해 발생하는 연성모드에 직접적으로 영향을 미치고, rotor 고유의 모드들에게는 크게 영향을 미치지 않기 때문이다. Fig. 7은 압력각 20.0°에 대한 Campbell 선도를 나타낸다. Rotor 1은 운전속도(1500 rpm)에 이르기 전에 1, 2차 위험속도를 통과해야 함을 알 수 있다.

Fig. 8은 연성계의 전향 1, 2차 모드를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 그림 (a)의 전향 1차모드는 rotor 2의 굽힘 1차모드이고, 전향 2차모드인

Table 3 Natural frequencies(rad/s)

Coupled system		Uncoupled system			
		Rotor 1		Rotor 2	
20.0°	14.5°	Bending	Torsion	Bending	Torsion
0.0	0.0	107.09	0.0	68.07	0.0
66.35	66.36	113.88	451.60	71.87	1744.91
72.31	72.32	302.80	1484.43	212.44	3465.96
106.25	106.36	349.80	3186.12	270.86	6723.94
113.80	113.90	351.20	5159.50	321.19	8196.72
143.22	160.52	361.85		486.47	
217.42	216.59			528.67	
271.01	271.01			689.38	
305.28	306.46			811.49	
334.26	330.48			954.14	
350.83	350.68			1293.44	
355.04	354.86			1372.91	
376.01	377.74			1908.39	
458.67	460.36			1953.71	

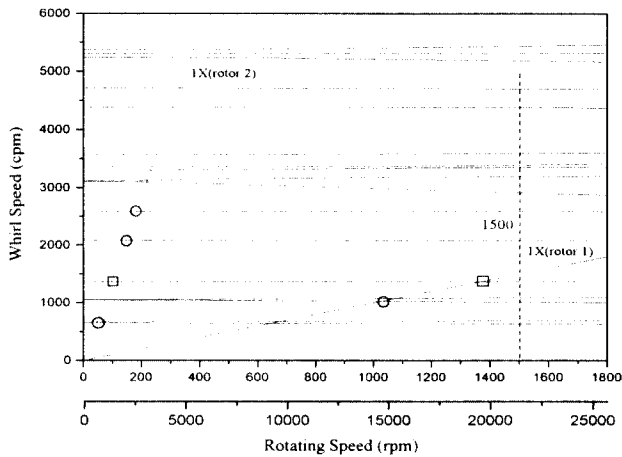
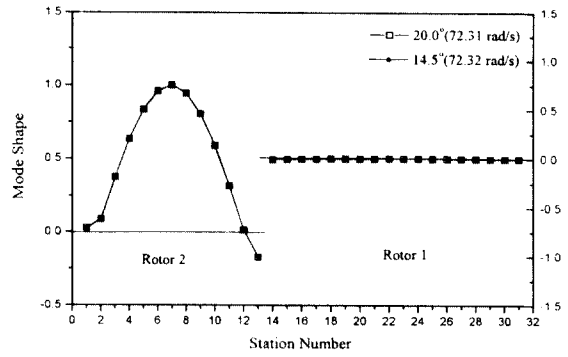


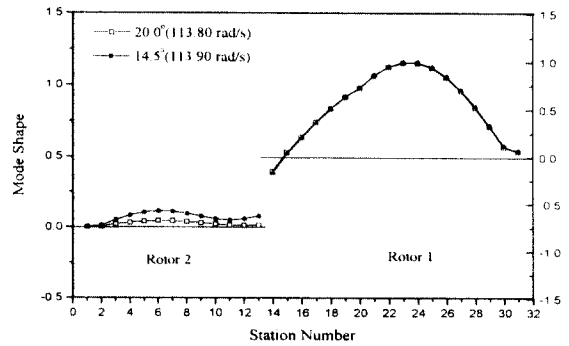
Fig. 7 Campbell diagram ($\phi_p = 20.0^\circ$)

그림 (b)는 rotor 1의 굽힘 1차모드에 대응한다. Table 3에서 이들 모드의 고유진동수는 압력각에 따라 거의 변화가 없지만, 전향 2차모드에서는 rotor 2의 모드에 약간 영향을 미치는 것을 알 수 있다. 이는 rotor 1에 비해 rotor 2의 중량이 매우 작고 압력각의 변화에 따른 맞물림강성이 축계에 영향을 미치기 쉽기 때문이다.

Fig. 9는 탄성 1차의 비틀림진동 모드를 나타낸다. 이 모드는 Table 3과 Fig. 9로부터 알 수 있듯이 rotor 1의 비틀림모드에 대응한다. 그림에서 연성계는 비연성계보다 고유진동수가 약간 증가하고, rotor 2에는 압력각에 따라 모드가 약간 변화하고 있다. Fig. 10은 비연성계에서는 발생하지 않는 기

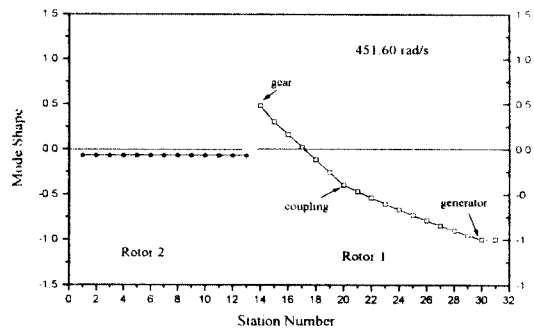


(a) 1st forward mode

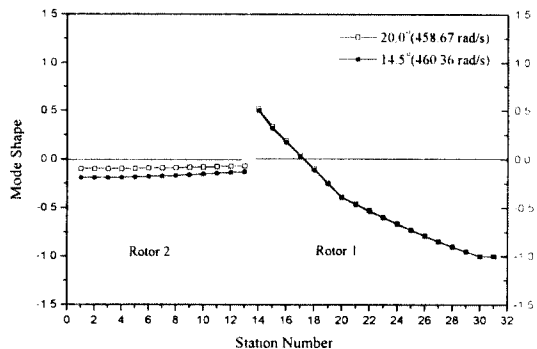


(b) 2nd forward mode

Fig. 8 Bending natural mode of coupled system



(a) Uncoupled system



(b) Coupled system

Fig. 9 11st torsional mode

어의 연성에 의해 나타나는 연성진동 모드이다. 기어가 맞물리는 절점 13, 14에서 모드진폭이 크게 된다. 아울러 압력각에 따라 rotor 1과 2의 모드가 변화하는 것을 확인할 수 있다.

이 크기 때문이다. 그러나 비연성계와 연성계에서의 진폭 크기는 그다지 차이가 없으나, 기어에 의한 연성으로 고유진동수가 높은 쪽으로 이동하고 있다.

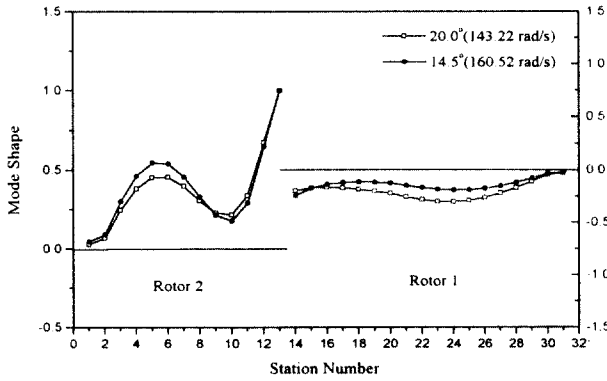


Fig. 10 Coupled vibration mode

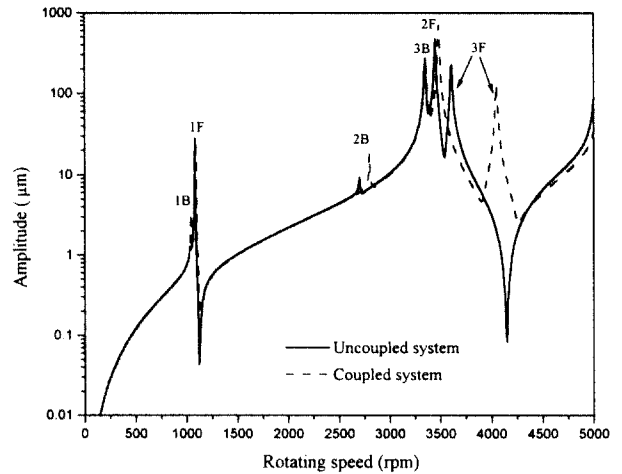
3.3 불평형응답

본 논문에서 잔류불평형량의 평가는 각각 rotor 1, 2의 운전속도인 1500, 21390 rpm에서 터빈·발전기의 허용기준인 ISO G2.5 등급의 불평형량을 Table 4와 같이 고려하였다⁹⁾. 평균맞물림강성은 압력각 20.0°에서의 값을 이용한다.

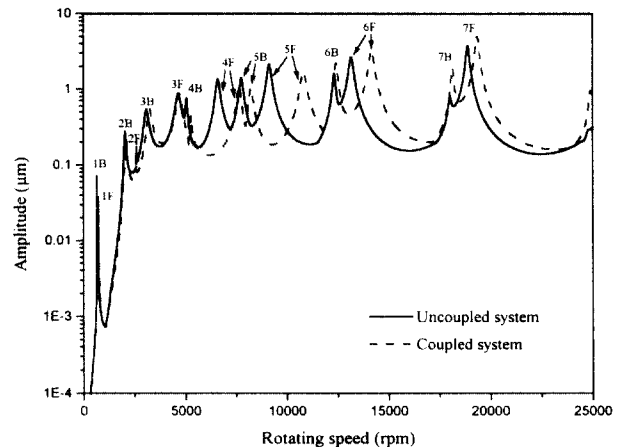
Table 4 Magnitude and phase angle of unbalance

Rotor	Unbalance		
	Node No.	Magnitude (g · m)	Phase angle (deg)
Turbine	2	8.4185	0
Generator	30	8148.5	0

Fig. 11은 각각 터빈(2번 절점)과 발전기(30번 절점)의 변위진폭을 장축반경으로 나타낸 불평형응답이다. 불평형응답은 통상적으로 회전주파수(1X)성분의 불평형력에 의해 가진되고, 베어링지지가 비등방일 경우에는 전향 및 후향회돌립성분 모두를 가진시킨다. 계산결과에서 알 수 있듯이 Campbell 선도에서 1X 성분과 만나는 점에서 불평형응답의 피크치가 나타남을 알 수 있다. 그리고 rotor 1의 경우, 운전속도(1500 rpm)이하에서 2개의 위험속도를 통과하고 있고, rotor 2의 경우 운전속도(약 21390 rpm) 이하에서 14개의 위험속도를 통과하고 있다. 또한 터빈절점에서보다 발전기에서의 진폭이 훨씬 크고, 이는 발전기의 불평형량



(a) Generator



(b) Turbine

Fig. 11 Unbalance response

4. 결론

본 논문에서는 기어사양으로부터 맞물림 강성을 평가하고, 압력각에 따른 맞물림강성 값의 변화를 계산하였다. 또한 기어결합 회전축계의 고유진동수, 고유모드 및 불평형응답을 계산하여 비연성된 축계의 진동특성과 비교 검토하였다. 비연성계의 굽힘 고유진동수는 연성에 의해 크게 변화하지 않지만, 몇몇 특정 고유모드에서 변화가 발생하고 또한 연성 고유진동수가 새로 나타나는 것을 알 수 있다. 맞물림강성을 고려하여 구한 응답을 비연성

시와 비교했을 때, 일부 고유진동수에 대한 피크치가 이동하는 경향을 볼 수 있다.

참고문헌

1. Nelson, H. D. and McVaugh, J. M., "The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements", ASME Journal of Engineering for Industry, 98, pp. 593~600, 1976
2. Lin, H. H., Huston, R. L. and Coy, J. J., "On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions: Part I-Modelling and Analysis", ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 110, pp. 221~225, 1988
3. Kahraman, A., Nevzat, Ozguven H., Houser, D.R and Zakrajsek, J. J., "Dynamic Analysis of Geared Rotors by Finite Elements", ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 114, p. 507, 1992
4. Rao, J. S., Shiau, T. N. and Chang, J. R., "Theoretical Analysis of Lateral Response due to Torsional Excitation of Geared Rotors", Mech, Mach. Theory Vol. 33, No. 6, pp. 761~783, 1998
5. Yang, D. C. and Sun, Z. S., "A Rotary Model for Spur Gear Dynamics", Trans. ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, pp. 529~535, 1985
6. Shing, T. K., Tsai, L. W. and Krishnaprasad, P. S., "An Improved Model for the Dynamics of Spur Gear Systems with Backlash Consideration", ASME Advances in Design Automation - Vol. 1, DE-Vol. 65-1, 1993
7. Rao, J. S., Chang, J. R. and Shiau, T. N., 1995 ASME Design Engineering Technical Conference, Part B, DE-Vol. 84-2, 1995
8. Saling, K. H. and Schwinder, Th. CIGRE Report, pp. 138, 1996
9. Hatto Schneider, 양보석 역, 평형잡이 기술, 세종출판사, 1994