韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 10집, 2000. 1. 487-504.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 10, Jan. 2000. 487-504.

실제 수업에서의 수학응용소프트웨어의 활용 방안[1)]

주관: 부산수학교과교육 한붓연구회

앞으로의 수학교육은 직관과 조작 활동에 바탕을 둔 경험에서 수학적 형식, 관계, 개념, 원리 및 법칙 등을 이해하도록 지도되어야 한다. 따라서 추상적인 수학적 지식을 다양한 수학 교육공학 매체와 적합한 상황과 대상을 제공할 수 있는 컴퓨터 응용소프트웨어를 활용하여, 실제 수업에서 학생스스로 시각적·직관적으로 수학적 개념을 재구성할 수 있도록 여러 가지 도입 및 전개 방안을 제시하고자 한다.

1) 한붓수학교육연구회에서 '99 교육부 교과연구회 지원에 의하여 이루어짐
(회원: 박일영, 정두영, 김한희, 김준범, 정혜정, 임기문, 박상률)

韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 10집, 2000. 1. 489-504.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 10, Jan. 2000. 489-504.

실제 수업에서의 수학응용소프트웨어의 활용 방안

박 일 영 (부산과학고등학교)
김 한 희 (부산여자고등학교)

Ⅰ. 시작하는 말

2000년부터 실시될 7차 교육과정은 수학학습에 있어서도 교육과정의 내용에 대한 변화와 더불어 '어떻게 가르칠 것인가?'하는 문제를 학교수학에 제기하고 있다. 미국수학교사협의회(NCTM)의 연구에 의하면 학생들의 수학에 대한 자신감과 즐거움이 초등학교에서 중등학교로 옮아감에 따라 상당히 감소하며, 갈수록 수학을 기피하는 실정이라고 한다. 이는 우리의 현실과도 다르지 않다. 수학에 흥미와 관심을 갖고, 수학의 필요성과 실용성을 스스로 인식하는 정서적 변화를 이끌기 위해서는 학습방법의 변화를 도모하여야 한다. 수학 학습은 고도의 정신적 작용을 필요로 하지만 수학적 개념, 원리 및 법칙 등을 이해하는데 있어서 직접 사물을 다루어 보는 조작 활동의 바탕이 학습에 중요한 작용을 한다. 그러나 산술적인 계산의 문제가 아닌 수학적 사고를 필요로 하는 고등학교의 수학 학습에서는 직접 사물을 조작하거나 생활속에서 수학적 경험을 얻기가 힘들다. 학생들에게 수학의 가치에 대한 이해와 신념, 태도의 개선을 도모하고 나아가 능동적인 학습자로 만들어 나가기 위한 수학 교수·학습 방법의 개선 노력이 요구된다. 그러므로 상호작용적인 수학응용프로그램을 활용한 수학학습이 해결의 한 방법일 수 있다.

학생들이 이해하기 힘든 수학 개념을 시각적·직관적으로 표현하고, 스스로의 조작과정을 통해 다양하고 새로운 경험을 제공받아, 창의적이고 자기주도적 문제해결 능력 향상을 위한 상호작용적인 수학응용프로그램을 활용한 수학수업을 제시하고자 한다.

먼저, 학생들의 다양한 사고 과정과 학습요소가 연계 및 통합된 교수·학습 모델을 구안하였다. 즉 학생들은 스스로 관찰하고 추론하는 탐구과정을 수행하고, 교사는 학생들의 사고 과정을 관찰 분석하여 오류를 반성하게 하며, 반영적 추상화 과정을 통해 새로운 지식을 재 구성해 나갈 수 있도록 하였다. 둘째, 교육 매체들의 유기적인 연결과 교사와 학습자사이의 상호작용을 성공적으로 이행하기 위하여 수학적 사고와 창의력 배양을 위한 상호작용적인 교재의 재구성과 학습자 스스로가 학습내용에 대하여 능동적이고 적극적인 태도로 수학적 개념을 찾아가도록하는 학습수행지(Work-Sheet)를 제시하였다.

이러한 측면에서 기호연산조작프로그램(Symbolic Manupulation Program)인 MathView와 역동적

기하 소프트웨어인 Cabri GeometryII를 매체로서 활용 하였다.

학습 단원은 평면기하의 여러 가지 성질, 이차함수의 성질, 지수함수의 성질, 삼각함수의 성질, 일차변환과 도형의 관계 그리고 초월함수의 그래프와 학생들이 수업시간에 이해하기 어렵고 그리기 힘든 그래프를 나름대로 정리하여 직관적인 개념형성에 도움이 되게 하였다.

II. 이론적 배경

1. 구성주의 수학 교수·학습 모델의 적용

Piaget의 발생적 인식론을 바탕으로 지식의 자주적 구성의 매카니즘을 근간으로 경험의 추상화, 표상, 반성으로 이어지는 반영적 추상화를 모델로 하였다. 따라서 여기서는 학생중심적 개별화의 원리, 의미지향적 활동의 원리, 발문 중심적 상호작용의 원리, 반영적 추상화의 원리를 적용한 교수·학습이 되게 하였다. 구성주의 원리에 바탕을 둔 본 교수·학습모델에서는 다음의 사항에 중점을 두었다.

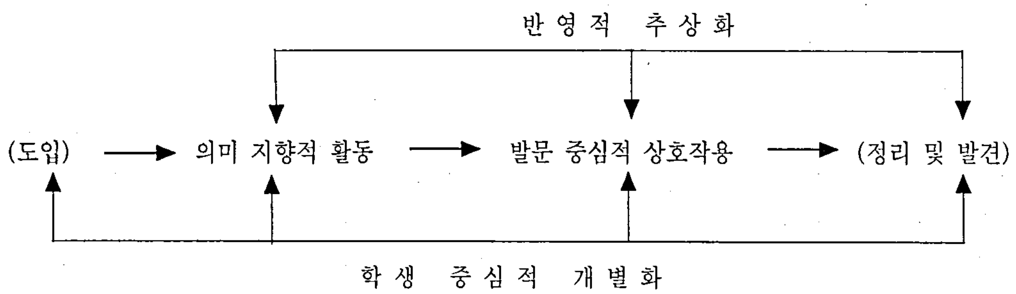
(1) 교사는 지식의 전달자에서 안내자로서의 역할 변화와 학생의 능력과 개성의 차를 고려하는 교수·학습을 구성한다.

(2) 교사는 학생들이 수학 지식에 대하여 상호 의견을 교환하고 논의를 거쳐 합의 영역을 도출해 내도록 의미 지향적 활동의 기회를 제공한다.

(3) 계획되고 의도적으로 준비된 상호작용에 의한 발문이 되도록 구성.

(4) 동화와 조절 등에 의하여 내면화된 자주적 활동의 의미를 강조한다.

<u>구성주의적 수학 수업 모형</u>



2. 수학교육과 컴퓨터

NCTM의 학교수학의 원리와 규준(1998)은 수학 교수에 모든 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해 공학을 사용하여야하며, 점차 증가하고 있는 기술 세계에서 수학을 사용하도록 학생들을 준비시킬 것을 주장하고 있다. 일상의 경험에 컴퓨터 애니메이션과 기술 공학적 환경의 상호작용이 학생들에게 시각화와 공간 추론을 촉진시키고, 이 경험들을 학교 기하와 연결시킴으로서 수학의 다른 영역의 문제해결에 중요한 도구를 획득할 수 있음을 강조하고 있다.

수학에서 컴퓨터는 새로운 직관과 이론의 발견에 기여하고 있을 뿐만 아니라 학습 과정에서 적당한 예와 반례를 쉽게 만들 수 있다는 유용한 점을 들 수 있다. 현행 교육과정과 새로운 7차 교육과정의 교육부 고시에서도 복잡한 계산이나 문제해결력 향상을 위하여 계산기나 컴퓨터를 활용할 것을 권장하고 있다. 수학교육에 컴퓨터를 사용하는 것은 '도구로서 사용할 것인가', '교사(tutor)로서 사용할 것인가', '학생(tutee)으로서 사용할 것인가'에 따라 각기 다른 의미를 갖고 있다. 또한 적절한 사용환경을 찾아야하고 어떠한 준거에 따라 응용소프트웨어를 선택하고 활용할 것인가에 신중하게 접근하여야 할 것이다. NCTM의 연구 결과에 따르면 수학 학습에 컴퓨터를 도구로서 사용할 때, 그래핑 도구(Graphing Tool)는 학생들이 대수적 조작에 앞서 그래프 표현을 배울 수 있었고, 기호연산조작 도구(Symbolic Manipulation Tool)의 사용은 개념 이해에 덜 효과적일 것이라는 예상과 달리 적은 시간에 개념적 이해가 더 잘 이루어지는 것으로 확인되었다. 또한 동적 기하 도구(Geometric Construction Tool)로 사용되었을 때 van Hiele 이론에 의거한 내용의 재구성과 탐구 중심의 접근법으로 지도한 결과 일반화에 우수한 결과를 나타내는 것으로 나타났다.

앞으로 학생들에게 전반적으로 교실에서 학습 경험을 조직하는데 있어서, 테크놀러지는 효과적인 교수에서 핵심적인 요소가 될 것이다. 수학 교육용 응용프로그램과 기호 연산 조작 그래픽 계산기(Symbolic Manipulation Graphing Calculator)를 기술적인 안내에 따라 활용할 때 전통적인 방법으로는 불가능했던 지도 내용을 다루어 교육 내용 선택의 폭이 넓어지게 되고, 학생들의 학습환경을 개별적인 것으로 만들어 주며, 학생들이 이해와 지식을 쌓는데 능동적으로 참여하게 해준다.(NCTM)

'수학 교수·학습에 어떤 컴퓨터 소프트웨어를 사용할 것인가'에 대한 논의를 살펴볼 필요가 있다. 수학 학습을 위한 소프트웨어는 하나를 변화시키면 이와 관련된 모든 것들이 동시에 변화되는 역동적인 매체이어야 하고, 상호작용이 가능하여야 하며 종래의 학습의 모든 경로가 프로그램에 미리 결정되어 있는 CAI 도구로서는 자기주도적인 열린 학습이 일어나기 힘들다고 지적하였다. 이런 점을 고려하여 허만성(1998)은 수학 교육용 소프트웨어의 활용의 준거를 직관적으로 설명될 수 없는 문제에의 접근가능성, 학습자의 과정 수행 참여 가능성, 학습자의 실수나 의문에 즉 각 답을 할 수 있는지 여부, 다음 단계로의 이행에 필요한 생각의 시작점을 제공 여부, 복잡하고 동적인 문제로 일반화 가능성을 제시하였다. 이에 따르면 수학 교육용 Math Engine은 CAS(Computer Algebra System)와 연동된 응용 프로그램을 사용하는 것이 교수·학습의 효율성을 높일 수 있다고 제안하였다.

Kaput(1998)은 새로운 테크놀러지가 기존의 수학 학습에서 중시되는 표상들의 연결된 표현 체계를 갖추고 표현들 간의 개념적 연결을 가능하게 하였으며, 수학적 표현과 형상화에 대한 의미를 확장시키게 되었다고 하였다. 표상들 사이의 번역에서 발생하는 인지적 부담이 학생과 컴퓨터 사이의 인터페이스가 적절히 구성되어짐으로써 자연스럽게 해소될 수 있다. 이러한 테크놀러지의 활용을 통한 수학 교수·학습에는 상호작용적인 교재로의 재구성이 필요하고, 교사-학생-컴퓨터 사이의 원활한 상호작용을 위한 학습수행지(Work-Sheet) 개발이 요구되어진다.

3. 수학응용프로그램의 활용

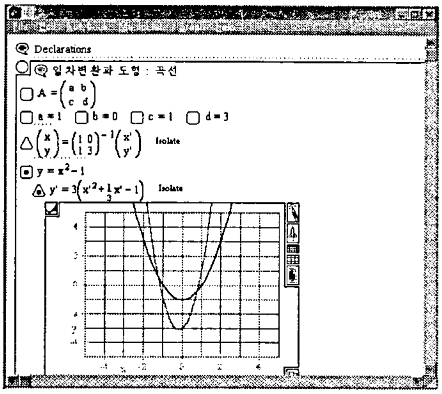
수학학습을 위한 응용소프트웨어는 하나를 변화시키면 이와 관련된 모든 것들이 동시에 변화되는 역동적인 매체이어야 하고, 상호작용이 가능하여야 한다. 또한 Computer Algebra System과 연동된 것이어야 한다.

가. MathView의 특징

(1) Interactive Icon-based Interface : 수식과 기호를 팔레트(palette)를 사용하여 입력하고, 자체를 화면에 표시하는 직관적인 인터페이스로 구성되어 있다.

(2) Symbolic Manipulation : 수치 연산도 포함되어진 기호연산 조작 기법으로 Computer Algebra를 응용한 Math Algorithm의 적용으로 문제 풀이 과정 및 결과를 추론한다.

(3) 'Click and Solve' 방식으로 대상을 설정한 후 명령어 선택으로 조작이 쉽고 수식 입력과 연산을 손쉽게 사용여 탐구 및 사고전개 활동을 수행할 수 있다.



<그림 1>

(4) Hand-Mouse Manipulation 방식으로 수식을 이항, 교환, 정리 및 대입할 때 Mouse를 끌어 손쉽게 사용할 수 있도록 구성되어 있다.

(5) Moving Proposition 방식으로 동일선상에 두 개 이상의 방정식 및 관련된 그래프를 나란히 둘 수 있으며, 학습의 단계를 위하여 각각의 Proposition을 하위 단계로 옮길 수 있게 구성되어 있다.

나. Cabri Geometry의 특징

(1) 상호작용의 기능으로 도형에 대한 학생들의 경험을 강화시킬 수 있도록 역동적으로 구성되어 있다.

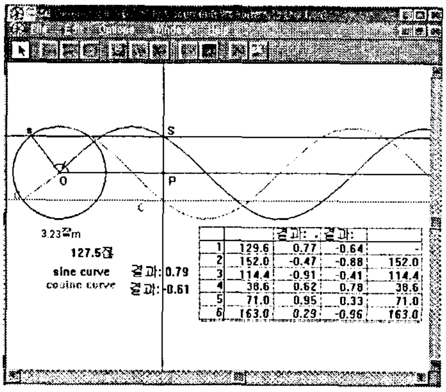
(2) 도형의 특징을 잃지 않으면서 자유자재로 변화 시킬 수 있고, 자취의 표현과 에니메이션을 이

용한 연속적인 변화를 관찰할 수 있다.

(3) 계산기와 표 그리고 측도 기능을 이용한 상호작용이 가능하도록 구성되어 있다.

(4) 좌표축을 도입하고 도형의 방정식을 표현할 수 있어 해석기하로의 전개가 가능하다.

(5) 매크로 기능을 이용하여 반복 작도가 가능하며, 각기 다른 표상들을 이용한 실험활동을 강화해 줄 수 있다.



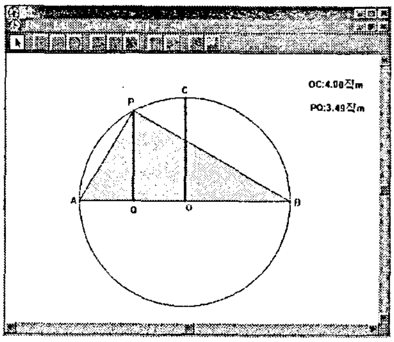
<그림 2>

Ⅲ. 실제 수업에서의 활용

1. Cabri Geometry Ⅱ와 MathView를 활용한 도입 및 전개

가. 평면 기하의 여러 가지 성질

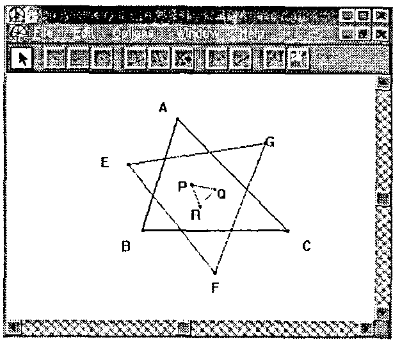
(1) 산술, 기하 평균



<그림 3>

점 P가 원 위를 움직일 때. 선분 PQ의 길이는 두 선분 OA, OB 와의 관계가 있다.

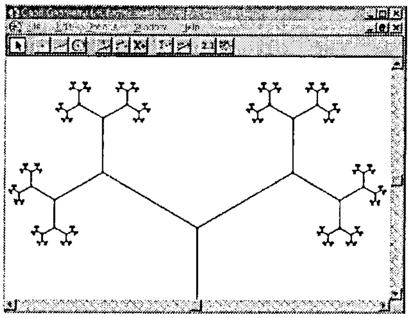
(2) 나폴레온 삼각형



<그림 4>

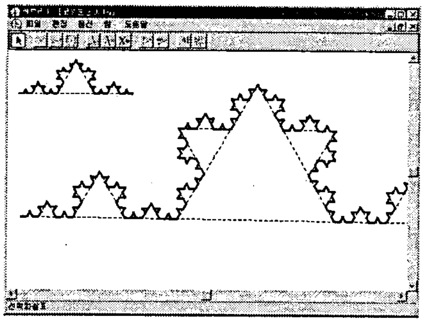
삼각형 ABC의 넓이는 삼각형 EFG의 넓이와 삼각형 PQR의 넓이와 관계가 있다.

(3) 프랙탈 나무



<그림 5>

(4) 코호 곡선

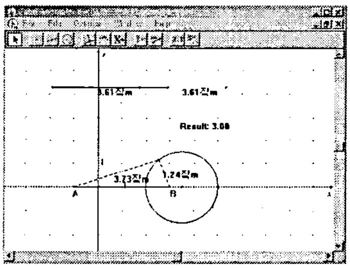


<그림 6>

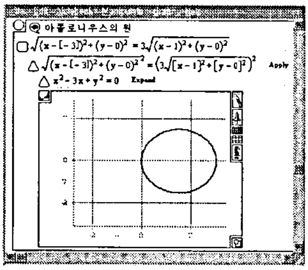
주어진 선분을 이용하여 그 선분의 이등분이나, 삼등분을 한 길이를 매크로 기능을 사용하여 연속적으로 붙여가는 작업을 손쉽게 할 수 있으며, 이 때 그려지는 도형의 성질을 알 수 있다. 이 도형들을 여러 가지로 응용할 수 있다.

나. 이차곡선의 개념 도입 및 방정식의 유도

(1) 아폴로니우스의 원



<그림 7>



<그림 8>

① 직교좌표평면위에 두 점 A, B를 잡고, AB의 길이 만큼 새로이 선분 A'B'을 긋는다.

② 선분 A'B'에서 3 : 1로 내분하는 점 P를 잡고 3 : 1로 외분하는 점 Q를 잡아 PQ를 지름으로 하는 원을 그린다.

③ 원위의 임의 점 C에서 점 A와 점 B에 선분을 연결하고 점 C를 움직일 때 생기는 자취를 살펴 본다.

④ 점 A(-2, 0), 점 B(1, 0), 점 C(x, y)라 잡아 선분 AC, 선분 BC의 길이의 비가 3 : 1인 점의 자취의 방정식을 MathView를 통하여 구현하였다. 또 이 때 그래프도 그려서 확인한다.

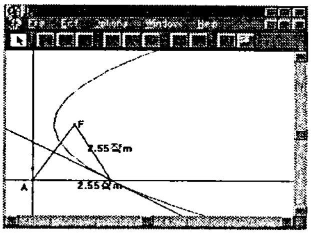
⑤ 변수 A, B와 길이의 비를 변화시켰을 때 식의 역동적인 처리와 그래프의 변화를 확인할 수 있다.

⑥ 이 도형의 성질을 알아본다.

(2) 포물선의 자취 및 방정식의 유도

① 직선을 긋고, 이 직선 밖에 임의의 한 점을 잡아 F라 하고 직선 위에 임의의 한 점 A를 잡아 이 직선에 수직인 직선을 세운다.

② 점 F와 점 A를 연결한 선분의 수직이등분선이 ①에서 세운 수직선과의 교점을 P 라 하면 이 점의 자취를 구현한다.



<그림 9>

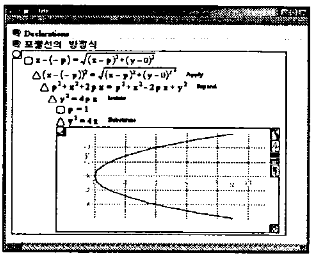
③ 점 P를 Locus 나 자취 그리기를 하여 도형을 구할 수 있다.

④ 직선을 x = -p , 점 F(p, 0), 구하고자 하는 점 P(x, y)라 하자. 점 P에서 직선 x= -p 에 내린 수선의 발을 H(-p, y)라 하면, 포물선의 정의에 의하여 PF = PH 이다.

⑤ $y^2 = 4px$ 의 식을 구하여 p 대신에 1을 대입하여 보자.

⑥ 이 방정식을 일반형으로 바꾸어 이차함수와의 관계를 이해한다.

⑦ 이 도형의 여러 가지 성질을 살펴본다.



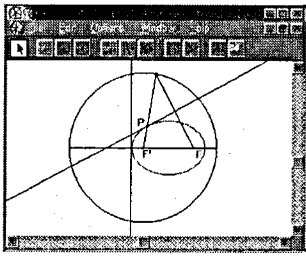
<그림 10>

(3) 타원, 쌍곡선의 자취 및 방정식의 유도

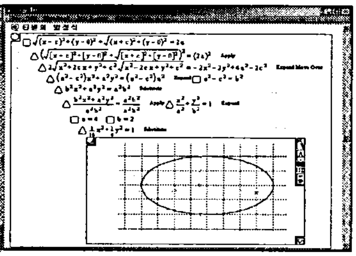
① 두 정점에서의 거리의 합 또는 차가 같은 점의 자취를 한 직선을 잡아 그 위에 임의의 서로 다른 두 점 F, F′를 잡는다.

② 한 점 F′를 중심으로 하는 원을 작도하여 원 위의 한 점 A에 두 점 F, F′에서 선분을 긋는다.

③ 한 선분 AF의 수직이등분선이 다른 한 선분과의 교점을 P라 하자. 이 점의 자취를 구할 수 있다.



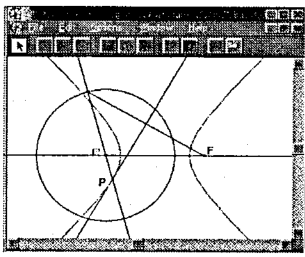
<그림 11>



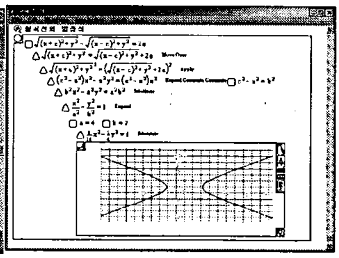
<그림 12>

④ 두 점 F, F′의 거리를 적당히 움직이면서 다르게 변화시키면 쌍곡선과 타원이 번갈아 나타난다. 이 때 두 도형간의 관계를 살펴본다. 즉 이심율이 두 도형의 형태를 결정함을 알 수 있다.

⑤ 두 도형의 방정식을 MathView의 화면에서 유도하고, 그 그래프를 그려본다.



<그림 13>

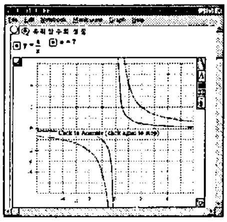


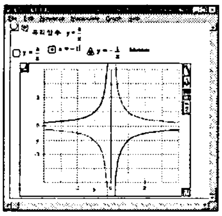
<그림 14>

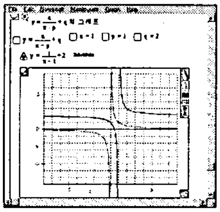
⑥ 변수의 값을 변화시킬 때, 도형의 그래프도 역동적으로 움직임을 알 수 있다.
⑦ 일상생활에서 그래프의 활용 방안을 생각하여 본다.

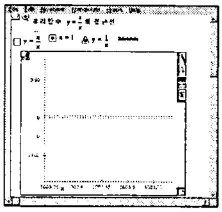
다. 유리함수, 지수함수 및 삼각함수의 도입 · 전개

(1) 유리함수


<그림 15>

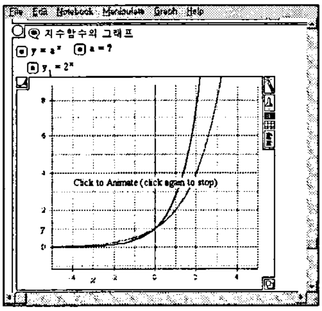

<그림 16>


<그림 17>

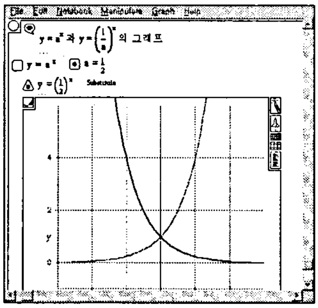

<그림 18>

$y=\frac{a}{x}$ 에서 a 의 값에 따라 변화는 그래프를 보고 직관적으로 유리함수의 성질을 이해한다. 단계별로 그래프의 변화를 관찰하고, 이동도 자연스럽게 이해할 수 있다.

(2) 지수함수 그래프의 성질



<그림 19>



<그림 20>

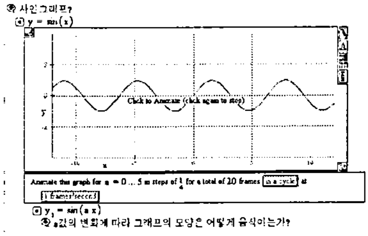
① $y = a^x$ 의 그래프에서 a 의 값에 따라 그래프의 변화를 살펴볼 수 있다.
② $0 < a < 1$ 일 때는 감소함수이고, $a > 1$ 일 때는 증가함수임을 직관적으로 이해할 수 있다.
③ a 값의 크기에 따른 그래프의 변화와 a^x , a^{-x} 과의 관계도 관찰할 수 있다.
④ 그래프의 이동관계도 변수의 변화에 따라 눈으로 확인 할 수 있다.

(3) 삼각함수 그래프의 도입 및 전개

[활동1] 다음 그림을 움직여 보고 자신의 생각을 이야기 해 보자

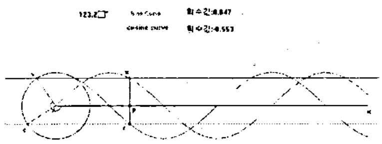
① 점 P를 잡고 마우스를 드래그하여 보자.

② 점 S와 C의 자취를 구하여 보자.
③ 이 그래프의 이름을 생각하여 보자.



<그림 22>

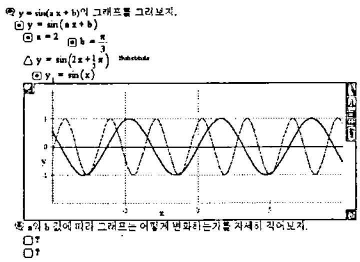
[활동2] 삼각함수의 도입
다음의 그래프를 보고 자신의 생각을 적어보자.



<그림 21>

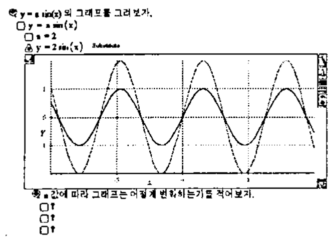
① 주기를 알 수 있다.
② 대칭성을 그래프를 보고 말할 수 있다.
③ 최대값?
④ 최소값?

[활동3] $y=\sin(ax+b)$ 의 그래프



<그림 23>

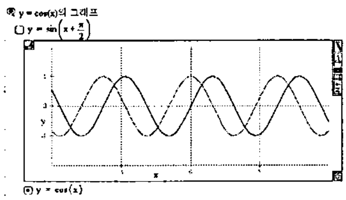
[활동4] $y=a\sin(x)$ 의 그래프



<그림 24>

위 그래프의 ① 주기? ② 평행이동? ③ 최대값? ④ 최소값? 등을 구하여 보자.

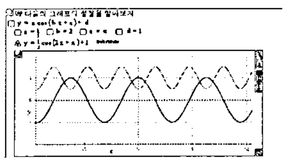
[활동5] $y=\sin(x+\frac{\pi}{2})$ 의 그래프



<그림 25>

① 사인과 코사인 그래프의 관계를 말하여 보자.
② 코사인 그래프의 성질에 대하여 말하여 보자.

[활동6] 의 그래프 $y=a\cos(bx+c)+d$

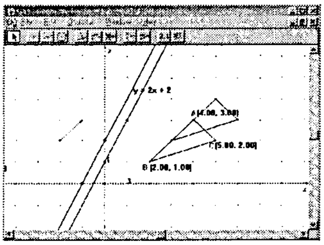


<그림 26>

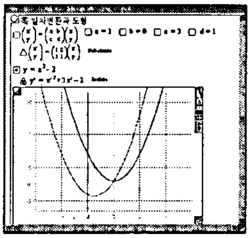
① a, b, c, d 값을 변화시켜 보자.
② 그래프의 성질을 말하여 보자.

라. 일차변환과 도형의 관계

(1) 평행이동



<그림 27>



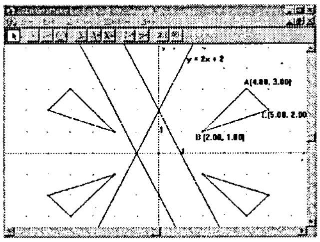
<그림 28>

① Cabri에서 임의 벡터를 주어 직선이나 곡선, 도형 등을 그 벡터 만큼 평행이동 시킬 수 있다.

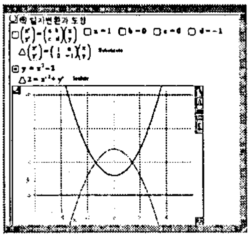
② 이 벡터를 잡고 움직여 도형의 변화를 관찰하고 이 벡터를 평행이동되어 진도형에 포갤 수 있다.

③ Mathview에서 a, b, c, d 의 값을 변화시켜 도형의 변화를 직관적으로 관찰, 이해하고 그 성질을 말할 수 있다.

(2) 대칭이동



<그림 29>

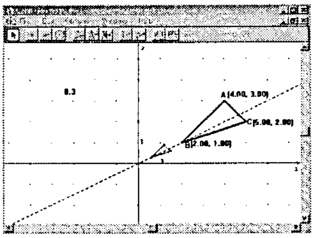


<그림 30>

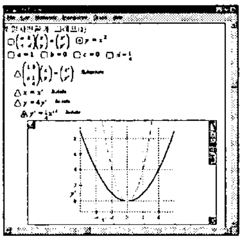
① Cabri에서 직선이나 도형들을 x 축, y축, 원점 및 임의 점이나 선에 대하여 대칭시킬 수 있다.

② MathView에서 도형의 대칭인 일차변환을 나타내는 행렬을 확인하고 그 그래프를 관찰할 수 있다.

(3) 닮음이동



<그림 31>



<그림 32>

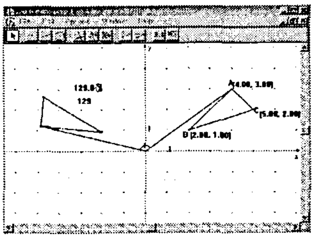
① 닮음이동은 주어진 도형이 정점을 중심으로 일정한 비율에 따라 변환됨을 눈으로 확인할 수 있으며, 음의 값에서도 변환됨을 알 수 있다.

② MathView에서는 행렬의 변화에 따라 그래프가 일정한 축을 중심으로 확대, 축소됨을 알 수 있다.

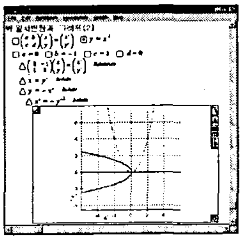
(4) 회전이동

① Cabri에서 정점을 중심으로 주어진 값 만큼 회전을 하면 정점을 중심으로 도형이 회전하고 그 값을 확인한다.

② MathView에서 값을 변화시킬 때 그 그래프가 음함수의 성질을 가지고 있다는 사실을 확인시켜 주고, 함수에서 도형으로의 확장을 이해한다.



<그림 33>



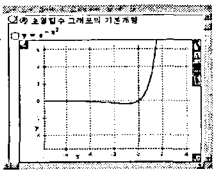
<그림 34>

2. 여러 가지 함수들의 그래프

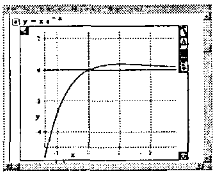
여기서는 우리교과서의 내용에서 약간 벗어 나지만 그 의미들은 실제 수업에서 흔히 사용되어지고 활용되어지는 것들을 모아 그 그래프를 그려보았다. 학생들이 가장 어려워하고 이해하기 힘들어하는 영역은 초월함수의 극한이나, 그 그래프의 성질들이다. 여기서는 CAS(Computer Algebra System)을 담고 있는 MathView를 활용하여 그래프를 그려보고, 이 그래프를 직관적으로 이해하고 조작을 통해 여러 가지 성질들을 이해할 수 있도록 하였다. 지면 관계 상 몇 개만 실었다.

가. 기본적인 초월함수 그래프

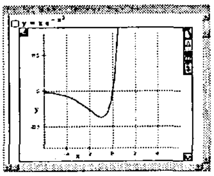
$y = e^{-x^2}$, $y = x e^{-x}$, $y = x e^{-x^2}$, $y = x^2 \ln(x)$ 의 그래프와 점근선 확인



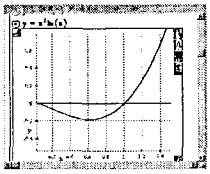
<그림 35>



<그림 36>



<그림 37>

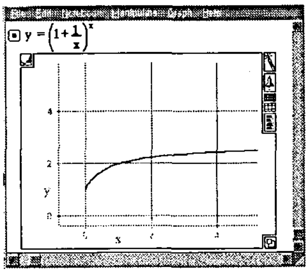


<그림 38>

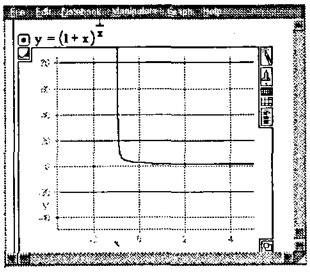
나. 초월수(e)를 갖는 그래프

$\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e$,

$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ 을 갖는 함수의 그래프

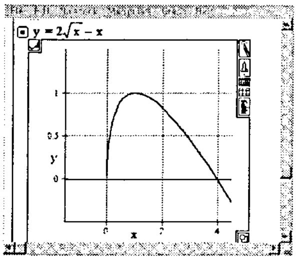


<그림 39>

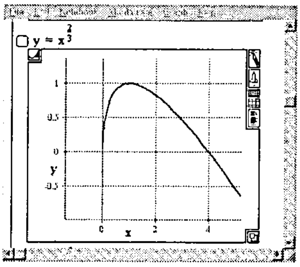


<그림 40>

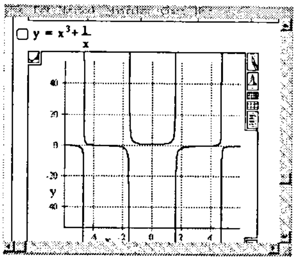
다. 여러 가지 함수의 그래프 개형



<그림 41>



<그림 42>



<그림 43>

Ⅳ. 기대되는 효과

수학적 개념을 자기규제성을 갖고 구성할 수 있도록 하는 수학 교수 · 학습 방안을 찾기 위하여 선행 연구에 대한 분석을 실시하고 그에 따라 실제 수업에서 학습 요소를 재구성하여 Cabri GeometryⅡ와 MathView를 활용한 개념 형성 지도 방안과 학습모델을 제시하였다. 이러한 지도 결과 다음과 같은 결론을 얻었다

첫째, 추상적이고 형식적인 수학 개념 형성에 컴퓨터 응용 소프트웨어를 이용한 결과, 실행 · 조작 과정에서 시각적 · 직관적 지식 구성에 유용하였다. 학습수행지와 컴퓨터 응용 프로그램을 매개로 한 교사 - 학생, 학생 - 컴퓨터 응용소프트웨어의 원활한 상호작용으로 다양한 수학적 체험과 자기주도적인 지식 구성을 가능하게 하였다.

둘째, Cabri GeometryⅡ를 활용한 동적기하의 조작과 실험을 실행한 결과, 작도와 관찰을 통하여 흥미를 이끌어낼 수 있었고, 도형 및 함수들의 그래프에 대한 기하적 구조 이해력이 높아졌으며, 이로부터 파생되는 그래프의 여러 가지 성질에 자연스럽게 접근할 수 있었다. 또한 MathView를 활용하여 실시간에 나타나는 대수적 연산 결과와 그래프의 변화를 한 공간에서 학습할 수 있어 추론 · 탐구하는 역동적인 상호작용 속에 자기규제성을 갖고 지식 체계를 세우는 데 유용하였다.

셋째, 상호작용적인 학습매체(Interactive Mathematics Texts)를 구성함으로써 학생은 능동적이고 적극적인 태도로 스스로 학습동기를 갖게 되었고, 사고 과정에 따라 구성된 학습수행지는 체계적인 발문과 응답의 상호작용을 유도하여 개념 형성에 유용하였고 학습 요소간 연동 지도에 효과가 있었다. 학습수행지의 학습 결과와 반성 등을 통하여 수학에 대한 가치와 태도 및 관찰 자료를 얻을 수 있었다.

넷째, 막연히 갖고 있는 초월함수들의 그래프를 조작을 통해 그려보고 확인 · 경험함으로써 학생들의 수학에 대한 개념형성에 많은 도움을 줄 수 있었다.

참 고 문 헌

류희찬 (1998). 컴퓨터를 활용한 수학교육의 이론과 실제, 대한수학교육학회 1998 추계 수학교육연구발표대회 논문집, 서울: 대한수학교육학회, pp.29-43.

박영배 (1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개 과정에 관한 연구, 서울대학교대학원 박사학위논문.

박용범·김한희·박일영 (1999). 수학 개념의 자기주도적 구성을 위한 교수·학습 모델 개발, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **9**, 서울: 한국수학교육학회 pp.97-114.

박한식 외 (1999). 고등학교 수학II, 서울: 지학사.

양기열·주 미 (1998). 소프트웨어를 이용한 기하 교수 학습 방안, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> **37(2)**, 서울: 한국수학교육학회, pp.215-225.

허만성 (1998). 중등 수학교과 교수-학습을 위한 CAS Math Engine과 연계한 컴퓨터 응용프로그램 모형설계 및 ITs 작성에 관한 소고, 대한수학교육학회 1998 추계 수학교육연구발표대회 논문집, pp.245-267.

Carol Scheftic (1993). Intractive Mathematics Texts: Ideas For Developers, In Thomas Lee(Ed.), *Mathematical computation with Maple V; Ideas and Applications*, pp.51-63, Boston: Birkhäuser

Kaput J. (1998). Mixing New Technology, New Curricula and New Pedagogies to Exteaordinary Performance from Ordinary People in the Next Century. *Department of mathematics, University of Messachusetts-Dartmouth. ICMI-EARCOME1 Proceeding* ***1***, pp.141-156.

Kaput J. & Roschelle J. (1999). The mathematics of change and variation from a Millennial perspective; New content, New context. In Celia Hoyles, … (Eds.), *Rethinking the Mathematics Curriculum*, pp.155-170, London: Falmer press.

NCTM (1998). Principles and Standards for School Mathematics; Discussion Draft,

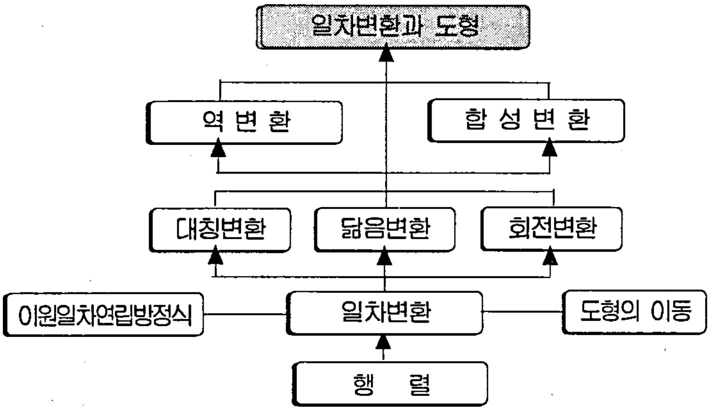
Patricia S. Wilson (Ed.) (1993). *Research Ideas for the classroom*; High school Math. New York: Macmillian Publishing companny.

부록. 자기주도적 교수·학습 모델을 적용한 학습수행지(Work-Sheet) 예시

수학 수행평가지(Worksheet)

제목	일차변환과 도형			일 시	'99. . .( ) ( ) 교시		
학번		성 명		점수		확인	

학습위계도



$$\begin{aligned} x' &= ax + by \\ y' &= cx + dy \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

※ 일차변환 $f: (x, y) \rightarrow (x', y')$ 를 나타내는 행렬을 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라 하자.

(일차변환 : 상수항이 없는 일차식으로 나타남)

[활동1] 좌표평면의 변환

다음의 일차변환을 나타내는 행렬에 따라 어떻게 변환되는지를 살펴보자.

가. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$: ______________________

나. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$: ______________________

다. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$: ______________________

☞ 이상의 결과를 정리하여 보자.

[활동2] 직선 $2x + y - 5 = 0$

다음의 일차변환을 나타내는 행렬에 따라 어떻게 변환되는지 살펴 보자.

가. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$: ____________________

나. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$: ____________________

다. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$: ____________________

라. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$: ____________________

☞ 이상의 결과를 정리하여 보자.

가. ____________________

나. ____________________

다. ____________________

라. ____________________

◎ 도형의 일차변환에 대한 MathView의 활용

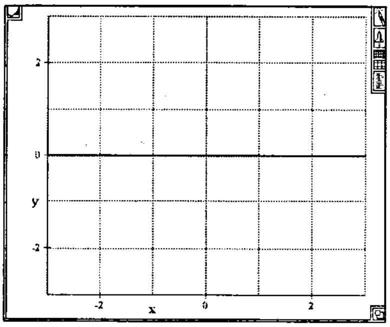
[활동3] MathView를 실행시켜 다음의 물음에 자신의 생각대로 실행시켜 결과를 적어보자. 또 나타난 결과를 아래의 모눈종이에 그래프로 그려 보자.

(1) a=1, b=0, c=0, d=-1 일 때

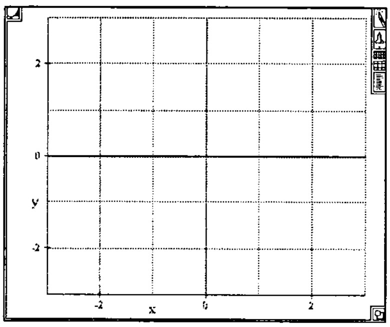
(2) a=-1, b=0, c=0, d=-1 ″

(3) a=1, b=-1, c=1, d=1 ″

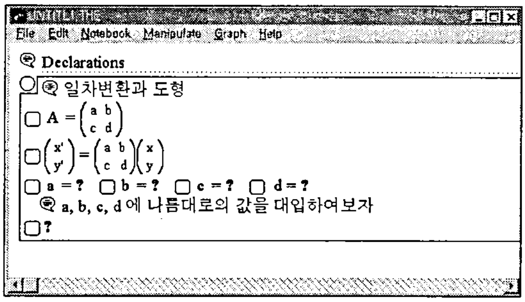
(4) a=2, b=3, c=4, d=6 ″

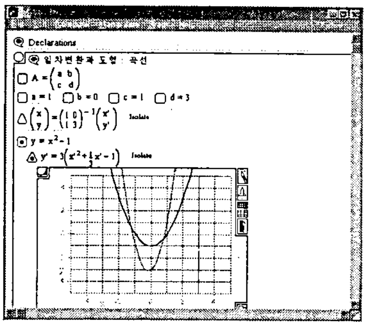


[활동4] 이차곡선 $y = x^2 - 1$ 인 경우에도 위의 방법대로 실행시켜 보자.



<예시>





[정리] [활동3], [활동4]에서 실행된 결과를 나름대로 정리하여 보자.

(1) ____________________

(2) ____________________

(3) ____________________

(4) ____________________

(5) ____________________

※ 오늘의 활동에서 느낀점을 생각나는 대로 적어세요.(형식은 갖추지 않아도 됩니다.)
