

## 자료 주도적(Data-Driven) 확률과 통계 학습에서의 그래픽 계산기의 활용\*

박 재 희 (서울여자고등학교)

김 래 영 (전동중학교)

권 오 남 (이화여자대학교)

현대 사회를 살아가는 교양을 갖춘 시민과 지혜로운 소비자가 되기 위해서 통계적 지식 및 확률적 지식은 필수적인 능력으로 간주된다. 자료 주도적 확률과 통계의 학습이란 학생들이 스스로 자료를 수집하고, 조직하고, 표현하고, 해석하는 직접적인 활동을 통해 확률과 통계의 개념, 원리의 터득은 물론 추론과 의사소통능력, 문제해결력 등을 기를 수 있는 학습형태로서, 이런 학습을 완수한 학생들은 수학의 유용성 및 실생활과의 연결성을 더 잘 이해할 수 있게 된다. 따라서, 모든 확률과 통계 수업에서는 실제 자료를 학생들이 직접 다루는 활동이 수행되어야 하며, 이를 위한 테크놀로지의 적절한 사용이 병행되어야 한다. 이 글에서는 이러한 자료 주도적 확률과 통계의 학습의 예와 그에 병행되는 그래픽 계산기의 활용 방안을 제시하고자 한다.

### I. 서론

점차 강력해지고 보편화되고 있는 테크놀로지의 사용은 자료의 분석에 중요한 변화를 초래하고 있다. 사업, 정치, 의학, 교육 등 사회 전반에 걸쳐 통계적 방법은 중요한 전략적 요소로 사용되고 있으며, 복권, 의학 실험, 품질 관리, 기상 예보, 유전학, 물리학 등 현대 생활 속에서 우리가 내리는 많은 결정은 자연스럽게 확률적인 것이기도 하다. 따라서 현대 사회를 살아가는 교양을 갖춘 시민과 지혜로운 소비자가 되기 위하여 통계적 지식 및 확률적 지식은 필수적인 능력으로 간주된다.

그러나 현재 우리 나라의 중·고등학교 학생들이 배우는 수학 교과서의 내용 중 확률과 통계를 다루고 있는 부분은 학생들이 자료를 직접 다루는 경험을 제공하지 못하고, 그저 결과와 계산법칙만이 서술되어 있는 부분이 상당수이어서 학생들이 학교에서 배운 확률과 통계에 관한 지식을 실생활에 활용하는데는 문제가 있다고 보인다. 실제로 확률과 통계 단원이 실생활과 가장 밀접할 수 있으며 학생들의 호기심을 충분히 자극할 수 있는 단원임에도 불구하고 학생들은 가장 중요하지 않은 공식만 많고 현실과 동떨어진 단원으로 여기고 있는 실정이다. 이에 대하여 이강섭·이장택·김영자(1998)는 학문의 엄밀성을 너무 강조하는 것은 중·고등학교 수학교육에 도움이 되지 않을뿐더러 학습심리 상으로도 무리이지만 그렇다고 암기식 학습 방법으로 넘어가는 것도 학생들의 호기심을 저하

\* 본 논문은 1999년도 Texas Instruments에 의해 연구 지원 되었음.

시킬뿐더러 논리적이고 창의적인 교육을 수행하여야 한다는 수학 교육의 대 명제에 문제가 될 것이라고 지적하며 모의실험에 의한 통계의 지도를 제안하기도 하였다.

최근 자료 주도적 수학 학습의 효과와 중요성이 부각되고 있는데, 이는 모든 수학적 개념을 자료에 기반한 탐구, 분석, 모델링을 통해 학습하여야 한다는 이론으로 자료 분석 기술이 가장 중요한 능력으로 요구된다. Gail(1996)은 자료 주도적 수학 학습을 11개의 모듈로 나누고 있는데, 전체적으로 통계적 사고와 통계적 개념이 모든 모듈에 통합되며, 자료 분석 기술이 수학과 타 교과, 수학과 외부 세계와의 연결성을 강화시켜 줌을 지적하고 있다. 이에 대하여 NCTM(1998)은 Standards2000의 초안에서 확률과 통계의 교육을 통해 학생들이 문제를 제기하고, 그 문제에 답하기 위하여 자료를 수집하고, 조직하며 표현할 수 있어야 하며, 탐색적인 방법으로 자료를 해석할 수 있어야 하고, 자료에 근거한 추론, 예측, 논의를 발전시키고 평가할 수 있어야 하며, 확률의 기본 개념을 이해하고 적용할 수 있어야 한다고 제안하고 있는데, 학생들의 이런 실제적인 능력을 신장시키기 위해서는 그에 적합한 교수 설계가 병행되어야 한다고 생각된다.

1999년 7월 25일부터 30일까지 미국 오하이오 주립대학에서 개최된 T<sup>3</sup>(Teachers Teaching with Technology)<sup>2)</sup> 교사 연수의 6개 분과 중 확률과 통계 분야인 T<sup>3</sup>-STAT에서는 NCTM의 Standards의 정신에 따라, 실제 자료를 사용하여 실제 문제를 탐구하는 데에 초점을 맞춘 수업 모델을 제시하였으며, 효과적인 교실 수업을 위한 테크놀로지의 사용 모델을 함께 제시하였다. 따라서 이 글에서는 확률과 통계 수업의 최근의 동향을 다시 한 번 살펴보고, T<sup>3</sup> 연수에서 제시된 자료 주도적 확률과 통계의 학습의 예를 그래픽 계산기의 활용 방안과 함께 제시하여 확률과 통계 수업의 개선 방안을 제안하고자 한다.

## II. 확률과 통계 교육의 최근 동향

확률과 통계는 자료를 수집하고 조직하고 해석하는 일련의 과정으로써, 정보 분석의 예술이며 과

2) T<sup>3</sup> : 1986년에 처음으로 Ohio 주립대학교의 교수인 Waits B. K.와 Demana F.가 「기초 미적분학 : 그래프적 접근(Precalculus : A Graphing Approach)」라는 책을 쓰고 이를 Ohio주의 Columbus에 있는 고등학교 교사들을 대상으로 교육시켰던 것에서 출발한 T<sup>3</sup>는 말 그대로 '과학 기술을 활용하는 교사 운동' 내지는 교육 프로그램이다. 1988년의 C<sup>2</sup>PC(Computer and Calculators in Pre-Calculus)과정을 통해 본격적으로 시작되었으며, 1993년 이후부터는 대수나 미적분 분야뿐만 아니라 기하, 통계, 초등 수학 등 다양한 영역에서의 테크놀로지의 활용을 다루고 있다. 또 1996년부터는 과학 수업에서의 테크놀로지의 활용을 첨가시켜 연구의 규모와 분야를 확대하고 있는 추세이다. 매년 여름 세계 각국의 수학·과학 교사들이 참가하여 다양한 주제의 분과활동을 통해 테크놀로지를 알리고 이에 대한 다양한 교수·학습 방법을 개발하여 이를 널리 보급하고 있다. 1999년 7월 25일부터 30일 사이에 있었던 T<sup>3</sup> 여름 연수에는 CMS(CBL, CBR, TI-83을 이용한 수학과 과학의 연결), STAT(TI-83을 이용한 통계와 자료의 분석), DwD(CBL, CBR, TI-73, TI-83을 이용한 자료의 처리), EM+(TI 계산기를 사용한 초등 수학), MTE(휴대용 테크놀로지를 이용한 교수 학습을 강화하기 위한 수학 교사 교육자 과정), CAS-Algebra(TI-89를 이용한 대수 과정의 시험 개발)의 6개 분과가 있었고, 우리 나라에서는 권오남(이화여대), 강순자(전남대), 임혜경(광주교대), 박재희(서울여고), 김래영(전동중)이 참가하여 세계 각국의 테크놀로지의 교육적 활용 상황을 파악하고 서로의 교수 방법 등을 공유하는 기회를 가졌다.

학으로 칭해진다. 자료 주도적 확률과 통계의 학습이란 학생들이 스스로 자료를 수집하고, 조직하고, 표현하고, 해석하는 직접적인 활동을 통해 확률과 통계의 개념, 원리의 터득은 물론 추론과 의사소통 능력, 문제해결력 등을 기를 수 있는 학습형태로서, Gail(1996)은 이런 학습을 완수한 학생들은 수학의 유용성 및 실생활과의 연결성을 더 잘 이해할 수 있게 된다고 하였다. 이 장에서는 자료 주도적 확률과 통계 학습을 지지하는 최근의 동향에 대하여 살펴보겠다.

Garfield & Gal(1999)은 통계에서는 상황에 기반한 수들의 자료가 제공되며, 불확정성의 원리에 지배되고, 계산 등의 절차는 테크놀로지의 사용으로 대체되며, 하나의 정답만을 갖지 않는다는 점을 지적하며 통계적 추론을 수학적 추론과 구분하고 있다. 그들은 또한 통계 교수의 하부 목표로서 통계적 탐구의 목적과 논리의 이해, 통계적 탐구의 절차의 이해, 절차적 기술의 습득, 수학적 관계의 이해, 확률과 기회의 이해, 해석적 기술과 통계적 식견의 개발, 통계적 의사소통 능력의 개발을 제안하며, 기존의 계산의 정확성, 공식의 정확한 적용, 그래프와 차트의 정확성에 초점을 맞춘 교수와 평가를 비판하고 있다. Gail(1990)도 통계 교육의 기본 목표로 자료의 인식, 자료의 정리, 자료의 해석 등을 지적하며, 알고리즘의 암기와 기호의 사용보다는 학생들이 탐구하고, 조사하고, 의사소통하는 활동을 강조하고 있다.

즉 학생들은 확률과 통계의 수업 동안에 계산 절차에 얽매이지 않고 실제 생활에서 접하게 되는 통계 자료를 해석하는 경험과 실제로 자료를 정리해 보는 경험을 가져야 한다고 제안하고 있는 것으로, Gail(1996)은 또한 교사들은 학생들이 추론하고 그 추론의 정당성에 대하여 생각하도록 고무하는 문제를 제공해야 하며 또 그러기 위한 충분한 시간을 학생들에게 제공해야 한다고 지적하고 있다. 그렇게 배운 학생들이야말로 통계적으로 교양 있는 시민이 될 수 있다는 것인데, 즉 어떤 통계 자료를 볼 때 그대로 받아들이기 전에 출처와 조사 방법을 알아보게 될 것이고, 숨겨진 자료는 없는지, 핵심적이 내용이 바뀌지는 않았는지, 통계숫자가 의미하는 것은 무엇인지 비판적으로 보는 시각을 갖게 된다는 것이다.

이 문제에 관하여 우정호·이경화(1996)는 확률 교육은 학생들이 사전에 가지고 있는 확률적 경험을 스스로 드러내고 조정해 가도록 이끌 수 있도록 기존의 확률적 경험과 지식을 얼마나 교육적으로 적절하게 다룰 수 있는가에 교육의 성패가 달려 있다고 지적하며, 확률 개념이 본래 귀납적 추론을 핵심으로 하기 때문에 다양한 경험과 자료를 지원해 주는 계산기나 컴퓨터의 능력을 적절하게 이용하는 방안을 강구할 것을 제안하고 있다. 또, 권오남 등(1997)은 수학적 시각화를 통한 수학 교육의 효과를 수학적 지식의 시각적 확인, 수학적 개념의 근본적 이해, 지식의 생성 배경의 이해, 문제해결에의 도움 등으로 지적하며, 그래픽 계산기를 활용하면 주어진 자료를 빠른 시간 내에 처리하여 결과를 볼 수 있으므로 자료를 보다 현실화하여 학생들이 수학을 실생활과 연결시켜서 사고하도록 하는데 유용한 도구로 그래픽 계산기를 활용할 것을 제안하고 있다.

이러한 최근의 동향에 따른 확률과 통계의 교과서 및 교사용 지침서 등이 다양하게 출판되고 있는데 미국에서 출판된 교과서와 NCTM의 Addenda Series, 그리고 우리 나라의 7차 교육과정 등이

역시 자료 주도적 확률과 통계의 학습을 지지하고 있다. Scheaffer 등(1996)의 'Activity-Based Statistics'는 통계 수업의 도입 과정에서 학생들이 스스로 참여하며 통계적 개념을 터득하는 것을 목표로 하고 있다. 이 책에서는 통계가 고전적인 수학보다는 실험적인 과학으로 가르쳐져야 함을 주장하며 다양한 실제적 자료의 탐구를 통해 학생들의 활동적인 참여를 유도하고 있고 모의 실험(simulation)을 주요한 도구로 사용하고 있다. 시간을 효과적으로 사용하기 위하여 테크놀로지를 활용하고 있음은 물론이다. Rossman & Oehsen(1997)의 'Workshop Statistics'는 학생들이 실제 자료의 분석과 동료·교사·테크놀로지와의 상호작용을 통해 통계적 개념을 발견하고, 통계적 원리를 탐구하고, 통계적 기술을 적용하도록 이끄는 것을 목표로 하는 활동들을 제시하고 있으며 활동적 학습, 개념적 이해, 실제 자료의 사용, 테크놀로지의 사용에 초점을 맞추고 있다는 특징이 있다.

NCTM(1991, 1992)은 1989년의 Standards의 이행을 지지하는 Addenda Series를 통해 6-8학년과 9-12학년의 확률과 통계의 수업 방안을 각각 제안하고 있는데, 6-8학년에서는 조사, 실험, 모의실험을 통한 학생 자신의 자료의 수집과 탐구에 초점을 맞추며 그것을 통한 의사소통, 문제해결, 추론, 연결성을 강조하고 있다. 또 9-12학년에서도 문제에 적절한 자료의 수집, 자료의 요약과 그래프나 수로의 표현, 그것을 통한 통계적 추론 활동을 강조하며 다양한 실제적인 자료와 활동을 제공하고 있다.

우리 나라의 경우도 예외는 아니다. 교육부가 1997년 고시한 7차 교육과정은 '확률과 통계' 단원에서는 현실적인 과제, 즉 실생활에서 접하는 자료를 효율적으로 조사, 정리, 분석해 봄으로써 유용한 정보를 얻는데 효과적인 도구가 통계적 방법임을 알 수 있게 하며, 창의적인 문제 해결에 적용할 수 있도록 실제적이면서 통합적인 지도를 하도록 하고 있다. 또 전 영역에 걸쳐 복잡한 계산이나 문제 해결을 위해 계산기와 컴퓨터를 적극적으로 활용할 것을 권장하고 있다. 그러나, 교육과정 상의 목표와는 달리 내용에서는 6차 교육과정과 다를 바 없는 항목들의 나열뿐이어서 자칫 기존의 수업과 같은 복잡한 공식과 알고리즘의 학습에 그치게 되지 않을까 염려스럽다. 이에 다음 장에서는 자료 주도적 확률과 통계의 학습을 위한 대안을 제시하고자 한다.

### III. 자료 주도적 확률과 통계 학습의 예<sup>3)</sup>

이 장에서는 7차 교육과정에서 제시하고 있는 내용을 토대로 하여 자료 주도적 확률과 통계 학습의 예를 그래프 계산기의 활용 방안과 함께 제시할 것이다. 제시할 예들의 공통적인 특징은 모두 실제 자료에 기반한 활동이라는 것이며 그 실제 자료는 교사에 의해서 제시될 수도 있지만 여기서는 실제 교실에서 학생들의 직접 참여를 통해 즉석으로 수집할 수 있는 것을 포함시켰다. 또 하나의 특징은 그래프 계산기를 활용함으로써 계산 과정에 집착하지 않고 문제 해결과 추론, 그리고 의사소통에 초점을 맞출 수 있다는 것이다. 즉 학생들은 복잡한 확률과 통계의 계산의 부담에서 벗어나 여러 가지 다양한 통계적 기법을 시도해 보고 가장 적절한 방법을 비판적으로 선택하며 그것을 통해 확률

3) 이 장에서 제시한 예들은 T<sup>3</sup>-STAT 연수에서 제시된 내용 중에서 발췌하여 재구성한 것이다.

과 통계의 개념을 스스로 터득하고 통계적 방법의 효율성을 실감할 수 있을 것이다.

1. 통계 수업에의 활용

가. 자료의 정리

7차 교육과정에서는 중학교 1학년, 3학년, 고등학교 1학년의 과정에서 간단한 통계자료를 다루는 내용을 포함하고 있는데, 생활 주변에서 자료를 수집, 정리하여 표나 그래프로 나타내고 평균과 표준편차를 구하는 것과 두 변량 사이의 상관관계를 파악하는 것을 각 학년의 목표로 제시하고 있다. 학습 지도상의 유의점으로 현실적인 과제, 실생활의 자료를 다룰 것을 제안하고 있는데, 다음에 제시한 예처럼 그래프 계산기를 사용하게 되면 학생들은 빠른 시간 내에 다양한 그래프를 그릴 수도 있으며, 평균, 표준편차뿐만 아니라 다양한 대표값과 산포도 등을 쉽게 계산하여 비교할 수 있기 때문에 학생들은 통계적 유용성을 실감하고 앞으로 실생활에서 보게 될 많은 통계적 자료에 대한 비판적 시각을 기를 수 있을 것이다.

다음의 예는 학생들이 갖고 있는 동전의 액수를 수업 중에 직접 수집하여 히스토그램과 상자그래프로 나타내는 것과 자료를 표현하는 여러 가지 대표값을 계산하는 활동 중에 학생들이 다양한 통계적 기법의 장·단점의 토의하는 활동을 포함하고 있다.

[예시1] 지갑에 있는 동전의 액수는?  
우리들은 지갑에 얼마나 많은 동전을 가지고 다닐까요? 반 학생들의 자료를 수집하여 알아보기 쉽게 그래프로 나타내고 자료의 특징을 설명해 보세요.

<교수절차>

1) 자료를 수집하여 기록하세요. 남자의 자료는 L1에, 여자의 자료는 L2에 입력하고, 두 자료를 합하여 L3에 입력하세요.

L1	L2	L3	3
350	420		
120	450		
470	310		
150	700		
500	590		
460	650		
250	120		

L3(1)=

```

NAME: MATH
6: cumSum(
7: List(
8: Select(
9: Augment(
0: ListMatr(
A: Matr>list(
B: L
    
```

```

Augment(L1,L2)→L
3
(350 120 470 15...
    
```

2) 히스토그램을 그리세요. 계급의 크기는 얼마로 할지 결정하여 그래프를 그리고 TRACE를 이용하여 각 계급의 도수를 알아보세요.

```

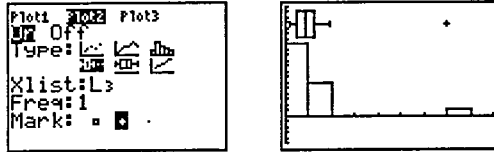
P1: Plot2 Plot3
Off Off
Type: L1 L2 L3
Xlist: L3
Freq: 1
    
```

```

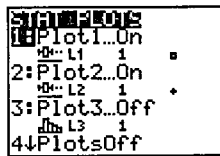
WINDOW
Xmin=0
Xmax=4500
Xscl=500
Ymin=-5
Ymax=20
Yscl=1
Xres=1
    
```



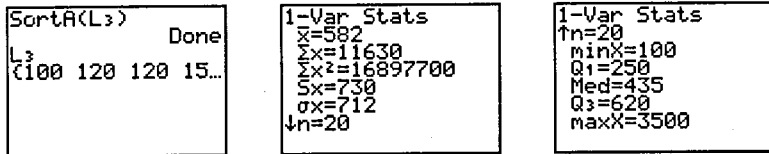
3) 상자그래프(boxplot)를 그리세요. 같은 윈도우에서 히스토그램과 같이 그려서 비교하고 차이를 설명하세요.



4) 남자/여자의 자료를 각각 상자그래프로 그려서 분포를 비교하세요.



5) L3의 자료를 오름차순으로 정렬하세요. 그리고 최소값, 최대값, 분포 범위, 평균, 중앙값, 최빈값, 표준편차, 분산 등을 알아보세요.



6) 평균, 중앙값, 최빈값 중에서 어떤 것이 자료를 가장 잘 대표할 수 있는지, 국외자(outlier)에 의해 가장 크게 영향을 받는 것이 어떤 것인지 토의하세요.

나. 상관관계

7차 교육과정에서는 중학교 3학년의 과정에 상관도와 상관표, 상관관계에 관한 내용을 포함시키고 있는데, 주어진 자료를 상관도와 상관표로 나타내어 두 변량 사이의 상관관계를 직관적으로 파악하는 것을 목표로 하고 있다. 이 경우에 그래픽 계산을 사용하게 되면, 빠른 시간에 상관도를 그릴 수 있어 여러 가지 자료를 탐구해 볼 수 있으며, 상관관계의 직관적인 판단을 넘어서 수학적인 판단 절차를 탐구해 볼 수 있는 기회를 가질 수도 있다. 다음의 예는 수학적으로 어떤 추정이 가장 정확한지를 비교하는 방법을 탐구하는 과정을 통해 오차의 개념을 도입하는 활동을 포함하고 있다.

[예시2] 나이 추정하기  
당신은 유명 인사의 나이를 얼마나 잘 추정할 수 있나요? 추정한 나이와 실제 나이 사이의 차이를 다른 친구들과 비교해 보고, 누구의 추정이 가장 정확한지를 결정하는 방법을 탐구해 보세요.

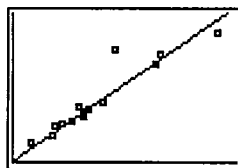
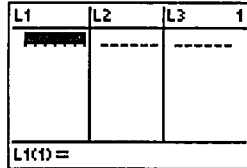
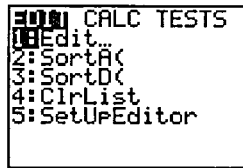
이름	추측한 나이	실제 나이
안재욱		28
강수연		34
줄리아 로버츠		32
매컬리 컬킨		19
박찬호		26
김대중		75
닐 암스트롱		69
...		

<교수 절차>

1) 추측한 나이는 L1에, 실제 나이는 L2에 입력하여 상관도를 그려보세요. 그리고 다음에 답하세요.

① 여러분이 쓴 추측한 나이와 실제 나이가 같아질 때 그런 점들은 어디에 놓이게 되나요?

② 모두 정확하게 맞추었다면 그 점들을 이은 선은  $y=x$  가 될 것입니다. 직선  $y=x$  를 그리고 실제 나이 보다 더 많이 추측했는지, 아니면 더 적게 추측했는지 알아보세요.



2) 그래프 상에서 자신의 값과 정확하게 추측한 값인 직선  $y=x$  사이의 차이를 찾아봅시다. 같은 조의 다른 친구들의 값은 어떠한 지를 비교해 보고, 그 중에서 가장 가까운 값으로 추측한 사람은 누구인지 결정하고 그렇게 결정한 이유를 설명해 보세요.

3) 가장 잘 맞춘 사람을 어떻게 정했나요? 그 중 한 가지 방법은 각각의 오차를 수치적으로 계산하는 것입니다.  $L3 = L2 - L1$ 이라 하고 계산하여 봅시다. 이 오차는 무엇을 의미하나요?

L1	L2	L3
25.000	28.000	-----
35.000	34.000	
35.000	32.000	
20.000	19.000	
22.000	26.000	
72.000	75.000	
70.000	69.000	

L3 = L2 - L1

4) 오차를 보는 세 가지 방법을 알아봅시다.

① L3의 각각의 값의 합을 구한다. - Home Screen에서 sum L3해서 그 값을 비교해 보자.

sum(L3)	30.000
---------	--------

② 오차의 절대값을 본다. - L4=abs L3라하고, Home Screen에서 sum L4해서 그 값을 비교해 보자.

L2	L3	L4	4
28.000	3.000	-----	
34.000	-1.000		
32.000	-3.000		
18.000	-1.000		
26.000	4.000		
75.000	3.000		
69.000	-1.000		
L4=abs(L3)			

sum(L4)	70.000
---------	--------

③ 오차의 절대값의 평균을 구한다. - Home Screen에서 mean L4해서 그 값을 비교해 보자.

mean(L4)	4.667
----------	-------

## 2. 확률 수업에의 활용

### 가. 모의 실험

7차 교육과정에서는 중학교 2학년에 간단한 경우의 수 또는 상대도수를 이용한 확률을 포함시키고 있으며, 여기서 확률은 실험에 의하여 얻어지는 자료를 중심으로 할 것을 제안하고 있다. 실험은 직접 주사위나 동전을 던지는 것으로도 실행될 수 있지만, 그래픽 계산기를 사용하게 되면 더 다양한 경우를 더 빠른 시간에 모의실험을 할 수 있다. 다음의 예는 모의실험의 대표적인 경우로, 호그 게임<sup>4)</sup>에서 승리의 가능성을 가장 높이는 전략을 만들기 위해 그래픽 계산기를 이용하여 게임을 여

4) 호그 게임: 호그 게임은 여러 개의 주사위와 킵과 연필로 시행되는 것으로 게임의 목적은 가능한 한 가장 높은 점수를 얻는 것이고 규칙은 다음과 같다.

- ① 몇 개의 주사위를 킵에 넣기를 원하는지 말해라.
- ② 킵에서 그 수의 주사위를 굴러라.
- ③ 당신이 굴린 수들 중에 1이 없다면, 굴린 수들의 합이 당신의 점수이다. 당신의 주사위 중에서 1이 나타났다면, 당신의 점수는 0이다.
- ④ 고정된 수의 시행을 교대로 해라. 가장 높은 점수를 얻은 사람이 이긴다.
- ⑤ 예를 들어 3개의 주사위를 킵에 넣기를 위하여 5, 2, 4를 굴렀다면 점수는 5+2+4=11이고, 7개의 주사위를 킵에 넣기를 위하여 6, 4, 1, 3, 3, 1, 6을 굴렀다면 1이 포함되었으므로 점수는 0이다.



리 번 시행하는 것을 모의실험하여 자료를 수집하는 활동을 보여준다.

[예시3] 호그 게임(Hog game)  
 호그 게임을 할 때, 몇 개의 주사위가 참가자에게 가장 높은 승리의 확률을 제공하는가? 모의 실험을 통하여 승률이 가장 높은 주사위의 개수를 정하고 이론적 확률과 비교하여 보세요.

<교수절차>

1) TI-83의 난수 생성 기능을 이용하여 주사위 던지기를 모의실험 합니다. 그러나 난수 생성자는 초기값이 같으면 같은 난수를 생성하므로, 여러분이 서로 다른 난수를 생성하도록 하기 위해서는 주 등등록 번호나 전화번호를 rand에 저장하여야 합니다.

```
7032211→rand
7032211
```

2) TI-83에서 임의의 정수를 생성하는 구문은 randInt(lower, upper [, number of trials])입니다. [ ] 부분은 선택사항입니다.

```
MATH NUM CPX
1:rand
2:nPr
3:nCr
4:!
5:randInt(
6:randNorm(
7:randBin(
```

```
randInt(1,6)
5
4
1
3
1
4
```

3) 교사에 의해 제시된 개수의 주사위로 Hog 게임을 모의실험 하세요. 아래 화면은 주사위 세 개를 굴렸을 때의 결과를 보여주며 각각의 점수는 14, 0, 10, 13, 0입니다.

```
randInt(1,6,3)
(4 2 6)
(2 2 6)
(2 4 5)
(4 1 3)
(1 4 3)
```

- 4) 같은 수의 주사위를 25에서 30번 정도 굴리고 점수를 기록하고, 점수의 평균을 구하세요.
- 5) 가장 높은 점수를 산출할 가능성이 가장 높다고 생각되는 주사위의 개수를 추정하여 모의실험을 여러 가지로 시도해 본 후 개수를 최종적으로 결정하세요.
- 6) 이론적 확률을 구하여 비교해 봅시다. 한 주사위에서의 점수의 기대값은 2, 3, 4, 5, 6의 평균 4이고 이 수 중 하나가 한 주사위에서 굴려질 확률은 5/6입니다. 따라서, x개의 주사위를 굴릴 때의 기대값은  $E(x)=(5/6)^x(4x)$ 이고 이것을 가장 크게 하는 값은 5와 6입니다.

나. 통계적 확률

7차 교육과정에서는 실생활의 소재를 활용하여 수학적 확률과 통계적 확률을 도입할 것을 제안하고 있는데, 다음의 예는 실험의 결과를 계산기에 나타내어 시행의 수를 늘릴수록 상대도수가 일정한 값으로 수렴해 가는 과정을 확인함으로써 학생들이 통계적 확률을 수학적 확률과 연결시킬 수 있도록 하는 활동을 보여준다.

[예시4] M&Ms 초콜릿이 빨간색일 확률은?  
 임의로 고른 M&M 초콜릿이 빨간 색일 확률은 얼마일까요? 실험을 통해 추정한 확률이 수학적 확률과 얼마나 일치하는지 알아보세요.

<교수 절차>

1) M&Ms의 봉지에 작은 구멍을 내고 M&M을 딱 한 개만 구멍에서 꺼내며 아래의 표에 그 결과를 기록하세요. (꺼낸 것은 색을 확인하고 다시 넣으세요.)

M&M의 개수	빨간색인가, 아닌가?	빨간 M&M의 누적도수	빨간 M&M의 상대도수
1			
2			
3			
4			
...			

표에서의 M&M의 개수를 L1에 입력하고, 빨간 M&M의 누적 도수를 L2에 입력하세요.  $L3=L2/L1$ 을 함으로써 상대도수를 찾고 자료의 선 그래프를 그리세요.

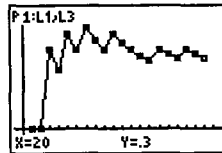
L1	L2	$\Sigma$	3
1	0	-----	
2	0		
3	1		
4	1		
5	2		
6	2		
7	3		

L3 = L2 / L1

L1	L2	$\Sigma$	3
1.0000	0.0000	0.0000	
2.0000	0.0000	0.0000	
3.0000	1.0000	33333	
4.0000	1.0000	25000	
5.0000	2.0000	40000	
6.0000	2.0000	33333	
7.0000	3.0000	42857	

L3 = {0.00000, 0.0...}

Plot1 Plot2 Plot3  
 On Off  
 Type: L1  
 Xlist: L1  
 Ylist: L3  
 Mark: +



2) 위 활동을 통하여 빨간 M&M을 임의로 선택할 확률이 얼마인지 추정해 보고 그 결과를 같은 조의 다른 친구들과 비교해 보세요.

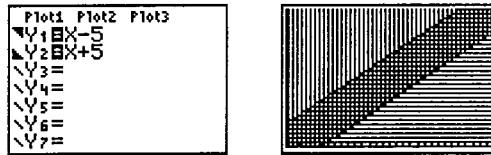
3) 당신의 봉지에 65개의 M&Ms가 들어 있다면, 당신은 그 봉지에 얼마나 많은 빨간 M&Ms가



4) 모든 참가자들로부터 0의 개수를 수집하세요. 0의 개수의 분포를 히스토그램으로 그려보세요. 이것의 평균은 확률의 추정을 더 정확한 값에 가깝게 할 것입니다.

5) 이 문제는 또한 기하와 대수를 사용하여 행해질 수도 있습니다.  $x$ 를 첫 주사의 시간,  $y$ 를 두 번째 주사의 시간이라 하면  $|x-y| \leq 5$ 라는 부등식의 해가 주사가 5분내에 투입되는 경우를 나타냅니다.

[0, 30]×[0, 30]의 창에서  $Y1 \geq x-5$ 와  $Y2 \leq x+5$ 의 그래프를 그리세요.



두 직선 사이의 넓이를 총 넓이로 나눈 것이 주사가 5분 이내에 놓아질 확률입니다. 두 직선 사이의 넓이는 사각형의 넓이에서 두 삼각형의 넓이를 뺀 것이므로  $900-625$ 이고 따라서 두 주사가 5분 이내에 놓아질 확률은  $(900-625)/900 = .30555$ 입니다.

#### IV. 결론

지금까지 확률과 통계 교육에 최근의 동향에 맞추어 그래픽 계산기를 활용하여 자료 주도적으로 학습하는 방안에 대하여 알아보았다. 학생들은 이처럼 실제 자료로 활동하고 수학을 교과서 외의 영역에 적용시킬 때 수학의 유용성을 이해하며 수학을 하는 것을 즐긴다. 따라서 확률과 통계와 관련된 모든 활동에서의 강조점은 실제 자료의 분석과 이 분석에 대한 의사소통에 있어야지 단순한 수적인 결과의 도달에 있어서는 안 된다. 다시 말하면, 자료 주도적 확률과 통계의 학습은 통하여 학생들은 통계적 문제의 해결을 위하여 적절한 자료를 선택하여 수집하는 능력, 수집한 자료를 조직하여 다양하게 표현하는 능력, 표현된 자료를 통계적으로 해석하는 능력, 통계적 자료를 비판적으로 보는 능력 등을 기를 수 있어야 한다.

이와 같은 의미 있는 확률과 통계의 학습을 위한 현장 교사가 유의해야 할 사항을 다음과 같이 제안하고자 한다.

첫째, 모든 확률과 통계의 수업에서는 가능하면 실제 자료가 사용되어야 하고 학생들에게 실제 자료를 다루는 경험을 제공해야 한다. 이것은 문제에 사용되는 자료가 실제적이어야 함을 지적할 뿐만 아니라, 주어진 문제의 해결을 위하여 학생들이 스스로 자료를 선택·수집할 수 있어야 함을 의미하기도 한다.

둘째, 학생들의 통계적으로 의사소통하는 능력을 신장시키기 위하여 통계적 문제 해결의 부분으로 쓰거나 말하기 등을 포함시켜야 한다. 그것을 통하여 학생들은 자신의 추론을 명료화하고 정당화하

는 훈련을 받게 될 것이므로 학생들로 하여금 항상 자신이 행한 절차와 결과가 해석되어진 방법을 설명하도록 해야 한다.

셋째, 학생들에게 제공되는 문제는 하나의 정답을 갖는, 즉 “맞음”과 “틀림”으로 반분되는 것보다는 추론의 질, 사용한 절차의 적절성, 사용된 자료와 증거의 적절성 등으로 평가되는 문제이어야 한다. 실제적인 통계 문제는 하나의 수학적 해답을 갖지 않는 것이 대부분이므로 학생들은 통계 알고리즘의 습득보다는 통계 자료에 대한 비판적 시각을 기를 수 있어야 한다.

넷째, 학생들에게 자료를 다루고 탐구하기 위한 테크놀로지의 사용 기회를 제공하여 학생들이 계산보다는 추론에 초점을 맞출 수 있도록 해야 한다. 학생들은 자신의 계산이 정확하진 아닌지 보다는 자신이 선택한 절차가 적합한지 아닌지를 더 심각하게 고려해야 한다. 계산기를 사용하게 되면 기초적인 계산 기술보다는 문제해결과 추론에 초점이 맞춰지는 문제를 학생들이 더 많이 경험할 수 있게 되며 인위적으로 만든 것처럼 보이지 않는 더 실제적인 문제를 제공할 수도 있게 된다.

그러나, 계산기의 사용을 전면적으로 허용하기에는 우리 나라의 현실에서는 제한점이 너무 많다. 아직 계산기의 사용에 대한 공감대도 형성되어 있지 않으며, 지속적인 교사 교육 프로그램이나 교재도 없고 계산기의 활용에 대한 ‘한국적’ 연구 자료도 부족하다. 따라서 교사들이 현장에서 활용하려고 해도 단기간에 그치기 쉽고 학생들의 학습에도 큰 도움이 되지 못하고 있다. 특히 계산기를 활용하는데 있어서는 교사 변인이 가장 중요하기 때문에 교사 자신부터 계산기 사용에 긍정적인 생각을 갖는 것이 절대적으로 필요하다고 생각된다.

7차 교육과정에서도 ‘확률과 통계’에서의 창의적인 문제 해결에 적용할 수 있는 실제적이고 통합적인 지도를 제안하며 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력 향상 등을 위한 계산기와 컴퓨터의 활용을 적극 권장하고 있는 바, 현장 교사들이 자료 주도적 확률과 통계 학습과 그것을 위한 계산기의 사용에 대해 관심을 갖고 각 학교의 현실에 맞는 활용방안을 모색해 볼 것을 제안하는 바이다.

## 참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8].
- 권오남·김기연·박지연·김래영 (1997). 수학적 시각화를 위한 그래픽 계산기의 활용방안, 대한수학교육학회 추계 수학교육학 연구발표대회 논문집, 293-318.
- 우정호·이경화 (1996). 확률 개념의 교수학적 변환에 관한 연구, 대한수학교육학회 논문집 6(1), 125-144.
- 이강섭·이장택·김영자 (1998). 모의 실험에 의한 표본 분산의 지도에 대한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 37(2), 233-237.
- Gail Burrill et al. (1999). *T<sup>2</sup>-STAT Institute Participant Packet*. Unpublished manuscript.

- Gail Burrill (1996). Data Driven Mathematics: A Curriculum Strand for High School Mathematics. *The Mathematics Teacher* **89(6)**, 460-465.
- Gail Burrill (1990). Implementing the Standards: Statistics and Probability. *Mathematics Teacher*, **83(2)**, 113-118.
- Garfield, J.B. & Gal, I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning. In *Developing Mathematics Reasoning in Grades K-12*. VA: NCTM.
- NCTM (1998). *Principles and Standards for School Mathematics : Discussion Draft*. VA: NCTM.
- NCTM (1991). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades 5-8 : Dealing with Data and Chance*. VA: NCTM.
- NCTM (1992). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades 9-12 : Data Analysis and Statistics across the Curriculum*. VA: NCTM.
- Rossman, A.J., & J. Barr von Oehsen (1997). *Workshop Statistics: Discovery with Data and the Graphing Calculator*. New York: Springer-Verlag.
- Scheaffer, R. L.; Wartins, A.; Gnanadesikan, M., & Witmer, J.A. (1996). *Activity-Based Statistics : Instructor Resources*. New York: Springer-Verlag.