

철근콘크리트 슬래브의 고유진동수 추정

Estimation of Natural Frequency of Reinforced Concrete Slab

우 운 택*

Woo, Woon-Taek

Abstract

The evaluation of habitability to building vibration is conducted by the values of natural frequency, amplitude displacement, damping ratio. These values can be obtained from test or analytical results. Data acquisition through test may be possible in existing building, however, to estimate the serviceability of the building, it is necessary to evaluate those values at the stage of design. The natural frequency is important and basic factor for the evaluation of the serviceability. Calculation method of the effective stiffness in RC slab is proposed.

To prove the efficiency of the proposed method, sample results of the analysis and the test are compared. These results proved that the effective width proposed to calculate the effective stiffness is proper to evaluate the natural frequency.

Keywords : RC slab, Natural Frequency, Effective Stiffness, Effective Mass, Effective Width

1. 서 론

큰 처짐을 일으킨 바닥 슬래브가 진동장해를 동반하는 사례는 잘 알려져 있다. 처짐 장애가 없는 경우에도 바닥이 진동해서 곤란하다든가, 불쾌음이 있다는 등의 불평은 있다. 진동 발생원이 기계진동인 경우에는, 바닥 슬래브의 공진이 일어나는 경우도 있고, 토목공사, 교통기관 혹은 단순히 바닥 위를

보행하여도有感레벨의 진동이 일어나는 경우도 있다.

이와 같은 바닥 슬래브 진동은, 거주성·작업환경을 손상시킬 수도 있고, 진동에 민감한 정밀기계류에는 지장을 초래하게 된다. 어느 정도의 진동이 불평·장애인가에 대해서는, 대상이 인간인 경우는 확실히 정하는 것은 곤란하지만, 바닥 슬래브의 설계에 있어서, 특히 진동이 문제가 되는 경우에는 이를 검토하는 것이 바람직하다.

* 정회원, 단국대학교 건축공학과 초빙교수, 공학박사

• 본 논문에 대한 토의를 2000년 12월 31일까지 학회로 보내주시면 2001년 3월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

진동감각 평가의 연구는 1930년대로 거슬러 올라가는데, Reiher, Meister, Zeller, Janeway, Dieckmann 등에 의한 느끼는 경계치 및 불쾌감의 평가에 관한 연구가 소개되어 왔다. 인체의 진동감각은 진동의 방향과 고유진동수, 계속시간, 자세, 환경에 따라 영향을 받지만, 평가척도는 어느 경우이든 진동진폭, 고유진동수 및 감쇄율에 의해 표시되고 있다. ISO를 시작으로, ANSI, BSI, DIN 등 여러 나라의 진동 평가 기준을 보면, 어느 경우이든 정상진동에 대해서 느끼는 경계치로서 표시되는 기본 곡선을 정해, 이것을 근거로 건물의 용도에 따라 평가곡선을 정하고 있다.⁽¹⁾⁽²⁾ 따라서, 슬래브의 설계단계에서 이들 값을 예측하는 것은 매우 중요하다.

본 연구에서는 평판진동 이론에서 구해지는 고유진동수를 질점계로 변환하여 나타내는 방법을 제시하여 구조설계자가 쉽게 고유진동수를 검토할 수 있도록 한다. 즉 슬래브의 유효강성과 유효질량을 해석적으로 구하고, 실측 데이터와 비교하여 검증한다.

2. 슬래브의 운동방정식과 해

Fig. 1과 같이 오른손 좌표계를 이용하는 슬래브 판에서 z 축은 연직 아래 방향으로 향하고, 판의 양변은 x - y 축에 평행하다. 슬래브 판의 재질은 균질·등방성이고, 질량밀도가 ρ 인 탄성체로 한다. 이와 같은 슬래브 판의 운동방정식은,⁽³⁾⁽⁴⁾

$$D\nabla^4 \zeta + \rho h \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, $D = (Eh^3) / [12(1 - \nu^2)]$ 은 처짐강성(flexural rigidity), E 는 탄성계수, ν 는 포아송비이고 ∇^4 는 $\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ 이다.

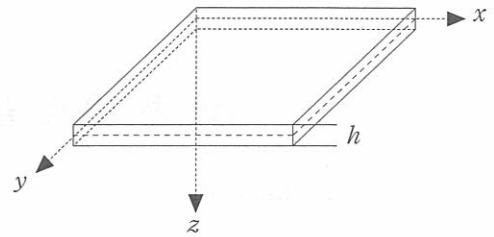


Fig. 1 슬래브 판 좌표계

식 (1)로 표현되는 슬래브 판의 진동을 나타내는 운동방정식에서 기준진동은 시간함수를 단원진동으로 하여 나타낼 수 있고, 식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$\zeta(x, y, t) = w(x, y) (A \cos \omega t + B \sin \omega t) \quad (2)$$

$$D\nabla^4 w + \omega^2 \rho h \cdot w = 0 \quad (3)$$

로 되고

$$\lambda^4 \equiv \frac{\omega^2 \rho h}{D} \quad (4)$$

로 놓으면

$$\nabla^4 w - \lambda^4 w = 0 \quad (5)$$

로 된다. 따라서 식 (5)를 만족함과 동시에 단순 지지 경계조건을 만족하는 고유치 λ 와 고유함수 $w(x, y)$ 를 찾으려 한다.⁽²⁾ 즉 고유함수는

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (6)$$

여기서 a 는 단변의 길이, b 는 장변의 길이이고, 고유원진동수는

$$\omega = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (7)$$

이다. 즉 1차고유진동수 ($m = n = 1$)는⁽³⁾

$$\omega = \pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (8)$$

이고, 1차고유진동수는

$$f = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (9)$$

로 된다. 식 (9)는 단순지지 슬래브의 평판진동 이론으로 구한 고유진동수이다.

3. 슬래브의 유효강성과 유효질량

슬래브의 사용성 평가에서 고유진동수는 매우 중요하다. 고유진동수는 경계조건에 따라 값에 많은 차이가 있고, 실제 슬래브의 고유진동수는 탄성고정 혹은 단순지지인 경우가 많다.⁽²⁾ 따라서 유효강성 및 유효질량을 평가하는 경우도 단순지지로 가정하여 평가하는 것으로 한다.

Fig. 1과 같은 슬래브가 중앙에 집중하중 P 를 받는 경우의 최대처짐은⁽⁴⁾

$$\delta_{max} = \frac{Pa^2}{2\pi^3 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^3} \left(\tanh \alpha_m - \frac{\alpha_m}{\cosh^2 \alpha_m} \right) = C \frac{Pa^2}{D} \quad (10)$$

여기서 C 는 중앙에 집중하중을 받는 슬래브의 처짐계수로서 다음 Table 1과 같다.

식 (10)으로부터 단순지지 슬래브의 강성은

$$k = \frac{D}{Ca^2} \quad (11)$$

Table 1 처짐계수 C

b/a	1.0	1.1	1.2	1.4	1.6
C	0.01160	0.01265	0.01353	0.01484	0.01570
b/a	1.8	2.0	3.0	∞	
C	0.01620	0.01651	0.01690	0.01695	

로 되고, 실제 슬래브 설계에 이용하고 있는 보 해석 이론을 적용하여 단순보가 집중하중을 받는 경우의 처짐으로부터도 강성을 구할 수 있다.

$$k_e = \frac{48EI_e}{a^3} \quad (12)$$

여기서 $I_e = (Bh^3)/12$ 는 평판해석으로 구한 단순지지 슬래브 강성과 단순보 해석으로 구한 강성은 같아야 하므로 식 (11)과 식 (12)로부터

$$B = \frac{1}{48C(1-\nu^2)} a \quad (13)$$

로 나타낼 수 있다. 즉 식 (9)로 표현되는 슬래브의 고유진동수를 식 (14)와 같이 질량과 강성으로 나타낼 수 있으면 평판진동을 보 진동처럼 해석할 수 있다. 또한 유효질량 (M_e)은 식 (9)와 식(11)로부터 구해진다.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{M_e}} \quad (14)$$

$$\text{여기서 } M_e = \frac{\left(\frac{b^3}{a^3}\right)}{\pi^4 C \left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)} M$$

M = 슬래브의 전질량

4. 해석 예

유효폭 (B)를 이용한 유효강성 (k_e)의 검증을 위해서 Fig. 2와 같은 실제 슬래브에 대해서 식

(14)로 구한 고유진동수를 구하여 실측한 결과와 비교 검토한다.

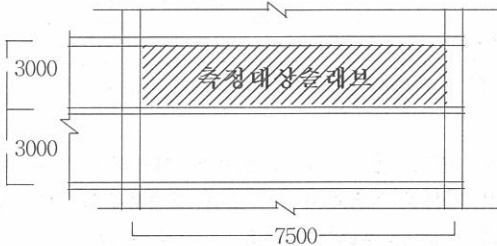


Fig. 2 예제 슬래브

슬래브 특성

$$h = 12 \text{ cm}$$

$$E = 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\nu = 1/6$$

$$a = 300 \text{ cm} \quad b = 750 \text{ cm}$$

식 (13)으로부터 유효폭 B 는

$$B = \frac{1}{48 \times 0.01671(1 - (1/6)^2)} 300$$

$$= \frac{1}{0.7798} 300 = 384.71 \text{ cm}$$

로 되고, 식 (12)로부터 유효강성 k_e 는

$$k_e = \frac{48 \times 2.1 \times 10^5 \times \frac{384.71 \times 12^3}{12}}{300^3}$$

$$= 20682.0 \text{ kgf/cm}$$

로 된다. 그런데 콘크리트 구조설계기준에서는 슬래브 강성평가를 위한 유효폭으로서 단변길이를 이용하고 있다.⁽⁵⁾

이때의 유효강성은 $k_e = 16128.0 \text{ kgf/cm}$ 로서 식 (13)의 유효폭을 사용한 경우 보다 22% 낮게 평가하고 있음을 알 수 있다. 유효질량 M_e 는

$$M = 750 \times 300 \times 12 \times 2.4 \times 10^{-3} / 980$$

$$= 6.612 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$$

$$M_e = \frac{\left(\frac{750}{300}\right)^3}{3.14^4 \times 0.01671 \left(1 + \left(\frac{750}{300}\right)^2\right)} M$$

$$= 0.1827 \times 6.612 = 1.208 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$$

로 되므로 고유진동수는 식 (14)로부터

$$f = \frac{1}{2 \times 3.14} \sqrt{\frac{20682}{1.208}} = 20.8 \text{ Hz}$$

로 된다. Fig. 2의 조건을 갖는 슬래브에 충격하중을 주어서 진동 가속도를 측정하여 주파수 분석을 한 결과 Fig. 3의 결과를 얻었으며, 이로부터 고유진동수가 20.2Hz 정도임을 알 수 있다.⁽⁶⁾ 유효강성과 유효질량을 이용한 식 (14)의 결과와 실측치의 결과가 매우 유사함을 확인할 수 있다.

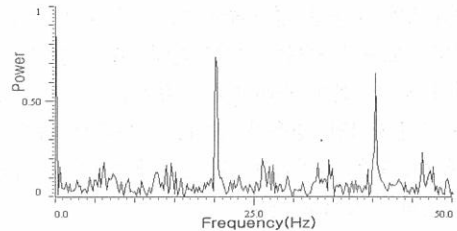


Fig. 3 응답가속도의 주파수 분석
(고유진동수 20.2 Hz)

5. 고 찰

슬래브를 설계할 때 보의 강성과 슬래브의 강성을 비교하면서 슬래브의 유효폭으로서 단변길이를 사용하고 있다. 해석 예의 결과에서 알 수 있는 것처럼 이것은 슬래브의 강성을 과소평가하는 결과를 초래하므로 슬래브의 고유진동수 산정에 이용하는 강성을 평가하기 위해서는 유효폭으로서 식 (13)을 사용하는 것이 바람직하다. 슬래브 강성을 과소평가하게 되면 슬래브의 사용성을 정확하게 검토할 수 없게 되며, 과다설계 문제로 이어질 수도 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 철근콘크리트 슬래브의 사용성 평가를 위해서 필수 요소인 고유진동수 산정을 위해서 유효강성 산정법을 제안하였다. 이상으로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 슬래브 고유진동수 예측을 위해서 유효강성을 계산할 때에 필요한 슬래브의 유효폭으로서 $B = a / (48 C (1 - \nu^2))$ 를 사용할 수 있다. 또한 유효강성은 $k_e = 48EI_e / a^3$ 로 평가할 수 있다.
- (2) 슬래브의 고유진동수 예측을 위해서 콘크리트 구조설계기준의 유효폭인 단변길이를 사용하는 경우에는 강성을 22%정도 낮게 평가하게 되고, 따라서 과다설계 될 수 있다.

감사의 글

본 연구는 1999년도 교육부 두뇌한국(BK21) 사업단의 지원을 받아 수행되었음을 알려드립니다.

참 고 문 헌

1. 日本建築學會, “建築物의 振動에 關한 居住性能評價指針・同解説”, 1991년
2. 日本建築學會, “鐵筋콘크리트構造計算規準・同解説”, 技報堂, 1990년
3. 大崎順彦, “建築振動理論”, 彰國社, 1996년
4. S. P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, “Theory of Plates and Shells”, McGRAW-HILL International Editions, 1959년
5. 대한건축학회, “통합설계법에 의한 콘크리트 구조설계기준 건축구조물 설계예제집”, 2000년개정판
6. 정란외2인, “건축구조물의 슬래브 진동에 의한 사용성 평가 연구”, 한국지진공학회 추계학술발표회 논문집, Vol. 4 No. 2, pp. 245-250.

(접수일자 : 2000년 10월 30일)