

HLLE+와 LU-AF를 이용한 극초음속 화학적 비평형 유동장 해석

박수형^{*1}, 권장혁^{*2}

Hypersonic Chemical Nonequilibrium Flow Analysis with HLLE+ and LU-AF

Soo-Hyung Park and Jang Hyuk Kwon

A robust Navier-Stokes code has been developed to efficiently predict hypersonic flows in chemical nonequilibrium. The HLLE+ flux discretization scheme is used to improve accuracy and robustness of hypersonic flow analysis. An efficient LU approximate factorization method is also used to solve the flow equations and species continuity equations in fully coupled fashion to implicitly treat stiff source terms of chemical reactions. The HLLE+ scheme shows lower grid dependency for the wall heating rates than other schemes. The developed code has been used to compute chemical nonequilibrium air flow through expanding hypersonic nozzle and past two and three dimensional blunt-nosed bodies. The results are in good agreement with existing numerical and experimental results.

Key words: 극초음속(Hypersonic), 화학적 비평형(Chemical non-equilibrium), HLLE+, LU근사인자분해(LU-AF), 노즐(Nozzle), 무딘물체(Blunt body)

1. 서 론

극초음속 유동장은 대개 저밀도(low density)와 고온(high temperature)의 유동장이므로 화학반응에 의한 비평형(nonequilibrium)효과가 나타난다. 발사체 주위유동이 마하수 약 5 이상일 때 공기의 비평형 화학반응이 경계층 내부와 충격파 뒤의 전 영역에 걸쳐 발생하고, 무딘 앞전의 정체점(stagnation point) 주위에서 높은 운동에너지가 열에너지로 전환하여 심한 열전달이 발생한다. 이로 인해 표면온도와 전열달량의 예측은 극초음속 비행체 설계에 매우 중요한 요소가 된다. 높은 온도로 인한 유동에서의 화학반응은 복잡한

해리(dissociation)와 재결합(recombination)의 과정을 거치게 된다. 해리와 재결합의 과정은 전체적으로 흡열반응(endo-thermic reaction)이기 때문에 화학반응을 무시해 완전기체로 해석하게 되면 실제보다 대단히 높은 온도를 예측하게 된다.

화학반응 유동의 지배방정식을 풀기 위해서는 유동방정식과 화학종 보존방정식(species continuity equations)을 완전히 결합된 형태(fully coupled fashion)나 약하게 결합된 형태(loosely coupled)로 구분지을 수 있다. 비평형 현상이 강하고 방정식의 특성이 강직(stiff)할 때에는 전자의 방법과 함께 강건한 음적인 방법(robust implicit method)이 요구된다[1].

극초음속 유동장은 넓은 속도영역을 가지고 있기 때문에 CFL수의 제한이 심해 많은 반복계산이 필요하다. 또한, 극초음속 점성 유동장의 해석을 위해 벽면으로 격자를 많이 집중시켜야 한다.

^{*1} 학생회원, 한국과학기술원 기계공학과

^{*2} 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

극초음속 유동장의 수치해석에서 나타나는 CFL수 제한과 격자집중의 문제를 해결하기 위해서는 적절한 시간적분법과 공간차분법의 선택이 중요하다. LUSGS-AUSMPW [2], DDADI-CSCM[3] 등의 기법이 제안되어 무딘 물체 주위 유동장 해석에 사용되고 있다.

본 연구에서는 유동방정식과 화학종 보존방정식을 완전 결합된 형태로 풀기 위해 Shuen 등 [4][5]이 제안한 LU-AF 기법을 채택하였다. 이 기법은 LU-SGS 기법보다 계산 시간은 더 소오되지만, 반복횟수가 적어 더 효율적이라고 알려져 있다. 또한, HLLE 계열기법의 정확성과 강건성을 향상시킨 HLLE+ 기법을 공간차분기법으로 선택하였다. HLLE+ 기법은 압력의 2차미분을 이용한 조절변수를 도입하여 HLLEM 기법에 HLLE 기법의 강건성을 혼합(hybrid)한 기법으로서 충격파 불안정성을 방지하고 적은 격자수로도 벽면 열전달량을 잘 예측하는 특성을 가지고 있다[6].

개발된 코드를 사용하여 축대칭 노즐의 화학적 비평형 유동장, 2차원 실린더를 지나는 극초음속 점성 유동장을 해석하여 기존의 계산 결과 및 실험치와 비교 검증하였다.

2. 수치 해석 기법

2.1. Governing equations

압축성 Navier-Stokes 방정식과 화학종 보존 방정식이 완전히 결합된 강한 보존형으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = S \quad (1)$$

Q 는 유동변수 벡터를 의미하고, F, G, H 는 각각 x, y, z 방향의 유속 벡터를 나타낸다. 그리고 S 는 화학반응의 원천항(source terms) 벡터이다. 유동변수 벡터와 유속 벡터는 다음과 같은 식으로 정의된다.

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{N-1} \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ u(\rho e_t + p) - \Omega_x \\ (u - \tilde{u}_1)C_1 \\ (u - \tilde{u}_2)C_2 \\ \dots \\ (u - \tilde{u}_{N-1})C_{N-1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서 총에너지(total energy) e_t 는 다음의 관계를 가진다.

$$e_t = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (3)$$

y 와 z 방향의 유속벡터인 G 와 H 도 유사한 형태로 표현된다.

점성 응력 텐서 τ_{ij} 는 Newtonian 유체의 가정과 Stokes의 가정에 따라 간략히 표현될 수 있다. 여기서 Ω 의 정의는

$$\Omega_j = u\tau_{xj} + v\tau_{yj} + w\tau_{zj} - q_j \\ q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (4)$$

이고, q_j 는 열유속(heat flux)를 의미한다. 질량 농도(mass concentration) C_i 는 밀도와 질량분율(mass fraction)의 곱으로 정의된다.

화학종 간의 열확산과 압력확산을 무시하고 화학종 간의 확산계수가 같다고 가정하여 확산 속도 \tilde{u}_i 를 Fick's law로 결정하였고, 이원 Lewis수(binary Lewis number)는 모든 화학종에 대해 1.4로 주었다.

각각의 화학종(species)에 대한 정압비열 C_p , 열전도율 k , 그리고 점성계수 μ 는 온도에 관하여 10,000 K까지 유효한 4차 다항식(fourth-order polynomial)으로 구하였다[7]. 혼합기체에 대한 비열은 농도가중으로 결정하였고, 열전도율과 점성계수는 Wilke의 혼합법칙으로 결정하였다.

상태방정식에서 분자 상호간의 작용력과 분자 부피는 무시하였기 때문에, 혼합기체(gas mixture)의 압력은 이상기체 관계식에 의한 각 기체성분의 분압(partial pressure)의 합으로 표현된다.

$$p = R_u T \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{W_i} \quad (5)$$

여기서 R_u 는 기체상수(universal gas constant)

이고, W_i 는 각 기체성분의 분자질량(molecular weight)이다. 식 (5)의 온도 T 는 엔탈피에 관한 식 (6)으로부터 결정할 수 있다.

$$h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i = \sum_{i=1}^N Y_i (h_{f,i} + \int_{T_r}^T C_{p,i} dT) \quad (6)$$

$h_{f,i}$ 와 $C_{p,i}$ 는 각 기체성분의 형성열(heat of formation)과 정압비열을 나타낸다.

화학반응은 유한화학반응율모델(finite rate chemistry model)에 따라 구하였고, 화학반응의 계수를 결정하기 위한 모델로 5성분 11반응단계를 사용한 Dunn과 Kang의 모델을 사용하였다. 주어진 화학반응에서 원천항과 단위질량 당 내부에너지는 온도와 화학종밀도의 함수이기 때문에 생성항 S_i 의 자코비안은 연쇄규칙(chain rule)에 의해 구할 수 있으며, 자세한 식은 참고 문헌[4][5]에 자세히 나와 있다.

2.2. HLLE+ flux discretization

Godunov 계열의 근사리만해법들[8]의 특징을 하나의 형태로 표현하기 위해 조절변수(control parameters)를 도입하여 HLLE계열 기법의 수치 유속(numerical flux)을 표현할 수 있다.

$$F^E(Q_l, Q_r) = \frac{b^+ f(Q_l) - b^- f(Q_r)}{b^+ - b^-} + \frac{b^+ b^-}{b^+ - b^-} \{ (Q_r - Q_l) - \Sigma_p \delta^p \alpha^p R^p \} \quad (7)$$

여기서 b^+ 과 b^- 는 다음과 같이 정의된다.

$$b^+ = \max \{ b^r, 0.0 \}, \quad b^- = \min \{ b^l, 0.0 \} \quad (8)$$

$$b^r = \max \{ \lambda^2, C_r^+ \}, \quad b^l = \min \{ \lambda^3, C_l^- \} \quad (9)$$

C^+ 와 C^- 는 하나의 집합으로 통일하기 위해 도입한 신호속도들이다. b^+ 과 b^- 은 격자 경계에서의 최대와 최소 신호속도를 정의한다.

반감쇠항(anti-diffusive terms)의 크기를 조절하는 변수 δ^p 는 다음과 같다.

$$\delta^1 = \beta \frac{\hat{a}}{|\hat{u}| + \hat{a}} \quad (10)$$

$$\delta^{2,3} = 0.0$$

여기서 식 (10)의 \hat{u} 는 접촉불연속면의 전파속도에 대한 근사값이고, \hat{a} 는 Roe 평균에 의해 구해진 음속(speed of sound)이다.

HLLE, HLLEM, Roe 기법과 같은 근사리만해법들은 C^+ 와 C^- , b^+ 과 b^- 등의 조절변수를 통해

하나의 집합(family)으로 표현될 수 있다.

본 연구에서는 조절변수의 특성을 연구한 데 기초해 k_p 라는 전환변수의 도입으로 충격파의 불안정성을 제거하면서 정확성을 유지한 HLLE+ 방법을 사용하였다[6].

The HLLE+ scheme :

$$C^+ = u_r + a_r, \quad C^- = u_l - a_l, \quad \bar{u} = \hat{u} \quad (11)$$

$$\beta = 1.0 \quad \text{if } k_p \leq 0.1$$

$$= 0.0 \quad \text{otherwise} \quad (12)$$

여기서

$$(k_p) = 0.5 (| \frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{P_{i+1,j} + 2P_{i,j} + P_{i-1,j}} | + | \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{P_{i,j+1} + 2P_{i,j} + P_{i,j-1}} |) \quad (13)$$

압력구배에 기초한 Quirk의 전환변수 (switching parameter)[9]와 다르게, 현재의 전환변수는 압력의 2차 미분에 기초하고 있다. 수치적 실험에 따르면, 압력구배를 이용하는 것에 비해 격자나 유동조건에 대한 의존도를 매우 크게 줄일 수 있다. 이후의 모든 계산에서 k_p 의 작동값을 0.1로 고정하였다.

격자 경계면에서 물리량들은 밀도제곱근의 가중평균 값으로부터 구하지만, 압력미분항 (pressure derivatives)은 Roe평균된 값으로 사용할 수 없다. 따라서, 다음과 같은 방법으로 압력 미분항을 구하였다[1].

$$\hat{p}_e = \bar{p}_e \left[1 + \frac{\bar{p}_e \Delta e}{(\bar{p}_e \Delta e)^2 + (\bar{p}_e \Delta \rho)^2 + \sum_{i=1}^{N-1} (\bar{p}_e \Delta C_i)^2} \delta p \right]$$

$$\hat{p}_\rho = \bar{p}_\rho \left[1 + \frac{\bar{p}_\rho \Delta \rho}{(\bar{p}_e \Delta e)^2 + (\bar{p}_e \Delta \rho)^2 + \sum_{i=1}^{N-1} (\bar{p}_e \Delta C_i)^2} \delta p \right]$$

$$\hat{p}_{C_i} = \bar{p}_{C_i} \left[1 + \frac{\bar{p}_{C_i} \Delta C_i}{(\bar{p}_e \Delta e)^2 + (\bar{p}_e \Delta \rho)^2 + \sum_{i=1}^{N-1} (\bar{p}_e \Delta C_i)^2} \delta p \right]$$

$$\delta p = \Delta p - \left(\bar{p}_e \Delta e + \bar{p}_\rho \Delta \rho + \sum_{i=1}^{N-1} \bar{p}_{C_i} \Delta C_i \right) \quad (14)$$

2.3. LU Approximate Factorization

지배방정식을 음적 형태(implicit form)로 표현하면 다음과 같다.

$$\left\{ \frac{I}{\Delta t} + \left(\frac{\partial R}{\partial Q} \right)^n \right\} \Delta Q = -R^n \quad (15)$$

식 (15)에 대해 비점성항은 1차의 상류(up-wind) 차분을 적용하고, 점성항에 대해서는 η 방향의 순구배만을 고려하여 2차의 중앙차분을 하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & [I + \Delta t (\bar{A}_{i,j}^+ - \bar{A}_{i,j}^- + \bar{B}_{i,j}^+ - \bar{B}_{i,j}^- \\ & + \bar{C}_{i,j,k}^+ - \bar{C}_{i,j,k}^- + 2\bar{T}_{i,j,k} - W_{i,j,k}) \\ & - \Delta t (\bar{A}_{i-1,j,k}^+ + \bar{B}_{i,j-1,k}^+ + \bar{C}_{i,j,k-1}^+ + \bar{T}_{i,j-1,k}) \\ & + \Delta t (\bar{A}_{i+1,j,k}^- + \bar{B}_{i,j+1,k}^- + \bar{C}_{i,j,k+1}^- - \bar{T}_{i,j+1,k})] \\ & \cdot \delta \bar{Q} = -\Delta t R_{i,j,k} \quad (16) \end{aligned}$$

여기서, W 는 화학반응 원천항의 자코비안 행렬이고, T 는 점성에 의한 자코비안 행렬이다.

비점성 유속에 대한 자코비안 A^\pm 는 다음과 같은 관계식을 가진다.

$$A^\pm = R \Lambda^\pm R^{-1} \quad (17)$$

$$\Lambda^\pm = \text{Diag} [(\lambda \pm |\lambda|) / 2]$$

여기서 R 과 R^{-1} 은 각각 고유벡터 행렬과 그 역행렬이고, Λ 는 그 고유치 대각행렬이다. B^\pm 와 C^\pm 에 대해서도 동일한 방법이 적용된다.

식 (16)에서 역행렬을 효율적으로 구하기 위해 근사인수화(approximate factorization)하면 다음과 같다.

$$(D+L) D^{-1} (D+U) \delta \bar{Q} = -\Delta t R \quad (18)$$

여기서 D 는 오직 대각항만으로 구성되고, L 은 아래 방향의 삼각행렬이며, U 는 나머지 위쪽 삼각행렬을 나타낸다. 식 (18)의 왼쪽 항들은 다시 다음과 같이 근사인수화(approximate factorization)된다.

위 식은 각각 연속적으로 L 방향과 U 방향으로 두 번의 연산을 통해 계산되어 진다.

$$(D+L) \delta \bar{Q}^* = -\Delta t R, \quad (19)$$

$$(D+U) \delta \bar{Q} = D \delta \bar{Q}^*, \quad (20)$$

$$\bar{Q}^{n+1} = \bar{Q}^n + \delta \bar{Q} \quad (21)$$

LU-AF 기법은 한번의 블록 대각행렬(block diagonal matrices)에 대해서만 역행렬을 구하면 된다. 이것은 기존의 ADI 방법이 세 번의 블록 삼각대각행렬(block tridiagonal matrices)의 역행렬을 구하는 것에 비해 상당히 효과적인 방법이다. 비점성 자코비안의 최대고유치를 이용해 간단

히 정상해를 얻을 수 있는 LU-SGS 기법에 비해 단위반복 당 연산량은 많지만, 반복횟수가 작아 전체적으로 더 효율적인 것으로 알려져 있다[5].

3. 경계 조건

본 연구에서는 다음과 같은 종류의 경계 조건을 사용하였다.

먼저 원거리(farfield) 경계에서는 유동의 방향에 따라 다음과 같이 적용하였다. 초음속으로 유입되는 경우는 자유류(free-stream)의 값을 사용하였고, 유동이 초음속으로 유출되는 경우에는 계산 영역 내부의 값을 0차 외삽하였다. 경계층이 경계를 빠져나갈 때는 아음속이므로 특성경계 조건(characteristic boundary conditions)을 적용해야 하나, 수렴성의 증진을 위해 초음속 유출 조건을 적용하였다.

벽면에서의 경계조건은 단일 벽면의 경우 속도에 대해 점착조건(no-slip conditions)을 주며, 밀도와 온도는 0차 외삽해 준다. 정온 벽면의 경우 벽면 압력구배가 영이 되도록 압력을 외삽해 준다. 화학종의 질량분율 또한 외삽으로 결정하였으며, 밀도는 상태방정식으로 결정해 준다.

4. 결과 및 토론

먼저 HLLC+ 기법이 가지는 수치적 특성을 극 초음속 완전기체(perfect gas) 가정하에서 검토해 보았다. 두 번째 예제는 축대칭 팽창노즐(axisymmetric expanding nozzle)을 통과하는 극 초음속 비평형 비점성 유동장이다. 마지막으로 2차원 실린더를 지나는 마하수 7의 비평형 점성 유동장을 해석하여 Shuen의 결과[4][5]와 비교하였다..

4.1. Hypersonic viscous flow past Mach 16.34 blunt body

첫 번째 예제는 마하수 16.34, $Re/m = 6.0 \times 10^6$ 의 완전기체 저엔탈피 2차원 유동이다. 자유류의 온도는 52 K, 압력은 $82.95 N/m^2$, 그리고 벽면은 온도가 294.4 K로 일정한 정온 벽면이다. 실린더 반경 R 은 0.0381 m이고, 사용한 격자점수는 65×65 이다. 격자레이놀즈수(Cell Reynolds No.)가

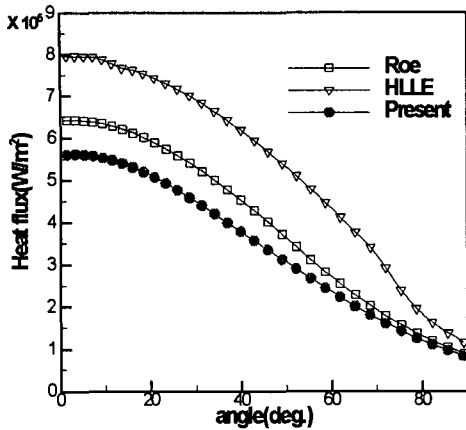


Fig. 1. Comparison of wall heating rates. (C.R.N.=30)

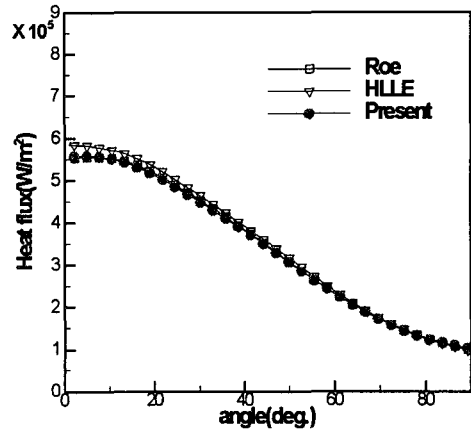


Fig. 2. Comparison of wall heating rates. (C.R.N.=1)

30인 경우와 1인 경우에 대해 2가지의 격자를 사용하였다.

Fig. 1과 2는 각각 격자레이놀즈수가 30일 때와 1일 때 Roe, HLLE, HLLE+ 기법의 벽면 열전달량을 비교한 그림이다. Fay et al.의 이론치는 5.6×10^5 이다[10]. Roe 기법이 실험치와 근사한 값을 계산하기 위해서는 격자레이놀즈수가 10 이하여야 한다고 알려져 있다[11]. HLLE 기법과 Roe 기법은 격자간격이 커질 때 더 큰 열전달량을 예측함을 볼 수 있다. 반면, HLLE+ 기법은 상대적으로 격자 간격이 큰 경우에도 일정한 열전달량을 유지하고 있음을 볼 수 있다. 이러한 결과는

k_p 를 통한 수치기법의 전환이 불필요한 수치점성을 거의 추가하지 않음을 의미한다. 이는 극초음속 유동장 해석에서 중요한 관심사인 열전달 현상의 해석에서 HLLE+ 기법이 격자 간격이 큰 경우에도 잘 적용될 수 있음을 보여준다.

Geometry for AEDC conical nozzle

Area Ratio = 1905
Radius at the throat = 0.00254 m

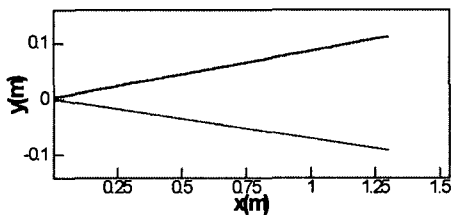


Fig. 3. Geometry for AEDC expanding nozzle.

4.2. Axisymmetric expanding nozzle

입구면적 대 출구면적의 비가 1905인 축대칭 팽창노즐을 해석하였다. Fig. 3은 팽창노즐의 개략도이다. 이 예제는 실험치가 있으며 Miller와 Tan-nehill 등 [12]에 의해 계산되었다. 노즐 입구에서의 온도는 4535.6 K, 밀도는 0.18563 kg/m^3 , 그리고 속도는 1369.5 m/s 이다. 질량분율(mass fraction)은 다음과 같다. $N_2 = 0.740303$, $O_2 = 0.021151$, $NO = 0.05169$, $N = 0.002748$, 그리고 $O = 0.184108$ 이다. 계산에 사용된 격자는 길이방향으로 65개의 격자점, 수직방향으로는 33개의 격자점을 가지고 있다.

Miller 등이 사용한 화학모델은 NO^+ 를 포함하는 7화학종 약이온화(weakly ionization) Dunn-Kang 모델[13]을 사용하였으나, 본 연구는 같은 모델에서 이온화반응을 무시한 5화학종 모델을 사용하였다. 일반적으로 이온화반응(ionization reaction)을 무시할 경우 화학반응율에 약간의 수정을 가하게 된다. 이러한 수정을 통해 O_2 의 양을 증가시킴으로써 이온화과정에서 발생하는 O_2 의 양을 보정해 준다. 화학반응율의 수정은 다음과 같다[12].

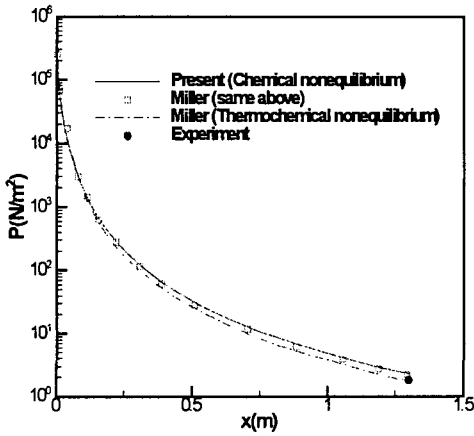


Fig. 4. Pressure comparison with Miller's Results and experiment.

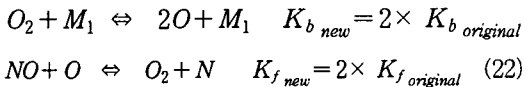


Fig. 4와 5는 각각 계산된 압력분포 및 온도분포를 Miller와 Tannehill의 계산결과 및 실험치와 비교한 그림이다[12]. 열화학적 비평형을 고려한 계산결과와는 약간의 차이를 보여주고 있으나, 이온화반응을 고려한 화학적 비평형 유동을 계산한 결과와는 매우 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 이는 O₂의 양을 증가시키도록 한 식 (22)의 보정의 결과이다. 열화학적 비평

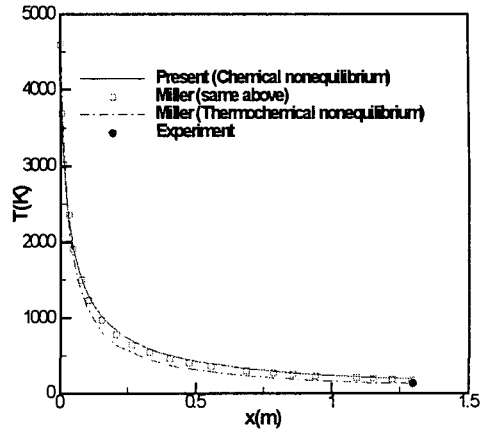


Fig. 5. Temperature comparison with Miller's Results and experiment.

형을 고려할 경우 전체 내부에너지의 일부가 진동에너지(vibrational internal energy)로 흡수되기 때문에 전체적인 온도는 화학적 비평형 상태일 때보다 약간 낮은 값을 예측한다.

4.3. 2-dimensional cylinder

마지막 예제는 2차원 실린더 주위를 마하수 7.0, $Re/m = 6.0 \times 10^6$ 으로 지나는 극초음속 점성 유동장을 해석하였다. 자유흐름 온도는 600 K, 압력은 1 atm로써 밀도는 0.588 kg/m^3 으로 벽면은

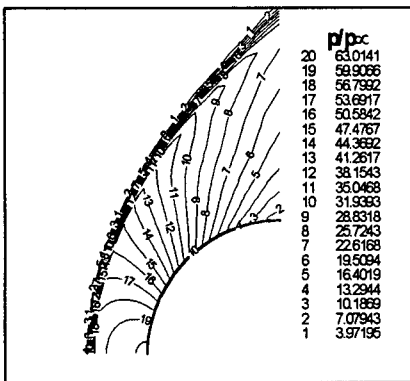


Fig. 6. Pressure distribution for perfect gas.

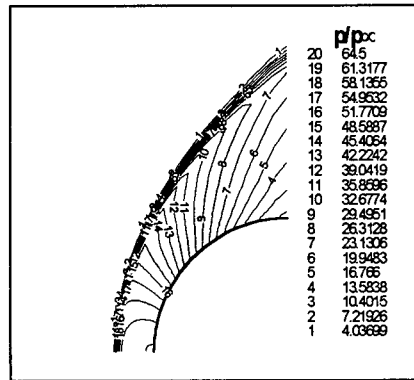


Fig. 7. Pressure distribution for nonequilibrium gas.

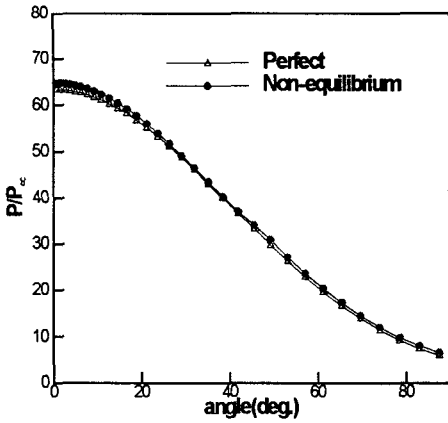


Fig. 8. Wall pressure distributions.

단열벽면이다. 자유흐름의 압력이 높고 밀도가 낮기 때문에 유동장의 비평형 효과가 크게 나타나는 문제로서 Shuen의 계산결과[5]와 비교하였다. 사용된 격자계는 33×65 개의 격자점을 가진다. 정체점을 지나는 중심축에 대해서는 대칭조건을 사용하였다. 화학종의 질량분율에 관한 초기값으로 O₂=0.235, N₂=0.765를 사용하였고, N, O, NO는 계산을 위해 10⁻⁶으로 주었다.

Fig. 6은 2차원 실린더에 대해 완전기체를 가정해 계산한 결과이고, Fig. 7은 실제기체 효과를 포함한 압력분포를 나타낸 그림이다. 충격파는 비평형 유동장에서 물체표면에 더 가까이 위치함에도, 정체점에서의 압력은 완전기체와 비평형기체에 대해 각각 63.0과 64.5 atm으로서 거의 일치함을 알 수 있다.

Fig. 8은 완전기체와 비평형기체 간의 표면압력 분포를, Fig. 9는 표면온도 분포를 비교한 그림이다. 압력분포와 달리 온도분포는 완전기체와 큰

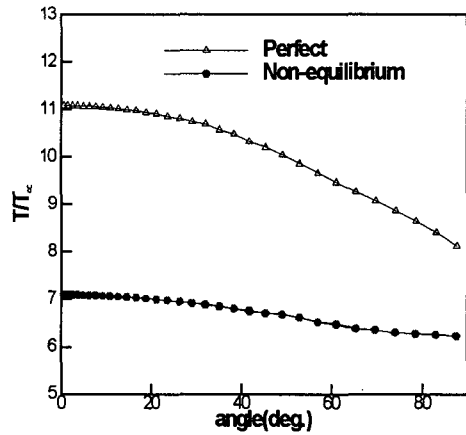


Fig. 9. Wall temperature distributions.

차이를 보이고 있다. 정체점에서 온도는 완전기체의 경우 6500 K, 비평형 기체의 경우 4250 K이다. 온도분포의 경우 비평형기체의 최고온도가 완전기체에 비해 훨씬 낮음을 알 수 있다. 이는 비평형 기체의 경우 고온에서 비열비 (ratio of specific heat)가 증가했을 뿐만 아니라 화학반응의 해리(dissociation)과정이 흡열(endothermic)과정이기 때문에 비평형 기체의 온도는 낮게 예측된다.

표 1은 계산된 결과를 Shuen의 계산결과와 비교한 표이다. 결과는 정체점에서의 압력과 온도 및 각 화학종의 질량분율(mass fraction)을 비교하였다. O₂의 해리가 Shuen의 결과에 비해 약간 적게 진행되었으나, 압력과 온도의 분포에 있어서는 거의 같은 결과를 얻을 수 있다. 이러한 근소한 차이는 격자 및 화학반응을 계수값의 약간의 차이에서 비롯된다고 판단된다.

Table 1. Comparison of calculated results between present and Shuen's.

	Press.(atm)	Temp.(K)	O ₂	N ₂	O	N	NO
Initial values	1	600	0.235	0.765	10 ⁻⁶	10 ⁻⁶	10 ⁻⁶
Shuen[5]	63	4260	0.121	0.712	0.065	0.00024	0.102
Present	64.5	4250	0.131	0.709	0.059	0.00024	0.101

5. 결 론

비평형 실제 기체 효과를 고려하여 2차원 및 3차원 극초음속 유동장을 해석할 수 있는 수치 해석 기법을 개발하였다. 수치기법의 강건성과 정확성을 향상시킨 HLLE+ 공간차분기법을 적용하였다. 극초음속 비평형 유동장 해석에 적합한 LU-AF 방법을 적용하여 화학반응의 원천항과 점성유동 및 축대칭 유속을 내재적으로 처리하였다.

본 연구의 HLLE+ 기법은 Roe 기법에 비해 격자레이놀즈수가 상대적으로 큰 격자에서도 정체점 열전달량을 일정하게 예측함을 보였다.

본 연구에서 사용한 방법의 정확도를 검증하기 위해 축대칭 팽창노즐에서의 극초음속 비평형 유동장을 해석하였고, 해석 결과 약이온화 과정을 무시할 경우에도 O₂의 해리양을 보정함으로써 압력과 온도를 잘 예측할 수 있었다. 또한, 무딘 앞전을 가진 비행체에서의 비평형 점성 유동장을 해석하여 기존의 계산결과와 잘 일치함을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국항공우주연구소의 KSR-Ⅲ사업의 지원으로 수행된 연구결과의 일부이며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] M. S. Liou, B. van Leer and J.S. Shuen, "Splitting of Inviscid Fluxes for Real Gases," J. Comput. Phys. vol.87, pp.1-24, 1990.
- [2] K. H. Kim and O. H. Rho, "An Improvement of AUSM Schemes by introducing the Pressure-based Weighting Functions", Computers & Fluids, vol.27, no.3, pp.311-345, 1998.
- [3] 서정일, 송동주, "Upwind 방법을 이용한 무딘물체 주위의 화학적 비평형 비점성 유동장의 수치해석", '97 한국전산유체공학회 추계학술대회, pp.99-105, 1997.
- [4] J.S. Shuen, M.S. Liou, and B. van Leer, "Inviscid Flux Splitting Algorithm for Real Gased with Non-equilibrium Chemistry", J. Comput. Phys., vol.90, pp.371-395, 1990.
- [5] J.S. Shuen, "Upwind Differencing and LU Factorization for Chemical Non-equilibrium Navier-Stokes Equations, J. Comput. Phys., vol.99, pp.233-250, 1992.
- [6] 박수형, 권장혁, "조절변수를 이용한 근사 리만해법 연구", '99 추계 한국항공우주학회, pp.613-616, 1999.
- [7] S. Gordon and B.J. McBride, NASA TM-86885, 1984.
- [8] B. Einfeldt, C.D. Munz, P.L. Roe and B. Sjogreen, "On Godunov-type Methods Near Low Densities," J. Comput. Phys., Vol.92, pp.273-295, 1991.
- [9] J.J. Quirk, "A Contribution to the Great Riemann Solver Debate," Inter. J. Numer. Meth. in Fluids, Vol.18, pp.555-574, 1994
- [10] J. Fay and F. Riddell, "Theory of Stagnation Point Heat Transfer Rate in Dissociated Air," J. of Aero. Scie. Vol.2, No.2, pp.73-85, 1958.
- [11] H.C. Yee, G.H. Klopfer and J.L. Montagne, "High-Resolution Shock Capturing Schemes for Inviscid and Viscous Hypersonic Flows," J. Comput. Phys. Vol.88, pp.31-61, 1990.
- [12] J.H. Miller, J.C. Tannehill, S.L. Lawrence and T.A. Edwards, "Parabolized Navier-Stokes Code for Hypersonic Flows in Thermo-Chemical Equilibrium or Nonequilibrium", Computers & Fluids, vol.27, no.2, pp.199-215, 1998.
- [13] P. Sagnier and L. Marraffa, "Parametric Study of Thermal and Chemical Nonequilibrium Nozzle Flow", AIAA J., vol.29, no. 3, pp.334-343, 1991.