마찰력 보상 기법을 이용한 동적 시스템의 고 정밀 적응제어

論 文
49D-10-1

Adaptive High Precision Control of Dynamic System Using Friction Compensation Schemes

田 炳 均* · 全 琪 準**
(Buyng-Gyoon Jeon · Gi-Joon Jeon)

Abstract - We propose an adaptive nonlinear control algorithm for compensation of the stick-slip friction in a dynamic system. The friction force and mass of the system are estimated and compensated by adaptive control law. Especially, as the nonlinear control input in a small tracking error zone is enlarged by the nonlinear function, the steady state error is significantly reduced. The proposed algorithm is a direct adaptive control method based on the Lyapunov stability theory, and its convergence is guaranteed under the bounded noise or torque disturbance. We verified the performance of the proposed algorithm by computer simulation on one-DOF mechanical system with friction.

Key Words : *friction compensation, stick-slip friction, adaptive nonlinear control*

1.서 론

마찰은 두 접촉면 사이에서 상대적인 운동에 의하여 발생하는 자연 현상으로서 제어 시스템에서는 추적오차를 일으키거나, 리밋 사이클의 원인을 제공할 수 있으며, 또한 바람직하지 않은 스틱-슬립(stick-slip) 운동 등을 유발할 수 있어 고 정밀 제어를 위한 중요한 극복 요소이다. 이러한 마찰력은 일반적으로 정지 영역에서 발생하는 정지마찰과 운동 영역에서 발생하는 쿨롱 마찰, 음의 점성마찰(stribeck) 및 양의 점성마찰 등으로 나누며 이들의 조합으로 표현하는데, 비교적 속도가 높은 영역에서 나타나는 쿨롱 마찰과 점성 마찰은 정의가 잘되어 있으나 속도가 영 부근 영역, 특히 스틱-슬립 현상이 발생하는 영역에서는 유일한 모델이 없다. 이 영역에서는 마찰력이 속도의 함수가 아니라 변위의 함수로 알려져 있으며, 외부 토오크에 비례하여 마찰력이 증가하는 스프링 힘(spring- force) 현상과 마찰 지연(friction memory)현상이 나타난다[1][2][3]. 마찰력은 또한 온도나 습도와 같은 주변 환경의 변화나, 부하의 변동, 또는 시간의 경과에 따른 마찰면의 변화 등으로 인하여 쉽게 그 특성이 변한다[1].

그래서 많은 사람들은 정밀 제어를 위하여 각 시스템에 적합한 마찰 모델을 개발하여 보상하거나[2][3], 쿨롱 마찰과 같은 간단한 마찰력을 추정하여 보상하거나[4] [5], 지능제어 이론에 기반을 둔 제어 구조로 마찰을 보상하는[6] 등의 방법으로 기존의 PID 제어기로 대표되는 선형제어 방법보다 상대적으로 향상된 성능을 얻고 있다.

그러나 많은 보상제어 시스템들이 쿨롱마찰과 같은 간단한 마찰력만 보상하거나, 마찰모델과 파라미터의 추정으로 나타나는 오차와 측정잡음의 영향을 고려하지 않거나, 또는 시스템의 오차가 작은 범위에서 제어 입력의 감소로 인하여 정상상태 오차를 발생시키는 등 고 정밀 제어를 위하여 아직 개선해야 할 여지가 많이 있는 실정이며, 더욱이 마찰력 보상을 위하여 사용하는 쿨롱마찰력 보상모델은 PID제어기와 결합될 때 자칫 리밋 사이클이 발생하여 시스템이 불안정해질 수 있다[7].

본 논문에서는 스틱-슬립 마찰특성을 가지면서 마찰 파라미터를 모르는 기계 시스템의 고정밀추적을 위하여 모델기반 비선형 마찰보상 적응제어기를 제안한다. 제안된 제어기는 스틱-슬립 마찰특성을 나타내는 모델의 파라미터를 매 순간 추정하여 보상하며, 시스템오차에 비례하는 비례 제어기와 시스템오차가 작은 범위에서도 비선형 함수로서 제어입력을 크게 계산하여 제어 정밀도를 높이는 비선형 제어기 및 플랜트 질량을 추정하여 보상하는 질량 추정기 등으로 제어입력을 구성한다. 이러한 제어기로 구성되는 폐루프 시스템에 대하여 Lyapunov 관점에서 안정도를 보장하며, 또한 마찰의 변화나 각종 잡음을 포함한 제한된 외란에 대하여 이들이 변하여도 시스템 안정도가 보장되는 견실성을 가진다. 이 적응제어 알고리즘의 성능을 스틱-슬립 마찰 모델을 갖는 1-자유도 기계 시스템에 대하여 모의실험을 통하여 유사 제어기법과 비교 확인한다.

이 논문은 2장에서 일반적인 동적시스템의 스틱-슬립 마찰 모델을 알아보고, 3장에서 마찰력 추정 알고리즘과 보상 적응 제어기를 설계하고, Lyapunov의 직접 안정도 이론에 따른 폐루프 시스템의 안정도를 증명하며 , 4장에서 컴퓨터 시뮬레이션으로 성능을 확인하고 끝으로 5장에서 결론을 맺는다.

* 正 會 員 : 國防科學硏究所
** 正 會 員 : 慶北大 電子電氣工學部
接受日字 : 2000年 7月 10日
最終完了 : 2000年 10月 18日

2. 동적 시스템 모델

그림1에서 보여주는 1-자유도 기계 구조 시스템은 물체와 그것을 지지하는 표면 사이에 존재하는 스틱-슬립 마찰을 가지고 일차원 운동을 한다.여기서 m은 물체의 질량, x는 물체의 변위, v는 물체의 속도,F_f는 마찰력, u는 외부 작용력으로서 제어입력을 나타낸다.

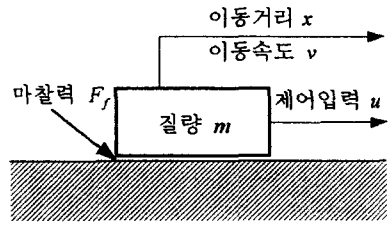


그림 1. 1-자유도 마찰계
Fig. 1. 1-DOF friction system

이 시스템의 운동방정식은

$$m\ddot{x}(t)+F_f(\cdot)+\varepsilon_d(t)=u(t)$$
$$v=\dot{x} \tag{1}$$

로서 $F_f(\cdot)$은 스틱-슬립 마찰로 구성되는 마찰력의 통합이며, $\varepsilon_d(t)$는 측정 잡음, 모델링 오차 등 각종 잡음들로부터 유도되는 등가 외란인데 크기가 특정한 상수 상한 값으로 제한된다. 즉,

$$|\varepsilon_d(t)|<k_d, \qquad t>0 \tag{2}$$

본 논문에서 사용한 기반 마찰모델은 그림2(a)와 같이 Karnopp[8]에 의해서 제안된 스틱-슬립을 기본으로 하고 있으며, 해석을 간단히 하기 위하여 양방향의 마찰은 서로 대칭인 것으로 간주한다. 마찰력은 일반적으로 다음과 같이 운동마찰과 정지마찰로 나눈다[9].

$$F_f(\cdot)=F_{slip}(v)[\mu(v)]+F_{stick}(u)[1-\mu(v)]$$
$$\mu(v)=\begin{cases}1 & |v|>D_v\\ 0 & |v|\le D_v\end{cases}, \qquad D_v>0 \tag{3}$$

여기서 D_v는 기준속도 한계치로서 이 범위내에서는 정지마찰, 밖에서는 운동마찰로 해석한다. 정지 마찰력$F_{stick}(u)$은 상대속도가 D_v내에 있을 때 마찰력을 표현하는 것으로 그림 2(b)와 같이 최대 정지마찰력을 가지거나 최대 정지 마찰 전까지 가해주는 힘에 비례하는 힘(presliding friction force)으로 구분되며 다음과 같이 표현된다.

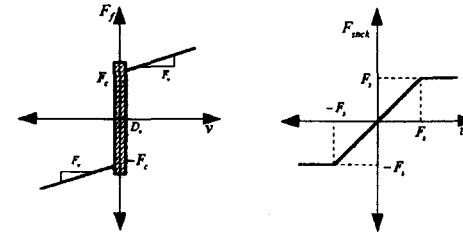
$$F_{stick}(u)=\begin{cases}F_s & u(t)\ge F_s\\ u(t) & -F_s<u(t)<F_s\\ -F_s & u(t)\le -F_s\end{cases}$$
$$\triangleq F_s\xi(u)\mathrm{sgn}(u)+u(t)[1-\xi(u)]$$
$$=\mathrm{sgn}(u)\min(|u|,F_s) \tag{4}$$

$$\xi(u)=\begin{cases}1 & |u|\ge F_s\\ 0 & |u|<F_s\end{cases}$$

여기서 F_s는 물체의 최대 정지 마찰력으로서 양수이다. 운동마찰 $F_{slip}(v)$은 상대속도가 D_v를 벗어날 때 마찰력을 표현하는 것으로 쿨롱 마찰과 점성마찰로 구성된다.

$$F_{slip}(v)\triangleq F_c\,\mathrm{sgn}(v)+F_v v \tag{5}$$

F_c는 쿨롱마찰, F_v는 점성마찰로 모두 양수이고, $\mathrm{sgn}(v)$는 부호함수이다.



(a) 스틱-슬립 마찰 (b) 정지 마찰력

그림 2. 마찰 법칙
Fig. 2. friction law

따라서 전체마찰력 F_f를 하나의 식으로 표현하면 식(3)(4)(5)로부터 다음과 같다.

$$F_f(\cdot)=F_{slip}(v)\mu(v)+F_{stick}(u)[1-\mu(v)]$$
$$=\{F_c\,\mathrm{sgn}(v)+F_v v\}\mu(v)+\mathrm{sgn}(u)\min(|u|,F_s)[1-\mu(v)] \tag{6}$$

본 논문에서는 이러한 동적 마찰모델과 플랜트의 질량을 포함하는 기반모델에 대하여 그림3과 같이 간단한 비례제어 시스템을 구성하고 플랜트의 출력과 기반모델의 출력을 비교하여 파라미터들을 탐색한다.탐색할 파라미터는 F_s, F_c, F_v, D_v, m이며, 진화 알고리즘을 이용하여 비 실시간(off-line)으로 탐색한다. 위 파라미터 5개로 구성되는 벡터θ_m에 의한 기반모델 출력과 동적 시스템의 출력 오차를 식(7)과 같이 정의하여 이들의 제곱합의 평균J_c를 비용함수로 하고 이를 최소화 하는 파라미터들을 찾는다.

$$e_x(\theta_m,t_i)\triangleq x(\theta,t_i)-x_m(\theta_m,t_i) \tag{7}$$

$$J_c(\theta_m)=\frac{\sum_{i=1}^{N_s}e_x^{\,2}(\theta_m,t_i)}{N_s} \tag{8}$$

여기서 θ_m은 탐색된 파라미터 벡터, $x(\theta,t_i)$는 동적 플랜트의 변위출력,$x_m(\theta_m,t_i)$은 탐색된 파라미터에 의한 기반모델의 변위이며, N_s는 비 실시간 탐색을 위한 샘플 데이터 수이다. 이때 각 마찰 파라미터는 간단한 실험을 통하여 존재 범위를 추정할 수 있는데 이 범위 에서 각 파라미터를 탐색

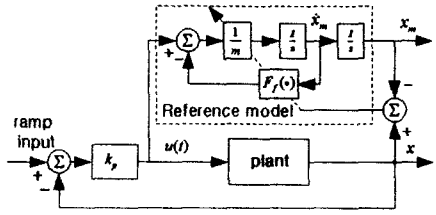


그림 3. 파라미터 탐색을 위한 블록 다이어그램
Fig. 3. a block-diagram of the parameters observation

함으로서 진화 알고리즘의 탐색 효율을 높일 수 있다. 그리고 여기서 탐색한 5개의 파라미터는 나중에 제어 법칙(control law)에 사용되거나 적응 법칙(adaptation law)에서 $\hat{F}_s, \hat{F}_c, \hat{F}_v, \hat{m}$를 추정할 때 초기치로 사용된다.

3. 마찰보상 적응 제어기

이장에서는 Lyapunov 직접방법에 기초한 동적 시스템의 직접 적응 제어기를 제안한다. 그림4는 선형 비례 제어입력(u_c),비선형 함수$P(\cdot)$를 통한 비선형 제어입력(u_d), 추정된 플랜트 질량 보상입력(u_m) 및 추정된 마찰력 보상입력(u_f) 등으로 제어입력을 구성하는 새로운 제어블록으로 입력벡터

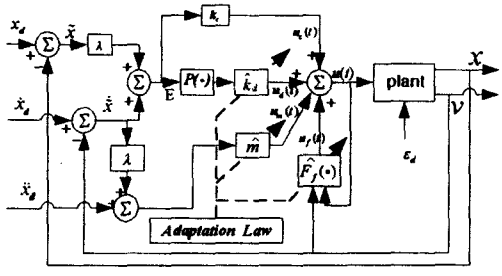


그림4. 비선형 적응제어 블록 다이어그램
Fig.4. nonlinear adaptive control block-diagram

$X_d(t) \triangleq [x_d(t),\ \dot{x}_d(t)]^T$ 를 $X(t) \triangleq [x(t), \dot{x}(t)]^T$가 추종하는 비선형 적응제어 블록 다이어그램이다. 비선형 제어 시스템의 추종오차와 이들의 선형조합인 결합오차 $E(t)$를 정의하면 다음과 같다.

$$\tilde{X}(t) = [\tilde{x}(t), \dot{\tilde{x}}(t)]^T \triangleq X_d(t) - X(t) \tag{9}$$

$$E(t) \triangleq (\frac{d}{dt} + \lambda)\tilde{x}(t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \lambda\tilde{x}(t), \quad \lambda > 0 \tag{10}$$

여기서 $\tilde{X}(t)$는 추종오차 벡터,$\tilde{x}(t)$와$\dot{\tilde{x}}(t)$는 변위와 속도의 추종오차, λ는 설계자가 결정해야 할 양의 설계상수로서 추종오차의 수렴속도를 결정한다.

제안한 시스템의 제어입력은 그림4로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_c(t) + u_d(t) + u_m(t) + u_f(t) \\ &= k_c E(t) + \hat{k}_d P(\cdot) + \hat{m}\{\ddot{x}_d(t) + \lambda\dot{\tilde{x}}(t)\} + \hat{F}_f(\cdot) \end{aligned} \tag{11}$$

k_c는 양의 선형 제어이득이고, $\hat{k}_d$는 추정된 비선형 제어이득이며, $P(\cdot)$는 비선형 함수로서 결합오차 E에 대하여 식(12)와 같으며, $\hat{m}$는 추정된 질량이며, $\hat{F}_f(\cdot)$는 마찰력 보상항이다. 앞으로 편의상 시간변수 t는 생략한다.

$$P(E) \triangleq |E|^{\alpha}\,\mathrm{sgn}(E), \quad 0 < \alpha < 1 \tag{12}$$

비선형 함수 $P(E)$는 그림5와같이 α의 변화에 따른 비선형 이득을 발생 시킨다. 일반적으로 정상상태 부근에서와 같이 시스템 오차가 작은 부분에서는 제어입력이 작아서 자칫 정상상태 오차를 야기하거나 시스템의 안정시간(settling time)이 길어진다. 이부분을 개선하기 위하여 선형이득을 크게하면 시스템 전체가 불안정해 질 수 있으며, 적분제어기는 과도응답 특성이 나빠질 수 있다. 그래서$P(E)$는 결합오차 E가 작은 범위에서 국부적으로 제어입력을 비선형적으로 크게 계산 함으로서 시스템의 정상상태 오차와 안정시간을 줄여준다. 이때 오차가 $|E|>1$에서는$P(E)$ 의 특성에 따라 비선형 제어 이득이 작아질 수 있는데, 이 영역에서는 그림4에서 보는 것과 같이 선형 비례 제어기로서 보완한다.

이러한 파라미터들로 구성되는 식(11)의 제어법칙을 이용하여 식(1)의 운동방정식을 정리하면 다음과같다.

$$m\ddot{x} = k_c E + \hat{k}_d P(E) + \hat{m}(\ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}}) + \hat{F}_f(\cdot) - F_f(\cdot) - \varepsilon_d \tag{13}$$

여기서 마찰력 보상항 $\hat{F}_f(\cdot)$는 식(6)으로부터 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{F}_f(\cdot) \triangleq \{\hat{F}_c[\mathrm{sgn}(v)] + \hat{F}_v v\}[\mu(v)] + [\mathrm{sgn}(u)]\min(|u|, \hat{F}_s)[1 - \mu(v)] \tag{14}$$

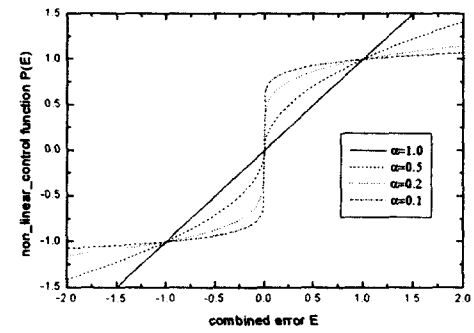


그림5. 비선형 제어 함수
Fig.5. nonlinear control function

따라서 제어 법칙의 각 보상항 파라미터들은 다음의 적응 법칙들 식(15)~(21)로부터 구할 수 있는데, 질량의 추정치 $\hat{m}$은 적응법칙

$$\dot{\hat{m}} = \gamma_1(\ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}})E \tag{15}$$

으로부터 얻으며, 비선형 제어이득 추정치 $\hat{k}_d$는 식(16)을 통하여 얻을 수 있으나 E가$0 < E < 1$와$-1 < E < 0$에 해당되

면 식(17)(18)의 조건식을 만족하는 경계치 부근의 임의의 값을 선택한다.

$$\dot{\hat{k}}_d = \gamma_1 |E| \tag{16}$$

i) $0 < E < 1$

$$\hat{k}_d < \frac{k_c E}{1 - P(E)} \tag{17}$$

ii) $-1 < E < 0$

$$\hat{k}_d < \frac{-k_c E}{1 + P(E)} \tag{18}$$

식(14)에서 정의된 마찰력 보상을 위한 추정 마찰력의 각 파라미터들은 다음의 적응법칙 으로부터 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{F}}_s = \gamma_3 [\xi(u)][\mathrm{sgn}(u)][1 - \mu(v)]E \tag{19}$$

$$\dot{\hat{F}}_c = \gamma_4 [\mathrm{sgn}(v)][\mu(v)]E \tag{20}$$

$$\dot{\hat{F}}_v = \gamma_5 v[\mu(v)]E \tag{21}$$

여기서 $\gamma_i\ (i = 1,...5)$ 는 양의 적응이득으로서 각 파라미터의 수렴속도를 결정한다. 위와 같은 제어 법칙과 적응 법칙을 사용하는 폐루프 시스템에 대한 안정도를 증명할 때 유용하게 사용될 결합오차 E의 시간 미분 값을 구하면 식(1)(13)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m\dot{E} &= m(\ddot{x}_d - \ddot{x} + \lambda\dot{\tilde{x}}) \\ &= \tilde{m}(\ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}}) - k_c E - \hat{k}_d P(E) - \hat{F}_f(\bullet) + F_f(\bullet) + \varepsilon_d \end{aligned} \tag{22}$$

여기서 $\tilde{m} \triangleq m - \hat{m}$로서 물체의 실제 질량과 추정된 질량의 차로 정의한다.

이렇게 제안한 적응 보상 기법은 다음 정리에 의하여 전체 동적 시스템에 대하여 안정도가 보장된다.

정리 : 식(1)의 동적 시스템과 식(11)과 같은 제어법칙 및 식(15)부터 (21)까지의 적응법칙으로 구성된 그림4와 같은 전체 동적 시스템은 Lyapunov 관점에서 안정하고 결합오차 E는 영으로 점근적으로 수렴 한다.

증명 : 위의 정리를 증명하기 위하여 다음과 같은 Lyapunov 후보함수를 선정한다.

$$V = \frac{1}{2}mE^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{m}^2 + \frac{1}{2\gamma_2}\tilde{k}_d^{\,2} + \frac{1}{2\gamma_3}\tilde{F}_s^{\,2} + \frac{1}{2\gamma_4}\tilde{F}_c^{\,2} + \frac{1}{2\gamma_5}\tilde{F}_v^{\,2} \tag{23}$$

여기서 $\tilde{k}_d = k_d - \hat{k}_d, \tilde{F}_s \triangleq F_s - \hat{F}_s, \tilde{F}_c \triangleq F_c - \hat{F}_c, \tilde{F}_v \triangleq F_v - \hat{F}_v$ 로 정의하며, 이들 각 파라미터들의 추정오차 항 미분을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{\tilde{m}} = \frac{d}{dt}(m - \hat{m}) = -\dot{\hat{m}} \tag{24}$$

$$\dot{\tilde{k}}_d = \frac{d}{dt}(k_d - \hat{k}_d) = -\dot{\hat{k}}_d \tag{25}$$

$$\dot{\tilde{F}}_s = \frac{d}{dt}(F_s - \hat{F}_s) = -\dot{\hat{F}}_s \tag{26}$$

$$\dot{\tilde{F}}_c = \frac{d}{dt}(F_c - \hat{F}_c) = -\dot{\hat{F}}_c \tag{27}$$

$$\dot{\tilde{F}}_v = \frac{d}{dt}(F_v - \hat{F}_v) = -\dot{\hat{F}}_v \tag{28}$$

식(23)을 미분하고 여기에 식(22)와 (24)~(28)을 적용하면

$$\begin{aligned} \dot{V} = {} & \tilde{m}(\ddot{x}_d + \lambda\dot{\tilde{x}})E - k_c E^2 - \hat{k}_d P(E)E - \hat{F}_f(\bullet)E + F_f(\bullet)E + \varepsilon_d E \\ & - \frac{1}{\gamma_1}\tilde{m}\dot{\tilde{m}} - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{k}_d\dot{\tilde{k}}_d - \frac{1}{\gamma_3}\tilde{F}_s\dot{\tilde{F}}_s - \frac{1}{\gamma_4}\tilde{F}_c\dot{\tilde{F}}_c - \frac{1}{\gamma_5}\tilde{F}_v\dot{\tilde{F}}_v \end{aligned} \tag{29}$$

이 되는데, 여기에 식(15)와 (19)~(21)를 적용한 후 식(2)를 적용하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_c E^2 - \hat{k}_d P(E)E + \varepsilon_d E - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{k}_d\dot{\tilde{k}}_d \\ &\le -k_c E^2 - \hat{k}_d P(E)E + k_d|E| - \frac{1}{\gamma_2}\tilde{k}_d\dot{\tilde{k}}_d \end{aligned} \tag{30}$$

이 되고, 다시 여기에 식(16)을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\le -k_c E^2 - \hat{k}_d P(E)E + \hat{k}_d|E| \\ &= -k_c E^2 - \hat{k}_d\{P(E)E - |E|\} \quad , \quad 0 \le \hat{k}_d \end{aligned} \tag{31}$$

여기서 결합오차 E의 구간에 따라 $\dot{V}$의 크기를 알아보면

i) $1 \le E$

$P(E)E - |E| \ge 0$ 이므로 식(31)은

$$\dot{V}(E, \tilde{m}, \tilde{k}_d, \tilde{F}_s, \tilde{F}_c, \tilde{F}_v) < 0, \quad 0 \le \hat{k}_d \tag{32A}$$

ii) $0 < E < 1$

식(17)에서 $\hat{k}_d < \frac{k_c E}{1 - P(E)}$ 이고 식(31)에서 $P(E)E - |E| < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & -k_c E^2 - \hat{k}_d\{P(E)E - |E|\} \\ & < -k_c E^2 - \frac{k_c E}{1 - P(E)}\{P(E)E - |E|\} = 0 \end{aligned}$$

따라서

$$\dot{V}(E, \tilde{m}, \tilde{k}_d, \tilde{F}_s, \tilde{F}_c, \tilde{F}_v) < 0, \quad 0 \le \hat{k}_d < \frac{k_c E}{1 - P(E)} \tag{32B}$$

iii) $E = 0$

$\dot{V} = 0$ 이 되어 $E = 0$은 평형점.

iv) $-1 < E < 0$

식(18)에서 $\hat{k}_d < \frac{-k_c E}{1 + P(E)}$ 이고 식(31)에서 $P(E)E - |E| < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & -k_c E^2 - \hat{k}_d\{P(E)E - |E|\} \\ & < -k_c E^2 - \frac{-k_c E}{1 + P(E)}\{P(E)E - |E|\} = 0 \end{aligned}$$

따라서

$$\dot{V}(E, \tilde{m}, \tilde{k}_d, \tilde{F}_s, \tilde{F}_c, \tilde{F}_v) < 0, \quad 0 \le \hat{k}_d < \frac{-k_c E}{1 + P(E)} \tag{32C}$$

v) $E \le -1$

$P(E)E-|E|\geq 0$ 이므로 식(31)은

$$\dot{V}(E,\tilde{m},\tilde{k}_d,\tilde{F}_s,\tilde{F}_c,\tilde{F}_v)<0, \quad 0\leq\hat{k}_d \tag{32D}$$

위와같이 E의 전구간에서 $\dot{V}$는 연속이고, 음의 반한정이다. 따라서 Barbalats Lemma[9]에 의하여 $t\rightarrow\infty$이면 $\dot{V}\rightarrow 0$이 되고, 또한 평형점 $E\rightarrow 0$이므로 시스템 결합오차 E는 영으로 점근적으로 수렴한다.■

위 정리에서 결합오차E가 영으로 수렴하는 것은 시스템 오차가 영으로 수렴하는 것을 의미하며 각 파라미터들의 추정오차가 영으로 수렴하는 것을 보장하는 것은 아니다.그러나 기준입력 신호가 계속해서 여기 되면 적응 법칙으로부터 추정된 파라미터들이 유한한 값 내에 존재하게 된다. 그리고 식(16)과 같이 파라미터가 양수로만 적분 되는 경우 파라미터가 감소하지 않고 증가만 하는 표류(drift)현상이 발생하여 시스템이 불안정해질 수 있다. 그러나 제안한 알고리즘은 매 스텝마다 식(16)으로 추정 비선형 제어이득 $\hat{k}_d$을 얻은후 결합오차E가 식(17)(18)의 조건에 해당되면 그들의 경계치에 가까운 임의의 값을 선택 하고, 다음 스텝의 $\hat{k}_d$를 산출할 때는 직전의 $\hat{k}_d$를 초기치로 사용 함으로서 추정 비선형 제어이득이 무한히 증가 하지 않도록 하여 시스템의 표류현상을 제거 하였다.

4. 모의실험

본 장에서는 제안한 제어법칙에 대하여 유사 제어법칙을 사용하는 [5]와 Matlab의 Simulink를 사용하여 모의실험으로 비교 확인하였는데, 본 논문에서 사용한 기반 마찰모델과 구조가 다른 마찰모델로 구성되는 플랜트를 사용 함으로서 마찰에 대한 모델링 오차를 반영하였다. 사용한 플랜트는 Canudas등[11]이 제안한 마찰모델에 근거한 것으로 물체의 정지마찰과 운동마찰에 대한 모든 실험적 현상을 모두 포함하고 있으며 다음과 같은 구조를 갖는다.

Canudas 마찰모델의 기반인 강모의 물체 이동에 대한 운동 방정식은 다음식과 같다.

$$\frac{dz}{dt}=v-\frac{|v|}{g(v)}z \tag{33}$$

여기서 z는 상태변수로서 강모의 평균 굽힘을 나타내며, $g(v)$는 마찰면의 재질, 윤활 및 온도등으로 결정되는 양의 값으로서 속도가 증가함에 따라 $g(0)$으로부터 단조 감소함수 형태를 가지며 음의 점성마찰(stri- beck)현상에 대응한다. 그러므로 강모의 평균 굽힘을 이용한 마찰모델과 양의 점성마찰을 고려한 전체 마찰력은 다음과 같이 표현된다.

$$F_f=\sigma_0 z+\sigma_1\frac{dz}{dt}+\sigma_2 v \tag{34}$$

여기서 σ_0는 강성계수(stiffness coefficient), σ_1은 정지마찰 영역에서 점성계수, σ_2는 속도가 높은 영역에서 점성계수를 나타낸다. 따라서 마찰을 지배하는 변수들은 $\sigma_0,\sigma_1,\sigma_2$ 및 $g(v)$이며, 특히 $g(v)$ 함수는 속도가 일정한 정상상태에서 마찰력을 고려하여 결정할 수 있다[11].

$$\sigma_0 g(v)=f_c+(f_s-f_c)e^{-(v/v_s)^2} \tag{35}$$

f_c는 쿨롱마찰계수, f_s는 최대정지 마찰계수, v_s는 음의 점성마찰 속도를 나타낸다. 이러한 Canudas 마찰모델을 이용한 플랜트의 파라미터값은 표1과 같으며, 이것은 [10]에서 모의실험을 위하여 사용한 값과 같다.

표1. 시뮬레이션에서 사용한 플랜트의 파라미터 값
Table 1. parameter values of plant used in simulation

파라미터	모델 값	단위
m	1.0	$[kg]$
σ_0	10^5	$[N/m]$
σ_1	$\sqrt{10^5}$	$[Ns/m]$
σ_2	0.4	$[Ns/m]$
f_c	1	$[N]$
f_s	1.5	$[N]$
v_s	0.001	$[m/\sec]$

그리고 실제 시스템에서 회로 보호를 위하여 모터의 구동 증폭기가 한계 값(limit value)을 가지고 있고, 잡음을 방지하기 위하여 저역통과 필터를 사용하는 것을 감안하여 한계값을 ±15볼트, 저역통과 필터의 차단주파수를 100Hz로 정하였으며, 추종 성능을 시뮬레이션 하기 위하여 사용한 이동속도 및 이동 거리 입력 신호는 다음의 가속도 값을 적분하여 사용하고 주기 T는 8초로 하였다.

$$\ddot{x}_d(t)=\begin{cases}10\sin(16\pi t/T) & 0<t<T/8,\ 6T/8<t<7T/8\\ 10\sin(16\pi t/T) & 2T/8<t<3T/8,\ 4T/8<t<5T/8\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}\ [\mathrm{m/sec^2}] \tag{36}$$

여기서 제안한 적응제어기의 모의실험을 실시할 때 각 파라미터 추정시 초기치 설정을 위하여 진화 알고리즘으로 플랜트의 마찰 파라미터를 구하였는데 파라미터의 존재범위는 표1을 고려하여 약 100%의 변동폭을 주었다. 먼저 제어대상 플랜트에 경사 입력신호 $u(t)$를 인가하여 출력 샘플신호 10,000개를 구하고, 부모와 자식개체를 각각 10개와 100개로 정하였다. 그 다음 같은 경사 입력신호를 기준모델에 인가하여 파라미터를 변화 시키면서 샘플출력 신호 $x(t)$와 기준모델 출력신호 $x_m(t)$를 비교하여 추정오차가 10^{-5}이 될 때까지 진화 알고리즘을 수행하였으며 그 결과를 표2에 나타내었다. 여기서 탐색한 결과중 m,F_s,F_c,F_v은 적응제어이득 식(15)(19)(20)(21)을 추정하는 초기치로 사용하고, D_v는 마찰보상항 식(14)의 기준속도 한계치로 사용한다.

적응제어기의 파라미터중 설계자가 결정해야 하는 설계상수는 다음과 같이 정하였으며,

$$k_c=130,\ \lambda=120,\ \gamma_1=15,\ \gamma_2=120,\ \gamma_3=0.1,\ \gamma_4=0.02,\ \gamma_5=150 \tag{37}$$

비선형 제어기 상수 α=0.1로 정하였다. 그리고 본 논문과 유사한 형태의 적응제어 알고리즘을 갖는 [5]와 성능을 비교하였는데 먼저 이 알고리즘을 적용하여 제어시스템을 구성

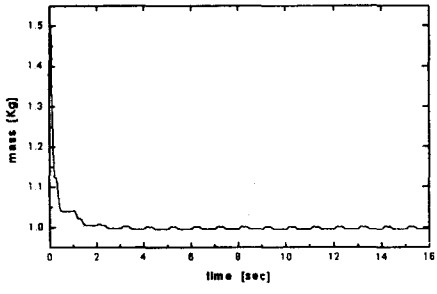
하고 제어 파라미터를 여러 번의 성능 확인결과 가장 좋은 식(38)을 적용하였으며 질량추정치의 초기치는 표2의 탐색된 값과 같은 1.4999959로 하고 나머지는 영으로 하였다.

$$k_c = 350,\ \lambda = 120,\ \gamma_1 = -20,\ \gamma_2 = 250 \qquad (38)$$

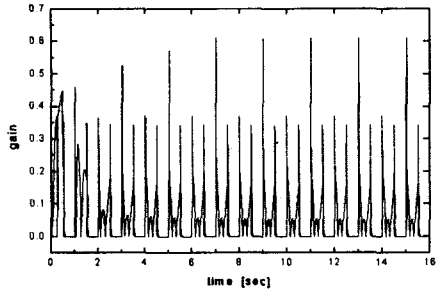
표2. 탐색된 마찰 파라미터 값
Table 2. estimated parameter values

파라미터	존재범위	탐색된 값
$m\ [kg]$	0.5~1.5	1.4999959
$F_s\ [N]$	0.1~3.0	1.4789013
$F_c\ [N]$	0.1~2.0	1.1020466
$F_v\ [Ns/m]$	0.0~0.8	0.4265626
$D_v\ [m/\mathrm{sec}]$	0.0~0.1	0.0008550

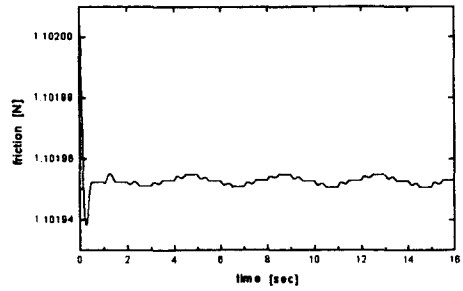
컴퓨터 시뮬레이션 결과 추정된 파라미터와 제어입력 u(t)를 그림 6에 나타내었고 추종 오차를 그림 7에 나타내었다. 제안한 제어기의 추정 마찰 파라미터들은 플랜트의 파라미터 값과 약간의 차이를 가지고 있으나 일정한 한계치 내에서 존재하고 있다. 그리고 그림 7(c)의 추적오차를 보면 초기치 설정의 차이로 초기 추종오차가 일시적으로 (b)의 경우보다 크게 나타나나 곧 줄어 들어 추종오차가 상대적으로 아주 작은 것을 볼 수 있는데 이는 쿨롱마찰만 추정하여 보상한 (b)의 경우와 달리 정지마찰과 점성마찰도 함께 추정하여 보상하고 비선형 제어기로서 미소범위의 정상상태 오차를 줄인 것에 기인한다.



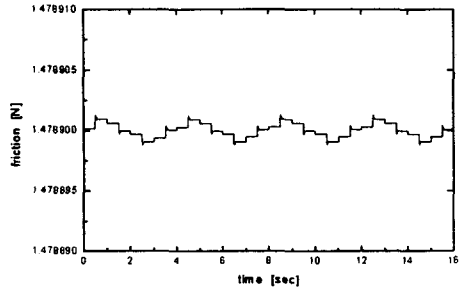
(a) 추정된 질량 $(\hat{m})$



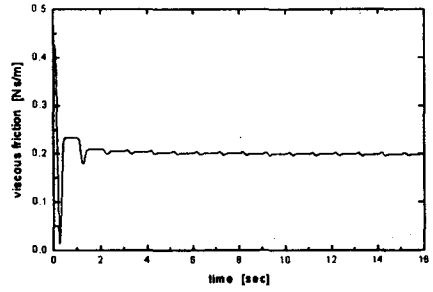
(b)추정된 비선형 제어이득 $(\hat{k}_d)$



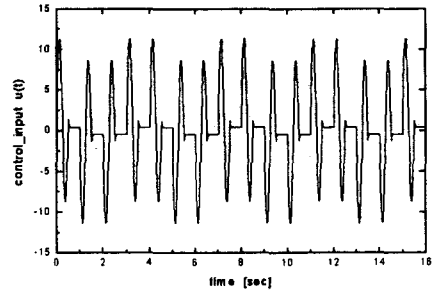
(c)추정된 쿨롱마찰 $(\hat{F}_c)$



(d) 추정된 정지마찰 $(\hat{F}_s)$

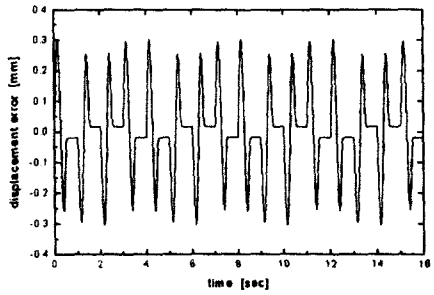


(e) 추정된 점성마찰 $(\hat{F}_v)$

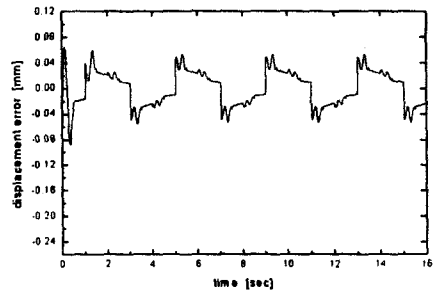


(f) 제어입력 $(u(t))$

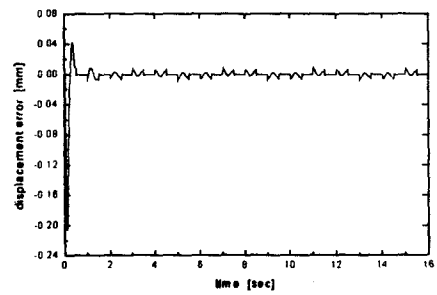
그림 6. 추정된 파라미터 및 제어입력 u(t)
Fig.6. estimated parameters and control input



(a) PID 제어기



(b) Li 등의 적응제어기[5]



(c) 제안한 적응제어기

그림 7. 기준 입력신호에 대한 추종 오차 비교.

Fig. 7. tracking error for reference input

5. 결 론

1-자유도 동적 시스템의 정밀 제어를 위하여 Lyapunov 안정도에 기반을 둔 새로운 직접 적응제어 알고리즘을 제안하였다. 비선형 제어기를 사용하여 시스템의 결합오차가 작은 범위 에서 국부적으로 제어입력을 비선형적으로 크게 산출하고, 시스템의 상태에 따라 마찰력을 능동적으로 보상하는 등 제어입력을 적응적으로 산출하여 제어 함으로서 정상상태 오차 및 과도응답 특성을 상당히 개선할 수 있었다. 제안된 제어기는 물체의 질량이나 마찰을 모르거나 그것이 변할 때에도 적용 가능한 알고리즘으로 마찰 모델링 오차나 측정잡음 등 토크 외란이 유한한 범위 내에 존재하면 결합오차는 점근적으로 영으로 수렴하는 것이 보장된다. 이 제어기와 유사제어기를 모델링 오차가 존재하는 동적 플랜트에 대하여 컴퓨터 시뮬레이션으로 비교하였으며, 제안된 제어기의 성능이 상대적으로 우수함을 확인 하였다.

감사의 글

이 논문은 1999년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원 되었음

참 고 문 헌

[1] B.Armstrong-Helouvry, P.Dupont and C.Canudas de Wit, A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction, *Automatica*. Vol. 30, No.7, pp.1083-1138. 1994

[2] P. Dahl, Solid Friction Damping of Mechanical Vibrations, *AIAA Journal*, vol.14, no.12, pp. 1675-1682,1976

[3] Y.S. Kang, *Friction Identification of a Sight Stabilization System and Feasibility Study on its Application to Control Performance Imporvement*, Ph.D thesis KAIST, KOREA, 1997

[4] B. Friedland and Y.J. Park, "On Adaptive Friction Compensation," *IEEE Transactions On Automatic Control*, vol.37, NO.10, pp.1609-1612, October 1992

[5] W.Li and X.Cheng, Adaptive High-Precision Control of Positioning Tables-Theory and Experiments, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol.2, No.3,pp.265-270, September 1994

[6] J.O.Jang, B.G.Jeon and G.J.Jeon, Neuro-Contro-ller Design for the Line of Sight Stabilization System Containing Nonlinear Friction, *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, vol.3, No.2, pp.139-148, April, 1997

[7] C.J. Radcliffe and S.C. Southward, "A Property of Stick-Slip Friction Models which Promotes Limit Cycle Generation," Proc. 1990 American Control Conference, ACC, Sandiego, CA.,pp. 1198 -1203

[8] D. Karnopp, Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems, ASME J. of Dyn. Sys., Meas., and Contr., vol. 107, pp. 100-103, Mar. 1985

[9] S.C.Southward, C.J.Radcliffe and C. R. MacCl-uer, Robust Nonlinear Stick-Slip Friction Compensation, ASME J. of Dyn. Sys., Meas., and Cont. ,vol.113, pp639-645, Dec. 1991

[10] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. NJ : Prentice Hall,1991

[11] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J Astrom, and P.Lischinsky, "A New Model for Control of System with Friction," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.40, No.3, pp.419-425, March 1995.

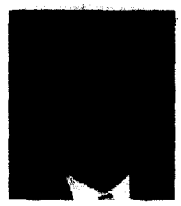
저 자 소 개

전 병 균 (田 炳 均)

1985년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업. 1987년 2월 동대학원 전자공학과 졸업(석사). 1995년 3월~현재 동대학원 전자공학과 박사과정. 1987년 2월~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야 : 고 정밀제어, 적응제어, 신경망.GA기법제어 등

Tel : 042-821-3167, fax : 042-483-1528

E-mail : bgjeon@sunam.kreonet.re.kr
kevin22@bcline.com



전 기 준 (全 琪 準)

1969년 2월 서울대학교 공과대학 졸업. 1978년 8월 미국 Hous- ton대 전기공학과 졸업(석사). 1983년 12월 Houston대 전기공학과 졸업(공박). 1971~1976년 국방과학연구소연구원. 1983년 12월~현재 경북대학교 전자.전기공학부 교수. 1999년 9월~현재 경북대학교 BK21 정보기술인력양성 사업단장. 주관심분야 : 제어 및 시스템 이론, 퍼지.신경망.GA기법의 실시스템 응용 등

Tel : 053-9408-624, fax : 053-950-5505

E-mail : gjjeon@ee.knu.ac.kr