

論文2000-37SC-1-1

적분작용을 포함하는 로봇 매니퓰레이터의 출력궤환 강인제어

(A Robust Output Feedback Control of Robot Manipulators with Integral Action)

申 義 錫 * , 李 康 熊 *

(Eui Seok Shin and Kang Woong Lee)

요 약

본 논문에서는 파라미터 변동 범위가 유한한 로봇 매니퓰레이터에 대한 출력궤환 강인제어기를 고이득 관측기를 사용하여 설계하였다. 적분제어를 포함하는 제안된 제어기는 이득제한에 따른 추종오차를 개선시킬도록 하였다. 관절의 속도 측정치를 사용할 때의 문제점을 개선하기 위하여 고이득 관측기를 사용하였다. 미지의 파라미터 변동 범위에 대한 제한을 받지 않도록 제어기를 구성하였으며 전체 폐루프시스템의 상태궤적의 수렴성을 입증하였다. 제안된 방법을 2-링크 로봇 매니퓰레이터의 궤적제어에 적용하고 시뮬레이션을 통하여 성능을 확인하였다.

Abstract

In this paper, we design a robust output feedback controller for robot manipulators with bounded parametric uncertainties using high-gain observer. The proposed control scheme with integral action improves tracking error due to limit of the robust feedback gains. High-gain observer is used to solve the noise problem with the joint velocity measurement. This controller avoids the limitation on the variation of unknown parameters and guarantees the uniformly ultimate boundedness of the closed-loop system. The performance of the proposed method is demonstrated by simulation on a 2-link manipulator.

I. 서 론

로봇 매니퓰레이터는 비선형성 및 미지의 부하와 마찰 등에 의한 모델 불확실성을 가지기 때문에 효과적인 로봇 매니퓰레이터의 궤적제어를 위해서는 이와 같은 비선형성과 파라미터 불확실성을 보상할 수 있는 강인제어기법(robust control scheme)이 요구되며 여러 가지 방법이 제시되었다^[1].

Lyapunov 이론에 근거한 포화강인제어(robust saturation control) 기법^[2]이 로봇 매니퓰레이터의 강인

제어기 설계에 주로 이용되어 왔는데 궤적 추종오차가 초기상태로부터 오차 허용범위내의 영역으로 수렴(uniformly ultimate boundedness)하도록 한다^[3]. 이 때의 수렴상태는 파라미터 불확실성에 좌우되며 추종오차를 줄이기 위해서는 궤환이득이 매우 커야 하나, 궤환이득이 커지면 시스템 모델링에서 무시된 고차 모드를 여기(exciting)시켜 제어성능을 약화시킨다. 시스템의 고차 모드가 여기되지 않도록 하기 위해서는 궤환이득의 크기를 제한하여야 하는데 이것은 정상상태에서 추종오차를 증가시킨다. 특히 불확실한 파라미터가 시불변인 경우 추종오차는 그대로 유지되게 된다. 이와 같은 추종오차는 적분제어를 제어입력에 포함시키면 개선시킬 수 있다^{[4][5]}. 궤환이득의 크기를 제한하는 또 다른 요인은 속도벡터 측정치에 포함되는 잡음이다. 타

* 正會員, 韓國航空大學校 航空電子工學科

(Dept. of Avionics, Hankuk Aviation Univ.)

接受日字: 1999年3月30日, 수정완료일: 1999年10月23日

코미터를 이용하여 관절의 속도를 추정하는 경우 추정 잡음 때문에 제어이득이 제한된다. 엔코더로부터 추정된 위치를 미분하여 속도벡터로 사용하는 경우 위치 추정치에 포함된 작은 오차라도 큰 속도오차를 발생시킬 뿐만 아니라 관절이 저속으로 움직이는 경우 속도 추정치가 부정확하게 된다. 이와 같은 문제는 관측기를 사용하여 관절의 속도벡터를 추정하면 해결될 수 있다^[6].

매니퓰레이터의 관절의 속도를 추정하기 위한 관측기로는 슬라이딩 관측기(sliding observer)^[7]와 고이득 관측기(high-gain observer)^[8]가 이용되었다.

본 논문에서는 파라미터 불확실성을 가지는 로봇 매니퓰레이터에 대한 출력궤환 강인제어기를 고이득 관측기를 사용하여 설계하고자 한다. 제안된 새로운 강인제어기에는 적분제어가 포함되도록 함으로써 이득제한에 따른 추종오차를 개선시키도록 한다. 또한 [9]와는 달리 미지의 파라미터 범위에 대한 제한을 받지 않도록 제어기를 구성함으로써 변동 범위가 큰 경우에도 적용될 수 있다. 고이득 관측기도 파라미터 변동범위에 대한 제약을 피할 수 있도록 구성한다. 전체 페루프시스템의 상태궤적이 유한 집합 내로 수렴함을 [10]의 방법을 적용하여 보인다. 제안된 방법을 2-링크 로봇 매니퓰레이터의 캐릭터에 적용하고 시뮬레이션을 통하여 제안된 출력궤환 제어성능이 상태궤환 제어성능을 유지할 수 있음을 확인하기로 한다.

II. 로봇 매니퓰레이터 모델과 성질

n -링크 강체 로봇의 동특성 방정식은 다음과 같이 표현된다^[11].

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서 $q \in R^n$ 은 관절의 위치벡터, $\tau \in R^n$ 은 토크 입력벡터이고 행렬 $M(q) \in R^{n \times n}$ 은 관성행렬로 대칭이고 양한(positive definite)이다. 또한 벡터 $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ 는 구심력과 코리올리스힘을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이고, $G(q)$ 는 중력 벡터이다. 마찰은 무시되는 것으로 가정한다. 식 (1)의 동특성 방정식은 다음 성질을 가진다.

성질 1: 관성행렬 $M(q)$ 는 다음 부등식을 만족한다.

$$0 < M_m \leq \|M(q)\| \leq M_M$$

여기서 M_m 과 M_M 은 각각 $M(q)$ 의 고유치의 최소값과 최대값이다.

성질 2: 벡터 $C(q, \dot{q})$ 는 다음 부등식을 만족한다.

$$\|C(q, \dot{q})\| \leq C_M \|\dot{q}\|$$

성질 3: 식 (1)의 동특성 방정식을 다음과 같이 미지의 파라미터 벡터 θ 에 대해 선형으로 나타낼 수 있다.

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = \tau$$

성질 4: 중력벡터 $G(q)$ 는 유한하다.

$$\|G(q)\| \leq G_M$$

로봇 매니퓰레이터의 관절위치벡터, 속도벡터와 가속도벡터가 추종해야 될 기준벡터를 각각 $q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d$ 라 할 때 벡터 Q_d 를 다음과 같이 정의한다.

$$Q_d = [q_d^T \dot{q}_d^T \ddot{q}_d^T]^T$$

여기서 compact set Q_D 에 대해 $Q_d \in Q_D \in R^{3n}$ 라 가정한다.

부하변동에 의하여 로봇 매니퓰레이터의 동특성 파라미터가 불확실성을 가질 때, 관절위치벡터 $q(t)$ 만을 추정하여 관절의 위치가 기준위치벡터 $q_d(t)$ 를 추종하도록 하는 출력궤환 강인제어기를 설계하고자 한다.

III. 상태궤환 강인제어

관절위치 추종오차 벡터를

$$e = q - q_d \quad (2)$$

로 정의하면 식 (1)의 로봇 매니퓰레이터에 대한 동특성방정식은 다음의 오차 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\ddot{q}_d - M^{-1}(x_1, q_d)[C(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) + \\ &\quad G(x_1, q_d) - \tau] \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $x_1 = e$, $x_2 = \dot{e}$ 이며 $x = [x_1^T \ x_2^T]^T$ 이다.

제어입력에 적분제어를 포함시키기 위하여 관절위치

추종오차의 적분을 다음과 같이 새로운 상태변수로 정의한다.

$$\sigma = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4)$$

식 (4)의 적분은 각 성분을 적분하는 것을 의미하며 $\sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \cdots \sigma_n]^T$ 이다.

식 (2)의 오차 상태방정식을 식 (4)에서 정의된 상태변수를 포함하는 확장된 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{\zeta} = A\zeta + BM^{-1}(x_1, q_d)[-Y(x, Q_d)\theta + \tau] \quad (5)$$

여기서 $\zeta = [\sigma^T \ x_1^T \ x_2^T]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix}$$

이며 함수 $Y(x, Q_d)\theta$ 는 성질 3으로부터 다음과 같이 정의된다.

$$Y(x, Q_d)\theta = M(x_1, q_d)\ddot{q}_d + C(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) + G(x_1, q_d) \quad (6)$$

토크 제어입력을 다음과 같이 정한다.

$$\tau = Y(x, Q_d)\theta_0 - M_0(x_1, q_d)K\xi + \tau_N \quad (7)$$

여기서 θ_0 는 파라미터에 대한 공칭값(nominal value)이며 $Y(x, Q_d)\theta_0$ 는 성질 3에 의하여 다음과 같다.

$$Y(x, Q_d)\theta_0 = M_0(x_1, q_d)\ddot{q}_d + C_0(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) + G_0(x_1, q_d) \quad (8)$$

여기서 M_0 , C_0 과 G_0 는 각각 M , C 와 G 에 대한 공칭 행렬과 벡터이다.

식 (7)의 제어입력에서 세 번째 항은 파라미터 불확실성을 보상하기 위한 비선형항으로 뒤에 정의하기로 한다.

식 (7)의 제어입력을 식 (5)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\zeta} = (A - BK)\zeta + BM^{-1}(x_1, q_d)[Y(x, Q_d)\theta + \tilde{M}(x_1, q_d)K\xi + \tau_N] \quad (9)$$

여기서 $\theta = \theta_0 - \theta$, $\tilde{M}(x_1, q_d) = M(x_1, q_d) - M_0(x_1, q_d)$ 이며 이득행렬 K 는 행렬 $(A - BK)$ 가 Hurwitz가 되도록 정한다. 비선형항 τ_N 을 정하기 전에 다음의 가정을 하기로 한다.

가정 1 : 관성행렬의 역행렬 $M^{-1}(q)$ 은 양한(positive definite)이며 다음 부등식을 만족한다.

$$\lambda_m \leq \|M^{-1}(q)\| \leq \lambda_M$$

i) 가정은 회전 관절(revolute joint)을 가지는 로봇 매니퓰레이터의 경우 성립되며 그렇지 않은 경우에도 작업반경이 제한되면 성립된다.

가정 2 : 다음 부등식을 만족시키는 상수 $\alpha \geq 0$ 와 함수 $\beta(\xi) \geq 0$ 가 존재한다.

$$\|\tilde{M}(q)\| \leq \alpha$$

$$\|Y(\cdot)\theta\| \leq \beta(\xi)$$

파라미터 변동범위가 유한하고 알 수 있으면 가정 2의 부등식을 만족시키는 상수 α 와 함수 $\beta(\xi)$ 의 선정이 가능하며, $\beta_0 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ 과 $\beta_2 \geq 0$ 에 대해 $\beta(\xi) = \beta_0 + \beta_1 \|\xi\| + \beta_2 \|\xi\|^2$ 의 형태가 될 수 있다.

이제 비선형항 τ_N 을 다음과 같이 정한다.

$$\tau_N = \begin{cases} -\frac{\lambda_M \bar{\beta}(\xi)}{\lambda_m \|S\|} S & \text{if } \lambda_M \bar{\beta}(\xi) \|S\| \geq \mu \\ -\frac{\lambda_M \bar{\beta}^2(\xi)}{\mu \lambda_m} S & \text{if } \lambda_M \bar{\beta}(\xi) \|S\| < \mu \end{cases} \quad (10)$$

여기서 $S = B^T P \zeta$, $\bar{\beta}(\xi) \geq \beta(\xi) + \alpha \|K\| \|\zeta\|$ 이며 $\mu > 0$ 은 설계 파라미터이고 행렬 $P = P^T > 0$ 는 Lyapunov 방정식 $(A - BK)^T P + P(A - BK) = -I$ 의 해이다.

정리 1 : 가정 1과 2가 성립되고 모든 초기치가 유한할 때, 식 (10)을 포함하는 제어입력 (7)에 의하여 폐루프 시스템의 상태변수 ζ 는 초기상태로부터 유한시간 내에 양의 불변집합(positively invariant set) Ω_μ 에 도달하여 머무르게 된다.

증명 : Lyapunov 후보함수 V 를

$$V = \zeta^T P \zeta \quad (11)$$

로 정하고 초기치를 포함하는 집합 \mathcal{Q}_c 를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathcal{Q}_c = \{\xi \in R^{3n} | V(\xi) \leq c\}, \quad c > 0 \quad (12)$$

식 (11)의 함수 V 를 미분하고 식(9)를 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\xi}^T P \xi + \xi^T P \dot{\xi} \\ &= \xi^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] \xi + 2S^T \\ &\quad M^{-1}(x_1, q_d)[Y(x, Q_d)\partial + \bar{M}(x_1, q_d)K\xi + \tau_N] \\ &\leq -\|\xi\|^2 + 2\|S\| \|M^{-1}(x_1, q_d)\| (\|Y(x, Q_d)\partial\| \\ &\quad + \|\bar{M}(x_1, q_d)K\xi\|) + 2S^T M^{-1}(x_1, q_d)\tau_N \\ &\leq -\|\xi\|^2 + 2\lambda_M \|S\| \bar{\beta}(\xi) + 2S^T M^{-1}(x_1, q_d)\tau_N \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\lambda_M \bar{\beta}(\xi) \|S\| \geq \mu$ 이면 식 (13)의 부등식은

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\|\xi\|^2 + 2\lambda_M \|S\| \bar{\beta}(\xi) - 2S^T M^{-1}(x_1, q_d) \frac{\lambda_M \bar{\beta}(\xi) S}{\lambda_m \|S\|} \\ &\leq -\|\xi\|^2 + 2\lambda_M \|S\| \bar{\beta}(\xi) - 2\lambda_M \bar{\beta}(\xi) \lambda_{\min}(M^{-1}) \frac{\|S\|^2}{\lambda_m \|S\|} \\ &\leq -\|\xi\|^2 \end{aligned} \quad (14)$$

이 되고, $\lambda_M \bar{\beta}(\xi) \|S\| < \mu$ 이면 식 (13)의 부등식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\|\xi\|^2 + 2\lambda_M \|S\| \bar{\beta}(\xi) - 2S^T M^{-1}(x_1, q_d) \frac{\lambda_M \bar{\beta}^2(\xi) S}{\lambda_m \mu} \\ &\leq -\|\xi\|^2 + \frac{2\lambda_M}{\mu} \|S\| \bar{\beta}(\xi) (\mu - \bar{\beta}(\xi) \|S\|) \\ &\leq -\|\xi\|^2 + 2\mu \end{aligned} \quad (15)$$

설계 파라미터 μ 를 $\mu \leq \frac{c}{2\alpha\lambda_{\max}(P)}$ ($\alpha > 1$)로 정하면 부등식 (15)는 다음과 같이 된다.

$$\dot{V} < 0, \forall \xi \in \mathcal{Q}_c \text{이고 } V(\xi) = c \quad (16)$$

따라서 \mathcal{Q}_c 는 양의 불변 집합이 되므로 $\xi(0) \in \mathcal{Q}_c$ 에서 시작하는 상태궤적 $\xi(t)$ 는 집합 \mathcal{Q}_c 내에 머무르게 된다. 다음으로 집합 \mathcal{Q}_b 를 다음과 같이 정의하자.

$$\mathcal{Q}_b = \{\xi | V(\xi) \leq b\} \quad (17)$$

여기서 $b < c^\circ$ 이고 $\mathcal{Q}_b \subseteq \mathcal{Q}_c$ 이다.

한편, 식 (15)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} \leq \frac{-V}{\lambda_{\max}(P)} + 2\mu \quad (18)$$

설계 파라미터 μ 를 $\mu \leq \frac{b}{2\alpha\lambda_{\max}(P)}$ 로 선정하면 $V \geq b$ 일 때 식 (18)은 다음과 같이 된다.

$$\dot{V} \leq -2\mu(\alpha - 1) \quad (19)$$

식 (19)는 유한 시간내에 함수 V 가 $V \leq b$ 가 됨을 의미한다. 따라서 $b < c^\circ$ 인 b 는 임의로 정할 수 있으므로 상태변수 $\xi(t)$ 는 초기상태로부터 유한 시간내에 집합 $\mathcal{Q}_b \subseteq \mathcal{Q}_c$ 에 도달하여 머무르게 된다.

출력궤환 제어를 위해서 포화제어 입력을 다음과 같이 정의한다.

$$\tau_i^s = S_i \text{sat}\left(\frac{\tau_i(\xi, Q_d)}{S_i}\right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

여기서 $S_i = \max_{\xi \in \mathcal{Q}_c, Q_d \in Q_s} |\tau_i(\xi, Q_d)|^\circ$ 이고, $\text{sat}(\cdot)$ 은

$$\text{sat}(y) = \begin{cases} -1 & y < -1 \\ y & |y| \leq 1 \\ 1 & y > 1 \end{cases} \quad (21)$$

상태 변수가 $\xi \in \mathcal{Q}_c$ 이면 포화제어 입력 τ^s 는 τ 와 같게 된다.

IV. 출력궤환 제어

관절 위치측정 센서만을 부착한 로봇 매니퓰레이터의 경우 상태궤환 제어를 위해서 속도벡터를 추정해야 한다. 속도추정을 위한 관측기로는 선형시스템처럼 관측기와 제어기를 분리하여 설계하는 것이 가능한 고이득 관측기를 다음과 같이 구성한다.

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_2 + \frac{1}{\varepsilon} L_1(x_1 - \hat{x}_1) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_2 &= \frac{1}{\varepsilon} L_2(x_1 - \hat{x}_1) - \ddot{q}_d - M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)[C_0(\hat{x}_1, q_d, \dot{q}_d)\hat{x}_2 \\ &\quad + \dot{q}_d] + G_0(x_1, q_d) + M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)\tau^s(\sigma, \hat{x}, Q_d) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $L_1 = \text{diag}\{\alpha_{1i}\}$, $L_2 = \text{diag}\{\alpha_{2i}\}^\circ$ 이고 양의 상수 α_{1i} 와 α_{2i} 는 행렬 $L = \begin{bmatrix} L_1 & I \\ L_2 & 0 \end{bmatrix}$ 가 Hurwitz가 되도록 정한다. 이득에 포함된 $\varepsilon > 0$ 는 매우 작은 설계 파라

미터이다. 제어 입력 $\tau_i^s(\sigma, \hat{e}, Q_d)$ 는 출력궤환 제어입력으로 사용된다.

다음과 같이 상태변수 추정오차를 스케일(scale)한 새로운 변수를 정의하자.

$$\chi_i = \frac{1}{\varepsilon^{2-i}}(x_i - \hat{x}_i), \quad i=1,2 \quad (24)$$

식 (5)의 상태방정식과 식 (22)과 (23)의 고이득 관측기 상태방정식을 식 (24)에서 정의된 상태변수를 이용하여 나타내면 다음과 같이 된다.

$$\dot{\xi} = A\xi + BM^{-1}(x_1, q_d)[-Y(x, Q_d)\theta + \tau^s(\sigma, x - D(\varepsilon)\chi, Q_d)] \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon\dot{\chi} &= L\chi + \varepsilon B\{[F(x, q_d, \dot{q}_d) - F_0(x - D(\varepsilon)\chi, q_d, \dot{q}_d)] \\ &\quad + [M^{-1}(x_1, q_d) - M_0^{-1}(x_1 - \varepsilon\chi_1, q_d)]\tau^s(\sigma, x - D(\varepsilon)\chi, Q_d)\} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $\chi = [\chi_1 \ \chi_2]^T$, $D(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \varepsilon I_{n \times n} & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \end{bmatrix}$ 이고

$$\begin{aligned} F_0(\hat{x}, q_d, \dot{q}_d) &= -M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)[C_0(\hat{x}, q_d, \dot{q}_d)(\hat{x}_2 + \dot{q}_d) \\ &\quad + G_0(\hat{x}_1, q_d)] \\ F(x, q_d, \dot{q}_d) &= -M^{-1}(x_1, q_d)[C(x, q_d, \dot{q}_d)(x_2 + \dot{q}_d) \\ &\quad + G(x_1, q_d)] \end{aligned}$$

식 (25)에서 $\xi \in \Omega_c$ 이면 $\tau^s(\cdot) = \tau(\cdot)$ 가 되어 상태궤환제어의 성능을 유지한다. 식 (26)의 우변 둘째 항은 $\varepsilon \rightarrow 0$ 일 때 무시될 수 있으므로 관측기에 입력되는 외란의 영향을 받지 않을 뿐만 아니라 관측기의 이득 행렬을 상태궤환 이득과 무관하게 설계할 수 있다. 또한 $M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)$ 도 임의로 선정할 수 있으므로 상태변수 추정동안 $M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)$ 의 역행렬이 존재해야 되는 세약을 피할 수 있다. 따라서 미지수의 파라미터 변동 범위에 대한 제약이 완화되며 관측기의 구조가 동특성 방정식의 구조와 같으므로 추정오차도 줄일 수 있다.

설계 파라미터 ε 이 충분히 작은 경우 출력궤환 제어의 성능분석은 [10]과 같은 방법으로 한다. 우선 스케일된 추정오차는 짧은 시간내에 $\|\chi\| \leq \gamma\varepsilon$ 이 됨을 보이기 위하여 $\nu = \chi^T \bar{P}\chi$ 라 하자. 여기서 $\bar{P} = \bar{P}^T > 0$ 는 Lyapunov 방정식, $\bar{P}L + L^T \bar{P} = -I$ 의 해이다. 토크 입력 $\tau^s(\sigma, \hat{x}, Q_d)$ 는 유한하므로 $k > 0$ 에 대해 $\xi \in \Omega_c$ 일 때 다음 부등식이 성립된다.

$$\| [F(\cdot) - F_0(\cdot)] + [(M^{-1}(\cdot) - M_0^{-1}(\cdot))\tau^s(\cdot)] \| < k \quad (27)$$

식 (27)을 이용하면

$$\nu \leq -\frac{\nu}{\varepsilon \lambda_{\max}(\bar{P})} + \frac{2k \|\bar{P}\|}{\sqrt{\lambda_{\min}(\bar{P})}} \sqrt{\nu} \quad (28)$$

식 (28)의 부등식은 $\nu \geq \rho\varepsilon^2$ 일 때

$$\nu \leq -\frac{\nu}{2\varepsilon \lambda_{\max}(\bar{P})} \quad (29)$$

$$\text{여기서 } \rho = \frac{[4k \|\bar{P}\| \lambda_{\max}(\bar{P})]^2}{\lambda_{\min}(\bar{P})} \text{ 이다.}$$

식 (29)로부터 $\nu \leq \rho\varepsilon^2$ 되므로 $\|\chi\| \leq \gamma\varepsilon$ 됨을 알 수 있다. 여기서 $\gamma = \sqrt{\frac{\rho}{\lambda_{\max}(\bar{P})}}$ ε 이며 $\nu(0)$ 로부터 $\nu \leq \rho\varepsilon^2$ 에 도달하는데 걸리는 시간은 ε 의 함수가 된다.

다음으로 출력궤환 제어일지라도 ε 이 충분히 작으면 ξ 가 Ω_c 에 도달하여 머물게 됨을 보이기로 한다. 스케일된 추정오차 χ 가 $\|\chi\| \leq \gamma\varepsilon$ 로 되면 $\|x - \hat{x}\| = \|D^{-1}(\varepsilon)\chi\| \leq \gamma_1\varepsilon$ 되므로 식 (25)는 다음과 같이 섭동(perturbation)을 가지는 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + BM^{-1}(x_1, q_d)[-Y(x, Q_d)\theta + \tau^s(\sigma, x, Q_d)] \\ &\quad + BM^{-1}(x_1, q_d)[\tau^s(\sigma, \hat{x}, Q_d) - \tau^s(\sigma, x, Q_d)] \end{aligned} \quad (30)$$

따라서 식 (18)의 \dot{V} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{V} \leq -\frac{V}{\lambda_{\max}(\bar{P})} + 2\mu + \gamma_2\varepsilon \quad (31)$$

여기서 γ_2 는 τ^s 의 Lipschitz 상수이다. 식 (18)로부터 $V \geq b$ 이면

$$\dot{V} \leq -2\mu(\alpha - 1) + \gamma_2\varepsilon \quad (32)$$

설계 파라미터 ε 을

$$\varepsilon \leq \frac{\mu(\alpha - 1)}{\gamma_2} \quad (33)$$

로 정하면 식 (32)는 다음과 같이 된다.

$$\dot{V} \leq -\mu(\alpha - 1) \quad (34)$$

따라서 ε 이 충분히 작으면 출력궤환 제어하에서 ξ

는 $\Omega_\mu \cap \{\xi : \lambda_M \bar{\beta}^2(\xi) \| S \| < \mu\}$ 에 도달하여 머물게 됨을 확인할 수 있다. 이것은 고이득 관측기를 사용하는 출력궤환 제어가 상태궤환 제어의 성능을 복원할 수 있음을 의미한다.

V. 시뮬레이션

제안된 출력궤환 강인제어기법을 적용하여 시뮬레이션하기 위한 2-링크 로봇 매니퓰레이터의 동특성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} M_{11}(q) & M_{12}(q) \\ M_{21}(q) & M_{22}(q) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{vmatrix} + \\ \begin{vmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (35)$$

여기서

$$\begin{aligned} M_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos q_2 + I_1 + I_2, \\ M_{12}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos q_2 + I_2, \quad M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2, \\ C_{12}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2), \\ C_{11}(q, \dot{q}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 \dot{q}_2, \quad C_{21}(q, \dot{q}) = m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2 \dot{q}_1, \\ G_1(q) &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos (q_1 + q_2), \\ G_2(q) &= m_2 l_{c2} g \cos (q_1 + q_2). \end{aligned}$$

파라미터 값들은 [8]에서 사용한 값을 사용하였으며 각각 다음과 같다.

$$m_1 = 10 \text{ kg}, \quad l_1 = 1 \text{ m}, \quad l_{c1} = 0.5 \text{ m}, \quad I_1 = \frac{10}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$m_2 = 5 \text{ kg} + \Delta m_2, \quad l_2 = 1 \text{ m}, \quad l_{c2} = 0.5 \text{ m} + \Delta l_{c2},$$

$$I_2 = \frac{5}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + \Delta I_2, \quad g = 9.8 \text{ m/sec}^2$$

여기서 Δm_2 , Δl_{c2} 와 ΔI_2 는 파라미터 변동범위를 나타내며 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} 0 \leq \Delta m_2 &\leq 1 \text{ kg}, \quad 0 \leq \Delta l_{c2} \leq 0.1 \text{ m}, \\ 0 \leq \Delta I_2 &\leq \frac{1}{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned} \quad (36)$$

로봇 매니퓰레이터가 추종해야 할 기준궤적은 다음과 같이 정한다.

$$q_{d1}(t) = q_{d2}(t) = 1.57(1 - e^{-5t}(1+5t)) \text{ [rad]}$$

설계 파라미터 μ 는 $\mu=1$ 로 하였으며, 제어이득 K 는 $K=[50I \ 150I \ 80I]$ 로 정하였다. 고이득 관측기에 포

함되는 $M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d)$ 는 상태변수 추정과정에서 $M_0(\hat{x}_1, q_d)$ 의 행렬식이 0이 되지 않도록 하기 위하여 다음과 같이 상수 행렬로 정하였다.

$$M_0^{-1}(\hat{x}_1, q_d) = \begin{bmatrix} 10 & 1.67 \\ 1.67 & 1.67 \end{bmatrix}^{-1}$$

입력 토크를 포화시키기 위하여 집합 Ω_c 를 $\Omega_c = \{V(\xi) \leq 4.58\}$ 로 정하면 입력 토크의 포화함수 값은 각각 $\tau_1^c = 10325$, $\tau_2^c = 9685$ 이 된다.

초기 조건이 0° 이고 $\epsilon = 0.001$ 인 경우, 제안된 출력궤환 제어에 의한 시뮬레이션 결과와 적분제어를 포함하지 않은 출력궤환 제어에 의한 결과인 링크 1과 2에서의 추종오차와 토크 입력을 그림 1과 2에 나타내었다.

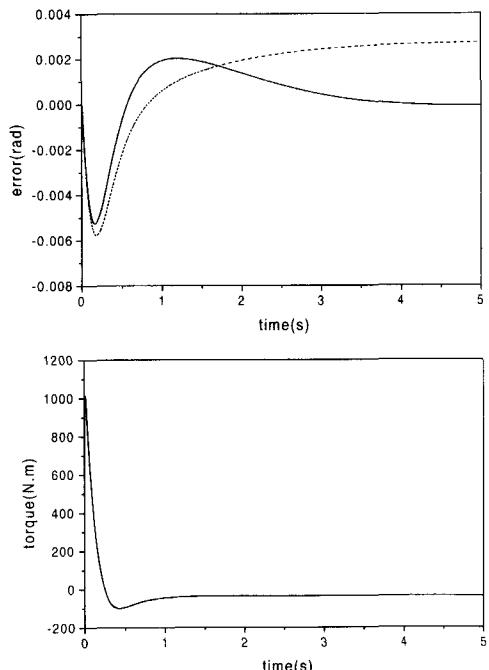


그림 1. 제2안된 방식(실선)과 적분작용을 포함하지 않은 출력궤환제어(점선)에 의한 링크 1의 추종오차와 토크

Fig. 1. Tracking error and torque of link 1 for proposed method(solid) and output feedback without integral action(dotted).

제안된 방식을 적용한 결과가 초기에 오버슈트를 가지지만 정상상태에서 추종오차가 감소됨을 알 수 있다. 그림 3과 4는 초기조건이 $e_1(0) = e_2(0) = 0$ 일 때 각각 링크 1과 2에서의 상태궤환 제어에 의한 시뮬레이션 결과와 $\epsilon = 0.01$ 과 $\epsilon = 0.001$ 인 경우 제안된 방

식에 의한 시뮬레이션 결과이다. 고이득 관측기의 이들에 관련되는 ϵ 가 작을수록 출력궤환 제어 성능이 상태궤환 제어 성능에 근접함을 알 수 있다.

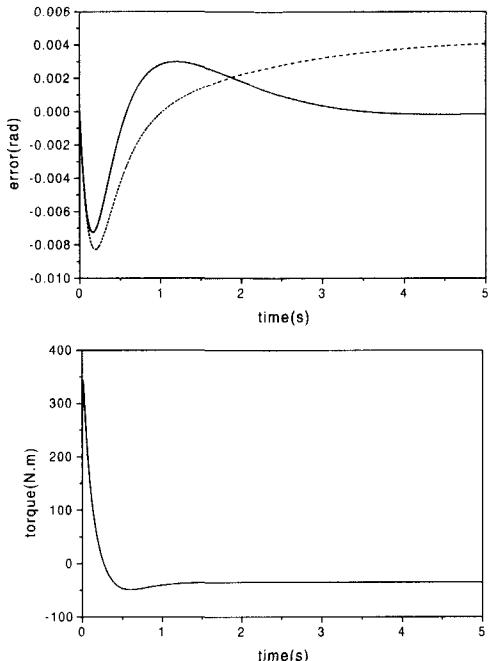


그림 2. 제안된 방식(실선)과 적분작용을 포함하지 않은 출력궤환제어(점선)에 의한 링크 2의 추종오차와 토크

Fig. 2. Tracking error and torque of link 2 for proposed method(solid) and output feedback without integral action(dotted).

그림 5와 6은 초기조건이 $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$ 일 때 $\epsilon = 0.01$ 과 $\epsilon = 0.001$ 인 경우 링크 1과 2에서의 시뮬레이션 결과로서 $\epsilon = 0.001$ 인 경우 피킹이 일어나므로 제어입력이 포화되게 된다. 제어입력이 포화되더라도 ϵ 가 작으면 상태궤환 제어의 성능을 복원시킬 수 있음을 알 수 있으며 집합 Ω_c 를 작게 선정하면 포화입력의 크기를 작게 할 수 있다.

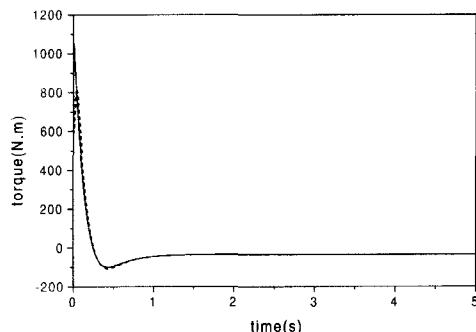
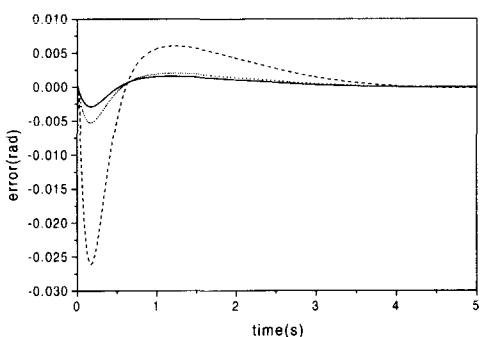


그림 3. 초기조건이 $e_1(0) = e_2(0) = 0$ 일 때 상태궤환제어(실선)와 $\epsilon = 0.001$ (굵은 점선)과 $\epsilon = 0.001$ (점선)에서 제안된 방식에 의한 링크 1의 추종오차와 토크

Fig. 3. Tracking error and torque of link 1 for state feedback(solid) and proposed method with $\epsilon = 0.01$ (dotted) and $\epsilon = 0.001$ (dashed) under zero initial conditions.

시뮬레이션 결과로부터 $\epsilon \rightarrow 0$ 이 되면 출력궤환 강인제어의 성능은 상태궤환 제어의 성능을 복원시킬 수 있다.

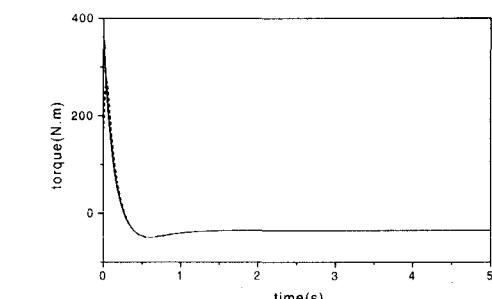
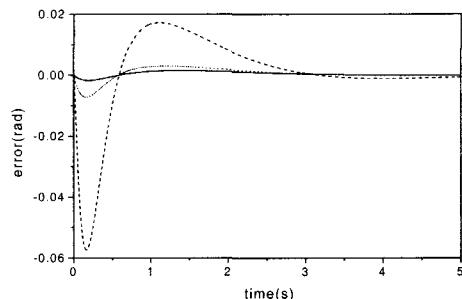


그림 4. 초기조건이 $e_1(0) = e_2(0) = 0$ 일 때 상태궤환제어(실선)와 $\epsilon = 0.01$ (굵은 점선)과 $\epsilon = 0.001$ (점선)에서 제안된 방식에 의한 링크 2의 추종오차와 토크

Fig. 4. Tracking error and torque of link 2 for state feedback(solid) and proposed method with $\epsilon = 0.01$ (dotted) and $\epsilon = 0.001$ (dashed) under zero initial conditions.

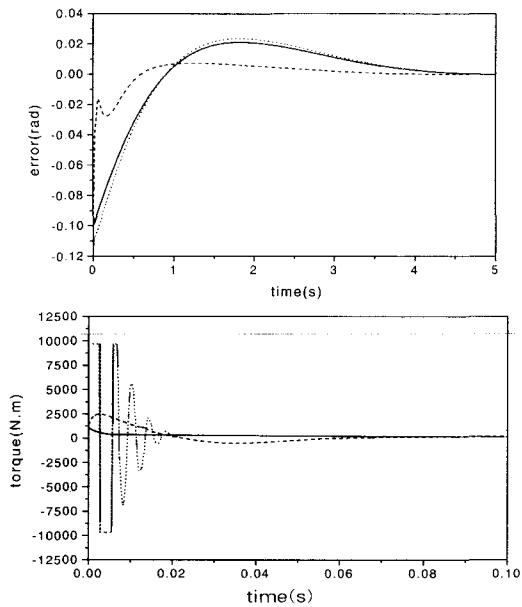


그림 5. 초기조건이 일 때 $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$ 상태궤환제 어(실선)와 $\epsilon = 0.01$ (굵은 점선)과 $\epsilon = 0.001$ (점선)에서 제안된 방식에 의한 링크 1의 추종오차와 토크

Fig. 5. Tracking error and torque of link 1 for state feedback(solid) and proposed method with $\epsilon = 0.01$ (dotted) and $\epsilon = 0.001$ (dashed) under initial conditions, $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$.

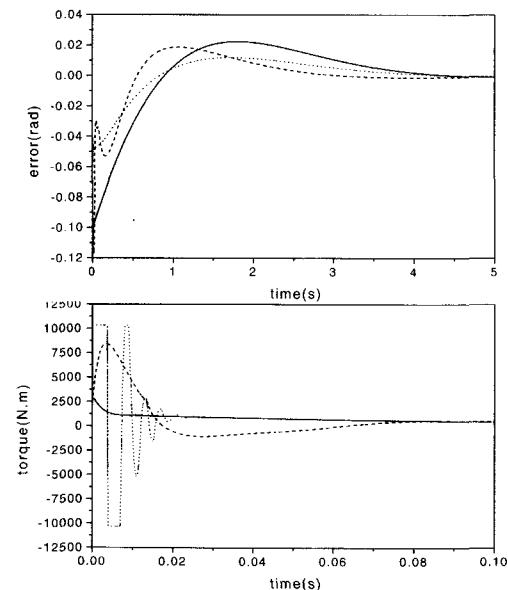


그림 6. 초기조건이 $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$ 일 때 상태궤환제 어(실선)와 $\epsilon = 0.01$ (굵은 점선)과 $\epsilon = 0.001$ (점선)에서 제안된 방식에 의한 링크 2의 추종오차와 토크

Fig. 6. Tracking error and torque of link 2 for state feedback(solid) and proposed method with $\epsilon = 0.01$ (dotted) and $\epsilon = 0.001$ (dashed) under initial conditions, $e_1(0) = e_2(0) = -0.1$.

VI. 결 론

본 논문에서는 로봇 매니퓰레이터의 관절 위치측정치만을 사용하는 출력궤환 장인제어기를 적분작용을 포함시켜 설계하고 해석하였다. 미지의 파라미터 변동 범위를 알 수 있으면 파라미터 변동 범위에 대한 제한을 갖지 않으면서 정상상태 오차를 개선시킬 수 있도록 장인제어기를 구성하였다. 고이득 관측기의 구조는 시스템의 구조와 같은 형태를 갖도록 하여 추정오차가 크지 않도록 하였으며, 관측기에 포함된 공칭행렬 $M_0^{-1}(\cdot)$ 때문에 상태벡터 추정동안 파라미터 변동범위가 제한될 수 있는데 상수 행렬로 선정함으로써 파라미터 변동범위에 대한 제약을 완화시켰다. 2-링크 로봇 매니퓰레이터에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 출력궤환 장인제어기의 성능이 설계 파라미터가 $\epsilon \rightarrow 0$ 이 될 때 상태궤환 제어의 성능을 복원시킬 수 있음을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] C. Abdallah, D. Dawson, P. Dorato, and M. Jamshidi, "Survey of robust control for rigid robots," IEEE Control Systems Magazine, vol. 11, no. 2, pp. 24-30, Feb. 1991.
- [2] M. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-26, pp. 1139-1144, 1981
- [3] M. W. Spong, "On the Robust Control of Robot Manipulators," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 37, no. 11, pp. 1782-1786, 1992.
- [4] G. J. Liu and A. A. Goldberg, "Asymptotically stable robust control of robot manipulators," Mech. Mach. Theory, vol. 31, no. 5, pp. 607-618, 1996.
- [5] 신의석, 이강웅, "적분제어를 포함하는 로봇 매니퓰레이터의 장인제어," 전자공학회논문지, 제35권, 8편, 제8호, pp. 32-38, 1998
- [6] M. Erlic and W. S. Lu, "A Reduced-order adaptive velocity observer for manipulator

- control," IEEE Trans. Robot. and Automat., vol. 11, no. 2, pp. 293-303, 1995.*
- [7] C. Canudas de Wit and N. Fixot, "Adaptive control of robot manipulators via velocity estimated feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., vol 37., no. 8, pp. 1234-1237, 1992.
- [8] Kang W. Lee and H. K. Khalil, "Adaptive output feedback control of robot manipulators using high-gain observer," Int. J. Control, vlo. 67, no. 6, pp. 869-886, 1997.
- [9] E.S.Shin and Kang W. Lee, "Robust output feedback control of robot manipulator susing high-gain observer," Proc. of IEEE Conf. on Contr. Application, pp. 881-886, Hawaii, 1999.
- [10] N. A. Mahmoud and H. K. Khalil, "Asymptotic Regulation of minimum phase nonlinear systems using output feedback," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 41, no. 10, pp. 1402-1412, Oct. 1996.
- [11] M. W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control," John Wiley, New York, 1989.

저자소개

申義錫(正會員) 第34卷 S編 第7號 參照

한국항공대학교대학원 항공전자공학과 박사과정 재학

중. 연구세부분야 : 자동제어(로보틱스)

李康熊(正會員) 第34卷 S編 第7號 參照

한국항공대학교 항공전자공학과 부교수