

Delaunay 삼각형분할법을 이용한 3 차원복합형상의 역공학

조승현*, 조명우**, 김재도**

Reverse Engineering of 3D Compound Shapes using Delaunay Triangulation

Seung-Hyun Cho*, Myeong-woo Cho** and Jae-Do kim**

ABSTRACT

The objective of this research is to develop an efficient reverse engineering method of 3-dimensional compound surfaces for rapid prototyping process. As a first step, several image processing techniques were applied to the measured data obtained using laser scanner. And the boundary information of the compound surface were extracted to divide the surface into several separate regions. As a next step, the Delaunay triangulation method were applied to reconstruct the surface based on the measured data and the boundary information. Finally, the STL file were created for the rapid prototyping process. Required simulations and experiments were performed and the results were analyzed to show the effectiveness of the proposed methods.

Key Words : Reverse Engineering(역공학), Rapid Prototyping(쾌속조형법), Triangulation(삼각화), Compound Surface(복합곡면)

1. 서론

현재의 공업제품의 경쟁력은 다양하고 신속하게 변화하는 소비자의 수요를 만족시키기 위하여 제품의 기능적인 측면보다는 외형의 디자인에 따라 크게 좌우된다. 이러한 제품의 설계에 있어서 대부분 전문 디자이너가 클레이나 기타 다루기 쉬운 소재를 수공으로 제작하여 이루어진다. 그러나 제품의 양산단계에 있어서는 반드시 CAD 데이터가 필요하며 이러한 CAD 응용의 대상이 되고 있는 물체들의 모델링에 있어서 수학적으로 간편하게 묘사될 수 있는 평면, 구면, 실린더등의 해석적 곡면(analytical surfaces)뿐 아니라 복잡한 형상을 갖는 삼차원 자유곡면(sculptured or free-formed

surfaces)의 사용이 급속도로 확대되어 가고 있다. 이러한 복잡한 형상의 자유곡면은 해석적인 수식 표현이 어려운 특성을 갖고 있으며 이들에 대한 CAD 에 필요한 표면데이터를 구축하는 과정에서 삼차원 측정기를 이용하여 표면의 점데이터들을 직접 획득하여 CAD 시스템이 요구하는 표면데이터를 구축하는 디지털화(digitizing)기술이 사용되고 있다. 이러한 기술의 발달로 주어진 실물로부터 공학적 개념이나 형상모델을 추출해 내는 역설계 기술이 널리 사용되고 있다. 역설계란 기존의 존재하는 제품으로부터 3 차원측정을 통하여 측정 데이터를 얻은 후 이로부터 CAD/CAM/CAI 등의 여러 분야에 적용할 수 있는 CAD 모델 제작을 가능하게 하는 기술로서 크게 1)실물측정, 2)곡면생

* 인하대 기계공학과 대학원

** 인하대 기계공학과

성, 3)CAD 모델 생성의 단계로 이루어진다. 곡면생성의 단계에서 삼각형의 경우 Delaunay 삼각화기법이 일반화되어 있으며 이러한 삼각형 요소망은 CAD/CAM 분야에서 곡면의 근사적 표현목적과 급속조형기술등의 응용목적으로 널리 연구되고 있다. 이러한 Delaunay 삼각화기법^(10,11)은 비록 몇가지 단점이 보고되고 있으나, 확장성과 일반성이 뛰어나므로 이에 관한 연구가 폭넓게 이루어졌다. 따라서 본 연구는 Fig.1 에서와 같이 자유곡면과 해석적 곡면이 포함되어 있는 3 차원 물체에 대하여 Laser 를 사용한 비접촉식 측정 데이터로부터 이미징 프로세싱방법을 이용한 효율적인 경계 데이터 생성 방법과 이러한 경계데이터와 측정데이터와의 곡면생성방법을 개발하여 여러 응용분야에 이용될 수 있는 삼각형 망의 형상정보를 효과적으로 추출할 수 있는 역공학 방법을 개발하고자 한다.

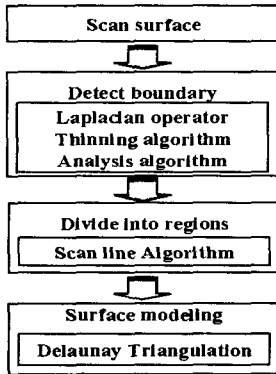


Fig. 1 Overall schematic diagram for the proposed method

2. 경계정보의 추출

일반적으로 3 차원 측정기에 의해 얻어진 측정 데이터만을 가지고 곡면생성시 각 곡면의 경계에 대한 사전 고찰 없이 전체 표면을 구성하면 Fig.2 와 같은 오차가 발생하며, 주어진 오차범위 내에서 삼각형 망을 구성하기 위해서는 경계부위에서의 측정점 수가 증가하는 경향을 보인다⁽⁹⁾. 따라서 자유곡면과 해석적 곡면이 포함되어 있는 복합곡면의 역공학시 경계부분에서 발생하는 오차를 감

소시키기 위하여 비접촉식측정기에 의해 획득한 데이터에 화상처리기법을 적용하여 경계를 추출하여 측정점을 영역화하였으며, 이를 기본으로 경계 데이터를 생성한다.

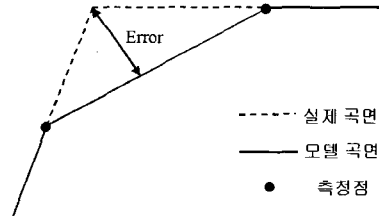


Fig. 2 Boundary error

2.1 경계 검출

본 연구에서는 측정점의 영역화를 위한 경계 추출을 위하여 획득된 데이터의 Z-좌표값을 명암도(gray level)로 치환하고 이에 라플라시안 연산자(Laplacian operator)를 적용한 결과를 분석하여 영점교차(zero crossing)를 검출함으로써 복합곡면의 경계정보를 추출하였다. Fig.3 은 레이저측정기에 의해 획득된 측정점을 나타내고 있으며, Fig.4 는 라플라시안 연산자의 적용 후 경계에서 영점교차한 점들을 나타낸다. 또한 Fig.5 는 영점교차한 점들의 데이터로부터 경계정보를 추출하여 구분된 복합곡면의 영역을 나타내고 있다.

<Laplacian operator>

	(x-1, y)	
(x, y-1)	(x, y)	(x, y+1)
	(x+1, y)	

$$\nabla^2 = \delta_x^2 + \delta_y^2$$

$$\begin{aligned} \delta_x^2 &= f(x+1,y)-f(x,y)-\{f(x,y)-f(x-1,y)\} \\ &= f(x+1,y)-2f(x,y)+f(x-1,y) \end{aligned}$$

$$\delta_y^2 = f(x,y+1)-2f(x,y)+f(x,y-1)$$

$$\begin{aligned} L(f(x,y)) &= f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+ \\ &\quad f(x,y-1)-4f(x,y) \end{aligned}$$

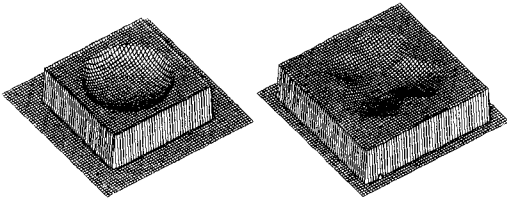


Fig. 3 3D plot of initially scanned points

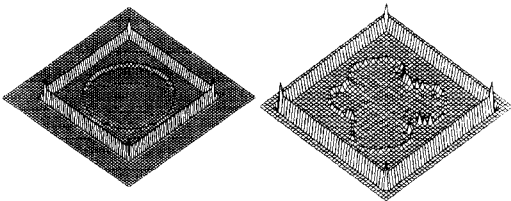


Fig. 4 3D plot of scanned points after applying the Laplacian operator

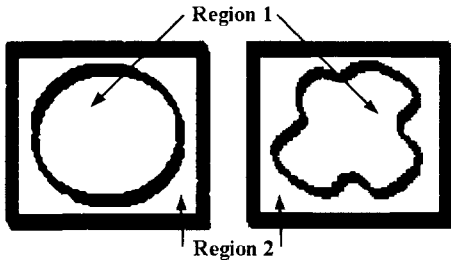


Fig. 5 Detected boundaries of the compound surfaces

2.2 경계데이터 생성

라플라시안 연산자를 이용한 경계검출 결과는 Fig.5 에 나타난 바와 같이 단일 곡선으로 이루어져 있지 않고 다수의 점군으로 나타나게 된다. 따라서, 본 연구에서는 얻어진 경계데이터의 대표적인 특성을 추출하기 위하여 세선화 기술(thinning algorithm)⁽¹⁾을 적용하였으며, Fig.6 은 세선화 방법을 적용한 후의 결과를 보여 주고 있다. 이러한 방법에 의해서 생성된 경계정보를 분석하여 측정물의 형상을 원, 사각형 등의 기본적인 형상(primitives)에 대한 정보를 추출하고⁽⁶⁾⁽¹⁰⁾, 이러한 기본적인 형상으로 근사할 수 없는 경계형상은 B-spline 보간법을 이용하여 근사시켜 경계데이터를 획득하였다.⁽⁹⁾

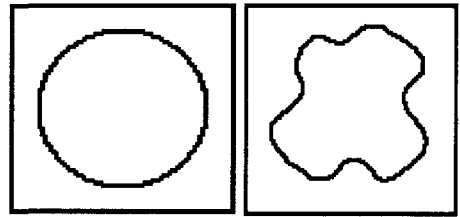


Fig. 6 Obtained boundaries after thinning algorithm application

2.2.1 해석적 곡선의 근사

직선, 원, 타원을 포함한 모든 해석적 곡선은 원추곡선(conic section curve)의 형태로 표시할 수 있으며 다음과 같은 일반 형태를 갖는다⁽⁸⁾.

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \quad (1)$$

위의 형태로 표시되는 원추곡선은 계수의 조건에 따라서 원, 타원, 직선 등을 나타내며, 회전(rotation)과 병진(translation)에 대하여 invariant 한 특성을 갖는다. 추출된 경계정보는 xy 평면상에 투영된 값을 가지며 i 번째 좌표를 (x_i, y_i) 라고 하면, 이 값은 식(1)로 주어지는 원추곡선을 항상 만족하지 않기 때문에 이 때의 오차 e_i 는 다음과 같다.

$$e_i = Ax_i^2 + 2Bx_iy_i + Cy_i^2 + 2Dx_i + 2Ey_i + F \quad (2)$$

따라서, 경계를 이루고 있는 점의 수가 n 개라면 최소 자승법 적용을 위한 전체 오차는 다음과 같다.

$$ER = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (3)$$

따라서, 위의 식을 최소로 하는 계수를 다음의 식(4)와 같이 최소 자승법을 적용하여 결정하면 주어진 점군에 대한 원추곡선의 식을 구할 수 있다.

$$\frac{\partial ER}{\partial A_i} = 0 \quad (4)$$

여기에서 A_i 는 식(1)의 계수 A, B, \dots, F 를 각각 나타내며, 근사할 원추곡선에 따라 값이 달라지게 된다. 주어진 경계정보를 원추곡선의 형태로 근사한 후, 다시 이를 주어진 데이터와 비교하여 일정한 오차범위를 벗어나게 되면 다른 원추곡선과 비교하는 과정을 반복하여 경계정보를 근사하였으며, 일반적인 경우 많이 사용되는 해석적 곡

선인 원, 타원, 직선을 대상으로 하였다.

2.2.2 B-Spline curve 해석 알고리즘

B-spline 곡선의 제어점들을 설계 데이터로부터 계산하기 위해서는 매듭값, degree, 파라메타값들을 먼저 결정한다. k 를 order, (n+1)개의 조정점을 사용하면 각 설계점은 어떤 매개변수 u_p 를 갖는 곡선 산의 점 Q_p 이다.

$$Q_p = C(u_p) = \sum_{i=0}^n P_i N_{ik}(u_p) \quad (5)$$

여기에서, 매개변수값 u 를 구하는 방법은 효율적인 결과치를 고려하여 일반적으로 설계데이터 사이의 거리를 기준으로 한 3 가지 방법(equally spaced, chord length, centripetal method)이 사용된다. 식(6,7)과 같은 chord length 방법을 사용하여 매개변수값을 구하고 매듭값은 일반적으로 식(8,9)와 같이 구한다.

$$d = \sum_{p=1}^n |Q_p - Q_{p-1}| \quad u_0 = 0, \quad u_n = 1 \quad (6)$$

$$u_p = u_{p-1} + \frac{|Q_p - Q_{p-1}|}{d} \quad p = 1, \dots, n-1 \quad (7)$$

$$u_0 = \dots = u_k = 0 \quad u_{m-k} = \dots = u_m = 1 \quad (8)$$

$$u_{j+k} = \frac{1}{k} \sum_{i=j}^{j+k-1} u_i \quad j = 1, \dots, n-k \quad (9)$$

위 식에 의하여 파라메타값과 매듭값이 결정되면 이를 이용하여 다음과 같이 제어점 P_i 를 포함하는 방정식을 행렬 형태로 표현이 가능하며, 이 방정식을 역행렬을 이용하여 제어점을 구할수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bullet \bullet N_{ik}(u) \bullet \\ \bullet \bullet N_{ik}(u) \bullet \\ \bullet \bullet N_{ik}(u) \bullet \\ \bullet \bullet N_{ik}(u) \bullet \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \bullet \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \bullet \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.3 측정점의 영역화

측정된 점을 영역화하기 위하여는 전술한 방법에 의하여 생성된 경계데이터를 기준으로 측정점이 각각의 경계형상의 내부에 존재하는지 또는 외부에 존재하는지를 판단하여야 하며, 이를 위하여 scan line algorithm⁽²⁾을 사용하였다. Fig.7 에 본 연구에서 적용한 scan line algorithm 의 방법을 나타내었다. 측정된 측정점을 2 차원 xy 평면으로 투영하고 판단하고자하는 측정점을 기점으로 x 의 음의 방향으로 탐색선을 설정하고, 이 탐색선과 해석된 경계데이터와의 교점의 수를 세어 교점의 수가 홀수라면 내부에 위치하고 있는 것으로 판별하고, 짝수이면 외부에 위치하고 있는 것으로 판단하여 획득된 측정점을 영역별로 분할할 수 있다

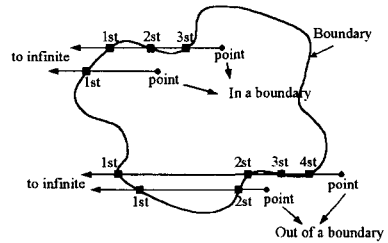


Fig. 7 Scan line algorithm

3. 삼각형망에 의한 곡면생성

전술한 방법에 의하여 영역이 분할된 측정점으로부터 곡면을 생성하기 위하여 삼각형 다면체를 구성하는 단계로서, 본 연구에서는 각각 분할구간의 측정점을 2 차원 xy 평면에 투영을 한 후 Delaunay 삼각화 기법을 이용하여 삼각형망을 생성하였다. 곡면 생성의 전체적인 과정은 Table 1 과 같다.

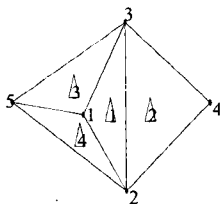
Table 1 Surface construction procedure using Delaunay triangulation method

1. 분할된 구역의 측정점과 경계검출에 의해 얻어진 경계 데이터를 각각의 분할 패치의 데이터와 합병한다.
2. 각각의 분할 패치의 좌표값을 2 차원 평면에 투영하여 2 차원 좌표값을 얻는다.
3. 투영에 의해 얻어진 좌표값을 가지고 Delaunay 삼각화 작업을 한다.

4. 3의 과정에서 얻어진 삼각형 토폴로지의 정보를 가지고 3차원 좌표로 다시 이동한다.
5. 삼각형 토폴로지의 정보를 이용하여 최대거리 기준에 의해 삼각형 망을 최적화 시킨다.

3.1 삼각형 다면체의 자료구조

삼각형 다면체는 다면체의 구성요소인 면(face), 변(edge), 점(vertex)을 갖고 있으므로 이러한 위상 정보를 컴퓨터에 저장하기 위한 자료구조가 필요하다. 이러한 자료구조로 LTL(Lawson's Triangle List)구조(Fig.8)가 차지하는 기억용량과 재생면에서 효율적으로 알려져 있어 가장 많이 사용된다⁽³⁾. 점을 저장하기 위한 구조는 VL(vertex list)로서 측정점에 일련번호를 부여하고 일련번호가 점의 공간적인 좌표를 지시하는 구조로 되어있으며, 면을 저장하는 LTL 구조는 면에 부여된 일련 번호가 면을 구성하는 점 및 인접삼각형의 번호를 지시하는 구조로 되어있고 삼각면 일련번호 밑에 구성 꼭지점이 원점에서 보아 반시계방향으로 저장되고, 인접삼각형은 저장된 꼭지점에서 삼각면을 가로지르는 삼각면 순으로 저장된다. 삼각형 망 구성시 하나의 삼각형에 이웃하는 삼각형의 정보를 LTL 구조에 입력하여 삼각형 다면체의 정보를 가지는 list를 구성한다. LTL을 구성할 때 하나의 꼭지점에 인접 삼각형을 구성할 때 삼각면을 가로지르는 삼각형이 존재하지 않을 때의 삼각패치의 번호는 -1로준다. 이것은 LTL을 구성하는 삼각면을 구조체를 이용하여 할당하였을 때 배열의 0번을 첫번째 삼각패치로 형성하였기 때문이다.



(a) triangular grid

Triangle index	vertices	Adjacent triangle
1	3 1 2	4 2 3
2	4 3 2	1 0 0
3	5 1 3	1 0 4
4	5 2 1	1 3 0
•	• • •	• • •

(b) LTL structure

Fig. 8 Triangulation data structure

3.2 Delaunay O(n²) algorithm

Delaunay 삼각형 망은 Thiessen 삼각형 망 또는 Voronoi tessellation 이라고도 하는데, 삼각형을 이루는 임의의 세 점을 선택하여 내접원의 반지름을 구하고 이러한 원 안에 다른 꼭지점이 존재하지 않는 삼각형 망을 구성하는 것이다. 처리속도면에서 가장 뛰어난 O(n²) algorithm 은 다음과 같다.

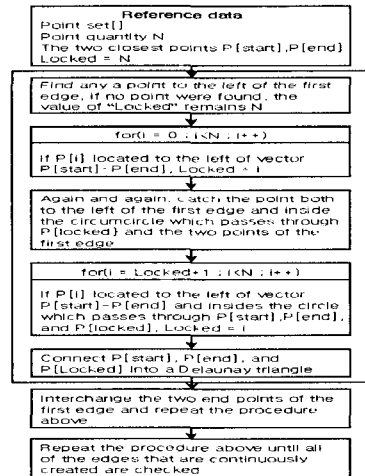


Fig. 9 Flow chart of Delaunay O(n²) algorithm

Step 1. Find the two closest points within point set.

가장 가까운 두개의 점들을 연결하여 첫 번째 에지(Edge[0])를 생성하면 이러한 에지는 마지막 삼각형 망 안에 존재하기 때문에 가장 가까운 두 점을 연결하여 첫번째 에지로 만든다.

Step 2. Check out all the points that are located to the left of this edge.

제일 가까운 두 점으로 구성된 에지의 왼쪽방향에 위치한 모든 점들을 찾은 후 첫번째 에지(Edge[0])로 할당하고 에지의 index 번호 0부터 시작하여 가장 첫번째 에지의 왼쪽방향에 위치한 첫번째 점 P[locked]을 지나는 원을 생성한다. 그 다음 남아있는 점의 번호들이 첫번째 에지의 왼쪽방향에 위치하고 앞에서 그린 원안에 포함되는지 판단한다. 만일 그러한 점들이 발견되면 다시 이 점을 P[locked]라고 명명하고 첫번째 에지의 두 점과 발견된 이 점을 이용하여 원을 생성한다. 계속하여 마지막 남아있는 점이 체크 될 때까지 위의 과정을 반복한다. 원 안에 존재하는 점이 발견되지 않으면 이 세 점을 지나는 삼각형을 생성한 후 세 개의 에지를 추가한다. 이렇게 첫번째 에지의 양

쪽방향의 삼각형형상을 생성한 후 계속적으로 생성된 에지(Edge[1], Edge[2],...)들이 체크될때까지 위의 과정을 계속적으로 반복한다.

3.3 삼각형 망의 개선

위상이 부여된 삼각형 망의 연결 방식이 달라지면 각 점에 부여되는 위상이 달라지게 되고 이것은 전체 삼각형 망의 형태도 바꾸게 된다. 따라서 최적의 삼각형 망을 구성하기 위한 방법으로 정삼각형에 가까운 삼각형 망을 구하기 위한 방법이 제시되었다. 즉 삼각형 망의 모든 지점에서 국부적인 최적화가 이루어졌는가를 판단기준으로 들 때 사용되는 방식은 사변형의 대각선 교환법 (swap)이다. 이러한 대각선 교환방법으로 3차원 공간상에 적절한 최대거리기준(Fig.10)으로 최적화를 시킨다. 최대거리기준은 삼각형의 중심점의 대표성을 증가시키는 방법으로 두 개의 대각선형태 중 각 중심점에서 꼭지점까지의 거리를 계산하여 가장 거리가 먼 꼭지점의 거리가 둘 중에 짧은 대각선을 취하는 방식이다. Fig.11 은 각각의 Region 1에 대하여 Delaunay 삼각화작업을 한 후의 삼각형 망을 나타내며, Fig.12는 이러한 삼각형망을 최대거리 기준에 의해 최적화 한 후의 삼각형 망을 나타낸다.

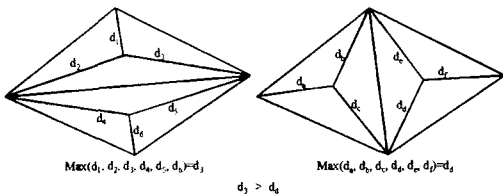


Fig. 10 Min-max distance criterion

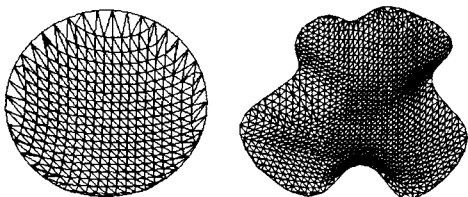


Fig. 11 Delaunay triangulation using measured data points in the region 1 of Fig.4

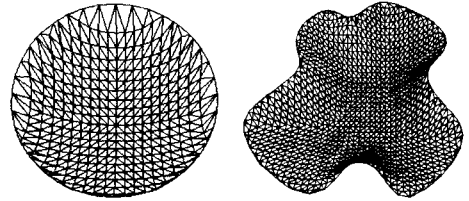


Fig. 12 Delaunay triangulation after using min-max distance criterion of Fig.11

4. Simulation 및 실험

두 모델에 대하여 3차원 측정기에 의해서 측정된 측정점만으로 곡면모델링한 결과는 Fig.14와 같이 경계부분에서의 오차가 집중되어 있음을 알 수 있다. 이는 곡면을 삼각형 망으로 모델링 함으로써 Fig.2와 같은 오차를 가지고 있기 때문이다. Fig.15는 Fig.1에 제시한 방법에 의해서 두 모델에 대한 곡면모델링한 결과를 나타내 주고 있다. Fig.16은 반구 모델에 대한 simulation 결과로써 제시된 방법에 의하여 경계부분에서의 오차가 대폭 감소하였음을 알 수 있다. 반구모델의 측정점에 의한 곡면생성의 RMS error는 0.072mm이며, 제시한 방법에 의한 곡면생성후의 RMS error는 0.028mm로 약 39%정도의 감소효과를 보였다. 본 연구에서 사용된 디지털저는 Laser Design System사의 Surveyor 1224(Fig.13)로서 기본적인 사양은 Table 2와 같다. 데이터 샘플링은 측정된 데이터들 중 1mm 간격(121×121)의 등간격 데이터를 얻었으며, 이렇게 얻어진 측정데이터를 이용하여 제시된 방법에 의하여 해석적 곡면인 반구와 자유곡면의 모델에 대하여 적용해 보았다.

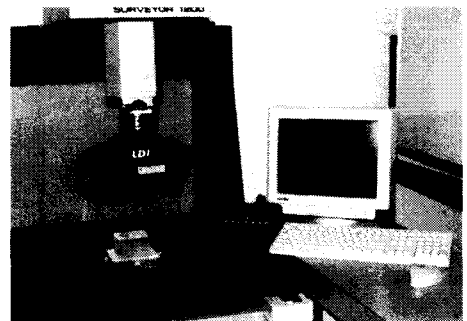


Fig. 13 Measuring process using laser scanner

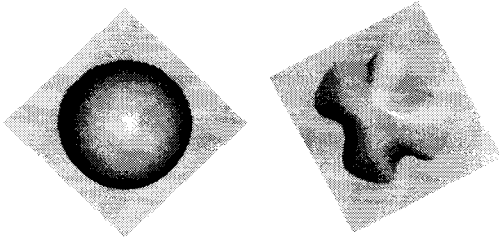


Fig. 14 Initial triangulation of measurement points

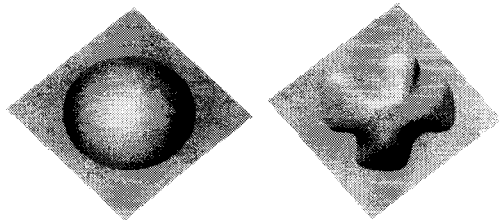
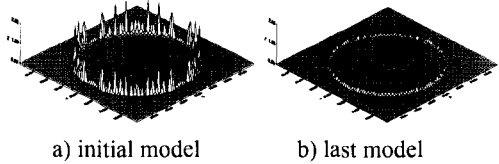


Fig. 15 Triangulation after using proposed method



a) initial model b) last model
Fig. 16 Error map of half sphere

Table 2 System specifications

Scale Resolution	0.00004"/0.001mm
Linear Accuracy	X axis=0.0127mm bandwidth Y axis=0.0127mm bandwidth Z axis=0.0127mm bandwidth
Volumetric Accuracy	3D = 0.0304mm bandwidth
Repeatability	± 0.00015"/± 0.00381mm

5. 결 론

본 연구에서는 해석적 곡면인 반구와 자유곡면의 형상인 각각의 볼록면체의 곡면에 대하여 3차원측정기에 의해 측정된 결과로부터 복합곡면의 재구성시 image processing 방법을 통하여 경계모양을 추출한 후 최소자승법을 이용한 해석적 곡선데이터의 생성과 b-spline curve 보간방법을 통한 자유곡선의 데이터를 추출한 후 각각의 영역에 대하여 각 Delaunay 삼각형분할법을 이용한 곡면 모델링을

통하여 여러 응용분야에서 이용할 수 있는 삼각형망의 형상을 재구성하는 방법을 제시하였다. 이러한 방법을 통하여 측정점만으로 삼각형 망을 구성할 때 경계부분에서 발생하는 오차를 줄일수 있는 효율적인 역공학방법을 제시하였다.

후 기

본 연구는 학술진흥재단 과학기술 기초 중점 연구비 지원 (과제번호 1998-018-E00148)에 의하여 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사를 드립니다.

참고문헌

1. 박현구, 최이배, 김명철, 김승우, "자유곡면의 CAD 모델링을 위한 비접촉식 삼차원 형상측정," 한국정밀공학회지, 제 12 권, 제 1 호, pp. 5-14, 1995.
2. 양민양, 이동기, "역공학을 위한 측정점의 영역화," 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제 4 권, 제 3 호, pp. 173-179, 1999.
3. A. K. Cline and R. L. Renka, "A Storage-Efficient Method for Construction of a Thiessen Triangulation," Rocky Mountain Journal of Mathematics, Vol. 14, No. 1, Winter, pp. 119-139, 1984.
4. B. Sarkar and C.H. Menq, "Smooth-surface approximation and reverse engineering," CAD, Vol. 23, No. 9, pp. 623-628, 1991.
5. C.K. Song and S.W. Kim, "Reverse Engineering: Autonomous Digitization of Free-formed Surfaces on a CNC Coordinate Measuring Machine," Vol. 37, No. 7, pp. 1041-1051, 1997.
6. G. Elber and M.S. Kim, "Geometric Shaped Recognition of Freeform Curves and Surfaces," Graphical Models and Image Processing, Vol. 59, No. 6, pp. 417-433, 1997.
7. J.P. Kruth and A. Kerstens, "Reverse engineering modelling of free-form surfaces from point clouds subject to boundary conditions," Journal of Materials Processing Technology, pp. 120-127, 1998.
8. Les Piegł, Wayne Tiller, "The NURBS Book"
9. P. Veelaert, "Constructive Fitting and Extraction of

- Geometric Primitives," Graphical Models and Image Processing, Vol. 59, No. 4, pp. 233-251, 1997.
10. Hsuan-Chang Lin, "Javamesh a two dimensional triangular mesh generator for finite elements," University of Pittsburgh, 1997.
 11. Boyer, A., "Computing Dirichlet Tessellations," Comp.J., Vol. 24, No. 2, pp. 162-166, 1981.