

# 3차원 J적분 계산을 위한 자동 해석 시스템 개발

이준성\*

## Development of Automated J-Integral Analysis System for 3D Cracks

Joon-Seong Lee\*

### ABSTRACT

Integrating a 3D solid modeler with a general purpose FEM code, an automatic nonlinear analysis system of the 3D crack problems has been developed. A geometry model, i.e. a solid containing one or several 3D cracks is defined. Several distributions of local node density are chosen, and then automatically superposed on one another over the geometry model by using the fuzzy knowledge processing. Nodes are generated by the bucketing method, and ten-noded quadratic tetrahedral solid elements are generated by the Delaunay triangulation techniques. The complete finite element(FE) model generated, and a stress analysis is performed. In this system, burden to analysts for introducing 3D cracks to the FE model as well as for estimating their fracture mechanics parameters can be dramatically reduced. This paper describes the methodologies to realize such functions, and demonstrates the validity of the present system.

**Key Words** : Surface Crack(표면균열), Stress Intensity Factor(응력확대계수), J-Integral(J적분), Fuzzy Theory(퍼지이론), Automatic Mesh Generation(자동요소분할), Bucketing Method(버킷법), Delaunay Triangulation(데라우니삼각형)

### 1. 서론

구조물에서 흔히 발견되는 자연균열(natural crack)은 표면균열(surface crack)이라 불리우는 3차원 특성을 지닌 균열형태로 나타나는 것이 보통이다. 표면균열의 성장속도 및 파괴강도를 예측하기 위해서는 정확한 표면균열의 응력확대계수(stress intensity factor) K해석을 필요로 한다. 유한요소법을 파괴역학 해석에 적용하는 경우에는 수치해석상의 어려움 및 실험변수의 복잡성 때문에 실용적인 문제의 중요성에 비추어 볼 때 일상적인 설계에

적용시킬 수 있는 수준에 이르지 못하였다. 수작업에 의존해야 했던 지난날의 요소생성(mesh generation) 기술은 최근에 들어 여러 연구자들에 의해 개발되고 있다<sup>(1-3)</sup>. 그러나 현존하는 요소생성법에 관한 여러 기술은 실제문제에 적용시킬 경우 제한 조건이 많고, 특히 구조물의 3차원 균열문제를 적용시킬 경우에는 적절히 지원되지 못하는 것으로 보고되었다<sup>(4)</sup>. 3차원 균열 해석에서는 대규모 해석이 되기 쉽고 막대한 계산기 파워를 필요로 한다. 또한 응력 특이장인 균열선단 근방에서는 특수한 요소분할이 요구되고 있기 때문에 3차원 해석을 위

\* 경기대학교 전자기계공학부



생성되어지게 되므로 요소의 중심으로 내외관정을 체크하여 외부에 생성되어진 요소를 제거한다. 또한, 절점패턴의 접합부와 경계근방에서는 간혹 찌그러진 요소가 생성되어지는 경우가 있으므로 라플라시안(Laplacian) 평활화<sup>(13)</sup> 수법을 도입하여 요소 형상을 수정하게 된다.

### 2.6 요소에의 경계조건 및 물성치 부가

본 시스템에서는 생성되어진 요소 및 절점이 각각 소속된 원래의 형상요소(정점, 능선, 면)를 정보로서 보전하는 데이터구조로 되어 있다. 그래서 2.3항의 작업에서 사용자에게 의해 형상모델에 직접 지정된 경계조건 및 재료물성치는 요소가 생성되어진 직후에 자동적으로 요소의 정점(절점), 변, 면, 내부에 할당되어 진다. 결과적으로 유한요소 해석코드의 입력화일인 유한요소모델(요소+재료물성치+경계조건)이 자동적으로 생성되어 진다.

이 자동해석 시스템은 원리적으로 임의의 FE해석 시스템에도 적용 가능하지만 현재의 버전은 범용 해석코드인 MARC<sup>(14)</sup>에서 사용하는 4면체 1차 및 2차요소에 대응하는 데이터를 출력가능 하도록 하였다.

### 3. 3차원 균열의 도입

3차원 균열면은 x-y평면에 평행으로 반타원 형상이라고 가정하면, 본 시스템에서는 요소생성법으로서 데로우니법을 이용하고 있다. 그러나 데로우니법은 요소가 생성되어진 절점분포에 의해 임의로 분할되기 때문에 균열면의 상하에 위치하는 절점을 연결하지 않도록 절점분포를 미리 조정할 필요가 있다. 그래서, 타원체로서 균열의 토폴로지의 유사성에 착안하여 타원체를 도려내는 균열도입법을 제안하고자 한다. 구체적으로는 구조물의 형상을 정의할 때, 균열을 넣고 싶은 위치에 타원체를 도려냄으로써 균열부의 상하면을 연결하지 않도록 하면 된다. 요소가 생성된 후, Fig. 1에서 보는 바와 같이 절점좌표를 z방향으로 이동한 타원체를 찌부러뜨리는 것에 의해 균열부의 표현을 실현가능케 하여 준다. 여기서  $r_x$ 는 균열의 장반경,  $r_y$ 는 균열의 깊이,  $r_z$ 는 타원체의 z방향으로의 반경이다. 또한, 2.2항에서 입력한 타원체로부터 타원을 생성할 때 필요한  $h$ 는 절점을 이동하는 범위를 나타내는 파라미터이다. 사용자는 Designbase를 이용하여 형상을 정의할

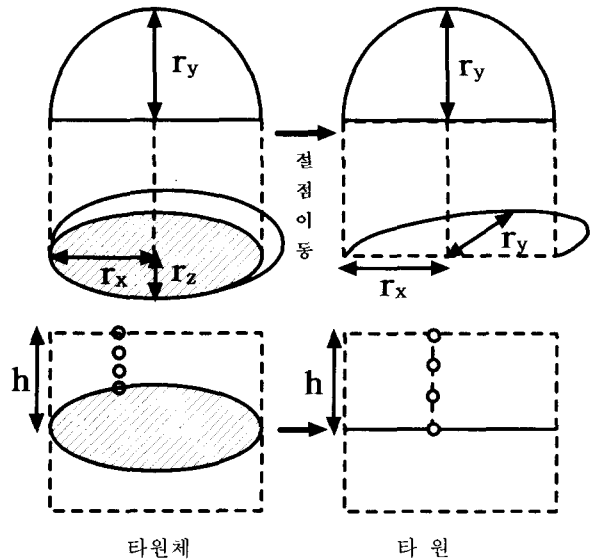


Fig. 1 Mapping of an ellipsoid

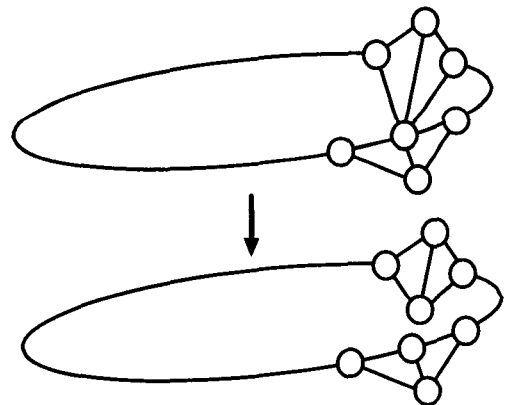


Fig. 2 Example of mis-match elements

때 균열중심부의 위치 및 위의  $r_x$ ,  $r_y$ ,  $r_z$ ,  $h$ 만을 입력하는 것으로 원하는 균열을 표현할 수 있다.

파라미터를 입력한 후에는 균열은 자동으로 생성되어지나 본 자동해석 시스템내에는 다음과 같은 3가지 처리가 행하여 진다. 우선, 타원체표면에 있는 점이 Fig. 2에서 보는 바와 같은 부적절한 요소로 결합되는 경우가 있다. 이는 2.5항에서도 설명하였듯이 요소중심에 대하여 내외관정을 하여 외부에 있는 요소는 없어지지만, Fig. 2는 요소중심이 모델의 내측에 있기 때문에 그대로 남아있는 상태를 보

여주고 있다. 이러한 경우에는 타원체를 찌부러뜨리기 전에 이러한 결함을 없애는 절점 첨가 알고리즘<sup>(9)</sup>을 도입하였다. 두 번째로 절점 이동과 더불어 요소가 변형되어 체적이 0에 가깝거나 마이너스로 되는 경우가 있다. 이러한 경우에는 타원체를 타원으로 변환시킨 후에 균열형상을 벗어나지 않도록 1개의 절점을 상하에 추가시켜 체적을 회복시키고 있다. 마지막으로 Barsoum의 특이요소<sup>(15)</sup>를 균열선단에 위치시킨다. 즉 Fig. 3과 같이 중간절점의 위치를 균열선단 측에 1/4씩 이동시킨다.

이상과 같은 처리를 도입함으로써 3차원 균열이 대칭적으로, 또는 대칭면상에 없는 경우에도 해석 가능하게 되었다. 이러한 수법은 이전의 시스템에서 해석했던 대칭면상의 균열에도 적용가능하고 내재된 균열도 해석이 가능하다. Fig. 4는 평판에 대칭으로 존재하는 반타원형 표면균열의 1/4모델에 대한 요소분할 예를 나타낸 것이다. 또한, Fig. 5에 3개의 표면균열이 존재하는 평판의 요소분할 예를 나타내었다.

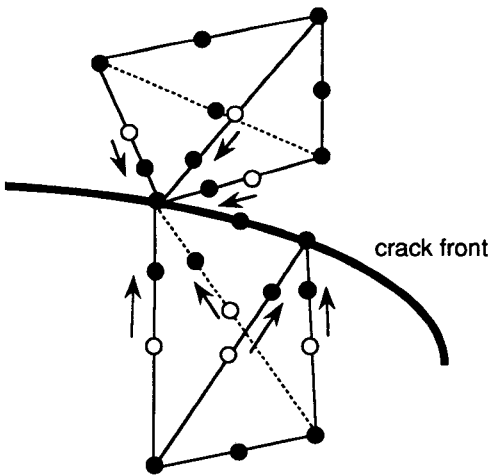


Fig. 3 Conversion of quadratic tetrahedral elements along crack front into singular elements

#### 4. J적분의 평가 및 시스템의 검증

본 시스템은 J적분의 계산수법으로 MARC에서 해석이 가능한 가상균열진전법과 확장 J적분의 계

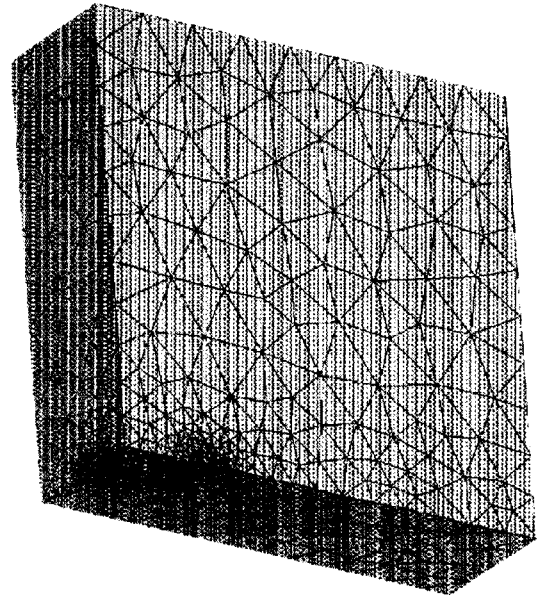


Fig. 4 A typical mesh of quarter portion of inhomogeneous plate with a semi-elliptical surface crack

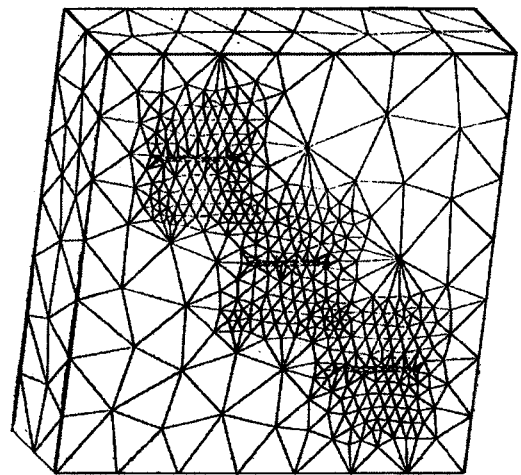


Fig. 5 A typical mesh of plate with semi-elliptical cracks

산수법인 Lorenzi법이 이용 가능하다. 사용자는 복수의 균열에 대해 J적분의 계산수법, 각도  $\phi$  를 선택한다.  $\phi$  는 Fig. 6에서 정의되는 각도이고 J적분

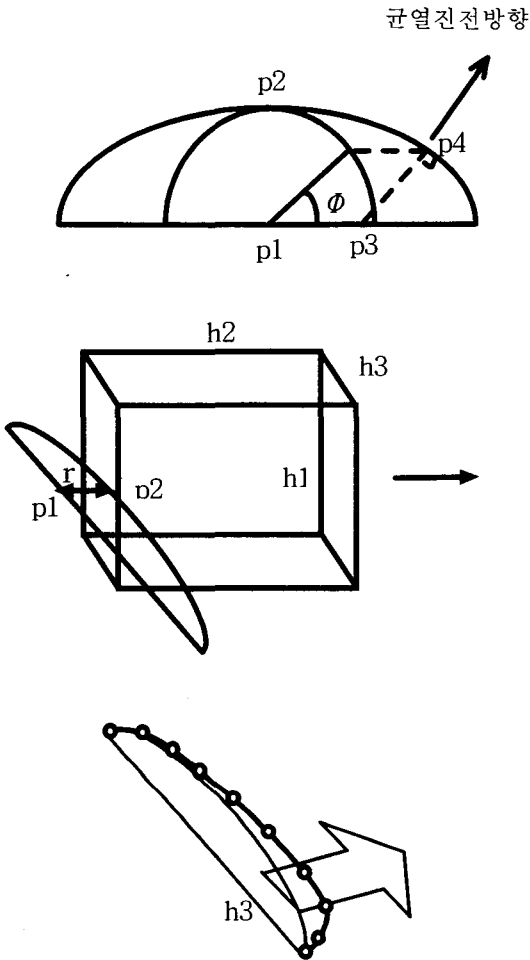


Fig. 6 Evaluation of J-integral value

계산시 점 p4선단의 법선방향으로 균열을 가상적으로 진전시키게 된다. 따라서 J적분은  $\phi$ 의 함수임을 알 수 있다. 또한, 사용자는 그림에서 보는 바와 같이 파라미터 r, h1, h2, h3를 입력한다. 여기서 r은 균열길이와 p1으로부터 경로까지의 거리에 대한 비이다. 강성변화에 의한 효과는 어느 영역의 절점을 이동시키면 된다. 따라서 시스템내부에서는 이렇게 지정되어진 직육면체 중에 있는 절점을 미소거리 이동시킴으로써 발생하는 변형에너지의 변화를 구하고, 이동거리에 의해 표현되어지는 균열의 진전면적으로 나누는 것에 의해 J적분의 값을 계산한다. 이러한 파라미터들의 입력작업은 Design base를 이용해 형상을 정의할 때 수행한다.

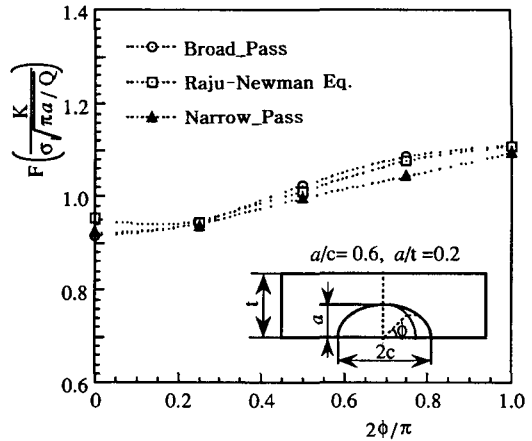


Fig. 7 Comparison of present stress intensity factor with Raju-Newman equation

그런데 h3값에 의해 균열부의 절점을 이동하는 개수가 변하므로 주의할 필요가 있다. 이것은 변형에너지의 변화량 및 균열의 진전면적이 크게 변화하기 때문이다. 1개의 절점이동 보다 2개 이상의 절점을 이동시킨 경우가 더 낮게 예상되지만, 너무 많은 절점을 이동시킨 경우에는 각도의존성이 있기 때문에 지정한 위치의 J적분을 올바르게 구할 수 없게 되는 경우도 있다.

시스템의 효율성을 검증하기 위하여 인장하중을 받는 평판에 균열길이(a)와 표면 반길이(c)의 형상비 a/c=0.6, a/t=0.2인 반타원 표면균열이 존재하는 경우에 대한 해석을 수행하였다. 이때 사용된 유한요소 모델은 Fig. 4와 같으며, 사용된 요소 수는 2,980개, 절점 수는 5,840개이다. J적분값은 탄성 해석시 K와 관련지을 수 있으므로 Raju-Newman의 식<sup>(16)</sup>으로 구할 수 있는 무차원화 시킨 값과 비교하였다. 계산은 1절점 이동에 대한 것(narrow pass)과 2절점 이상의 이동에 대한 것(broad pass)으로 절점 이동을 각각 변화시켜 보았다. Fig. 7은 이에 대한 해석결과를 나타낸 것으로 narrow pass와 broad pass의 값이 비슷함을 알 수 있었다.

### 5. 결론

본 연구에서는 해석자로 하여금 최소한의 대화적 조작만으로 3차원 균열에 대한 J적분값을 손쉽게

계 구할 수 있는 시스템을 구성하였다. 특히 임의의 위치에 존재하는 3차원 균열의 도입기능과 해석기능을 추가함으로써 비선형 해석을 위한 일련의 입력으로부터 출력까지 수행하는 자동시스템을 개발하였다. 또한, 본 시스템의 효용성을 확인하기 위해 반타원형 표면균열이 존재하는 평판에 대한 해석을 수행하여 Raju-Newman식의 결과와 서로 비교하였으며 잘 일치하였다.

### 후기

본 연구는 '99학년도 경기대학교 학술연구비(일반연구과제) 지원에 의하여 수행되었습니다.

### 참고문헌

1. Pourazady, M. and Radhakrishnan, M., "Optimization of a Triangular Mesh," Computers and Structures, Vol. 40, No. 3, pp. 795-804, 1991.
2. Sezer, L. and Zeid, I., "Automatic Quadrilateral/ Triangular Free-Form Mesh Generation For Planar Region," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 32, pp. 1441-1438, 1991.
3. Talbert, J. A. and Parkinson, A. R., "Development of an Automatic, Two-Dimensional Finite Element Mesh Generator Using Quadrilateral Elements and Bezier Curve Boundary Definition," International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, pp. 1551-1567, 1990.
4. Sugioka, K., Lee, J. S., Yoshimura, S. and Yagawa, G., "A Probabilistic Fracture Mechanics Analysis of Multiple Surface Cracks Considering their Interaction Effects," Proceedings of the '94 Annual Meeting of JSME/MMD, No. 940-37, pp. 257-258, 1994.
5. 이준성, 矢川元基, 박면웅, "자유곡면으로 구성되는 3차원 구조물에 대한 자동요소 분할," 한국CAD/CAM학회 논문집, 제1권, 제1호, pp. 65-75, 1996.
6. Yoshimura, S., Lee, J. S. and Yagawa, G., "FEM Modeler for 3D Solid Geometry with Free-Form Surface: Automatic Attachment of Boundary Conditions to 3D Mesh," The 6th Computational Mechanics Conference, No. 930-71, pp. 505-506, 1993.
7. Lee, J. S., Yoshimura, S. and Yagawa, G., "Automation of Analysis for Stress Intensity Factors of Three-Dimensional Cracks," Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers A, Vol. 61-587, No. 94-2051, pp. 1580-1586, 1995.
8. Chiyokura, H., "Solid Modeling with Designbase : Theory and Implementation," Addition -Wesley, 1988.
9. Lee, J. S., "Automated CAE System for Three-Dimensional Complex Geometry," The Doctoral Thesis, The University of Tokyo, 1995.
10. Asano, T., "Practical Use of Bucketing Techniques in Computational Geometry," Computational Geometry, North-Holland, pp. 153-195, 1985.
11. Watson, D. F., "Computing the n-Dimensional Delaunay Tessellation with Application to Voronoi Polytopes," The Computer Journal, Vol. 24, pp. 162-172, 1981.
12. Sloan, S. W., "A Fast Algorithm for Constructing Delaunay Triangulation in the Plane," Advances in Engineering Software, Vol. 9, pp. 34-55, 1987.
13. Cavendish, J. C., "Automatic Triangulation of Arbitrary Planar Domains for the Finite Element Method," International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 8, pp. 679-696, 1974.
14. MARC Manual k5.2, MARC Analysis Research Corporation, Vol. A-E, 1994.
15. Barsoum, R. S., "Application of Quadratic Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics," International Journal of Fracture, Vol. 10., pp. 603-605, 1974.
16. Newman, J. C. and Raju, I. S., "An Empirical Stress-Intensity Factor Equation for the Surface Crack," Engineering Fracture Mechanics, Vol. 15, pp. 185-192, 1981.