

종동절의 상대속도를 이용한 원반 캠의 형상 설계법에 관한 연구

신중호*, 강동우**, 김종수***, 김대원****

A Study on Shape Design Approach of Disk Cams using Relative Velocity of Followers

Joong Ho Shin*, Dong Woo Kang**, Jong Soo Kim***, Dae Won Kim****

ABSTRACT

Cam mechanism is one of the common devices used in many automatic machinery. Since the motion of the cam mechanism depends on the shape of the cam and the type of the follower, the shape design procedure must be well defined in order to determine the accurate shape of the cam corresponding to the prescribed motion of the follower. This paper proposes a new approach for designing the shape of disk cams. The proposed relative velocity method uses the relative velocity at center of the follower roller or at contact point between the cam and the follower for 4 different types of the disk cam systems. Also, the relative velocity method for determining the cam profile uses the geometric relationships of the cam and the follower.

Key Words : Disk Cam (원반 캠), Follower (종동절), Relative Velocity method (상대속도법),
Shape Design (형상설계)

1. 서론

기계장치는 여러 가지 기계요소로 이루어져 있으며 이 중에서도 캠은 회전축의 1회전을 수행하는 동안 종동절의 다양한 운동성분을 얻을 수 있으므로 자동화 시스템에 많이 이용되고 있다. 하지만 캠의 회전에 의한 종동절의 정확한 움직임을 얻기 위해서는 캠의 형상이 정확히 설계되어야 한다. 이를 위해 순간속도 중심점과 기하학적 조건을 이용한 설계방법^(1,2,3)과 미분기하학⁽⁴⁾을 이용한 방법들이 제시되어있다. 본 논문에서는 여러 가지의 캠

중에서 가장 널리 쓰이고 있는 원반형 캠기구의 새로운 형상 설계법을 제안하고자 한다. 원반 캠은 사용되는 종동절의 형상과 운동 형태에 따라 4가지로 구분된다. 본 연구에서는 이들 4가지 종동절 형태에 대해 종동절의 상대속도를 이용한 캠 형상 설계법을 제시한다. 롤러 종동절의 경우는 캠에 대한 종동절의 상대속도가 접촉점에서의 접선방향과 평행하다는 것을 이용하여 압력각을 찾아 접촉점을 찾게 되며, 평면 종동절의 경우는 접촉점에서의 미끄럼 속도가 종동절의 평면과 동일 선상에 있어야 한다는 것을 이용하여 접촉점까지의 편심량 또는

* 창원대 기계설계공학과
** 창원대 기계설계공학과 대학원
*** 한국기계연구원 인쇄 및 섬유기계그룹
**** 장흥대 자동차 전장과

피봇에서 접촉점까지의 거리를 찾아 접촉점을 찾게 된다. 또한, 본 논문에서는 제의된 이론을 바탕으로 전용 프로그램을 작성하여 검증하고, 실용 설계의 편의를 도모한다.

2. 상대속도를 이용한 캠의 접촉점 해석

2.1 상대속도 해석

속도를 구하기 위하여 분해법이 이용될 때에는 한 점의 절대 속도는 그 순간 회전 반지름에 수직한다. 또한 서로 상대운동을 하는 두 물체는 순간 중심을 갖게 되는데 이 순간중심을 기준으로 두 물체의 접촉점 또는 상대운동을 수행하는 모든 점이 회전운동을 하게 된다. Fig. 1 (a)에서와 같이 평면(물체 1)위에 물체가 구름운동을 한다면 평면 1과 물체의 접촉점 Q 가 순간 중심점이 되며 물체의 중심점에서의 속도는 접촉점 Q 에서 평면의 수평 방향(평면1의 접선방향)과 평행한 속도 성분을 가지게 된다. 그리고 미끄럼 운동의 경우 Fig. 1 (b)와 같이 평면과 물체 3의 순간중심은 평면의 수직선상에서 무한대에 위치하여 접촉점에서 물체 3은 평면의 접선과 평행한 미끄럼 속도 성분을 가지게 된다. 또한 물체2와 물체3은 상대속도(Relative Velocity)를 갖게 되는데 물체 2에서 바라본 물체3의 상대속도는 $V_{32} = V_3 - V_2$ 와 같이 구해진다.⁽⁵⁾

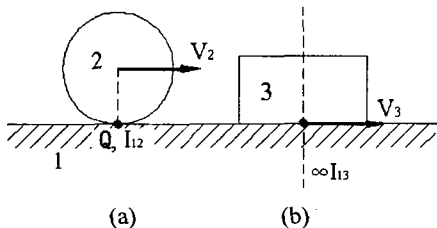


Fig. 1 Velocity at Rolling or Sliding Contact

2.2 요동왕복운동용 롤러 종동절을 가진 캠

Fig. 2는 요동왕복용 롤러 종동절을 가진 캠의 도시한 것으로 그림에서와 같이 캠의 회전축 중심점 O 에 x_1, y_1 좌표계를 고정시키고, 롤러의 중심점 R 에 x_2, y_2 좌표계를 y_2 가 종동절의 속도 방향으로 향하도록 고정한다. 캠의 형상해석을 위한

공식들은 캠의 회전방향과 종동절의 피봇의 방향에 따라 달라지는데, 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 캠의 회전은 시계방향이며 종동절의 위치는 피봇이 우측에 위치하고 상부에서 접촉하는 경우에 대해 논하고자 한다.

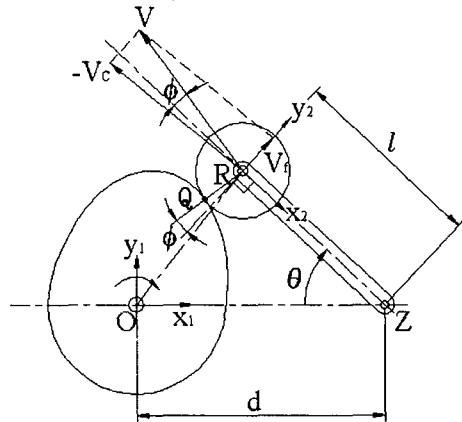


Fig. 2 Disk cam with oscillating roller follower

먼저, 캠과 종동절의 롤러가 접촉상태에서 한 물체로 가정하고, 캠의 중심점에서 바라본 점 R 의 속도를 구하면, 캠의 회전속도와 종동절의 각속도는 비례적이므로 캠의 회전속도를 단위속도로 할 경우 캠의 회전에 의한 롤러 중심에서의 속도 V_c 의 크기는 단지 \overline{OR} 의 길이에 해당하고, 속도 성분은 직선 \overline{OR} 선에 수직선상에 위치하며 속도의 방향은 캠의 회전 각속도에 의해 결정된다. 본 연구에서는 상대속도(Relative Velocity)를 구하기 위해 $-V_c$ 성분을 제시하여야 하므로 Fig. 2에서는 $-V_c$ 를 도시한다. V_c 의 각 성분은 캠의 중심과 종동절의 피봇간 거리를 d 라 하고, 종동절의 길이를 l 이라 하며, 종동절이 x_1 축과 이루는 각도를 θ 라 하면 x_2, y_2 좌표계에서는 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} V_{c x_2} &= d \sin \theta \\ V_{c y_2} &= l - d \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

종동절의 각속도를 v 라 하면 종동절의 피봇에

서 바라본 롤러 중심 점 R 의 속도 V_f 의 크기는 종동절의 길이와 종동절의 각속도의 곱과 같고 방향은 y_2 축과 동일하므로 x_2, y_2 좌표계에서 식(2)와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} V_{f x_2} &= 0 \\ V_{f y_2} &= v \cdot l \end{aligned} \quad (2)$$

캠의 회전중심에서 바라본 롤러 중심점의 상대속도 V 는 $V = V_f - V_c$ 와 같으므로 x_2, y_2 좌표계에 대한 각 성분들은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} V_{x_2} &= -d \sin \theta \\ V_{y_2} &= vl + d \cos \theta - l \end{aligned} \quad (3)$$

롤러 중심점의 상대속도가 캠과 롤러의 접촉점에서의 접선과 평행하므로 압력각은 x_2 축과 롤러의 상대속도 작용선과의 이루는 각에 해당되고 이는 식(4)와 같이 정리된다.

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{l - vl - d \cos \theta}{d \sin \theta} \right) \quad (4)$$

캠의 기초원과 롤러가 접하는 상태에서 종동절이 이루는 기초 각도 θ_0 는 식(5)와 같으며, 임의의 순간에서 종동절의 회전 각도 θ 는 기초 각도 θ_0 와 변위 선도에서 주어지는 종동절의 변위 각도 s 의 합으로 식(6)과 같이 표현된다.

$$\theta_0 = \cos^{-1} \left(\frac{l^2 + d^2 - (r_b + r_r)^2}{2 l d} \right) \quad (5)$$

$$\theta = \theta_0 + s \quad (6)$$

캠과 롤러의 접촉점을 Q 라 하면, 위 식에서 다른 압력각과 종동절의 회전 각도와 롤러의 중심점 R 및 롤러의 반경 r_r 을 이용하여 x_1, y_1 좌표계에 대한 접촉점의 좌표를 구할 수 있다. 롤러의 중심점은 식(7)과 같고 접촉점은 식(8)과 같다.

$$R_x = d - l \cos \theta \quad (7)$$

$$R_y = l \sin \theta$$

$$Q_{x_1} = R_x + r_r \cos (\phi - \theta - 90) \quad (8)$$

$$Q_{y_1} = R_y + r_r \sin (\phi - \theta - 90)$$

캠의 회전에 따른 접촉점이 회전의 역방향으로 찾아지고 종동절의 변위는 캠의 회전량에 대한 값으로 나타나므로 초기 캠의 접촉점에 대한 각도를 기준으로 식(8)에서 구한 접촉점의 좌표를 캠의 회전 방향의 역으로 회전변환시키면 전체 캠의 형상을 구할 수 있다. 캠의 회전량을 γ 라고 하면 x_1, y_1 좌표계에 대한 캠의 형상좌표는 식(9)와 같이 구해진다.

$$C_{x_1} = Q_{x_1} \cos \gamma + Q_{y_1} \sin \gamma \quad (9)$$

$$C_{y_1} = -Q_{x_1} \sin \gamma + Q_{y_1} \cos \gamma$$

2.3 요동왕복운동용 평면 종동절을 가진 캠

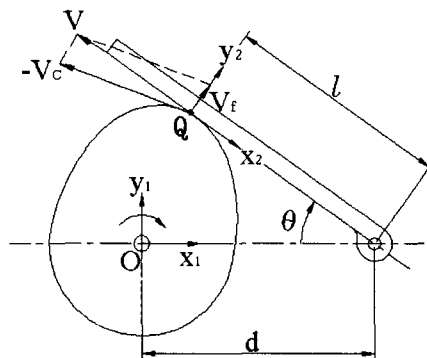


Fig. 3 Disk cam with oscillating flat-face follower

Fig. 3는 요동왕복용 평면 종동절을 가진 캠의 도시한 것으로 그림에서와 같이 캠의 회전축 중심점 O 에 x_1, y_1 좌표계를 고정시키고, 캠과 평면의 접촉점 Q 에 x_2, y_2 좌표계를 y_2 축이 종동절의 속도 방향으로 향하도록 고정한다. 또한 접촉점에서의 상대속도해석을 위해 Fig. 3에서 $-V_c$ 성분을 도시하였다. Fig. 3과 같은 종동절과 캠의 접촉점

Q 에서의 상대속도 해석은 식(1)에서 식(4)까지와 동일하며 요동왕복운동용 평면 종동절의 경우는 식(4)에서 $\phi = 0^\circ$ 로 알고 있는 값이고 종동절의 피봇점에서 접촉점까지의 길이 l 이 미지수 이므로 식(4)를 l 에 대한 식으로 바꾸어 정리하면 식(10)과 같다.

$$l = \frac{d \cos \theta}{1 - v} \quad (10)$$

캠의 기초원과 평면 종동절이 접하는 상태에서 종동절이 이루는 기초 각도 θ_0 는 식(11)과 같고, 임의의 순간에서 종동절의 회전각도 θ 는 기초각도 θ_0 와 변위 선도에서 주어지는 종동절의 변위 각도 s 의 합으로 식(12)와 같이 나타난다. 그러면 캠과 종동절의 접촉점 Q 는 식(10)에 의해 계산되어진 l 과 종동절의 회전각도를 이용하여 x_1, y_1 좌표계에 대해 나타내면 식(13)과 같다.

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{r_b}{d} \right) \quad (11)$$

$$\theta = \theta_0 + s \quad (12)$$

$$Q_{x_1} = d - l \cos \theta \quad (13)$$

$$Q_{y_1} = l \sin \theta$$

캠 형상 전체의 좌표는 앞 절의 식(9)와 동일한 방법으로 구해진다.

2.4 직선병진운동용 롤러 종동절을 가진 캠

Fig. 4는 직선병진운동용 롤러 종동절이 디스크 캠과 접촉하고 있는 형태로 캠의 회전방향은 시계 방향이며 종동절은 캠의 위쪽에서 접촉하고 있는 경우에 대해 논의한다. 캠의 회전속도를 단위속도로 할 경우 캠의 회전에 의한 롤러 중심점 R 에서의 속도 V_c 의 크기는 단지 캠의 회전 중심 O 와 롤러의 중심 R 간의 거리에 해당되고 속도 성분은 직선 OR 선에 수직선상에 위치하며 속도의 방향은 캠의 회전 각속도에 의해 결정되는데 롤러 중심점에서의 상대속도를 구하기 위해 그림에서는

$-V_c$ 를 도시하였다.

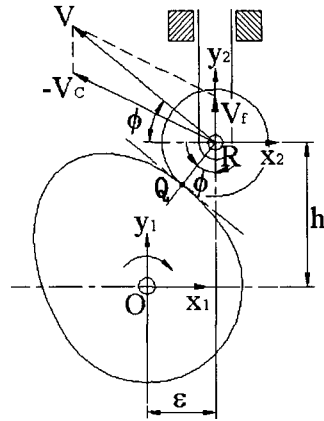


Fig. 4 Disk cam with reciprocating roller follower

캠의 회전 중심에 대해 롤러의 높이를 h 라고 하고 수평방향으로의 편심량을 ϵ 라 하면 캠에 대한 롤러 중심에서의 롤러 중심점 R 의 속도 V_c 는 x_2, y_2 좌표계에 대해 식(14)와 같이 나타난다.

$$V_{C_{x_2}} = h \quad (14)$$

$$V_{C_{y_2}} = -\epsilon$$

종동절에 의한 롤러의 속도 성분 V_f 는 종동절이 y_2 좌표축에 대해 상하 운동만을 수행하므로 y 방향으로만 종동절의 선속도 v 의 값을 가진다. 이를 x_2, y_2 좌표계에 대해 나타내면 식(15)와 같다.

$$V_{f_{x_2}} = 0 \quad (15)$$

$$V_{f_{y_2}} = v$$

캠의 중심에서 바라본 롤러의 상대속도 V 는 $V = V_f - V_c$ 와 같으므로 x_2, y_2 좌표계에 대한 상대속도 성분들이 식(16)과 같이 된다.

$$V_{x_2} = -h \quad (16)$$

$$V_{y_2} = v + \epsilon$$

롤러 중심점의 상대속도가 캠과 롤러의 접촉점에서의 접선과 평행하므로 압력각은 x_2 축과 롤러의 상대속도 작용선과의 이루는 각에 해당되고 이는 식(17)과 같이 정리된다.

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{v + \epsilon}{-h} \right) \quad (17)$$

또한, 롤러의 반경을 r_r 이라 하고 캠의 기초원 반경을 r_b 라 하면, 롤러가 캠의 기초원에 접할 때 위치하는 기초 높이 h_0 는 식(18)과 같고 임의의 순간 캠의 회전 중심에서 롤러 중심까지의 높이 h 는 h_0 와 변위선도에서 주어지는 중동절의 변위 s 의 합과 같아 식(19)와 같이 나타난다.

$$h_0 = \sqrt{(r_b + r_r)^2 - \epsilon^2} \quad (18)$$

$$h = h_0 + s \quad (19)$$

롤러의 반경 r_r 과 식(17)에서 구한 압력각 ϕ 와 식(19)에서 구한 롤러 중심점의 높이 h 를 이용하여 캠과 롤러의 접촉점 Q 의 좌표를 x_1, y_1 좌표계에 대해 구하면 식(20)과 같다

$$Q_{x_1} = \epsilon + r_r \cos(\phi - 90) \quad (20)$$

$$Q_{y_1} = h + r_r \sin(\phi - 90)$$

캠 형상 전체의 좌표는 식(9)와 동일한 방법으로 구해진다.

2.5 직선병진운동용 평면 중동절을 가진 캠

Fig. 5는 직선병진운동용 평면 중동절이 디스크 캠과 접촉하고 있는 형태로 캠의 회전방향은 시계 방향이며 중동절은 캠의 위쪽에서 접촉하고 있으며 중동절의 평면이 일정한 각도 ϕ 로 기울어져 있는 경우에 대해 논의한다.

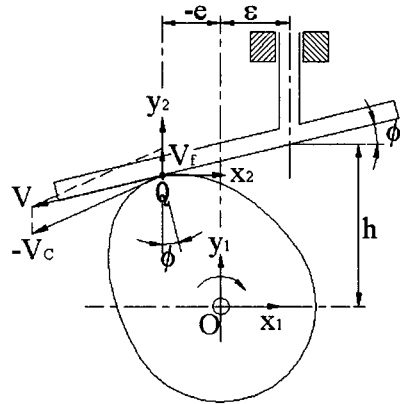


Fig. 5 Disk cam with reciprocating flat-face roller follower

캠의 회전속도를 단위속도로 할 경우 캠의 회전에 의한 접촉점 Q 에서의 속도 V_c 의 크기는 단지 캠의 회전 중심 O 와 접촉점 Q 간의 거리에 해당되고 속도 성분은 직선 OQ 선에 수직선상에 위치하며 속도의 방향은 캠의 회전 각속도에 의해 결정되며 접촉점에서의 상대속도를 구하기 위해 그림에서 $-V_c$ 를 도시하였다. 캠의 중심에서 접촉점까지의 수평거리를 e 라 하면 Fig. 5에서는 접촉점 Q 가 캠의 중심에 위치한 x_1, y_1 좌표계에 대해서 (-)값을 가지게 되므로 그림에서는 $-e$ 로 표시하였다. 캠의 중심에서 중동절 축의 하단 중심점까지의 높이를 h 라 하고 캠의 회전 중심에서 중동절의 축 중심까지의 편심을 ϵ 라 하며 중동절 평면의 기울기 ϕ 라고 하면 접촉점 Q 에서의 캠의 회전에 대한 속도 V_c 를 x_2, y_2 좌표계에 대해 구하면 식(21)과 같다.

$$V_{c x_2} = h + (e - \epsilon) \sin \phi \quad (21)$$

$$V_{c y_2} = -e$$

캠과 중동절의 접촉점 Q 에서 중동절에 의한 속도 V_f 는 중동절이 y_2 좌표축에 대해 상하 운동만을 수행하므로 y 방향으로만 중동절의 선속도 v 의 값을 가진다. 이를 x_2, y_2 좌표계에 대해 나

타내면 식(22)와 같다.

$$V_{fx_2} = 0 \quad (22)$$

$$V_{fy_2} = v$$

캠의 중심에서 바라본 접촉점에서의 상대속도 V 는 $V = V_f - V_c$ 와 같으므로 x_2, y_2 좌표계에 대한 상대속도 성분이 식(23)과 같이 나타난다.

$$V_{x_2} = -\{h + (e - \epsilon)\sin\phi\} \quad (23)$$

$$V_{y_2} = v + e$$

접촉점에서의 속도는 종동절의 평판과 동일한 선상에서 미끄럼 운동을 수행하므로 V 와 종동절의 평면이 이루는 각은 동일하여야 한다. 그러므로 x_2 축과 접촉점의 속도성분과 이루는 각도는 식(24)와 같다.

$$\tan\phi = \frac{v+e}{-\{h+(e-\epsilon)\sin\phi\}} \quad (24)$$

이미 ϕ 는 평판의 기울기로 알고 있는 값이고 구하고자 하는 값은 캠의 중심과 접촉점과의 수평편심량이므로 편심량 e 에 대해 식을 다시 전개하면 식(25)와 같다.

$$e = \frac{\epsilon\sin\phi\tan\phi - h\tan\phi - v}{1 + \sin\phi\tan\phi} \quad (25)$$

여기서, 종동절의 평판이 수평이라면 $\phi = 0$ 이므로 편심량 e 는 다음과 같이 간단히 나타난다.

$$e_{horizontal} = -v \quad (26)$$

종동절이 캠의 기초원과 접하게 되는 때의 캠의 중심에서 종동절 축의 하단 중심점까지의 높이 h_0 는 식(27)과 같고 임의의 순간 종동절 축의 하단 중심점까지의 높이 h 는 h_0 와 종동절의 변위 s 의 합과 같으므로 식(28)과 같이 나타난다.

$$h_0 = \frac{r_b}{\cos\phi} + \epsilon\tan\phi \quad (27)$$

$$h = h_0 + s \quad (28)$$

캠과 평면 종동절의 접촉점 Q 는 식(29)와 같다.

$$Q_{x_1} = e \quad (29)$$

$$Q_{y_1} = h + (e - \epsilon)\sin\phi$$

캠 형상 전체의 좌표는 식(9)와 동일한 방법으로 구해진다.

3. 캠 형상설계의 적용

3.1 변위선도

캠의 설계를 위해서 먼저 종동절의 변위를 결정하여야 한다. $0^\circ \sim 360^\circ$ 의 구간 중 $90^\circ \sim 180^\circ$ 까지 상승운동을 수행하고 $180^\circ \sim 270^\circ$ 까지 하강운동을 수행한다. 상승 및 하강 운동시 운동 곡선은 8-th order polynomial곡선을 이용한다. 캠의 형상정의를 위한 입력값으로 캠의 기초원 반경은 50mm이고 롤러의 종동절의 경우 롤러의 반경은 20mm이다. 요동 운동의 경우 상승 및 하강시 회전각도는 최대 10° 이며 종동절의 길이는 100mm이고 종동절의 피벗은 캠의 회전 중심에서 x축으로 120mm 떨어진 위치에 있다. 직선 병진운동의 경우는 10mm를 최대 이동하고 종동절의 편심량은 0으로 한다. 캠의 회전방향은 시계방향으로 하며 종동절의 위치는 캠의 회전중심에서 오른쪽에 피벗이 위치하며 위쪽으로 접촉하고 있다.

요동왕복운동용 롤러 종동절을 가진 캠의 설계 결과로 캠의 형상이 Fig. 6과 같이 나타났으며 평면 종동절을 가진 캠은 Fig. 7과 같이 형상설계가 되었다. 직선 왕복운동용 롤러 종동절과 평면 종동절의 경우는 각각 Fig. 8과 Fig. 9와 같이 캠이 설계되었다.

4. 결론

원반 캠에 관하여 요동왕복 운동과 직선 병진운동 각각에 대해 롤러 종동절과 평면 종동절로 나누

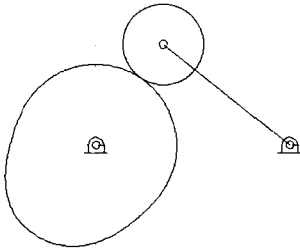


Fig. 6 Shape of disk cam with oscillating roller follower

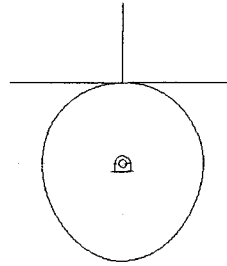


Fig. 9 Shape of disk cam with reciprocating flat-face follower

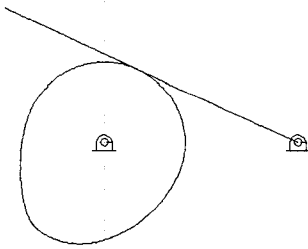


Fig. 7 Shape of disk cam with oscillating flat-face follower

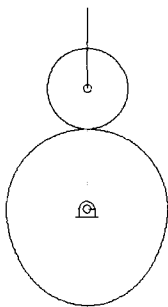


Fig. 8 Shape of disk cam with reciprocating roller follower

여 4가지의 형태에 대해 상대속도를 이용한 캠의 형상설계를 위한 이론식을 전개하고 각각에 대한 형상 설계 전용 프로그램을 작성하여 적용하였다. 캠의 형상들을 360° 회전시키며 중동절의 운동과 움직임을 살펴본 결과 간섭없이 부드럽게 움직이는 것을 볼 수 있었고 순간속도 중심점을 이용한 설계방법으로 구한 식과 형상이 일치하게 나타났다 (부록 참고). 본 연구에서 캠의 형상 설계를 위한 형상 좌표점들은 단순한 식들로 구해지고 본 연구에서 제의된 속도성분 설계방법으로 캠의 정확한 형상설계가 가능하며, 개발된 프로그램은 전산 원용 설계에 대한 응용성과 간편성을 향상시킨다.

후기

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작 기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다.

참고문헌

1. 신중호, 이춘만, 김종수, "Shape Design of Disk Cam Mechanisms Using Instant Velocity Center," Proceedings of 6th International symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Vol. 1, pp.178-186
2. R.L. Norton, "Design of Machinery," McGraw-Hill, pp. 353~369, 1992.
3. J.E. Shigley, J.J.Uicker, Jr., "Theory of Machines and Mechanisms," McGraw-Hill, pp. 226~241, 1980.

4. D.M. Tsay, H.M. Wei, "A General Approach to the Determination of Planar and Spatial Cam Profiles," ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 118, pp. 259~265, 1996.
5. G.H. Martin, "Kinematics and Dynamics of Machines," McGraw-Hill, pp. 20~98, 1982.

$$\begin{aligned} Q_x &= \varepsilon + r_r \cos(\phi - 90) \\ Q_y &= h + r_r \sin(\phi - 90) \end{aligned} \quad (33)$$

where r_r : 롤러의 반경

Q_x : 접촉점의 x 좌표

Q_y : 접촉점의 y 좌표

부록

참고문헌⁽¹⁾의 순간속도중심점을 이용한 방법으로 구한 캠의 회전이 반시계 방향인 직선병진운동용 롤러 종동절을 가진 캠의 압력각은 식(30)과 같고 접촉점은 식(31)과 같다.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v - R_x}{R_y}\right) \quad (30)$$

where v : 종동절의 속도

R_x : 롤러 중심의 x 좌표

R_y : 롤러 중심의 y 좌표

ϕ : 압력각

$$C_x = R_x + R_r \cdot \sin \phi \quad (31)$$

$$C_y = R_y - R_r \cdot \cos \phi$$

where R_r : 롤러의 반경

C_x : 접촉점의 x 좌표

C_y : 접촉점의 y 좌표

캠의 회전방향이 반시계 방향일 때 본 논문의 상대속도를 이용한 방법으로 구한 직선병진운동용 롤러 종동절을 가진 캠의 압력각은 식(32)와 같고 접촉점은 식(33)과 같다.

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{v - \varepsilon}{h}\right) \quad (32)$$

where v : 종동절의 속도

ε : 롤러 중심의 x 좌표

h : 롤러 중심의 y 좌표

ϕ : 압력각