

## 상계해석을 이용한 축대칭 후방압출 공정의 Corner Cavity 해석

박재훈\*, 변홍석\*, 김영호\*\*

### Analysis of the Corner Cavity of Axisymmetric Backward Extrusion by the Upper Bound Approach

Jae-Hoon Park\*, Hong-Seok Byun\*, and Young-Ho Kim\*\*

#### ABSTRACT

In this paper, the formation of a corner cavity in the final stage of axisymmetric backward extrusion process is studied by means of upper bound analysis using kinematically admissible velocity. The quantitative relationships between corner cavity formation and process parameters are studied. And analytical results are compared with those of experiment to which plasticine is used. It is found that the analytical results agree well with experimental one. In addition, to restrict the formation of a corner cavity, driven container is applied to backward extrusion and the results are compared with those of FEM.

The critical thickness of the bottom of the billet decreases with increase in reduction of area, and increases with decrease in friction. To prevent the formation of corner cavity, the concept of moving container was applied. Throughout this process, the occurrence of a corner cavity is delayed and forming limit area is enlarged.

**Key Words :** Backward Extrusion (후방압출), Corner Cavity (코너 캐비티), driven container (구동콘테이너), Upper bound analysis (상계해석), Critical thickness of the bottom of the billet (임계두께)

#### 기호설명

- $A_p$  = contact area between punch and material  
 $D_0$  = diameter of initial billet  
 $H_0$  = height of initial billet  
 $J^*$  = total power consumption rate  
 $m$  = friction factor  
 $r, \theta, z$  = cylindrical coordinate  
 $R_c$  = radius of container  
 $R_p$  = radius of punch

- $U_r, U_\theta, U_z$  = velocity components  
 $V_p$  = ram velocity  
 $\dot{W}_f$  = friction energy consumption rate  
 $\dot{W}_i$  = inter energy consumption rate  
 $\dot{W}_s$  = shear energy consumption rate  
 $\varepsilon$  = dimension of corner cavity  
 $\bar{\varepsilon}$  = effective strain  
 $\dot{\bar{\varepsilon}}$  = effective strain rate  
 $\sigma$  = flow stress  
 $2\alpha$  = nose face angle of punch

\* 부산대학교 정밀기계공학과 대학원  
\*\* 부산대학교 기계기술연구소

$\beta$  = relief angle of punch

## 1. 서론

후방압출공정은 높은 생산성과 노동력절감 및 제품의 강도 개선 등의 이점 때문에 중공형 소재, 식품보관형 캔, 튜브, 총기류, 자동차부품 등 각종의 관 형상 및 캔 형상을 갖는 기계부품의 대량생산을 위한 제조공정으로 많이 이용되어져 왔으며, 현재에는 중·소량의 정밀제품 생산에도 널리 이용되어지고 있는 추세에 있다. 이러한 정밀한 제품을 얻기 위해서는 공정 중에 나타나는 성형 결함을 예측하는 것이 매우 중요하며, 이런 결함들을 없앨 수 있는 공정설계의 연구가 수행되어져야 한다. 기존의 후방압출가공에 대한 연구는 2 차 세계대전 전후하여 미국, 독일 등을 중심으로 시작되었으며, 연관된 여러 논문들이 계속 발표되고 있다. 이들 연구들 중에 결합생성에 관한 연구들을 살펴보면 Wu[1]등은 후방압출 동안 최종단계에서 생성되는 코너 캐비티를 예측하기 위해서 수정된 슬래브법에 최소에너지이론과 극한정리를 사용하여 단면비에 따라 캐비티 형성을 해석하였으며 임계조건을 제시하였다. 이 슬래브법은 매우 간단하고 편리하며 계산시간을 단축할 수 있었다. 그리고 Li[2]등은 전방압출에서 중심공동(central cavity)의 형성을 동적가용속도장을 사용한 상계해석으로 해석하여 성형영역을 제시하였다. 그리고 AISI2024 와 구리를 소재로 사용하여 실험하여 비교하였다. Avitzur[3]등은 축대칭 전방압출에서 중심공동 형성에 대해 상계해석을 이용하여 가공재료의 가공경화 효과와 공정변수의 영향을 부분적으로 해석하였다. 그러나, 중심공동 형성에 기초적 영향을 미치는 마찰계수는 폭넓게 연구하지 못했다. Zhen[4]등은 후방압출 공정에서 압출되는 제품의 외부표면에 나타나는 크랙킹(cracking)과 코너 캐비티의 형성에 대해 강소성 유한요소법 해석을 수행하였다. 그러나 기존의 연구 결과들은 후방압출공정에서 평편치에 제한되어 해석이 수행되었으며, 캐비티를 제거하기 위한 방안들을 찾기가 힘들다. 따라서 본 연구에서는 후방압출동안 최종단계에서 발생되는 코너 캐비티를 편치의 코면각(nose face angle)에 따라서 상계해석을 이용해 예측하고, 제안된 성형공정을 통해 성형영역의 한계를 넓혀 결함을 줄이는 방안을 모색하였다. 그리고

상용유한요소 코드인 DEFORM 을 사용하여 시뮬레이션 하였고 상계해석과 비교하였다. 이 해석들의 타당성을 검증하기 위하여 실험이 수행되었다.

## 2. 이론해석

후방압출의 초기공정에서는 소재 바닥부분 즉, 소재의 하부 다이의 접촉부분은 소재의 변형이 일어나지 않는 비유동영역이 되고, 최종단계에서 변형이 일어나면서 코너 캐비티가 생겨 공정결함을 발생시킨다. 즉, 램의 초기공정에서는 소재하부의 코너쪽에 큰 압력이 주어지지만 램이 하강함에 따라 압력이 점점 감소하여 '0'에 도달하게 되고 이때 코너부분에서 소재가 하부 다이로부터 분리되어 코너 캐비티를 일으킨다.

이 공정결함의 생성을 예측하기 위해 일반적으로 강소성재료의 가공하중을 근사적으로 평가하는 한 방법으로 속도경계조건과 체적일정조건을 만족하는 동적가용속도장을 이용하여 가공하중의 상계를 얻을 수 있는 해법인 상계법을 본 연구의 후방압출공정을 해석하는데 이용하였다.

### 2.1 상계해석

동적가용속도장으로부터 실제공정에서 요구되는 총에너지소비율은 식(1)의  $J^*$ 를 최소화 시켜 구할 수 있다.

$$J^* = \sum \dot{W}_t + \sum \dot{W}_s + \sum \dot{W}_f \quad (1)$$

동적가용속도장을 기초로 하여 공정에서의 총 에너지소비율은 식(1)에서 구할 수 있다. 그리고 각 요소의 속도장으로부터 유효변형률속도를 계산하여 내부에너지 소비율을 구할 수 있다.

$$\dot{W}_t = \int_{V} \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV \quad (2)$$

여기서,  $\bar{\sigma}$ 는 유효응력이며,  $\dot{\epsilon}$ 는 유효변형률속도이다.

두 요소사이의 속도장의 불연속에 의한 전단에너지손실률은 아래와 같다.

$$\dot{W}_s = \int_{S_s} \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} |\nabla v|_s dS \quad (3)$$

재료와 공구사이의 마찰로 인한 마찰에너지 손실률은 다음과 같다.

$$\dot{W}_f = \int_{S_f} m \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} |\nabla v|_f dS \quad (4)$$

여기서,  $m$ 은 마찰계수이며 그 범위는  $0 < m < 1$ 이다.

전체에너지소비율  $J^*$ 를 구하면 가공력  $P$ 를 구할 수 있다.

### 2.1.1 동적가용속도장

Fig. 1은 해석할 후방압출공정의 축대칭을 보여주고 있으며 각각의 분할된 영역을 표시하고 있다. 변형장을 7 영역으로 하였으며 영역 I, II, III, IV 및 V는 소성변형영역으로 하였고, 영역 VI와 VII는 강체로 가정하여 해석이 수행되었는데, 만약 콘테이너 속도가 영(zero)일 때 영역 VI와 VII은 같은 영역이 되어 같은 속도를 가진다고 가정한다. 그리고 캐비티 제거를 위해 콘테이너를 구동하면 각각 다른 속도장을 가지게 되며, 해석의 편이성을 위하여 원주좌표계( $r, \theta, z$ )를 사용하였다. 각각의 영역에 따라 동적가용속도장을 구하면 다음과 같다.

(1) 영역 I

$$U_r = \frac{r}{2T} V_p, \quad U_z = -\frac{V_p}{T} z \quad (5)$$

(2) 영역 II

$$U_r = A(1 + \frac{R_f}{r}), \quad U_z = A(\frac{T-z}{r}) - B \quad (6)$$

(3) 영역 III

$$U_r = \frac{V_p}{2T} \cdot \frac{R_f^2}{r} + \frac{B}{2T} (r - \frac{R_f^2}{r}) \quad (7)$$

$$U_z = -\frac{B}{T} z$$

(4) 영역 IV

$$U_r = \frac{C}{2T} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{D} (r - \frac{R_p^2}{r}) \right] \quad (8)$$

$$U_z = \frac{C}{D} \cdot \frac{z}{T}$$

(5) 영역 V

$$U_r = R_p U_1 \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{D} (r - \frac{R_p^2}{r}) \right] \quad (9)$$

$$U_z = \frac{2R_p U_1}{D} (z - T) + \frac{C}{D}$$

만약 콘테이너 속도가 영일 때

(6) 영역 VI와 VII

$$U_r = 0, \quad U_z = \frac{R_p^2 V_p}{D} \quad (10)$$

콘테이너가 속도를 가지고 소재와 콘테이너 사이가 고착마찰일 때

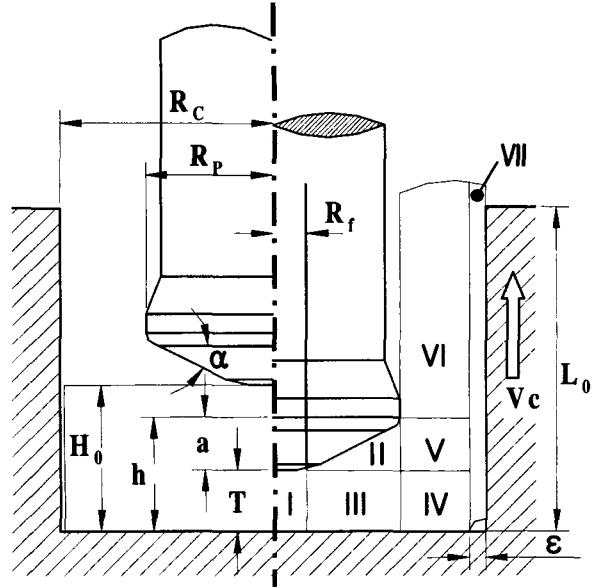


Fig. 1 Schematics of upper bound analysis in axis-symmetric extrusion

(6) 영역 VI

$$U_r = 0, \quad U_z = \frac{R_p^2 V_p}{D} \quad (11)$$

(7) 영역 VII

$$U_r = 0, \quad U_z = V_c \quad (12)$$

로 나타낼 수 있다.

$$\text{여기서 } A = \frac{R_p U_1}{R_f + R_p}$$

$$B = V_p - \frac{2R_p a}{R_p^2 - R_f^2} U_1$$

$$C = R_f^2 \left[ V_p + \left( \frac{R_p^2}{R_f^2} - 1 \right) B \right]$$

$$D = (R_c - \varepsilon)^2 - R_p^2 \quad \text{로 주어진다.}$$

여기서  $U_1$ 은 영역 II에서  $r=R_f$  일때의  $U_r$ 의 속도이다.

### 2.1.2 임계조건

동적가용속도장으로 총에너지소비율을 구하면 램의 평균압력을 구할 수 있고 무차원 램의 평균 압력은 식(13)으로 나타낼 수 있다.

$$P/\bar{\sigma} = f(m, R_p, T, R_0, a, U_1, V_p, L_0, L_0) \quad (13)$$

거시적 결함(macro defect)형성에 관한 일반적 기준에 따라서 후방압출의 최종단계에서 코너 캐비티의 형성에 대한 임계조건식은 다음과 같이 표현된다.[2]

$$\left. \frac{\partial(P/\sigma)}{\partial\epsilon} \right|_{\epsilon \rightarrow 0^+} \leq 0 \quad (14)$$

식(14)와 같은 방정식은 계산하기가 매우 어렵다. 그러나 주어진 조건 아래에서는 코너캐비티 형성 동안 요구되는 소재바닥의 상대잔여임계두께는 쉽게 결정될 수 있다. 캐비티를 가진 유동은 동일한 조건 아래에서 캐비티가 없는 정상적인 유동일 때보다 더 작은 에너지를 요구한다. 최종단계에서 정상적인 유동일 때와 캐비티가 현존하는 유동에서 램의 평균압력을 비교하여 캐비티의 형성에 요구되는 소재바닥의 상대잔여두께가 정의된다.

### 3. 유한요소 시뮬레이션

펀치의 형상, 단면감소율, 마찰계수등의 공정변수에 따라서 상계해석과 실험의 결과를 비교하기 위해 실험에 사용된 다이의 기하학적 형상과 같은 치수로 상용 프로그램인 DEFORM을 사용하여 유한요소 시뮬레이션을 수행하였다. 펀치의 기하학적 형상은 국제냉간단조협회(International Cold Forging Group)에서 추천에 의해 정의된 설계를 따랐다.[5]

$$L_n = 0.5\sqrt{D_p}, \quad R = 0.075D_p$$

$$\beta = 4^\circ, \quad D_f = 0.1D_p \quad (15)$$

펀치의 치수는 위와 같이 주어지며, Fig.2는 펀치의 기하학과 각 부의 명칭을 나타내고 있다.

이 공정에서 단면감소율은 다음과 같다.

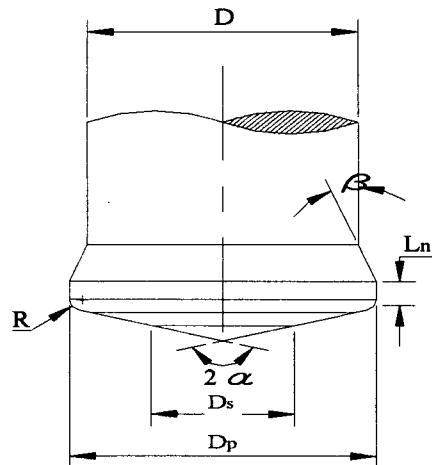
$$\gamma = \frac{R_p^2}{R_c^2} \quad (16)$$

시뮬레이션 조건은 Table.1에 표시하고 있다. 그리고 후방압출의 코너 캐비티의 결합방지를 위한 방안 모색으로 콘테이너의 이송을 통한 제안된 성형공정으로 캐비티를 충만하고자 하였다.

### 4. 압출실험

#### 4.1 압출장치 및 방법

금속을 소성가공으로 성형할 때 성형중이나 성



|           |   |
|-----------|---|
| $D_p$     | Punch nose diameter                     |
| $D_s$     | Diameter of the punch nose flat portion |
| $2\alpha$ | Punch nose face angle                   |
| R         | Radius of curvature on the punch nose   |
| $L_n$     | Seizing height                          |
| $\beta$   | Relief angle punch                      |
| D         | Punch body diameter                     |

Fig. 2 Backward extrusion : punch dimensions

Table 1 Process conditions for the simulation in axisymmetric extrusion

| Process                      | Friction on the punch | Friction on the die | Friction on the driven container | Driven container velocity (mm/s) |
|------------------------------|-----------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Backward Extrusion Processes | $m = 0.1$             | $m = 0.1$           | $m = 0.1$                        | 0                                |
|                              |                       |                     | $m = 0.95$                       | $\pm 1/2V_p, \pm V_p$            |
|                              | $m = 0.4$             | $m = 0.4$           | $m = 0.4$                        | 0                                |
|                              |                       |                     | $m = 0.95$                       | $\pm 1/2V_p, \pm V_p$            |

형후의 금속각부의 유동상태를 조사하기 위해 이전부터 연구자들은 각종 모델재료들을 사용하고 있다. 현재까지 모델재료로서 사용되고 있는 것은 크게 나누어 연질금속, 왁스(Wax)계통, 점토계통이 있다.

본 연구에서는 상계해석과 유한요소 시뮬레이

선의 결과를 검증하기 위하여, 작은 프레스로도 실험이 가능하고 소재유동 파악, 단조하중 측정 및 소재 내면의 변형상태 관찰이 유용한 점토계통의 하나인 영국의 Harburt's Plasticine 사의 제품인 플라스티신(Plasticine)을 모델재료로 사용하여 실험을 행하였다.

플라스티신의 시험장치는 로드셀 용량이 5톤인 모델재료 성형시험기를 이용하여 다이속도 1.0 mm/sec로 하였고 실험동안 시편을 일정온도로 유지하기 위하여 시편과 다이를 오븐 속에서 보관하여 사용하였으며, 항온항습기를 사용하여 실내온도를 상온으로 일정하게 유지하였다. 윤활제는 탈크 파우더(talc powder)와 바세린(vaseline)을 사용하였으며, 각각의 마찰상수값은  $m=0.4$  와  $m=0.1$ 로 하였다.

#### 4.2 압출실험

플라스티신의 유동응력을 유효변형률에만 의존한다고 가정한다. 플라스티신의 기초실험에 관한 마찰특성과 유동특성은 K.Osakada<sup>[6]</sup>등의 연구에서 언급하였다. 변형률속도  $\dot{\varepsilon}=0.05$ 에서 유동응력  $\bar{\sigma}$ 와 변형률  $\bar{\varepsilon}$ 의 선도의 구성방정식은 다음과 같다.

플라스티신 : 25°C

$$\bar{\sigma} = 0.24\bar{\varepsilon}^{-0.08} \text{ [MPa]} \quad (17)$$

플라스티신은 소재의 유동파악을 관찰하기 위해서 시편을 흑색, 백색 그리고 노란색의 세 가지 색으로 각각 반죽하여 재료내의 기포를 충분히 제거한 다음에 적층하였다. 소재유동의 파악을 쉽게 가시화 할 수 있도록 3 차원적으로 적층시켰다. Fig.3에 초기소재를 보여주고 있다.

모델재료 실험에 사용한 다이는 SM45C의 소재로 제작하였고, 압출 후에 다이와 플라스티신이 용이하게 잘 분리될 수 있도록 하부다이에 이젝트



Fig. 3 Initial billet

(eject) 구멍을 내었다.

실험은 초기소재의 높이 대 칙경비( $H_0:D_0$ )가 1:2인 경우로 시편을 만들어 유동특성을 조사하고 캐비티의 발생시점에서 소재바닥의 잔여임계두께를 구하여 해석결과와 비교하였다.

#### 5. 결과 및 고찰

Fig.4는 단면감소율이 50%인 축대칭 후방압출 공정에서 편치의 스트로크에 대한 플라스티신의 유동변형 상태와 시뮬레이션한 유효변형률의 관계를 보여주고 있다. 최종단계에서 코너부분에서 캐비티가 발생됨을 뚜렷하게 보여주고 있다. 소재바닥 부분과 콘테이너와 압출제품 사이의 접촉 부분에서는 큰 변형이 나타나지 않고, 편치와의 접촉면에서 많은 변형이 나타나는 것을 볼 수 있다.

Fig.5는 코면각  $2\alpha=160^\circ$ , 마찰계수 0.4인 경우에 캐비티 발생시점에서 소재바닥의 잔여 임계두께를 각각의 단면감소율에 대하여 서로 비교하였다. 그럼 상에서 볼 수 있듯이 실험값과 해석값이 양호하게 일치하였고 단면감소율에 따라서 임계두께가 감소하는 것을 알 수 있었다. 이것은 단면감소율이 커짐에 따라서 램이 더 하강할 수 있다는 사실이며 성형한계가 더 확대될 수 있다는 것을 나타낸다.

Fig.6은 단면감소율에 대해서 마찰이 소재바닥의 잔여두께에 미치는 영향을 상계해석과 실험값을 서로 비교하였다. 동일한 단면감소율에서는 마찰계수가 클수록 소재바닥의 임계두께가 작아진다는 것을 알 수 있다. 이것은 마찰이 캐비티를 지연시킨다고 볼 수 있다. 그러나 도시상에서 단면감소율이 클수록 캐비티는 마찰의 영향을 크게 받지 않는다는 것을 알 수 있었다.

상계해석과 실험에서 얻은 압출하중을 Fig.7에서 서로 비교하였다. 최종단계로 갈수록 하중값이 평탄하게 감소되는 것을 볼 수 있다.

Fig.8은 단면감소율이 50%일 때 편치 헤드부분의 시징 높이 (seizing height)가 캐비티의 발생시점에 영향을 미치는지를 평가하기 위해서 상계해석과 유한요소시뮬레이션을 서로 비교하였다. 시징높이가 클수록 캐비티의 발생시점이 지연되어 소재바닥의 임계두께가 작아진다는 것을 볼 수 있었다.

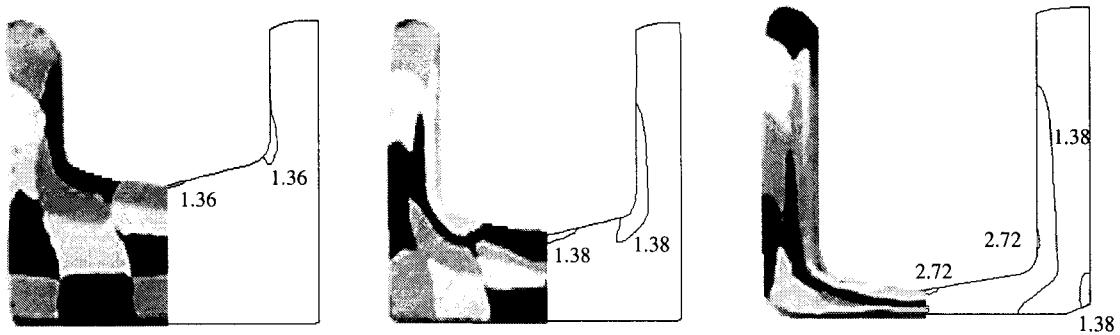


Fig. 4 Comparision of Plasticine deformation and effective strain of FEM simulation in Axisymmetric Backward Extrusion with respect to punch-stroke :  $\Upsilon=50\%$ ,  $m=0.4$ ,  $2\alpha =160^\circ$

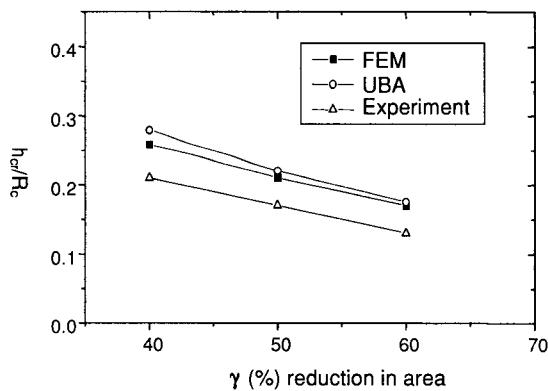


Fig. 5 Relationship between the critical relative thickness of the bottom of the billet and reduction in area :  $m=0.4$ ,  $2\alpha=160^\circ$

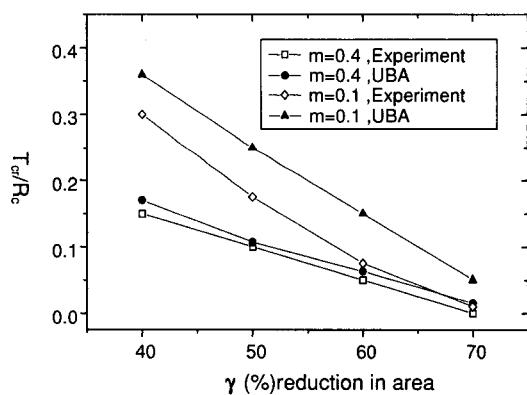


Fig. 6 Effects of the frictional factors of the die affecting the critical residual thickness of the billet with respect to reduction in area

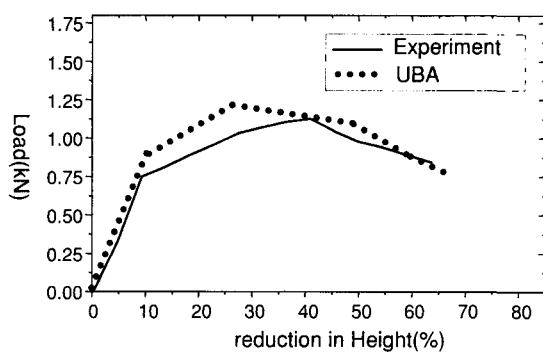


Fig. 7 Comparison of Backward Extrusion load between upper bound analysis and experimental ( $m=0.4$ ,  $2\alpha =160^\circ$ , without a moving container)

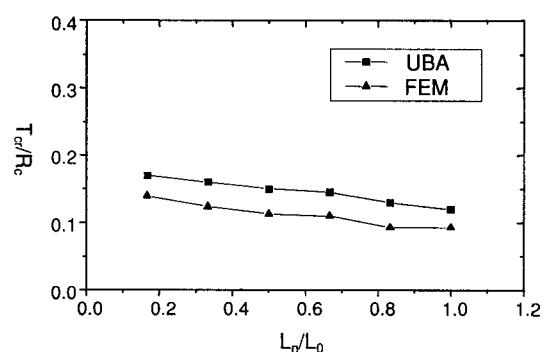


Fig. 8 Relationship between the critical relative thickness of the bottom of the billet and seizing height of punch :  $m=0.4$ ,  $2\alpha =160^\circ$

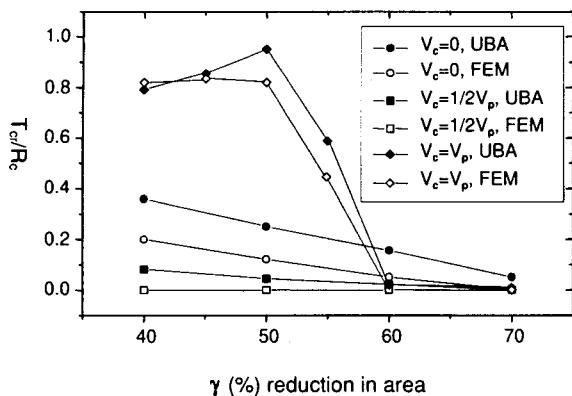


Fig. 9 Forming limit area for a corner cavity on the different velocity of container according to reduction in area

Fig.9는 단면 감소율에 대해서 편치와 마찰계수  $m=0.1$ 로 하고 콘테이너와 마찰상수는  $m=0.95$ 로 하여 콘테이너의 속도에 따라서 소재바닥의 임계두께를 결정해 보았고, 유한요소 시뮬레이션한 결과와 비교하였다. 콘테이너속도가 '0' 일때보다는 속도가 있을 때 오히려 소재바닥의 임계두께가 작다는 것을 알 수 있었다. 그러나 콘테이너속도가 편치의 속도와 같을 때 단면감소율이 40%와 50%에서 임계두께가 아주 큰 값을 가지고 60%와 70%에서 영에 가까운 두께를 가지는 것을 알 수 있었다. 이것은 단면감소율이 40%와 50%일 때는 압출되는 소재의 속도가 콘테이너의 속도보다 작아서 오히려 구동콘테이너가 코너캐비티를 더 빨리 발생시키는 것으로 판단된다. 바꾸어, 단면감소율이 60%와 70%일 때는 압출되는 소재가 콘테이너속도보다 크므로 구동콘테이너가 캐비티를 지연시킨다는 것으로 추론할 수 있다.

## 6. 결론

후방압출에서 최종단계까지 가는 동안에 발생되는 코너 캐비티의 형성을 예측하기 위해서 상계법을 이용해 해석하였다. 그리고 이 결과를 유한요소 시뮬레이션 한 결과와 비교하였으며, 그 타당성을 검증하기 위해서 실험을 수행하였다. 또한 캐비티를 제거하기 위해 성형공정을 제안하였으며, 이로부터 다음과 같은 결론을 도출할 수 있었다.

1. 상계해석을 통해 성형결함을 간단하게 예측하고 코너캐비티의 임계조건과 성형영역을 제시하였

다.

2. 코너캐비티 형성시점에서 램하강에 따라 코너캐비티가 점차로 증가하지만, 마찰계수가 증가함에 따라 압출된 제품의 외부표면과 콘테이너 또는 편치의 접촉면적이 클수록 캐비티의 성장이 감소, 지연되었다.
3. 코너캐비티의 형성시점에서 소재바닥의 임계두께는 단면 감소율이 증가함에 따라서 감소하였고, 마찰계수가 감소함에 따라 임계두께가 증가함을 알았다.
4. 콘테이너의 구동을 통해서 캐비티의 발생시점을 지연시켜 성형영역을 확대시킬 수 있음을 알았다.

## 참고문헌

1. S. Wu, Z. Dang and M. Li, "Prediction of corner cavity formation during backward extrusion by the modified slab method," Journal of Materials Processing Technology, Vol. 31, pp. 113~118, 1992.
2. S. Wu and M. Li, "Analysis of the Central cavity of Axisymmetric Forward Extrusion by the Upper Bound Approach," Journal of Materials Engineering and Performance, Vol. 1, No. 3, pp. 409~414, 1992.
3. Z. Zimmerman and B. Avitzur, "Analysis of The Effect of Strain Hardening on Central Bursting Defects in Drawing and Extrusion," Trans. ASME B., Vol. 92, No. 1, pp. 135~145, 1970.
4. Z. Dang and S. Wu, "Analysis of defects during backward extrusion by the rigid-plastic finite element method," Journal of Materials Processing Technology, Vol. 25, pp. 333~340, 1991.
5. General Recommendation for Design, Manufacture and Operational Aspects of Cold Extrusion Tools for Steel Components, International Cold Forging Group, Portullis Press, Vol. 6, 1983.
6. K. Osakada and S. Yamada, "Analysis by finite element method 1," Journal of JSTP, Vol. 35, No. 397, pp. 105~111, 1994.