

자이로 스코프 효과를 고려한 밀링 채터 안정성 해석

박재현*, 홍성욱**, 김현수*, 박종윤**

Milling Chatter Stability Analysis in Consideration of Gyroscopic Effect

Jae-Hyun Park*, Seong-Wook Hong**, Hyun-Soo Kim*, Joong-Youn Park**

ABSTRACT

The dynamics of spindle-bearing-workpiece system significantly affects the cutting condition and stability in milling process. The present paper investigates the chatter stability of milling process due to the change in the dynamics of spindle-bearing-workpiece systems. In particular, the present paper focuses on chatter stability due to the presence of gyroscopic effect. An eigenvalue problem approach to the stability of milling process is extensively used in this paper. To incorporate the rotational speed dependent gyroscopic effect, an iterative algorithm is proposed. A numerical example is provided for examining the chatter stability problem in the presence of gyroscopic effects.

Key Words : Chatter stability(채터 안정성), Critical depth of cut (임계 절삭 깊이), Stability lobe diagram (안정성 로브 선도), Frequency response function (주파수 응답 함수), Gyroscopic effect (자이로 스코프 효과)

1. 서론

절삭가공시의 채터는 공구, 공작기계 및 공작물에 대단히 나쁜 영향을 미친다. 채터는 바람직하지 못한 현상이기 때문에, 그 원인 해석을 위해 다양한 연구가 진행되었으며, 현재까지 시대적인 환경 여건의 변화에 따라서 연구의 방향이 변화되면서 많은 연구가 진행되고 있다. Tobias^[1]등에 의해서 실험을 통한 채터 원인 규명 연구가 시작된 이후로, 많은 연구자에 의해 연구가 진행되어왔다^[2-8]. 최근, Budak과 Altintas^[9,10]는 공작기계 및 공작물의 주파수 응답 함수를 기초로 한 고유치 문제 해법을 통해 비교적 간단하게 채터를 예측할 수 있는 해석

적인 방법을 제안하였다. 이 방법은 일반적인 조건에서 채터 안정성을 판별할 수 있는 효과적인 방법으로 그 타당성이 검증된 바 있다. 그러나 연구의 내용이, 단순화된 모델을 사용하여 방법의 타당성을 검증하는 데에만 국한하였으며, 채터 예측 과정의 효율성에도 불구하고 실제 응용에 관한 연구 결과는 아직 찾기 어렵다.

본 연구에서는 고유치 해법을 이용하여 고속 주축계에서 나타날 수 있는 자이로스코프 효과(gyroscopic effect)를 포함한 경우의 채터 안정성을 검토하였다. 최근 고효율, 고생산성을 지향하면서 많이 개발되고 있는 고속 주축계는 회전체 동역학이 매우 중요하다. 그 중에서 자이로스코프 효과

* 회원, 금오공과대학교 대학원

** 회원, 금오공과대학교 기계공학부

는 고속 주축계의 동특성에 직접적인 변화를 일으킬 수 있는 중요한 요인이지만 자이로 스코프 효과가 채터 안정성에 미치는 영향에 대한 연구 결과는 아직 찾기 어렵다.

자이로 스코프 효과가 있게 되면 커터의 두 방향 진동이 서로 커플링되므로 Budak과 Altintas^[10]가 제안한 수식을 개선하여 커플링 항을 모두 포함하는 경우로 일반화시킬 필요가 있다. 또한 자이로 스코프 효과에 의해 주파수 응답 함수가 회전속도에 따라 변화되기 때문에 정지상태 또는 특정속도에서 측정(또는 계산)된 주파수 응답 함수가 전체의 특성을 나타낼 수 없게 된다. 특정속도에서 얻어진 주파수 응답 함수를 이용하여 임계 절삭 깊이(critical depth of cut)와 주축 회전속도를 구하게 되는데, 이렇게 구해진 주축 회전속도는 처음에 가정한 회전속도와 차이를 나타내게 되기 때문이다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위해, 본 연구에서는 반복 계산법을 이용한 알고리즘을 제안하였다.

수치예제를 통해 자이로 스코프 효과를 고려한 경우의 채터 안정성 특성에 대해 검토하였다.

2. 동적 밀링에서의 안정성 해석

밀링에서의 진동은 평균 칩 두께(mean chip thickness)에 비례하여 나타나는 강제 진동과 방향 동적 밀링 계수 행렬 $[A(t)]$ 의 주기적인 변화에 따라 나타나는 진동으로 나눌 수 있다^[9]. 동적 밀링의 안정성 해석에서는 방향 동적 밀링 계수의 주기적인 변화에 따른 진동을 모두 고려하는 다 주파수 해석(multi-frequency analysis)이나, 단지 채터 주파수에서의 진동만을 해석하는 단일 주파수 해석(single frequency analysis)이 있지만, 채터 주파수에서의 진동이 항상 크게 나타나므로 두 가지 방법의 해는 거의 일치하게 된다. 따라서 여기서는 해석과정이 간편한 단일 주파수 해석을 이용하도록 한다.

$[A(t)]$ 의 주기적인 요소와 연속된 커터 날의 진동 파형 사이의 위상차 $\omega_c T$ 을 고려하여 다음의 행렬식을 유도할 수 있다^[9].

$$\det \left[[I] - \frac{1}{2} \Delta z K_r (1 - e^{-i\omega_c T}) [A_0] [G_m(i\omega_c)] \right] = 0 \quad (1)$$

이것은 단일 주파수 해석 방법에 의한 페루프 동적 밀링 시스템의 특성 방정식이다. 여기서 하나의 커터 날에 대한 축 방향 요소(i)의 칩 두께(axial thickness) 변위는 $\Delta z = z_{i+1} - z_i = a/m$, a 는 축 방향의 절삭깊이(axial depth of cut), m 은 축 노드(node)의 수, K_r 는 접선 방향의 밀링력 계수이다.

$[G_m] = [G_c] + [G_w]$ 이고, 커터와 공작물의 주파수 응답 함수의 합을 나타낸다. $[A_0]$ 는 하나의 커터 날 주기에 대한 $[A(t)]$ 의 평균값이고, 다음과 같이 나타낸다.

$$[A_0] = \frac{N}{2\pi} \begin{bmatrix} \alpha_{xx}[I] & \alpha_{xy}[I] \\ \alpha_{yx}[I] & \alpha_{yy}[I] \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 N 은 밀링 커터 날 개수이고, $[I]$ 는 $m \times m$ 항등 행렬이며, 각 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \frac{1}{2} [\cos 2\theta - 2K_r \theta + K_r \sin 2\theta] \phi_{sr}^{\phi_{sr}} \\ \alpha_{xy} &= \frac{1}{2} [-\sin 2\theta - 2\theta + K_r \cos 2\theta] \phi_{sr}^{\phi_{sr}} \\ \alpha_{yx} &= \frac{1}{2} [-\sin 2\theta + 2\theta + K_r \cos 2\theta] \phi_{sr}^{\phi_{sr}} \\ \alpha_{yy} &= \frac{1}{2} [-\cos 2\theta - 2K_r \theta - K_r \sin 2\theta] \phi_{sr}^{\phi_{sr}} \end{aligned} \quad (3)$$

이때, ϕ_{sr} 는 절삭이 시작되는 각, ϕ_{sr} 는 절삭이 끝나는 각 이고, K_r 은 반지름 방향의 밀링력 계수이다. 또한, 식(1)은 채터 안정성 경계치를 얻기 위해 다음과 같이 고유치 문제로 표현할 수 있다.

$$\det \left[[I] + \Lambda [G_o(i\omega_c)] \right] = 0 \quad (4)$$

여기서 고유치 Λ 와 $[G_o(i\omega_c)]$ 는 다음과 같다.

$$\Lambda = -\frac{N}{4\pi} K_r \Delta z (1 - e^{-i\omega_c T}) \quad (5)$$

$$[G_o(i\omega_c)] = \begin{bmatrix} \alpha_{xx}[I] & \alpha_{xy}[I] \\ \alpha_{yx}[I] & \alpha_{yy}[I] \end{bmatrix} [G_m(i\omega_c)] \quad (6)$$

축 방향의 절삭 깊이(axial depth of cut)는 $a = m\Delta z$ 이고, 임계 절삭 깊이 $a_{lim} = m\Delta z_{lim}$ 이다. a_{lim} 은 식(5)로부터 직접 구할 수는 없지만, 축 요소가 하나인 경우에는, a_{lim} 과 Δz_{lim} 이 같기 때문에 구할 수 있다. 예컨대 평면 밀링 또는 고속 엔드 밀링 시스템에서 절삭 깊이가 작은 경우 축 방향에서의 커터와 공작물의 동특성의 변화는 무시할 수 있다($m=1$).

$$\Delta z_{lim} = -\frac{\Lambda}{\frac{N}{4\pi} K_t(1 - e^{-i\omega_c T})} \quad (7)$$

고유치를 $\Lambda = \Lambda_R + i\Lambda_I$ 라 두고 식(7)에 대입한 후, Δz_{lim} 은 실수이기 때문에 허수 부분이 영이 된다는 다음과 같은 조건을 얻는다.

$$\Lambda_I(1 - \cos \omega_c T) - \Lambda_R \sin \omega_c T = 0 \quad (8)$$

따라서,

$$x = \frac{\Lambda_R}{\Lambda_I} = \frac{1 - \cos \omega_c T}{\pm \sqrt{1 - \cos^2 \omega_c T}} \quad (9)$$

식(9)에서 유용해는 다음과 같이 나타난다.

$$\omega_c T = \cos^{-1} \left(\frac{1 - x^2}{1 + x^2} \right) + 2\pi k \quad (10)$$

재생 효과를 나타내는 일반적인 형태로 식(10)을 다시 쓰면,

$$2\pi k + \varepsilon = \omega_c T \quad (11)$$

여기서,

$$\varepsilon = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{1}{x} \quad (12)$$

또, 식(7)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\Delta z_{lim} = -\frac{\pi}{NK_t \Lambda_R} (\Lambda_R^2 + \Lambda_I^2) \quad (13)$$

절삭 깊이(depth of cut)의 값이 양수가 되기 위해서 Λ 는 복소 평면의 좌측에($\Lambda_R < 0$)있는 값이어야 한다. 그리고 식(11)로부터 각각의 안정성 로브($k=0, 1, 2, \dots$)에 대한 스핀들 속도($n=60/(NT)$)를 구할 수 있다. 임계 축의 절삭 깊이 즉, chatter 안정성 한계는 $a_{lim} = m\Delta z_{lim}$ 에서 결정되어진다.

3. 자이로 스코프 효과(Gyroscopic effect)를 고려한 안정성 해석

3.1 안정성 해석 방법

고효율, 고생산성을 지향하게 되면서 고속 주축계가 많이 활용되고 있다. 주축계의 고속화에 따라 주축계 자체가 정지 시와는 동역학적으로 다른 특성을 갖게 되는 것으로 알려져 있다. 특히 자이로 스코프 효과는 회전속도의 증가에 따라 그 영향이 커지게 된다. 따라서 고속 주축계에 대한 동특성 해석을 위해 자이로 스코프 효과를 포함한 동적 모델을 이용해야 한다. 자이로 스코프 효과를 포함한 밀링 주축 베어링 계의 유한 요소 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다^[11].

$$[M]\{\ddot{q}\} + \{[C_b] + \Omega[G]\}\{\dot{q}\} + \{[K] + [K_b]\}\{q\} = \{F\} \quad (14)$$

여기서 $[M], [G], [K]$ 는 각각 요소행렬을 조합하여 얻어지는 질량, 자이로 스코프, 강성행렬이다. Ω 는 회전속도, $[K_b], [C_b]$ 는 각각 베어링이나 결합부 등에 의해 인가되는 강성 및 감쇠행렬이다. 식(14)에서 주파수 응답 행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다^[11].

$$[G_m] = [-\omega^2[M] + j\omega\{[C] + \Omega[G]\} + \{[K] + [K_b]\}]^{-1} \quad (15)$$

식(15)에서 얻어지는 주파수 응답 행렬로부터 밀링 끝단에서의 주파수 응답을 얻어 chatter 안정성 계산에 사용한다. 자이로 스코프 효과가 일으키는 커플링 효과를 고려하여 식(4)의 수식에 커플링 항을 포함시킨 특성 방정식은 다음과 같다.

$$\det \left([I] + A \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{xx}(i\omega_c) & G_{xy}(i\omega_c) \\ G_{yx}(i\omega_c) & G_{yy}(i\omega_c) \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (16)$$

여기에서 a_{xx}, \dots, a_{yy} 는 식(3)에서 구할 수 있다. $G_{jk} = G_{cjk} + G_{wjk}$, $j, k = x, y$ 이고, $G_{c,jk}$ 와 $G_{w,jk}$ 는 하나 이상의 진동 모드를 가지는 경우의 커터와 공작물의 전달 함수이다. 그러면 식(16)에서 다음과 같이 Λ 에 대한 2차 방정식을 얻을 수 있다.

$$c_1 \Lambda^2 + c_2 \Lambda + 1 = 0 \quad (17)$$

여기에서 각각의 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_1 &= G_{xx}(i\omega_c)G_{yy}(i\omega_c)(a_{xx}a_{yy} - a_{xy}a_{yx}) \\ &\quad + G_{xy}(i\omega_c)G_{yx}(i\omega_c)(a_{xy}a_{yx} - a_{xx}a_{yy}) \\ c_2 &= a_{xx}G_{xx} + a_{xy}G_{yx} + a_{yx}G_{xy} + a_{yy}G_{yy} \end{aligned} \quad (18)$$

고유치 Λ 는 아래의 식에 각각의 계수를 대입하여 얻을 수 있다.

$$\Lambda = -\frac{1}{2c_1} (c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1}) \quad (19)$$

임계 절삭 깊이는 식(13)에 Λ 를 대입하여 구할 수 있다. 또한 스피들 속도는 식(11)에서 구할 수 있다. 그러나 식(15)로부터 알 수 있는 바와 같이 주파수 응답이 회전속도에 따라 달라지게 되며, 특정 회전속도에서 계산(또는 측정)된 주파수 응답 함수는 정확한 특성을 나타내지 못하게 된다. 따라서 특정 회전속도에서 얻어진 주파수 응답 함수를 이용하여 얻어진 식(19)의 결과를 식(13)에 대입하면 스피들의 회전속도를 얻을 수 있는데, 이 회전속도는 주파수 응답 함수를 얻을 때 가정된 회전속도와 차이가 있게된다. 이와 같은 문제점을 극복하기 위하여 본 연구에서는 반복 계산법을 사용하였다.

Fig. 1은 자이로 스코프 효과가 있는 2 자유도 페이스 밀(face mill)의 스피들 속도에 따른 주파수 응답 함수의 변화를 고려한 채터 안정성 계산 알고리즘이다. 먼저, 일정한 영역의 채터 주파수에 대해

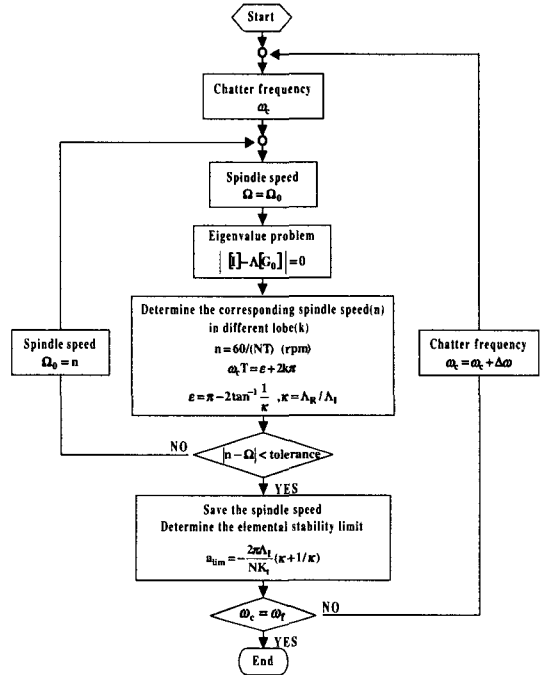


Fig. 1 Flow chart for stability limit calculation with consideration of speed dependency in frequency response function

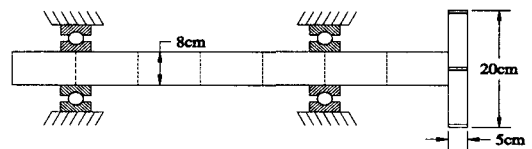


Fig. 2 Model of spindle-bearing-cutter system

서 채터 주파수와 임의로 가정한 스피들 속도에서 계산된 주파수 응답 함수를 이용하여 고유치 문제를 푼다. 다음으로 계산된 고유치를 이용하여 스피들 속도를 구하고 처음에 가정한 스피들 속도와 비교하여 그 차이가 오차 범위 내에 들면 스피들 속도를 저장하고 그에 따른 임계 절삭 깊이를 구한다. 만약 처음에 가정한 스피들 속도와 고유치 문제를 통해 구한 스피들 속도의 차이가 크면 새롭게 구해진 스피들 속도를 식(15)에 대입하여 주파수 응답 함수를 다시 계산하여 고유치 문제를 다시 푸는 과정을 되풀이한다. 이런 식으로 설정된 채터 주파

수 범위에서 반복적으로 스피들 속도를 비교하여 수렴된 결과를 저장하고, 그에 따른 임계 절삭 깊이도 구하여 저장한다. 이렇게 저장된 스피들 속도와 임계 절삭 깊이를 이용하여 체터 안정성 로브 선도를 얻을 수 있다.

3.2 수치예제

Fig. 2는 고속 밀링의 스피들들과 페이스 밀을 모델링한 것으로 절삭 시작과 끝 각은 각각 0° 와 90° 이다. 여기서 고려한 고속 밀링 스피들들은 Valeron사의 수평형 스피들이며 최대 10,000rpm 까지 활용할 수 있다. 한편, $K_t = 1500\text{Mpa}$, $K_r = 0.3$, 커터의 날 수 $N=10$, 축의 길이는 70cm, 디스크는 절점 8 위치에 있는 것으로 가정하였다. 축의 영계수(Young's modulus)는 $2 \times 10^{11}\text{N/m}$ 이고, 밀도는 7833 kg/m^3 이다. 베어링의 감쇠(단위:Ns/m)와 강성(단위:N/m)은 각각 다음과 같으며, 연성항은 0 이다.

$$\text{Node 2 : } C_{xx} = C_{yy} = 4 \times 10^5, K_{xx} = K_{yy} = 3 \times 10^8$$

$$\text{Node 6 : } C_{xx} = C_{yy} = 4 \times 10^5, K_{xx} = K_{yy} = 9 \times 10^8$$

Fig. 3(a), (b)는 안정성 로브 선도 계산에 사용된 주파수 응답 함수를 보여주고 있는데, 자이로 스코프 효과를 고려한 유한 요소 모델에 의해 계산되었다^[11]. Fig. 3(a)에서 회전속도가 증가함에 따라 자이로 스코프 효과에 의해 두 개의 봉우리로 갈라지면서 봉우리간의 거리가 점점 벌어짐을 알 수 있다. Fig. 3(b)는 두 방향의 커플링 효과를 나타내는 주파수 응답 함수로서 저속에서는 크지 않지만 회전속도가 증가함에 따라 절대값이 점점 커지는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 자이로 스코프 효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우의 안정성 로브 곡선을 비교한 그림이다. 로브 선도의 아래 쪽이 안정한 영역이고 윗쪽이 체터가 발생하는 불안정한 영역이다. 자이로 스코프 효과를 고려하게 되면 고속에서 안정성이 낮아지게 됨을 알 수 있다. 자이로 스코프 효과는 회전속도에 비례하므로 회전속도의 증가에 따라 안정성은 더 나빠지게 된다. 또한 본 예에서와 같이 페이스 밀 등, 큰 관성을 갖는 공구가 주축 끝단에 놓일 때 자이로 스코프 효과가 극대화되므

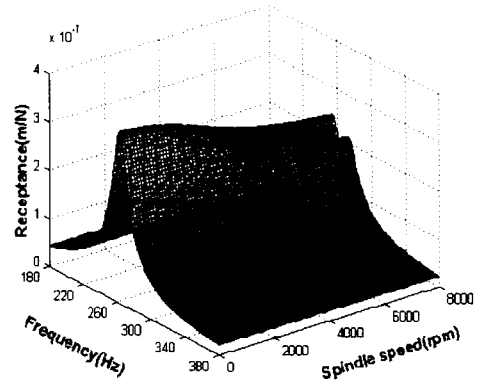


Fig. 3(a) Frequency response function G_{xx} with varying the spindle speed

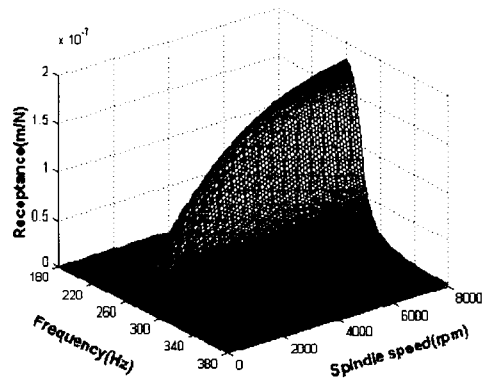


Fig. 3(b) Frequency response function G_{xy} with varying the spindle speed

로 이때에는 자이로 스코프 효과에 의해 안정 한계 절삭 깊이가 낮아질 수 있음을 고려할 필요가 있다. 한편 Fig. 5는 페이스 밀의 폭을 증가시키면서 얻어진 안정성 선도를 보여주고 있다. 디스크 폭의 증가에 의해 자이로 스코프 효과도 커지지만 질량 및 관성의 증가에 따른 고유진동수의 감소로 인하여 안정성 로브 곡선이 좌측으로 이동하고 있음을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 고속 밀링에서 발생할 수 있는

자이로 스코프 효과를 고려한 경우에 대해서 chatter 안정성 변화를 검토하였다. 자이로 스코프 효과를 분석하기 위해 주파수 응답 함수를 반복 계산하여 스피들 회전속도를 수렴시키는 알고리즘을 제안하였다.

자이로 스코프 효과에 대한 수치실험 결과 고속 가공시 밀링의 안정성에 나쁜 영향을 미칠 수 있음을 확인할 수 있었다. 따라서 자이로 스코프 효과가 예상되는 경우에는 고속가공시 안정 한계 절삭 깊이를 다소 낮출 필요가 있다.

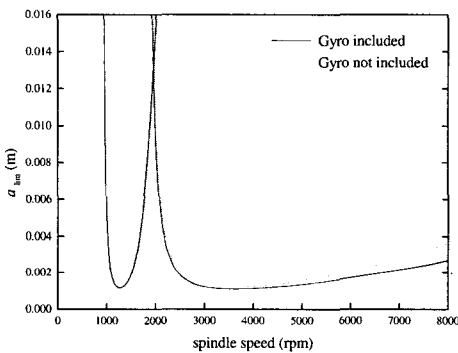


Fig. 4 Comparison of stability lobes with and without gyroscopic effect

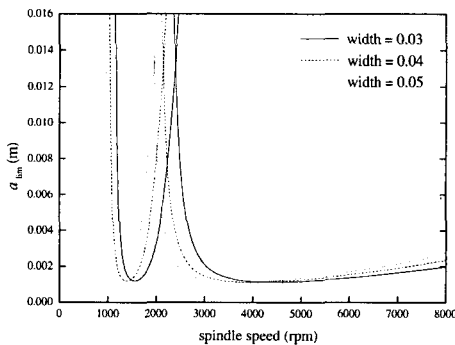


Fig. 5 Stability lobes with varying the width of disk

참고문헌

1. Tobias, S. A., Machine Tool Vibration, Blackie and Sons Ltd., 1965.

2. Merrit, H. E., "Theory of self-excited machine tools chatter," Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 87, pp. 447-454., 1965.

3. Tlustý, J., Machine Tool Structures - Vol. 1: Stability Against Chatter, Pergamon Press., 1967

4. 田中久隆, 小幡文雅, 足森雄己, 松原十三生 "エンドミル加工の再生びびり振動に関する研究(第1報)," 精密工學會誌, Vol. 62, No. 8, pp.1136-1140., 1996.

5. 田中久隆, 小幡文雅, 足森雄己, 松原十三生, "ボールエンドミル加工の再生びびり振動に関する研究(第1報)," 精密工學會誌, Vol. 64, No. 7, pp.1047-1051., 1998

6. Altintas, Y., Lee, P., "Mechanics and dynamics of ball end milling," Trans. ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 120, pp. 684-692., 1998.

7. Li, X. Q., Wong, Y. S. and Nee, A. Y. C., "Tool wear and chatter detection using the coherence function of two crossed accelerations," Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol. 37, No. 4, pp. 425-435., 1997.

8. Kondo, E., Ota, H., Kawal, T., "A new method to detect regenerative chatter using spectral analysis, part 1: basic study on criteria for detection of chatter," Trans. ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 119, pp. 461-466., 1997.

9. Budak, E. and Altintas Y., "Analytical prediction of chatter stability in milling - part 1 : general formulation," Trans. ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol.120, pp. 22-30., 1998.

10. Budak, E. and Altintas Y., "Analytical prediction of chatter stability in milling - part 2 : application of the general formulation to common milling systems," Trans. ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and Control, Vol.120, pp. 31-36., 1998.

11. Lee, C.W. and Hong, S.W., "Asynchronous harmonic response analysis of rotor bearing systems," The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 5, No. 2, ppp. 51-65., 1990.