

# 복층 및 다층장갑판재의 관통에 대한 상부경계이론 해석

## An upper bound analysis for the plugging type of ballistic perforation on the double and multi-layered armour plates

이 종 우\*

Lee, Jong-Woo

### ABSTRACT

A modified theoretical analysis of the ballistic perforation on the double and multi-layered armour plates using an upper bound method has been presented in this paper.

A modified model based on the suggestion of the Awerbuch-bodner model has been adapted and extended into double and multi-layered armour plates when the plugging type of penetration has been occurred. The residual projectile speed, ballistic limit velocity and contact time during the penetration process have been derived from the equation of motion at each stage.

**주요 기술 용어 :** perforation(관입), penetration(관통), double-layered armour(복층장갑판), multi-layered armour(다층장갑판), plugging(관입), upper bound method(상부경계이론)

### 1. 서 론

고속으로 비행한 탄자가 표적 장갑에 충돌하여 표적 재료를 관통하는 현상은 탄자의 형상, 재료의 특성 뿐만 아니라 표적 장갑의 특성을 포함하여 여러 가지 종합적인 조건에 따라 아주 다양하고 복합적으로 나타난다.

장갑재의 관통현상은 크게 취성파괴(brittle fracture), 소성관통(ductile hole enlargement), 반경방향파괴(radial fracture), 관입(plugging), 파열(petalling), 파편화관통(fragmentation) 등으로 나누어지는데, 본 연구에서는 두부(頭部)의 곡률 반경이 큰 탄두가 얇거나 또는 중간 두께로 구성된 다층장갑판을 관통할 때 발생되는 가

장 단순한 완전 관통 형태인 관입형 파괴 현상에 대해 분석하였다. 다층장갑판은 접촉된 적층 형태를 해석에 적용하였다.

이를 위하여 현재까지 관입형 관통현상의 해석에 광범위하게 이용되어 왔고, 단층 알루미늄 장갑판에 적용했을 때 훌륭한 일치를 보였던 Awerbuch-Bodner 모델[10]을 개량하여 상부경계이론을 적용하여 해석하였다.

### 2. 충돌 조건

탄자가 목표물인 장갑판에 고속으로 충돌하는 경우, 관통현상은 표적과 그의 고유 특성에 따라 달라질 뿐만 아니라 탄자가 표적을 타격하는 각도에 따라서도 크게 달라진다. 특히, 관입형 관통현상은 타

\* 육군사관학교 무기공학과 조교수

격속도와 타격각에 크게 영향을 받는다.

## 2.1 탄자 조건

탄자의 조건으로는 재료, 탄두형상, 견고성의 3가지 조건을 들 수 있는데 본 연구에서는 경강 재료의 견고한 강체로서 관입형 관통을 유도할 수 있는 편평형 탄자를 해석 대상으로 한다.

## 2.2 표적조건

표적조건은 재료, 표면처리, 두께, 형상 등 4가지로 구분되는데, 본 연구에서는 다양한 두께의 다층 접촉형 적층 알루미늄판을 해석 대상으로 한다.

## 2.3 충격조건

탄자에 의한 표적의 충격은 타격자와 표적 사이의 상호작용으로 일어나는 것으로서 탄자에 변형이 일어나는 경우와 탄자에 변형이 일어나지 않는 두 가지 경우로 나누어 분석해야 한다. 그러나, 본 연구에서는 탄자에 변형이 일어나지 않는 경우만을 다루었다.

탄자의 속도는 25~1300m/s 범위의 저속도와 정상 속도에 대한 관통 현상 해석을 적용하였다.

## 3. 관통 현상 해석

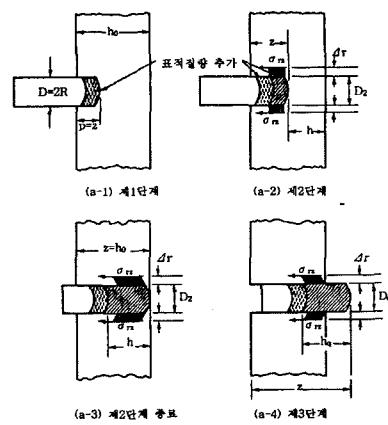
### 3.1 개량형 모델 설정

풀러깅현상에 대한 해석은 플러그가 생성되어 표적을 빠져나가는 과정을 4단계로 나누어 모델화 한 것이다. 관입시 전단응력이 작용하여 Fig.1에서 보는 바와 같이 첫 단계에서는 표적재료가 극한 압축응력 까지 압축되면서 파과없는 변위만 발생하고, 두 번째

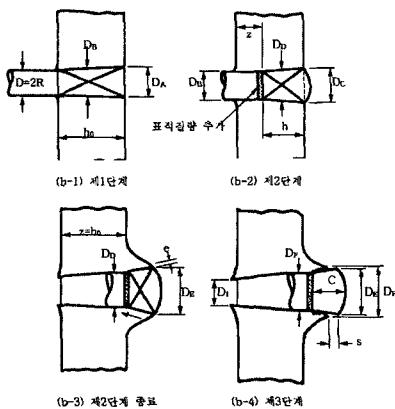
단계에서는 전단파괴에 의하여 플러그가 생겨 플러그의 선단이 표적 후면에 이르며, 세 번째 단계에서는 타격자의 후면이 표적의 후면에 이르고, 네 번째 단계는 타격자가 표적을 빠져 나와 대기 중에서 비행하는 것이다.

Awerbuch-Bodner 모델을 기초하여 개량모델을 설정하기 위해 아래와 같은 몇 가지 중요한 내용들을 수정 및 추가하였다.

- (1) 탄자가 최초에 표적에 충돌하는 순간, 탄자의 구경은 원래 구경과 동일하며, 관통이 진행되는 동안 선형적으로 변형되는 것으로 가정한다.
- (2) 표적재료의 변형에 의한 추가적인 질량은 Tate[3]의 제안을 적용하였다.
- (3) 제1, 2단계의 표적재의 압축력  $F_C$ 는  $\sigma_{UC}A$  대신에  $2\sigma_y A$ 로 가정한다.
- (4) 제1, 2단계에서, 표적재의 내부소성변형과 전단을 유발하는 추가 힘 ( $F_{PD}$ )의 항목을 추가하였다.  $F_{PD}$ 는 속도 불연속면에서의 변형을 가정하여 계산하였다. 그러나 제2단계에서  $F_{PD}$ 에 이미 전단력  $F_s$ 에 포함되어 있으므로 제거하였다.
- (5) 실제로는 탄자가 표적판을 관통할 때 표적판에 약간의 굽힘 변형이 발생되나, 해석식에서는



(A) Awerbuch-Bodner model



(B) Modified perforation model

(Fig. 1) Modified Perforation model

굽힘 변형이 전혀 없는 것으로 가정한다.

- (6) 탄자와 표적재가 충돌할 때 발생되는 응력과 또는 충격파의 효과는 무시한다.

### 3.2 개량형 모델 해석

#### 3.2.1 1단계

1단계 관통 중의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} -F_1 &= \left[ m_o + \frac{\rho A_1 b_1}{4} \right] \frac{dV_1(z)}{dt_1} \\ &= -[F_{II} + F_{PD1} + F_{C1}] \end{aligned} \quad (1)$$

위의 식을 관통 속도에 대하여 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{1C}(z)}{dz} &= \\ &- \left\{ \pi a_{1C}^2 \left[ k_o + \mu \frac{V_{1C}}{e} \right] \right\} \frac{\sin \beta_{1C}}{\sin \alpha_{1C} \sin(\pi - \alpha_{1C} - \beta_{1C})} \\ &+ \frac{\sin \beta_{1C}}{\sin \alpha_{1C} \sin(\alpha_{1C} - \beta_{1C})} + \frac{(b_{1C}^2 - a_{1C}^2) \sin(\pi - \alpha_{1C})}{b_{1C}^2 \sin \beta_{1C} \sin(\alpha_{1C} - \beta_{1C})} \\ &+ \frac{1}{2} K \rho A_{1C} V_{1C}^2 + 2 \sigma_y A_{1C} \} / \left[ m_o + \frac{\rho A_{1C} b_{1C}}{4} \right] V_{1C} \end{aligned} \quad (2)$$

탄자가 관통거리 z만큼 진행하는데 소요된 시간은

다음과 같다.

$$t_{1C} = \int_0^z \frac{dz}{V_{1C}(z)} \quad (3)$$

#### 3.2.2 2단계

2단계 관통 중의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} -F_2 &= \left[ m_o + \frac{\rho A_2 b_2}{4} \right] \frac{dV_2(x)}{dt_2} \\ &= -[F_{I2} + F_{PD2} + F_{C2}] \end{aligned} \quad (4)$$

윗 식에서,

$$F_{C2} = 2 \sigma_y A_2 \left[ 1 - \left( \frac{z - (h_0 - h)}{h} \right)^2 \right]$$

for  $(h_0 - h) \leq z \leq h_0$

위의 식을 탄자속도와 접촉시간에 대하여 각각 정리하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dV_{2C}(z)}{dz} &= \\ &- \left\{ \pi a_{2C}^2 \left[ k_o + \mu \frac{V_{2C}}{e} \right] \right\} \frac{\sin \beta_{2C}}{\sin \alpha_{2C} \sin(\pi - \alpha_{2C} - \beta_{2C})} \\ &+ \frac{\sin \beta_{2C}}{\sin \alpha_{2C} \sin(\alpha_{2C} - \beta_{2C})} \\ &+ \frac{(b_{2C}^2 - a_{2C}^2) \sin(\pi - \alpha_{2C})}{b_{2C}^2 \sin \beta_{2C} \sin(\alpha_{2C} - \beta_{2C})} + \frac{1}{2} K \rho A_{2C} V_{2C}^2 \\ &+ 2 \sigma_y A_{2C} \left\{ 1 - \left( \frac{z - (h_0 - h)}{h} \right)^2 \right\} / \left[ m_o + \frac{\rho A_{2C} b_{2C}}{4} \right] V_{2C} \end{aligned} \quad (5)$$

$$t_{2C} = \int_{h_0-h}^{h_0} \frac{dz}{V_{2C}(z)} \quad (6)$$

#### 3.2.3 3단계

3단계 관통 중의 운동방정식은 아래와 같다.

$$m_3 \frac{ds}{dt_3^2} = -F_3 = -F_{sh} = -\tau A_p \quad (7)$$

$$\begin{aligned} s &= \left[ \frac{M_3 e}{\tau_o e} \right] \left[ \frac{M_3 e}{\mu A_p} \right] \left[ 1 - \exp \left( -\frac{A_p \mu}{M_3 e} t_{3C} \right) \right] \\ &- \frac{\tau_o e}{\mu} t_{3C} \end{aligned} \quad (8)$$

관통과정에 소요된 총 시간은

$$t_f = t_{1f} + t_{2f} + t_{3f} + t_p \quad (9)$$

윗 식에서,  $t_p = \frac{h - s_f}{V_f}$ 로 표시되며,  $V_f$ 는 탄자의 최종 출구속도이다.

### 3.3 복층 및 다층장갑판의 관통 해석

Marom-Bodner[4]는 복층장갑판에서 각각의 장갑판을 관통한 후의 최종탄도속도 ( $V_f$ )를 계산하기 위해 아래의 해석식을 제안하였다.

$$V_f = \left[ \frac{V_i^2 - V_B^2}{\left[ 1 + \frac{m_e}{m_i} \right] \left[ p + q \frac{m_e}{m_i} \right]} \right]^{1/2} \quad (10)$$

윗 식에서, 탄도한계속도( $V_B$ )는 시간  $t=t_f$ 에서 최종탄도속도( $V_f$ )가 충격점에서의 장갑재료의 봉괴속도( $V_s$ )와 같으므로 초기탄도속도( $V_i$ )를 이용하여 아래의 식으로 표현된다.

$$V_s = \frac{V_i}{1 + \left( \frac{\rho h z' L'}{m_i} \right)} \quad (11)$$

윗 식에서,  $L'$ 은 소성현지의 충격점으로부터 이동거리이며, 아래의 식으로 표현된다.

$$L' = \frac{6Mt}{m_i V_i} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{12Mt}{V_i m_i} \right)^2 + \frac{48Mt}{\rho h z' V_i} \right]^{1/2} \quad (12)$$

여기서,  $M = \frac{\sigma_{yd} z' h^2}{4}$ ,  $\sigma_{yd}$ = 동적항복응력이다.

그러나, Nixdorff[5,6]는 Awerbuch-Bodner의 해석식을 조금 변형하여 아래와 같은 초기충격속도, 최종탄도 속도 및 탄도한계속도의 관계식을 제안하였다.

$$V_f^2 = a(V_i^2 - V_B^2) \quad (13)$$

윗 식에서,

$$a = \left[ \frac{M_o}{M_o + \rho A_2 h} \frac{M_o + \rho A_2 (h - c)}{M_o + \rho A_1 (h - c)} \right]^{2+k} \quad (14)$$

여기서,  $M_o$ 는 탄자의 질량,

$\rho$ 는 장갑 재료의 밀도,

$k$ 는 탄자의 형상계수이다.

이러한 복층장갑판에 대한 관입형 관통현상의 해석은 1951년 Nishiwaki[7]로부터 시작하여, Recht & Ipson[8], Lambert & Jonas[9], Awerbuch & Bodner[10]에 이르기까지 발전되어 왔으나, 대부분 모델들의 최종탄도속도는 본 연구의 개량형 Awerbuch-Bodner모델에서 제안된 아래의 기본식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_f^2 &= 0, \quad 0 \leq V_i \leq V_B \\ &= a(V_i^2 - V_B^2), \quad V_i > V_B \end{aligned} \quad (15)$$

위에서 설명한 방법을 n층 장갑판에 동일하게 적용하면, 아래와 같이 다층 장갑판에 대한 최종탄도속도 관계식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} V_{f1}^2 &= a_1 (V_i^2 - V_{B1}^2) \\ V_{f2}^2 &= a_2 (V_{f1}^2 - V_{B2}^2) \\ &\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ V_{fn}^2 &= a_n (V_{f(n-1)}^2 - V_{Bn}^2) \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.3 수치 해석

#### 3.3.1 단층장갑판

단층 알루미늄 장갑판의 관통에 대한 근사 계산 해석식은 다음과 같다.

$$a = 1 - Q_a h \quad (17)$$

$$V_B = Q_v h + C_v \quad (18)$$

여기서,  $Q_a, Q_v, C_v$ 는 상수들로  $m^{-1}, sec^{-1}, ms^{-1}$ 의 단위를 갖는다.

최종탄도속도( $V_f$ )는 초기탄도속도( $V_I$ )와 장갑재료의 두께( $h$ )에 대한 의존도가 매우 크기 때문에 강철 탄자가 알루미늄 장갑판을 관통하는 경우 다음의 경험식으로 표현할 수 있다.

$$V_f = [(1 - Q_a h) \{ V_I^2 - (Q_v h + C_v^2) \}]^{1/2} \quad (19)$$

이 경우 상수  $Q_a, Q_v, C_v$ 는 각각  $40m^{-1}, 64000sec^{-1}, 46ms^{-1}$ 이다.

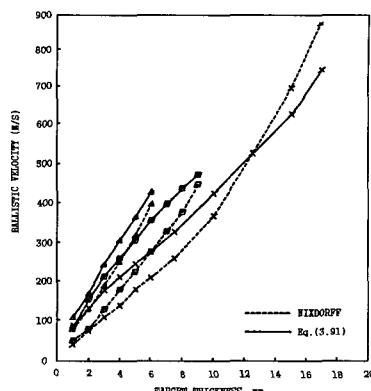
### 3.3.2 복층 및 다층장갑판

단층장갑판에 대한 관통 해석 과정과 동일한 방법을 복층장갑판에 적용하면, Fig.3에서 보는 바와 같이 탄도한계속도( $V_B$ )는 장갑판의 두께비( $h_1/h$ )가 0.5일 때 최소값을 가짐을 알 수 있다. 즉, 두 개의 장갑판의 두께가 동일할 때 탄도한계속도는 최소값을 갖는다.

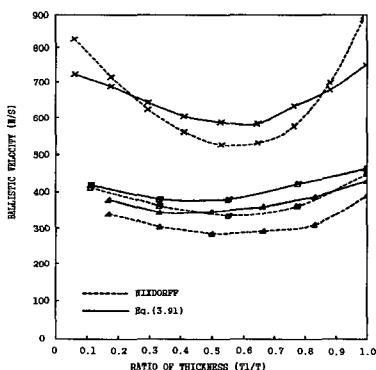
따라서 복층장갑판의 탄도한계속도 관계식을 초기탄도속도( $V_I$ ) 및 장갑판의 두께비를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$V_f = [0.778 - 0.045 \frac{h_1}{h} \left\{ V_I^2 - \left( 60 \frac{h_1}{h} + 330 \right)^2 \right\}]^{1/2} \quad (20)$$

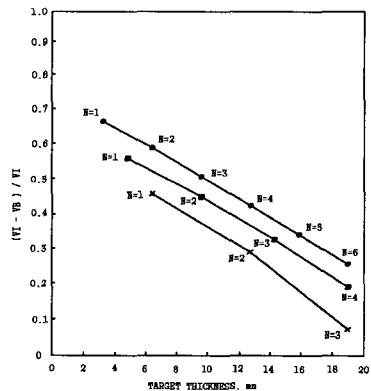
Fig.2에서는 식(17)을 이용하여 단층장갑판의 두께에 따른 탄도한계속도의 변화를 보여 주고, Fig.3에서는 식(20)을 이용하여 복층장갑판의 두께비에 따른 탄도한계속도의 변화를 관통 조건이 다른 몇 가지 경우에 대해 해석한 결과를 보여주고 있다. Fig.4에서는 다층장갑재의 전체 두께 변화에 따른 초기충격



(Fig. 2) Plots of ballistic limit velocities Vs. thickness of single armour plate



(Fig. 3) Plots of ballistic limit velocities Vs. thickness ratios of double-layered armour



(Fig. 4) Plots of residual and Ballistic limit velocities on the total thickness

속도와 탄도한계속도 차이의 비를 다층장갑판의 수에 따라 보여 주고 있다.

#### 4. 결과 및 토의

- (1) 식(1)부터 식(9)까지의 단층장갑판에 대한 개량형 모델 해석을 않은 두께의 장갑판에 적용했을 때 기존의 Awerbuch-Bodner 모델에 비해 실험값에 상당히 근접한 최종탄자속도를 얻을 수 있었다. 그러나, 두께가 두꺼워질수록 최종탄자속도는 Awerbuch & Bodner의 논문[10]에서도 명시하고 있는 것과 같이 25-44%의 저평가된 값을 보여주고 있다. 그 이유로는 관통모델에서의 기하학적인 가정의 오류가 대부분인 것으로 볼 수 있다.
- (2) 개량형 모델의 단층장갑판 해석에서 장갑재료의 압축력  $F_c$ 를  $\sigma_{UC}A$  대신에  $2\sigma_yA$ 로 수정하여 해석한 것이 훨씬 실험치에 근접한다. 특히 두꺼운 장갑재의 관입형 관통 과정 중에는 장갑재료의 횡방향 유동으로 인한 저항력이 증가된다. 따라서 장갑재에 부과되는 압축력의 증가는 당연한 것으로 판단된다.
- (3) 고속으로 탄자가 장갑재를 관통하는 과정의 해석에는 정적인 상태의 재료항복강도 보다는 변형률속도에 따라 증가된 동적항복강도를 고려해야한다. 식(13)에서 변형률 속도에 따른 동적항복강도를 해석에 포함함으로서 저평가되었던 관통속도 및 탄자의 이동거리 예측의 정확성을 향상시켰다.
- (4) 대부분의 참고자료에서는 장갑 재료의 고속 붕괴에 의한 탄자로의 추가적인 질량을 해석에 포함하고 있다. 특히 Awerbuch-Bodner 모델에서는 탄자 구경 정면에서의 추가적인 질량이

발생하는 것으로 가정하였는데 본 연구에서는 관통이 진행되는 단계에 따라 플리그가 주변의 표적재를 압축하면서 그 직경이 확장되는 현상을 고려하였다. 그 결과 개념설정에서 적용한 Tate[3]의 제안을 해석에 포함하여 두꺼운 표적재에 대한 오차를 상당 부분 제거할 수 있었다.

(5) 복층장갑판에 대한 관입형 관통현상 해석에서 개량형 모델에 제시된 해석식은 Nixdorff[5]의 제안과 아주 유사함을 볼 수 있다. 그 이유는 탄도한계속도( $V_B$ ), 최종탄도속도( $V_f$ ) 및 초기탄도속도( $V_i$ )가 식(13)에 동일하게 적용되어 있기 때문이다. 그러나, 본 연구에서 식(14)에 제시된 비례값(a)은 Nixdorff의 해석결과와 차이가 있다. 복층장갑판의 두께비에 따른 탄도한계속도( $V_B$ ) 변화에 대한 그래프(Fig.3)를 보면, 본 연구에서 제시된 해석식이 보다 정확한 예측결과를 나타낼 수 있다.

Table 1에는 복층장갑판에 대한 해석결과를 첫 번째와 두 번째 장갑판을 관통한 후의 최종탄도속도( $V_f$ )를 Nixdorff의 결과와 비교하여 접촉된 복층장갑판과 유격 복층장갑판으로 구분하여 도표화하였다.

[Table 1] A Comparison of final velocity after perforation each layer

Type	$V_i$ (m/s)	$V_f$ (m/s)			
		This paper		Nixdorff [5]	
유격	308	1st layer	2nd layer	1st layer	2nd layer
		260	230	281	253
	399	358	332	375	352
	432	392	367	408	386
접촉	329	283	255	303	277
	421	381	356	397	375
	541	504	480	518	497

※ Target : aluminium, t=2mm each layer

표에서 제시된 값을 보면, 첫 번째와 두 번째 장갑판을 관통한 후의 최종탄도 속도가 Nixdorff의 해석결과에서 저평가 되었던 알루미늄 장갑판의 방탄성능 예측에서 본 연구를 통하여 약10% 정도 개선된 것을 볼 수 있다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 단층장갑판에 대한 관입형 관통 현상 해석을 위하여 상부경계이론을 도입한 개량형 Awerbuch-Bodner 모델을 제시하고 이를 접촉 및 유격의 복층장갑판과 단층장갑판에 적용하여 다음과 같은 결과를 도출하였다.

- (1) 상부경계이론을 적용하여 제안한 개량형 해석 모델이 탄자가 단층장갑판을 관통한 후의 최종탄도속도와 탄자와 장갑재와의 접촉시간을 예측하는데 적절한 것으로 판단된다.
- (2) 기존의 Awerbuch-Bodner 모델과 비교할 때, 대부분의 알루미늄 장갑 두께에서 보다 정확성이 높은 탄도한계속도와 최종탄도속도를 예측 할 수 있었다.
- (3) 복층장갑판의 관통에서는 두 개의 장갑판의 두께가 동일할 때 ( $h_1/h \approx 0.5$ ) 최소의 탄도한계속도를 얻을 수 있었다. 즉, 두 장갑판의 두께가 동일할 때 관통에 대한 저항력이 가장 낮다. 또한 전체 두께가 동일한 복층장갑판의 경우 첫 번째 장갑판의 두께가 두꺼울수록 탄도저

항(방탄성능)이 우수하다.

- (4) 전체 두께가 동일한 복층장갑판의 경우 첫 번째 장갑판의 두께가 두꺼울수록 탄도저항(방탄성능)이 우수하다.
- (5) 전체 두께가 동일한 단층장갑판의 경우 장갑판 수가 많을수록 탄도한계속도가 낮아지고, 관통 저항력이 감소한다.

## 참 고 문 헌

1. 이종우, 김진우, 한국군사과학기술학회 '97 추계 학술대회 논문집, pp.50-55, 1997.
2. 이종우, 신용석, 한국군사과학기술학회 '98 추계 학술대회 논문집, pp.81-86, 1998.
3. Tate,A., Int. J. Eng. Sci., Vol.17, 341, 1979.
4. Marom,I. and Bodner,S.R., Int. J. Mech Sci., Vol.21, 489, 1978.
5. Nixdorff,K., Trans. CSME, Vol.7, 148, 1983.
6. Nixdorff,K., Trans. CSME, Vol.8, 16, 1984.
7. Nishiwaki,J., J. Phys. Soc. Japan, Vol.6, 1951.
8. Recht,R.F. and Ipson,T.W., J. App. Mech., Vol.30, 384, 1963.
9. Zukas,J.A., penetration and perforation of solid, "Impact Dynamics", John Wiley, 1982.
10. Awerbuch,J. and Bodner,S.R., Int. J. Solid Structures, Vol.10, 671, 1974.