Historia Mathematica Vol. 13, No. 2, 2000, 105-120

황금비에 대한 통계적 고찰*

한양대학교 수학과 **차경준 · 박영선 · 박진희**[1)]

Abstract

In this study, it is certified that the golden ratio exists in the plants, the animals and human bodies(appearance), and is considered how much the ratio of positive and negative is in the psychological, political, social and cultural aspects. The result of this study shows that the golden sections or golden rectangles of the plants(N=58), the insects(N=44), the animals(N=21) and human bodies(N=260) are equal to 0.620$\pm$ 0.117, 0.632$\pm$0.203, 0.625$\pm$0.138 and 0.601$\pm$0.169, respectively. The slope in the regression analysis is equal to 0.627(R-square=0.925, p-value=0.0001). Whereas, for the public opinion poll, the ratios(mean$\pm$st.dev.) of positive and negative of the public mental phenomena are equal to 0.508$\pm$0.179, 0.808$\pm$0.216 and 0.711$\pm$0.128 in the political, economical, and sociocultural aspects, respectively. The slope in the regression is equal to 0.674(R-square=0.764, p-value=0.016).

As results, we show that the golden ratio exists in the plants, the animals and human bodies in nature. This shows that the public mental phenomena has some more negative aspects than positive aspects and explains the shrinkage of the public mental phenomena in the economical field.

0. 서론

수학적 양식은 종종 인간의 눈이 찾아낸 특별히 아름다운 시각적 양식을 반영한다. 그런 수학적 양식 중 유명한 하나의 예가 황금비(golden ratio)이다. 이 수는 유클리드(Eukleides)의 원론 제Ⅳ권의 시작 부분에 언급되어 있으며, 이 수와 관련하여 우리가 종종 질문을 받았던 '수학은 어떤 학문인가?'라는 의문에 대한 답은 '수학은 아름답다.'는 막연한 의미였다. 그때마다 문헌에 나왔던 그 구절을 의문시하였고 그에 대한 답을 찾고자하였다.

* 이 논문은 2000년 한양대학교 교내연구비 지원으로 연구되었음.
1) 동아수리과학연구소 소장.

(a) (b)

Fig. 1. The Divine Proportion frontispiece illustrated by Leonardo da Vinci(a). Leonardo da Vinci's famous study of the square and the circle(b).

인간은 왜 자연의 조형을 흉내내 스스로의 세계를 구축하며 예술가는 어떻게 자연에 숨겨진 섭리에서 아름다움의 규범을 찾으려고 하는가 라는 질문 또한, 인간과 자연의 영적인 대화에 의해 탄생한 조형미술의 비법, 즉 황금비에 대한 신비의 문제로 귀결될 수 있으리라고 생각된다.

그것은 일찍부터 아름다운 모양을 규정하는 배분법(配分法)이라 생각되어 왔으며 뚜렷하게 측정할 수 있는 양이다. 중세의 오랫동안 석공이나 화가 등 사원을 건축한 장인들 사이에 비전이 되어온 황금분할(golden section)을 공개한 사람은 파촐리(L. Paciolii, 1509)인데, 그는 **신성한 비례에 관하여**(De divina proportion)라는 저술에서 황금분할은 신의 뜻에 따라 주어진 비법이며, 우주를 지배하고 있는 비례를 얻어 신과 합체하는 것이라고 하였다[1].

한편, 황금분할의 현대적인 재흥(再興)을 바라던 건축가 르 코르비제(Le Corbusier, 1887-1965)는 1940년대 책장에서 광장에 이르기까지의 모든 공작물의 척도를 규정하는 Modular를 제창하여 인간이 만들어 온 체격과 수학의 결합을 기준으로 하는 새로운 그리고 어떠한 디자인에도 적용할 수 있는 황금의 척도로 인식하였다. 그리고 정신물리학의 창시자인 구스타프 페히너(Gustav Fechner, 1801-1887)는 이미 100여 년 전, 사람들이 어떠한 장방형(rectangle)을 아름답다고 느끼는가 하는 실험을 한 일이 있다. 여러 가지 변의 비(ratio)를 지닌 장방형을 늘어놓고, 그 중에서 하나를 고르게 하였는데 그 결과 2/3 이상의 사람들이 이 황금장방형(golden rectangle)에 끌렸다고 한다.

또한 경험적 지각의 예견의 일반 원칙들이 심리학과 심지어 물리학에 적용되고 있으며,

일찍이 칸트(I. Kant, 1724-1804)는 심리측정학과 계량경제학을 수학에 접목하여 강도(强度)라는 개념으로 0으로부터 점차적이고 연속적인 증가/감소의 함축성을 논하였다[2].

일부 대중심리학자 및 의학자들의 연구에서[3, 4], 특히 심리학의 정량화와 임상에서 구체적인 실험과 치료 형태를 황금분할에 접목한 많은 예들이 있는데[5~9], 사람들은 어떤 일관된 비율로서 다른 사람들을 긍정적 혹은 부정적으로 보고 있다는 결론을 내렸다. 즉, 심리적으로 두 대립하는 속성 중에서 하나와의 특성을 나타내기 위해서 이원화된 질문(관대/인색, 공평/불공평, 행복/불행, 활동적/비활동적) 등을 통해서 사람들은 약 62%는 긍정적, 그리고 약 38%가 부정적인 태도를 갖고 있다는 것이다.

심리학자들은 두 상반되는 형용사 중에 긍정적인 것은 보통 그 언어에 먼저 나타났고, 더 자주 사용되며, 성인이 되기 전에 먼저 인식하고 쓰여진다고 주장한다. 더욱이 긍정적인 것과 부정적인 비율은 0.618 : 0.382 정도로 사람들은 긍정적인 것에 중점을 둔다는 것도 엘리엇(R. N. Elliott, 1871-1948)의 파동 원리(Wave Principle, 1930)로도 설명된다.

이에, 본 연구에서는 수학 분야와 기타 물리학, 심리학 등에서 나타난 과학적인 고찰과 자연 속에서 내재된 동/식물에 대한 황금비의 통계적 고찰과 더불어 심리적인 측면에서 대중의 성향 및 여론을 중심으로 황금비와의 관계를 통계적인 회귀 분석(regression analysis)을 이용하여 논하고자 한다.

1. 황금비의 과학적 고찰

고대 문헌이나 고대 사람들은 황금비는 눈에 가장 즐거운 직사각형들의 변들에 대한 이상적인 비(ratio)라고 생각하였다. 이에 파르테논 신전의 전면에 나타나는 직사각형의 변들은 황금비를 이루고 있으며, 이런 양식들은 그리스의 다른 여러 건축물에서도 관측된다. 한편, 레오나르도 다빈치(Leonardo da Vinci, 1452-1519)는 황금분할이란 영어로 이상적인 인간상에 대한 크기로 이야기했으며, 케플러(J. Kepler, 1571-1630)와 같은 전형적인 중세의 저자들은 '신의 비율 또는 황금비율'에 대해 광적인 옹호론자였다.

기원전 4세기 이전의 피라미드(Pyramid)에서도 건축 구성비가 1 : 1.618로 이미 오래 전부터 여러 방면에 황금비가 활용되었다는 것을 미루어 짐작케 한다. 우리나라 건축에서는 고대의 사찰 가람에서 구고현(句股弦)법에 의한 직사각형의 비례가 적용되었고, 부석사의 무량수전에서도 황금비를 엿볼 수 있는데 무량수전을 겉에서 보면 정면 5칸, 측면 3칸으로 3 : 5의 비율을 엿볼 수 있으며 실제 비율은 1 : 1.618로 황금비를 이루고 있다[11].

이와 같은 수학적 비례와 더불어 여러 가지 절대 비(방위각 등)의 채용은 고대 문명권 어디에서나 공통적으로 발견되는 미학의 기초 개념이다. 때문에 그것들이 발견된 시기와 차이가 고대 문명의 전파 경로를 추적하는 단서로 이용되기도 한다.

이처럼 황금비는 수학사 및 기하학적 의미에서 그리고 미학 및 사학적 개념에서 그 의미가 크다고 할 수 있는데, 현대 과학에서도 여러 분야에서 그 의의와 학문적 가치를 부여하

고 있다[11~13].

1-1. 황금비와 수학

황금비의 수학적 정의는 한 점이 선분을 황금분할로 나눈다는 말로서 분할된 부분 중 긴 선분이 짧은 선분의 비례 중앙이 된다는 뜻인데, 이때 짧은 선분과 긴 선분의 비를 황금비(=0.618)라고 한다(Fig. 2. (a)).

선분을 한 점에 의하여 2개의 부분으로 나누고 그 한쪽의 제곱을 나머지와 전체의 곱과 같아지게 하자. 즉, 선분 AB에 대하여 다음이 성립하도록 그 선분 위의 점 P를 선택하자.

$$\overline{AP}^2 = \overline{BP} \cdot \overline{AB}$$

이 때, 다음을 황금비(黃金比) 또는 외중비(外中比)라고 한다.

$$\overline{BP} : \overline{AP} = (\sqrt{5}-1) : 2 = 1 : 0.618\cdots(\approx 1.618)$$

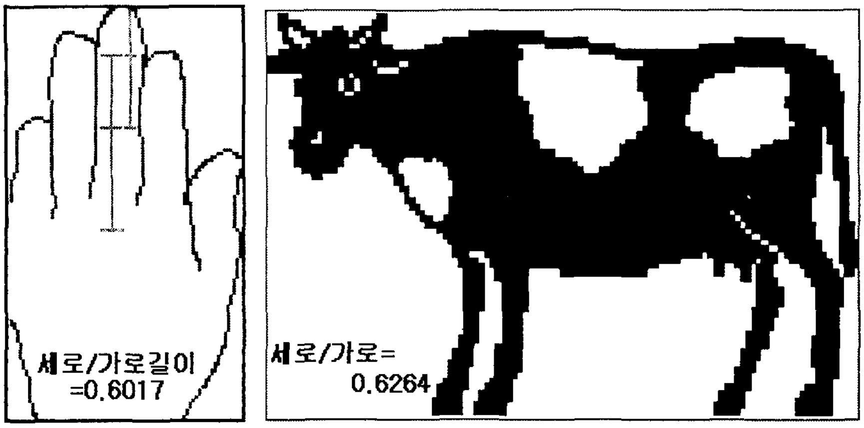
$$(\overline{AP} : \overline{BP} \approx 0.618)$$

그 명칭은 그리스의 수학자 에우독소스(Eudoxos)가 황금비로 불렀고, 이 비율을 조각에 이용하였던 피디아스(Pheidias)의 그리스 머리글자에서 파이(ϕ=1.618 또는 0.618)를 따서 황금비율을 나타냈다[1].

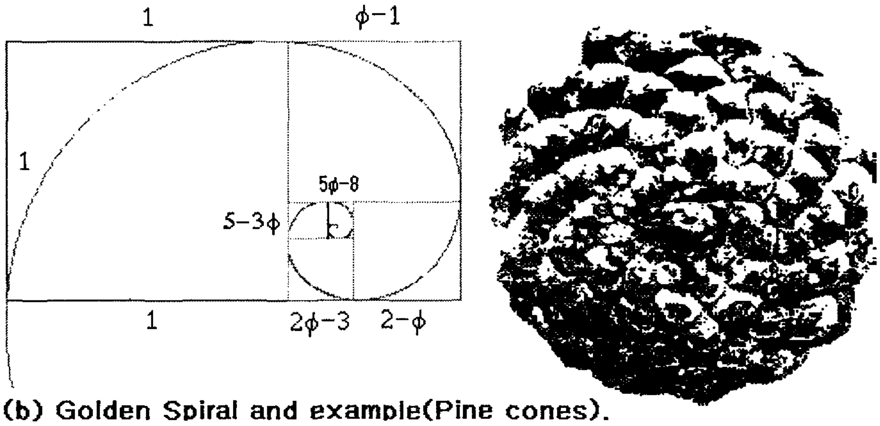
또한 직사각형(장방형)에서 가로와 세로의 길이의 비가 ϕ값으로 표현될 때, 그 장방형을 황금사각형(golden rectangle)이라고 부르며(Fig. 2. (b))[1, 14, 15], 꼭지각이 36도인 이등변 삼각형은 별꼴 모양의 오각형과 그 삼각형들로 이루어진 10각형 등에서도 ϕ가 나타나는데, 이를 황금 삼각형(golden triangle)이라고 정의한다[14~17].

황금사각형에 차례로 사각형을 붙여나가면 커다란 황금사각형을 만들 수 있다. 즉, 황금분할을 내재한 직사각형의 중심으로 각 정사각형에 내재한 사분원(호)을 그려 나가면 Fig. 2. (c)와 같은 나선형 구조의 호들이 연결된 형태를 보이는데, 이 호들의 연결된 형태를 황금나선(golden spiral)이라 하며 그 진행은 무한대로 뻗어 나갈 수 있다. 이 황금나선의 연결된 각 호들의 상호 비율을 측정해 보면 황금비율을 내재하고 있는 사실을 쉽게 알 수 있다. 또한 황금나선은 중심을 향해 무한소로 수축되며 동시에 무한대로 팽창해 나가고 변형되지 않는 일정한 비율(1.618)을 유지한다. 그리고 무한대로 팽창하는 황금나선의 특징은 다른 어느 모형에서도 찾아 볼 수 없는 독특한 것이며, 고대 이집트인들의 사후세계의 개념(일정하게 팽창하는 무한정의 공간과 무한대의 시간)과 일치하는 것으로 이집트인들은 황금비율을 피라미드 건축 시 중요한 기준으로 삼았다[10, 18].

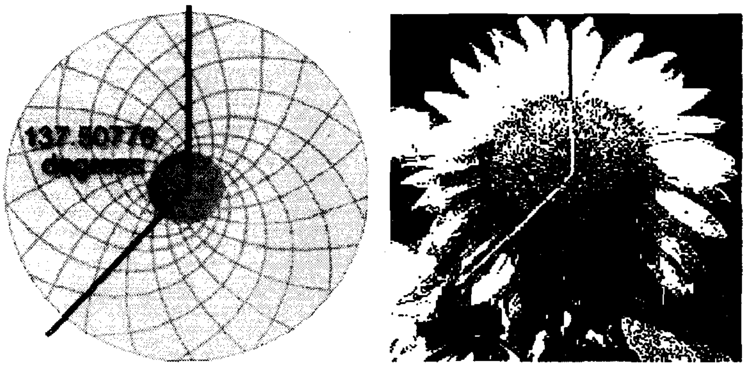
그리고 자연 속에서 이러한 황금비와 관련하여 꽃잎이 피어나는 위치는 이 황금비에 따라 기준선으로부터 222.48도(≈360도×0.618)의 각으로 피어난다. 이 값은 유리수가 아니라 원주를 황금 분할하는 무리수로서 대략 3바퀴만에 정확히 제자리에 올 수 없는 것이다. 따라서 해바라기 씨나 솔방울이 원형으로 차례(phyllotaxis)를 지키며(Fig. 2. (b),(c)) 점점 바깥으로 비스듬히 피어나다가, 원형의 모든 공간을 빼곡이 메우고 나면 나선(golden spiral)의 모양이 나타나게 된다. 이것을 황금 각(golden angle)이라고 부른다[19~22].



(a) Golden Section(hand) and Golden Rectangle(cow).



(b) Golden Spiral and example(Pine cones).



(c) Golden angle, about 137.5 degrees and example (Sunflower).

Fig. 2. Diagram of the Golden Section(a), Rectangle(a), Spiral(b) and Golden Angle(c), and its examples.

황금비에 관한 연구는 기하학적인 문제에서 출발하여 최근 다양한 응용 영역을 갖고 있다. 특히, 고전적인 평면 기하학에서는 황금비의 고유값에 관한 이론에 국한되어 연구되었지만, 최근에는 컴퓨터의 발달과 응용수학의 눈부신 발전과 더불어 그 분야가 확대되고 있다.

그 한 예로서, 다음과 같은 문제를 들 수 있다.

"각각 m개와 n개의 바둑돌이 든 두 개의 상자를 놓고 갑과 을이 다음의 규칙에 따라 바둑돌을 들어내는 경기를 한다. 갑부터 시작하여 차례로 두 상자에 남은 바둑돌의 개수 중, 작은 수의 적당한 배수만큼의 바둑돌을 많은 쪽에서 들어낸다. 바둑돌을 들어낼 수 없게 되는 쪽이 진다고 할 때, 갑이 이길 필요충분조건을 구하여라(단, $0<m<n$)." - 대수학(정수론, 1987), 윤옥경 저

이 문제의 핵심은 모든 자연수 a와 $b(a<b)$에 대하여 b/a와 $(a+b)/b$ 사이에 있는 유일한 실수인 황금비(ϕ)값을 이용하는 것이다. 즉, n을 m으로 나누었을 때 나머지를 r이라 하면 m/n이 ϕ보다 큰 경우와 작은 경우에 따라서 바둑돌 수를 들어내면 이 게임에서 이길 수 있다. 잠재된 황금비의 신비스러움을 간접적으로 느낄 수 있는 문제라고 할 수 있다.

한편, 함수의 최대, 최소 값을 추정하는 기법으로 황금비 탐색법(golden ratio search)이 있는데[23], 이는 함수가 단봉형(unimodal) 또는 연속 함수가 아닌 경우와 비교적 많은 함수값을 구하는 데 유용한 알고리즘으로 알려지고 있다. 그리고 초기 양 끝 값에서 출발하여 극값을 구하기 위해 황금분할 적으로 접근함으로서 효율적인 방법으로도 소개되고 있다[24]. 실제로, Fig. 3.은 함수 $f(x)=x^2-\sin x$의 최소값을 S-Plus(Version 4.0)를 이용하여 구한 결과이다.

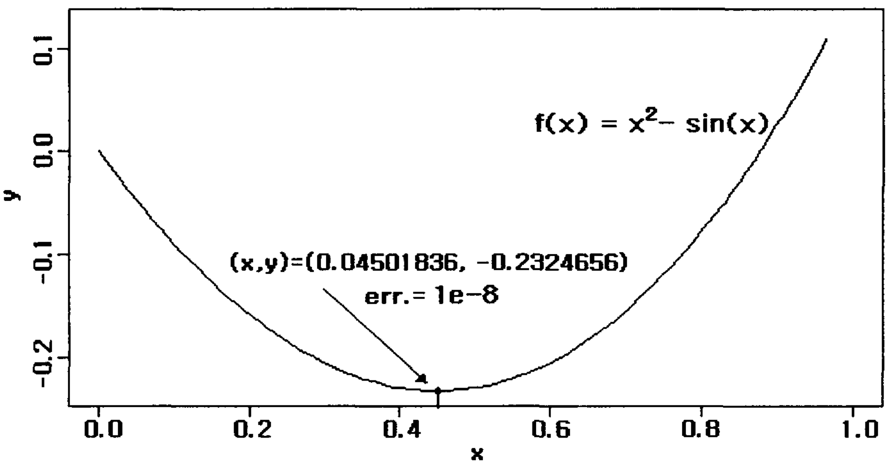


Fig. 3. The Minimum value of $f(x) = x^2 - \sin x$ using Golden Section Method (S-plus, Version 4.0, Tolerance error=1e-8).

또한, Alefeld 등은 축소 구간의 수열에 의해, 하나의 실 함수의 simple zero에 근사시키는 문제에서 수치 실험 결과, 황금비가 점근적 효율성에서 가장 높은 유효성을 입증한 바 있으며[25], 또 작도 문제와 수열론에서 많은 연구들이 보고되고 있는데, 특히 정십각형의 작도 문제에서 변의 길이의 합을 S라 할 때, 외접원의 반지름 R에서 황금비(ϕ)가 숨겨져 있음이 밝혀졌다[26]. 즉, 외접원의 반지름 R은 다음과 같이 표현된다.

$$R=\frac{1}{2}\cdot S\cdot \csc\frac{\pi}{10}=\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})S=\phi S$$

그리고 Pisot(1938)은 급수의 수렴조건에 관한 대수적인 성질을 연구하였는데[27], Bertin과 Erdos 등에 의해 그 집합(Pisot-Vijayaraghavan, 1940)의 집적점(accumulation point)이 황금비(ϕ)임이 증명되었다[28, 29]. 그밖에 황금비와 관련된 Beatty sequence[30] 등의 연구가 있다.

이러한 연구들은 지구상에서 존재하는 생물학적인 자기 조직화와 생태학적인 유기적 상호 법칙 속에 자연스럽게 자리잡았으리라 예상되는 황금비율의 연구에 모태가 되고 있으며, 여러 학문적 응용 및 발전에 동기를 부여하고 있다고 사료된다.

1-2. 자연과 황금비

다양한 황금비에 대한 개념들이 자연 곳곳에서 존재하고, 그에 대한 여러 과학적 연구들이 구조적이고 실체적인 방법으로서 규명되고 있다[3~5, 9, 20, 21].

즉, 기하학적인 면과 자연에 대한 수학적 모델링(modeling)은 자연의 섭리, 정형화된 질서 등을 정성적이고 정량적으로 구체화하고 있는데, 특히, 그 중에서 피보나치(Fibonacci; Leonardo of Pisa, 1175-1250)의 수열론 연구가 대표적이라 할 수 있다.

그는 1202년에 대수적인 성격을 띤 산반서(算盤書, Liber Abaci)라는 논문에서 다음과 같이 정의되는 수열(Fibonacci sequence)을 소개하고 있다[1, 31].

$$a_1=a_2=1,\quad a_{n+2}=a_n+a_{n+1}\quad (n>=1)$$

이 수열은 각각의 인접한 항들이 서로 소라는 정수론적 의미와 인 접한 두 항의 비가 황금비(ϕ)에 수렴한다는 해석적 사실을 밝혔다[31, 32]. 이러한 결과는 Fig. 4.에서도 시각적으로 확인되는데, 12와 13번째 피보나치 항의 비가 0.618025로서 ϕ 값에 근접하고 있음을 보여준다.

피보나치 수열이 황금비와 관계된 사실은 자연 속에 내재되어 있는 자연 질서와 혼돈 구조가 그 수열의 배열로 설명될 수 있고, 실제로, 생물체의 거의 모든 시스템에서 광범위하게 발견되고 있음을 밝히고 있다[15, 19, 33].

또한, 그것은 황금비를 향해 올라가는 나선 운동이며(Fibonacci spiral), 엽서(葉序), 잎 맥(脈), 그리고 달팽이 껍질구조 등 동/식물의 생장구조곡선으로 집약되기도 한다[27].

식물의 줄기나 가지에서 돋고 있는 잎의 배열을 살펴보면, 2분의 1 나선의 엽서(Phyllotaxis; 느티나무, 영거시과 나무 등)로 불려지는 것으로서 떡갈나무와 살구나무 등과 같이 두 바퀴

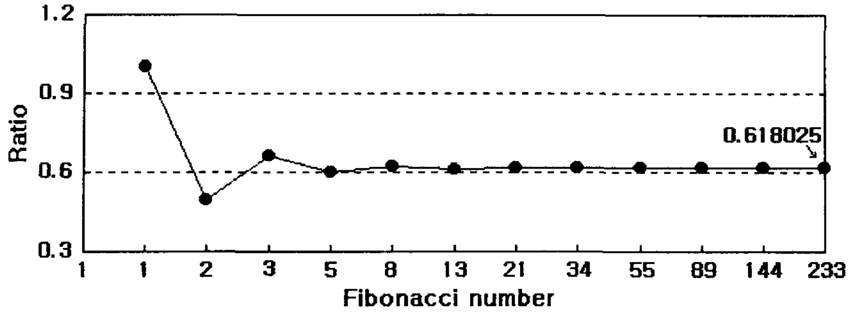


Fig. 4. Ratio of successive Fibonacci term(≈Golden ratio).

돌아 밑으로부터 5장 째에서 다시 최초의 잎의 위치로 돌아가는 5분의 2 나선 엽서 등 여기 나오는 숫자는 모두 피보나치 수열의 항들이다[32, 34].

더욱이, 황금비에 근접하는 나선 운동인 피보나치의 내면적인 긴장감을 충분히 표현할 수 있는 예술 형식은 음악에서 두드러지는데, 바르토크(Bartok, 1881-1945)는 곡의 진행 절목을 1, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 소절목에, 또 음정을 반음을 1로 하여 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21을 적용한 바 있으며, 'Allegro baro' 등 황금분할을 포함한 폭넓은 음악장르를 시도하였다[35].

그 밖에 여러 작곡가들은 그 이전의 음보다 피보나치 수만큼 높거나 낮은 음이거나 또는 피보나치 수의 색다른 변형으로 이루어진 음을 접목함으로서 음악 작곡 체계를 발전시켜 왔다[36, 37]. 특히, 1930년경에 수학자이자 음악 교수였던 실링거(J. Shillinger)는 피보나치 수열로 음정이 이루어진 멜로디는 마치 해바라기 씨앗이나 줄기의 성장 모형처럼 자연스럽다고 하였는데, 그것은 안정감과 변화의 조화 및 균형이 가장 적절히 묘사된다고 믿었다[38].

한편, 카오스(chaos) 이론의 수학적 방법론을 발전시킨 만델브로(B. Mandelbrot, 1924)는 프랙털 기하학(fractal geometry)이라는 새로운 기하학을 발견하였는데, 그것은 간단한 복소 변환의 규칙이 상상할 수 없을 정도의 복잡한 구조를 갖지만 자기유사성(self-similarity)을 갖는 시스템이라고 해석하였다(Mandelbrot set)[39]. 더욱이, 자연계의 비선형적이고 비예측적인 복잡성 속에 자연스럽게 내재되어 있는 규칙을 만델브로 집합에서도 발견된다. 즉, 만델브로 집합에서 첫 번째 bulb(period 1 bulb-공 모양 부분)를 정의하고 주기 1과 2 bulb 사이에서 가장 큰 bulb를 3주기 bulb로 하면 1, 2, 3, 5, 8, 13,… 등과 같이 피보나치 수열을 얻을 수 있다(Fig. 5. (a)). 또한, 만델브로 집합 안에는 Debaney 수열(Fig. 5. (b))이라는 것도 존재함이 밝혀졌다[40, 41].

이 밖에 자연계의 자기닮음과 조직화에 관한 많은 연구들(Grytczuk, 1996; Bruno-Alfonso, 1995; Mandelbrot, 1984; Arneodo, 1992; Douady, 1992; Gramss, 1994 etc)이 피보나치 학회를 중심으로 최근까지 활발하게 진행되고 있다(Fibonacci Association, Fibonacci Quarterly, 1963-).

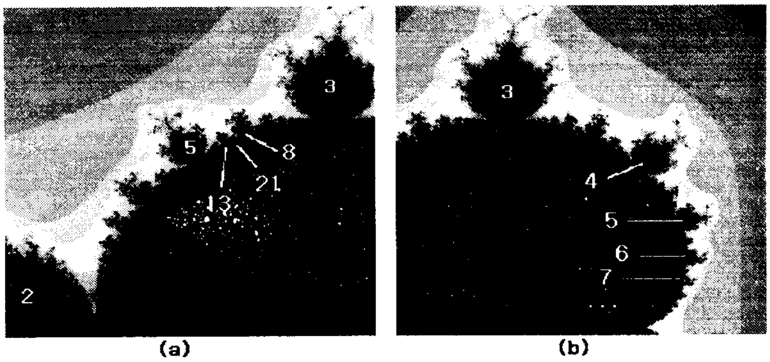


Fig. 5. The Fibonacci sequence (a): 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... and the Devaney Sequence (b): 1, 2, 3, 4, 5, 6,... in the Mandelbrot set.

2. 황금비에 관한 통계적 고찰

이상에서 황금비는 가장 안정적이고 눈에 아름답게 보이는 것뿐만 아니라, 귀에도 아름답게 들리는 자연적인 조화의 일부로 자연 속에 존재하며 자연과 호흡하는 실수(real number)로서 고대로부터 현대까지 이어져 온 관념이라고 할 수 있다.

음악가는 작곡에서 매우 다양한 장르를 구현하고, 화가는 수평선과 나무의 위치 등을 결정하기 위해 공간에서 기준 값을 황금비로서 구도를 잡는다. 또한, 수리물리학자들은 컴퓨터를 이용하거나 실험실 내에서의 실험을 통하여 식물성장의 동력학 이론을 고안해 냈다. 그리고 꽃잎뿐 아니라 나뭇잎, 꽃받침 등에서도 식물의 특성과 황금비와 피보나치 수열과의 관계에 대한 연구를 계속하고 있다. 뿐만 아니라, 가지 끝 정점에서 형성되는 원시세포라 불리는 작은 덩어리들이 잎이나 꽃잎으로 발전해 나가는 과정에서 만들어지는 생식나선(generative spiral)의 발산 각(divergence angle) 또한 흥미로운 연구 영역으로 삼고 있다[42, 43]. 게다가, 원시세포 사이의 각도인 137.5도(golden angle; 222.5도)가 이 세상의 모든 꽃들이 아름다운 모습을 할 수밖에 없는 사실로도 설명한다.

1946년에 엘리엇은 '자연의 법칙-우주의 신비'(Nature's law-The Secret of the Universe)라는 이론을 발표하였는데, 우리가 그 이유를 정확히는 알 수 없으나, 우리를 둘러싼 우주 또는 삼라만상(森羅萬象)을 움직이는 어떤 법칙이 존재하고 있음을 경험으로 알 수 있다고 하였다. 그는 파동 이론을 주식 시장의 주가 패턴을 자연 법칙에 따른 변환 사이클에 의존한다고 하여 '프랙털'(Fractal)이라는 성질의 핵심 요소를 파동 특성에 두었다. 이 논리는 피보나치의 산반서에서도 발견되는 것으로서 피보나치 수열의 자연의 이해와 해석에 관한 관점과도 같은 맥락을 하고 있다. 더욱이 엘리엇은 피보나치 수열이 군중심리학(public psychology)의 문제를 해결하는 실마리라고 믿었다. 어느 심리 영역에서 대립하는 두 개념이 차지하는 비율은 일정한 값(ϕ)에 기반을 두고 있다고 추측하였다. 그러나 그 이유는 아직 과학적으로 정확히 설명이 안 되고 있으며 일부 사람들은 이런 숨겨진 현상을 자연적인 우연(chance)으로 간주하려는 경향도 갖고 있다.

이에 본 연구자들은 통계적으로, 자연 속에서 식물과 동물 그리고 인체 등에서 황금비의 존재를 확인하고, 다른 한편으로는 심리적인 측면에서 대중의 정치, 경제, 사회 그리고 문화적인 면에서 긍정(+; Positive)과 부정(-; Negative) 비율이 통계적으로 어느 정도로 나타나는지를 고찰하였다.

통계분석 방법은 회귀분석(regression analysis)을 이용하였고, 분석도구는 SAS(Version, 6.12)를 사용하였다.

2-1. 자연 속에서의 황금비

황금비 또는 황금사각형에 대응하는 길이의 분할 비와 가로 대 세로의 비로 표현되는 비율을 식물(20종; N=58), 곤충(15종; N=44), 동물(11종; N=21) 그리고 인체(45명; N=260) 등 총 N=383개의 데이터를 조사, 수집하였다. 식물, 곤충 그리고 인체 등의 파일은 모두 직접 측정하였으며, 직접 채취 불가능한 침팬지, 사자 등의 데이터는 web(http://kcm.co.kr, www.clickq.co.kr, galaxy.channel.net, http://zoo.chollian.net)에서 구하여 분석에 포함시켰다. 인체에 관련된 데이터는 건축가 르 코르비제의 인체 분할 연구인 'Modular'라는 개념을 토대로 하였으며, 동/식물에서는 황금사각형(ϕ=0.618)에 맞추어 사각형 비(세로 : 가로)를 구하였다.

그 결과(Table 1.), 식물에서는 평균이 0.620(표준편차: ±0.117), 곤충의 경우에서는 0.632(±0.203), 동물은 0.625(±0.138) 그리고 인체에서는 0.601(±0.169)로 나타났다. 대체로 황금비에 근접한 값을 얻을 수 있었으나, 식물의 경우가 황금비에 가장 근접한 값이었으며 곤충과 동물은 다소 차이를 보였다. 인체의 경우는 어린이일수록(0.615), 그리고 여성들이(0.608) 남성보다는(0.599) 다소 황금비에 가까웠다. 그러나, 회귀분석 결과 총체적인 비율 값은 0.627로 황금비와 유사한 값을 얻을 수 있었다(Fig. 5.; R-square=0.925; p-value=0.0001).

Table 1. The Golden Ratio in Nature.

	No.	Mean	St. dev.
Plants	58	0.620	0.117
Insects	44	0.632	0.203
Animals	21	0.625	0.138
Appearance	260	0.601	0.169

No. : Number Observation, St. dev. : Standard deviation.

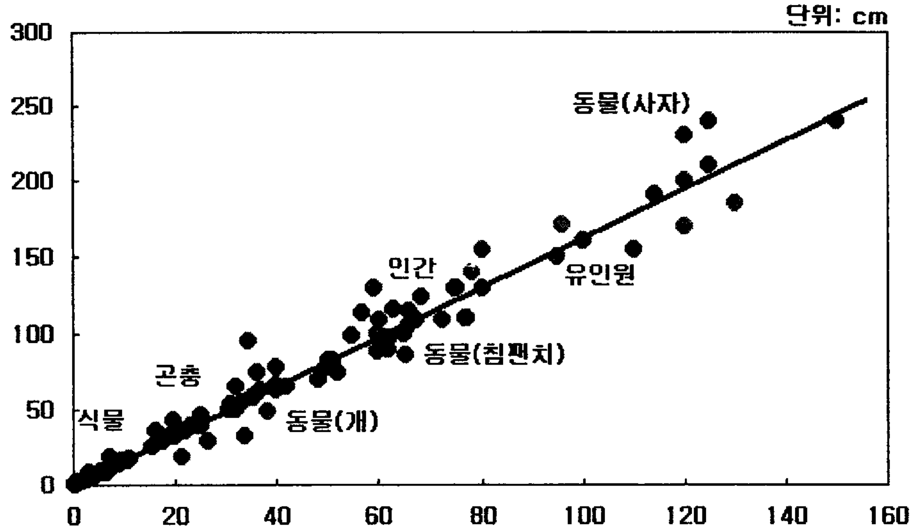


Fig. 5. Regression line for the Golden ratio in bodies of Animals, Plants and Human; $\hat{y} = 0.627 \times x$ (R-square : 0.925, p-value=0.0001).

2-2. 대중심리에서의 황금비

최근에 러셀(P.A. Russell)은 황금사각형의 선호도 및 만족도 등을 심리학적 측면에서 연구하였던 바[43], 이에 본 저자들은 국내의 대중 심리의 긍정과 부정 또는 만족과 불만족 등의 시대적 상황을 황금비(ϕ=0.618)를 기준으로 간접적으로 평가하고자 정치, 경제, 사회 그리고 문화적인 여론조사 결과를 토대로 비교, 분석하였다.

데이터는 조선일보, 동아일보, 국민일보, 한국경제신문 등과 web에서 디지틀 조선일보(Digital Chosunilbo), 국민일보(kmib.stoo.com), 동아일보(donga.com), ⓝtime LivePoll & survey 등지에서 2000년 8월(조선일보: 24일자, 김대중 대통령 "잘 하고 있다")자료부터 2000년 11월(중앙일보: 23일자, "불황그림자, 통계로 드러나")까지 정치 분야(동아일보: 6월 19일자, "김정일 서울방문" 등 15종), 경제 분야(ⓝtime LivePoll & survey: "삼성자동차와 대우전자의 빅딜을 어떻게 생각하십니까?" 등 24종) 그리고 사회와 문화적 측면(한국경제일보: "황혼이혼 58%가 '찬성한다" 등 50종)으로 전체 N=89종의 데이터를 최종 분석에 이용하였다.

그 결과(Table 2.), 정치, 경제 그리고 사회와 문화적 측면에서 긍정에 대한 부정적 시각의 비는 각각 0.508±0.179, 0.808±0.216, 0.711±0.128로 나타났다. 2000년도 8월부터 11월에서의 정치적 평가는 긍정적인 시각에 대한 부정적인 시각이 50.8% 정도로서 부정적인 시각보

Table 2. The Comparison of Mean of Phycological Phenomena.

	No.	Mean	St. dev.
Politics	15	0.508	0.179
Economy	24	0.808	0.216
Society/Culture	50	0.711	0.128

No. : Number Observation, St. dev. : Standard deviation.
Note that they are in the Ratio of Positive and Negative.

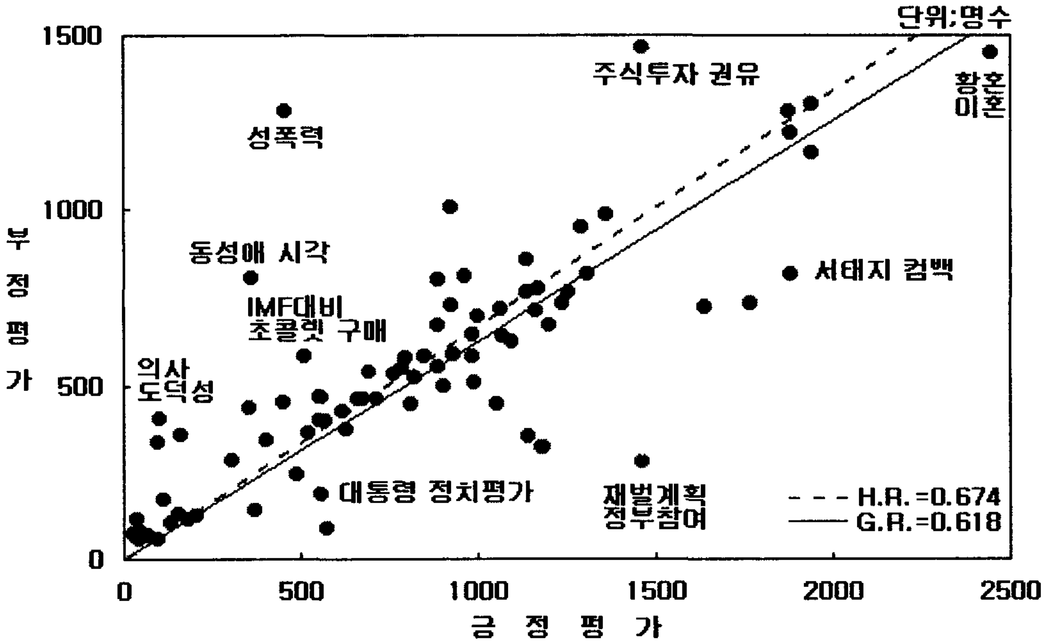


Fig. 6. The Relationship between Golden ratio and Psychological Phenomena; $\hat{y} = 0.674 \times x$ (R-square : 0.764, p-value=0.016). H.R.=Hat Ratio(fitted line), G.R.=Golden Ratio.

다는 긍정적인 시각이 2배정도 많게 여론이 형성되어 있음을 보여주었으며, 경제 분야에서는 80.8%로서 부정적인 시각이 긍정적인 면에 근접되고 있다. 또한 사회 및 문화적인 측면에서는 긍정에 대한 부정적 시각이 71.1%로서 다소 높게 평가되었다. 이것은 아마도 경제적인 측면에서 부정적 시각과 현실이 사회와 문화에 직결되어 있다는 이유로 해석된다.

한 예로, 황금비(ϕ=0.618)를 기준으로 해석한다면, '정부의 재벌개혁 참여'(ⓝtime

LivePoll & survey: 찬성=84%, 반대=16%; 반대/찬성=0.190)와 '성폭력인식 변화'(중앙일보 9월 21일자; 심각한 수준=85%, 괜찮은 수준=15%; 부정적/긍정적=5.567) 등은 극단 값으로서, "절대적으로(*) 대중적인 시각은 각각 긍정적, 부정적이다"라 할 수 있으며, '황혼이혼'(중앙일보 9월, 21일자; 안 된다=37%, 괜찮다=63%; 부정적/긍정적=0.587)은 "대체로(**) 대중적 성향이 긍정적이다"라고 말할 수 있다. 이처럼 황금비 ϕ값이 애매한 언어 선택(*, **)의 기준으로 사용될 수 있음을 보여준다.

이들 각 분야의 총체적인 국내 여론은 회귀분석 결과(Fig. 6.)에서 볼 수 있듯이 기울기(slope)가 0.674(R-square=0.764, p-value=0.016)로서 유의수준 5% 내에서 유의한 모델로 평가되며 적합 정도도 76.4%로 적절한 모형으로 판단된다. 그러나 긍정적 시각에 대한 부정적 측면도 67.4%로서 다소 높다고 볼 수 있는데, 이것은 전반적으로 국내의 여러 상황들이 낙관론보다는 비관론적 성향을 보여주고 있다 할 수 있으며, 경기의 위축에 따른 사회의 전반적인 동향으로 해석된다. 따라서 국내 여론을 자연의 하나의 객체로서 본다면 불안감, 위기감 등을 극복하여 평화롭고 안정된 위치로 회귀(回歸)할 수 있도록 정부 대책과 국민 모두의 노력이 요구된다고 할 수 있겠다.

Fig. 7.은 이러한 황금비의 기준선을 고려한 경제 현상을 설명할 수 있는 예로서(중앙일보, 11월 23일자), 1999년 3분기부터 2000년 3분기까지 꾸준히 내수와 수출의 비가 감소됨(1999. 3분기; 수출/내수=0.618, 2000. 1분기; 수출/내수=0.959, 3분기; 수출/내수=1.862)으로써, 일견 수출증가 현상으로 인하여 긍정적인 상황으로 해석되지만, 상대적으로 국내 경기 전망이 어둡다는 시각에서 볼 때, 소비와 투자가 내수의 위축에서 비롯된 일시적인 현상으로서 장기적으로는 수출 둔화가 초래되어 국내 전체 경제상황은 악화일로(惡化一路)에 빠질지 모른다는 분석도 가능하다.

이처럼 황금비의 수치는 우리들의 심리 및 실생활 속에 내재되어 있는 값으로서 그 활용과 중요성이 강조된다고 하겠다.

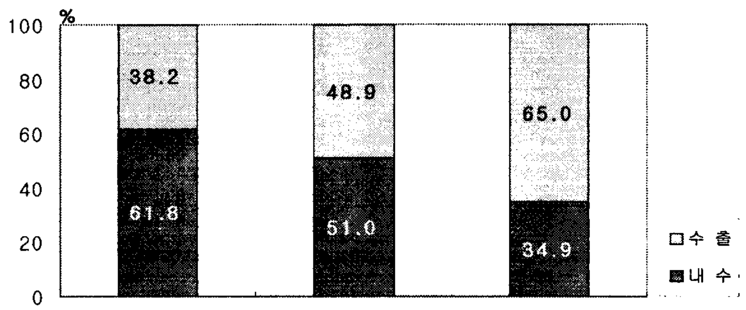


Fig. 7. A view of economy applied by the golden ratio

3. 결론

이상에서, 우리는 기존에 연구되었던 역사, 미학, 심리학 그리고 기타 여러 과학적인 분야와 통계적인 방법을 통하여 황금비에 대해서 고찰해 보았다.

자연(自然)은 '스스로 그러하다'는 뜻이지만 그렇다고 무질서하게 아무렇게나 있는 것은 아니다. 자연에는 오히려 정확한 규칙이 있으며, 이러한 규칙 또는 법칙을 구하는 것이 과학이며, 이 과학을 탐구하는 방법이 곧 수학적 사고인 것이다.

고대 그리스 시대에서부터 현대에 이르기까지 황금비에 관한 끝없는 실험과 연구들은 자연의 모든 곳에 나타나는 비와 균형에 있어 어떤 공통적인 연결 끈이 존재한다고 믿고 이어져 왔다. 기원전 2000년경에 세워진 거대한 피라미드 건축에서부터 중세 테라니(G. Terragni, 1938)의 삼위일체(三位一體) 속에서 통일성이라는 조화 법칙과 무한 개념 그리고 현대의 우주에 존재하는 모든 것은 성장 패턴(pattern)이 있고 내재된 질서가 있는데, 그것의 기준선이 바로 황금비라고 하는 엘리엇 이론까지, 또한 자연 속에 내재된 모든 현상의 근원을 비선형 동력학(Nonlinear dynamics)으로 설명하려는 물리와 공학자들 모두가 끊임없이 자연에서 조화의 세계를 인식하고자 할 것으로 본다.

최근에, 황금비에 대한 연구가 자연의 조화미에서 벗어나 심리학과 최첨단 유전자 code에까지 이르고 있다[43, 44]. 본 연구자들의 실험도 이러한 과학분야에 부족하지만 그 일익을 담당하길 기대하며 향후, 더 많은 데이터와 다양하고 다각적인 연구를 할 예정이다.

참고 문헌

1. 김용운, 김용국, **수학사 대전**, 신성문화사, 1986, 55-184.
2. Kant, I., *Metaphysical Foundation [An fangsgrunde] of Natural Science*, 1786.
3. Piehl, J., "The golden section: the 'true' ratio?," *Percept. Mot. Skills*, 46 (3 pt 1), 1978, 831-4.
4. Semon, F., "The golden mean," *BMJ*, 317(7160), 1998 Sep. 12, 739.
5. Mahon, E.J., Battin-Mahon, D., "A note on the golden section," *Psychoanal study child*, 39, 1984, 549-60.
6. Kahgee S.L., Pomeroy, E., Miller H.R., "Interpersonal judgements of schizophrenics: a golden section study," *Br. J. Med. Psychol.* 55(pt 4), 1982 Dec., 319-25.
7. Hintz, J.M., Nelson, T.M., "Haptic aesthetic value of the golden section," *Br. H. Psychol.*, 62, 2, 1971 May, 217-23.
8. Hintz, J.M., Nelson, T.M., "Golden section, Reassessment of the perimetric hypothe-

sis," *Am. J. Psychal.*, 83, 1, 1970 Mar., 126-9.

9. Fischer, R., "Out on a(phantom) limb, variations on the theme: stability of body image and the golden section," *Perspect Bio. Med.*, 12, 2, 1969 Winter, 259-71.
10. 이국봉, **신비한 엘리오트 파동 여행**, 정성출판사, 1990.
11. 허민, 오혜경 역저, **수학: 양식의 과학**, 경문사, 1990, 236-238.
12. 이우영 역저, **수학사**, 경문사, 1986.
13. 강철중, 기부윤, **수학의 이모저모**, 보성각, 1992, 15-25.
14. Junge, G., "Flachenanlegung und Pentagram," *Osiris*, 8, 1948.
15. Bicknell, M. and Hoggatt, V.E., "Golden Triangles, Rectangles, and Cuboids," *Fib. Quart.ly*, 7, 1969, 73-91.
16. Kimberling, C., "A New Kind of Golden Triangle," *In Applications of Fibonacci Numbers: Proceedings of the Fourth International Conference on Fibonacci Numbers and Their Applications*, Wake Forest University (Ed. G.E. Bergu, A.N. Philippou, and A.F. Horadam), Dordrecht, Netherlands: Kluwer, 1991, 176.
17. Pappas, T., "The Pentagon, the Pentagram & the Golden Triangle" in *The Joy of Mathematics*, Wide World Publ./Tetra, 1989, 188-189.
18. Steinhaus, H., *Mathematical Snapshots*, 3rd ed, Dover, 1999, 45-46.
19. Ogilvy, C.S., *Excursions in Geometry*, Dover, 1998, 122-134.
20. Cundy, H. and Rollett, A., *Mathematical Models*, 3rd ed., Stradbroke, Eng. Tarquin Pub., 1989, 70.
21. Pappas, T., *The Joy of Mathematics*, Wide World Publ./ Tetra, 1989, 102-106.
22. Wells, D., *The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Geometry*, Penguin, 1991, 88.
23. Vanderplaats, G.N., *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with App.*, McGraw-Hill Book Co., 1984, 41-49.
24. Imai, K. and Schmit, L.A., "Configuration Optimization of Trusses," *ASCE, J. Struct. Div*, 107(ST5), 1988, 745-756.
25. Alefeld, G., Potra, F.A. and Shi, Y., "Mathematics of Computation," 61, 204, 1993, 733-744.
26. Dixon, R., *Mathographics*, New York, Dover, 1991, 18.
27. Pisot, C., "La repartition modulo 1 et les mombres algevriques," *Annli di Pisa* 7 (1938), 205-248.
28. Bertin, M.J., Decomps-Guilloux, A., Grandet-Hugot, M., Pathiaux-Delefosse, M. and Schreiver, J.P., *Pisot and Salem Numbers*, Birkhauser, 1992.
29. Erdos, P. and Schnitzer, F.J., "On Pisot Numbers," *Ann. Univ. Sci. Budapest, Eotvos Sect. Math.*, 39, 1997, 95-99.

30. Horacio, P. and Kenneth B. Stolarsky, "Half-Silvered Mirrors and Wythoff's Game," *Canad. Math. Bull.*, 33, 1, 1990, 119-125.
31. Horadam, A.F., "Fibonacci's mathematical letter to Master Theodorus," *Fibonacci Quart.*, 29, 2, 1991, 103-107.
32. Dunton, M. and Grimm, R.E., "Fibonacci on Egyptian fraction," *Fibonacci Quart.*. 4 (1996), 339-354.
33. Freguglia, P., "The determination of in Fibonacci's 'Practica geometriae' in a fifteenth -century manuscript(Italian)," *in Contributions to the history of mathematics (Modena)*, 1992, 75-84.
34. Chong, P.K., "The life and work of Leonardo of Pisa," *Menemui Mat.*, 4, 2, 1982, 60 -66.
35. Read, H., *Education through Art*, Pantheon books, 1956, 14-22.
36. Boles, M., *The Golden Relationship: Art, Math, Nature*, 2nd. ed., Pythagorean Press, 1987.
37. Linn, C.F., *The Golden Mean: Mathematics and the Fine Arts*, Doubleday, 1974.
38. Gyorgy Doczi, *The Power of Limits: Proportional Harmonies in Nature, Art, and Architecture*, Shambala Press, 1994.
39. Mandelbrot, B., *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman & Co., 1982.
40. Devaney, R.L., "The Fractal Geometry of the Mandelbrot Set. II," *How to Add and How to Count. Fractals*, 3, 4, 1995, 629-640.
41. Devaney, R.L., "The Mandelbrot Set, the Farey Tree, and the Fibonacci Sequence," *Am. Math. Monthly*, 106(1999), 289-302.
42. Adle, I., Barabe, D., Jean, R. V., "A history of the study phyllotaxis," *Annals of Botany*, 80, 3, 1997, 145-174.
43. Russell, P.A., "The aesthetics of rectangle proportion: effects of scale and context," *Am. J. Psychol.*, 111, 3, 2000 Spring, 27-42.
44. Rakocevic, M.M., "The genetic code as a Golden mean determined system," *Biosystems*, 1998, 46, 3, 283-91.