

Perspectives on the Field of Mathematics Education¹⁾ - Toward Global Development and Reconstruction -

Larry L. Hatfield²⁾

What are some fundamental characteristics of the field of mathematics education? A set of dimensions is proposed, and perspectives regarding possible questions, issues and concerns are provided as a reflection on the past, the current status, and possible future for our field. Recommendations for strengthening our efforts are offered.

Mathematical education is a global concern. Educating students in mathematics occurs in all education systems. It typically begins when the child enters school, and will often continue as a core subject in all precollege years and into university studies. Historically, study of mathematics may have begun as a classical subject of interest only to the intellectual elite, with practical arithmetic and measurement geometry taught in the general education curriculum. Today, in comparison, the taught curriculum of school mathematics is quite

comprehensive, substantial and extensive, typically including theory and procedure from algebra, geometry, probability and statistics, and foundations of analysis. The mathematical education of all citizens has become a matter of high priority for the mathematical community, worldwide, including goals of general literacy as well as preparation for advanced university studies.

During the past forty years, the field of mathematics education has developed in an explosive manner. As societies have changed during the twentieth century in response to ever-increasingly rapid scientific and technological developments, the goals of an improved mathematical education of both specialists and all citizens have become national priorities, even seen in some countries as major political and social crises. In this paper, I will discuss my perspectives on the field of mathematics education, drawn from my personal involvement across my own career as a mathematics educator in these four decades. In doing so, I will attempt to identify what I believe are the major qualities and fundamental issues of our field, and to critique these with an aim of proposing some directions for future development and reconstruction. As an idiosyncratic analysis, my views will focus on U.S. mathematics education, but it is my goal to offer ideas that may be of use to the

1) Prepared and presented as the invited keynote address for the Second Annual Conference of the Korean School Mathematics Society, Kongju National University, Republic of Korea, August 7-9, 2000.

2) Comments and reactions are invited, and may be addressed to:

Professor of Mathematics Education Department of
Mathematics Education 105 Aderhold Hall

The University of Georgia Athens, GA 30602

Phone: (706) 542-4550 FAX: (706) 542-4551

email: lhatfiel@coe.uga.edu

development of mathematics education in the Republic of Korea.

What is the field of "mathematics education?" One type of response to this kind of question is that it is what mathematics educators do and study. Then, who are "mathematics educators?" Broadly, we are mathematical specialists who seek to understand and improve the education of others in mathematics. Mathematics education, then is focused on disciplined inquiry and scholarship related to the science and art of teaching and learning mathematics with a goal of improving these educational matters.

As practitioners, we teach mathematics, we prepare teachers of mathematics, we design mathematics curricula and materials in a wide variety of media, and we provide leadership in our society for the political and social infrastructure in support of all facets of a high quality mathematical education at all levels and typically for all citizens. As scholars, we seek to understand our practice and the complexity of related phenomena that impinge on our practice. We study the learning of mathematics, the teaching of mathematics, the preparation and continuing education of mathematics teachers, and the design, implementation, and effectiveness of mathematical curricula and instructional materials at all levels. As with any discipline, we also ensure the continuation and advancement of the field by educating the next generation of mathematics educators who can engage in the practice and scholarship of the field.

Given this broad definition, what are some of the major perspectives that characterize our field? From these perspectives, what might be the overall status of our field today? How might these critical elements be altered or

reconstructed to improve our field?

Dimensions of Analysis³⁾

To describe our field, consider the following primary dimensions as encompassing factors in the conduct of mathematics education as a field of endeavor, both its scholarship and its practice. Each dimension embodies many complex variables, and the interactions of these dimensions and variables represent additional complexity. To further characterize our field, following this list I offer an elaboration and commentary for each dimension.

- beliefs --our epistemological, philosophical and psychological premises and views
- intentions--our educational needs, visions, goals and purposes
- theory--our organized, systematic abstractions as inputs and outputs
- contexts--the socio-cultural background environments (family, community, national, international)
- institutions--the infrastructural sites for educating and investigating key phenomena
- controls--authority and power for governance decisions, both professional and political
- participants--stakeholders, who are

3) I wish to emphasize that these dimensions, as well as all other perspectives and assertions presented herein, are based upon my personal views. My viewpoints reflect my own values, beliefs, biases, and interpretations, and do not represent the kind of broadly based analysis needed at this point in time for our field. One goal of this paper is to stimulate such analysis.

and should be involved, their roles and functions

- communication--venues, vehicles, and strategies for interacting, sharing, fostering a socio-intellectual dynamic for both practitioners and scholars

- metadisciplinary--systemic perspectives and strategies for assessing, evaluating, and adjusting the directions and endeavors within the field

Beliefs. Because educating for mathematics is seen to be a critical aspect of becoming well educated, the underlying beliefs held by the participants are fundamental determinants. Our beliefs mirror our values, they are often deep emotions that reflect our past (typically formative) experiences, they can be seen in expressions of our attitudes, and they anchor our actions and behaviors when we can and must make choices and decisions. Any systemic analysis of mathematics education must include the beliefs of all participants--parents, students, classroom teachers, teacher educators, those in control, publishers of curriculum materials or professional journals, even community citizens. We must not dismiss these affective factors in a false illusion that mathematics or mathematics education are not about emotions; quite the opposite.

To me, most basic and critical are the beliefs held by the classroom teacher (and, by implication, by the teacher educator whose role is to influence the teacher). How does the teacher view the subject s/he teaches? How does the teacher view the students s/he teaches? How does s/he view the role of an effective mathematics teacher? In the past 10-15 years,

researchers have begun to investigate the beliefs and conceptions held by teachers, and to explore how their expressed views appear to influence their teaching practices. If s/he believes that mathematics is a constructive process of thinking and discovery, and that students can be stimulated and guided to engage in their own mathematical reasoning leading to discoveries, we would expect to see that the pedagogical practices of the teacher will involve problematic, constructive approaches to learning. By contrast, if a teacher believes that mathematics is primarily standard procedures and algorithms to be modeled and imitated, and that students learn most effectively by repetition and extensive practice, then we would expect to see a teaching style that reflects such beliefs. Beliefs relative to the role and use of technology in teaching and learning mathematics, beliefs about the inclusion of statistics in the mathematics curriculum, or beliefs about effective approaches to assessment---these are but a few in the constellation of possible beliefs of a teacher, and for each of these we can speculate how the person beliefs can directly affect their teaching practices.

We need to develop and elaborate our theories of the dynamics of beliefs in relation to mathematics teaching and learning. For this, we need to focus much more attention on this dimension of our field. We need to articulate the epistemological and philosophical bases of the high quality mathematical experiences we think will lead to the kind of knowledge we want our students to construct (e.g., Usiskin). We need to understand much more clearly the beliefs of all participants, and we need investigations of the kinds of experiences that will help teachers and others to reconstruct their beliefs in order to be able to function more effectively in today

mathematics education. With the recent release of the second "standards" by the National Council of Teachers of Mathematics in the U.S., we have an elaborate statement of principles and guidelines for our nationwide improvement of school mathematics. As with the initial documents, extensive presentations of the kind of mathematical content and its treatment in curricula, in teaching, and in assessment are given. These recommendations embody particular kinds of beliefs and values, yet these are often not made explicit. I believe that if we are ever going to achieve fundamental improvements in mathematics education, we must develop a much greater knowledge base related to beliefs of all participants.

Intentions. Why do we teach mathematics? What are our visions, our goals and purposes, and how do these influence all other dimensions of our field? How do our beliefs affect our intentions, and vice versa? How can our intentions be responsive to our research and theory, to shifting needs and social priorities, or to improvements in the technological tools for doing mathematics? Here again, it is my opinion that we need to give more attention to examining and understanding the structure and details of our intentions, both individually and collectively. Such personal introspection can be a powerful activity for helping teachers to make shifts in their beliefs and their practices.

For me, a fundamental reason for universal, comprehensive mathematical education is my belief that the intellectual development of the student (childhood to adult) can be greatly influenced by "thinking" experiences in the mathematics classroom. This was expressed for me first in the theory of cognitive developmental psychology due to Piaget, who built his theory

using mathematical structures that included the kind of reasoning to be found in mathematical activity, but which can lead to mental operativity needed in intelligent problem solving. Thus, my basic intentions and goals in my own teaching of mathematics are framed to stimulate the kinds of experiences that might lead to such broader psychological development. For example, when I develop specific learning situations involving ratio and proportion, I am less concerned with teaching the concept of ratio or specific related skills, per se. Rather, I strive to foster the kind of problematic approaches that could yield more operativity in the child mental schemes for comprehending proportionality as a generalized structure. In reconstructing our field, I strongly urge that we seek clearer evidence related to this perspective, for if we can establish this value of particular kinds of mathematical experiences throughout one cognitive development, important shifts in both theory and practice can occur.

Theory. Do we have theories in mathematics education? What kinds, and about what phenomena? How might a theory in mathematics education be built and refined? How can theory inform practice, and vice versa? What theories might be drawn from other disciplines to be used in mathematics education? If so, what disciplines might be relevant?

As I consider the past forty years in our field, it appears to me that, overall, we have not substantially strengthened the theoretical dimension in our field. There are important exceptions (e.g., Steffe, Kieren, Cooney, Kaput, Thompson, Cobb, Lerman), but these are typically quite "local" (in the sense of being about quite particular domains of phenomena) with limited generalizability (mainly being built

through evidence from qualitative data involving very few cases studied). In the next forty years, scholars of mathematics education must become ever more attuned to theory building, as well as basing the practice of mathematics teaching (and teacher education) upon theories.

Contexts. In this dimension we find a complex array of factors or variables that to date mathematics educators typically accept as matters over which we have little influence or control. In most mathematics education work, these are essentially ignored or taken for granted. However, if we are to 'deepen our knowledge of the phenomena of mathematics teaching and learning, then surely we must seek to understand this dimension better. For example, as informational technology via the Internet may increasingly allow families to provide hands-on access to mathematical-oriented materials for preschool children, the mathematical knowledge of entering students (and thereafter, too) may be significantly different. The school may become only another context in which the student can experience mathematical situations. Furthermore, as the global context rapidly develops, there must be greater concern for multi- and cross-cultural work. In the future, we will need to understand how the cultural variations to be found among and within societies function in mathematics teaching and learning.

Institutions. Where does mathematics education occur? The traditional sites are schools and universities. In the future these may well include the home, the day care center, the senior citizen center, the youth club, even the shopping mall (at least one enterprise under development will provide comprehensive "learning vacations" tailored to offer all family members

differentiated learning opportunities, which could include mathematical activities). I know of no research conducted in these non-traditional environments, but it appears that we need to begin to understand how the child "natural" conceptual development might occur.

Controls. This dimension deals with variables that can directly impact into our field. Little scholarship related to policy and governance decision making has been attempted in our field. While such research may well be very contextual, depending upon the particular social or political setting, we need policy studies as we increasingly balance local control with centralized resources.

Participants. To date, mathematics educators have been totally focused upon students and teachers as the key stakeholders in our field. Nearly all activity in our field deals with these two groups. In addition, we give great attention to doctoral education to prepare the next generation of mathematics education scholars. Increasingly, mathematicians have begun to recognize that the well-being of the field of mathematics is deeply dependent upon what happens in mathematics education, and especially in the education of teachers of mathematics at all grade levels. The role of professional mathematicians in mathematics education has not been explicitly addressed in detail. How might research mathematicians be helped to gain the kind of experiential background and orientation, plus a knowledge of research literature and effective school mathematics classroom practices, in order to collaborate deeply in the teacher education, curriculum reforms, and new scholarship of our field? We need to develop and institutionalize substantial strategies for this to occur. One major joint problem on which we

must collaborate---greatly improving the teachers' understanding of mathematics (see L. Ma, 1999). Further, at least in the U.S. in so many of our public schools there is a great need to rekindle parental involvement and update their comprehension of contemporary goals and contents. Unless citizens understand the kinds of pedagogical, curricular, and assessment reforms needed, our field will be stymied by contextual resistance to changes.

Communication. In the past forty years, our field has seen the establishment of a great variety of journals, professional meetings, and curricular materials, all of which have flourished and facilitated greater communication among communities of participants. With the emergence of the world-wide web, the potential for enhancing and amplifying communication seems unlimited. We at UGA have been exploring the development of a global network of mathematics education research centers to create a framework for promoting regular interactions, shared seminars or courses, joint electronic publications, and collaborative research within ongoing working groups of scholars. Again, in considering the future of our field, to promote collaborative scholarship and to facilitate the infusion and impact of research into practice, we need to establish new infrastructural capacities.

Metadisciplinary. As an embryonic field, we have few ways that an overall evaluation of the direction of work is made. In the U.S. this occurs within professional societies (e.g., NCTM and MAA), by the Mathematical Sciences Education Board of the National Academy of Sciences, and by the funding priorities and initiatives of the National Science Foundation or the Department of Education. Certain studies of the International Commission on Mathematics

Instruction are international efforts to address global issues and problems. Our field needs to conduct such agenda-setting efforts; we need to identify and update the major problems and issues in a rapidly changing world.

Reconstructing Mathematics Education

Set against these dimensions, what might be additional directions for strengthening the field of mathematics education in the decades ahead? I would offer these ideas.

1. Most critically, we need to focus on the fundamental phenomena--learning and teaching of mathematics, and educating teachers of mathematics. Necessarily, we will need to address new and changing paradigms for these activities that are increasingly impacted by technological tools and innovations. In all cases, we need to become even more oriented to the needs of the student and the teacher, and less directed by the discipline of mathematics, per se.

2. As a central goal of our field, we need to build theoretical knowledge for these phenomena--theories that deepen our understanding of how students construct their mathematical knowledge, how effective teachers work, and how we might help teachers learn to teach and to improve their classroom practices--all reflecting the rapidly changing contexts and needs for mathematical knowledge.

3. Such scholarship in mathematics education requires highly prepared thinkers. Preparation for research must include a deep knowledge of mathematics, psychology, and didactical theory and practice. There may be a trend, at least in certain U.S. doctoral programs, toward decreasing the extent of required advanced mathematical study; if so, this is a matter of grave concern. Conceptual analyses embodied in theory building requires extensive mathematical understanding.

4. Our past focus on cognition--goals and outcomes related to reasoning and "thinking"--must be broadened to include the emotional dimensions of mathematical experiences. We have very little research (e.g., X. Ma) that helps teachers or teacher educators to understand deeply the actual feelings of students as they engage in mathematical activities. I believe that it is the emotional aspects that greatly influence what is possible, and unless we begin to understand how feelings affect mathematical cognition, we may never be able to assist all students to achieve the benefits they deserve from a deep and prolonged educational experience with mathematics.

5. We mathematics educators, at all levels, need to emulate the paradigm of the "scholar/teacher." As educators, we separate scholarship and practice when, if we make our research and our teaching more of a seamless whole, we can gain so much. From 40 years of research, we should make concerted efforts to infuse the results of research into our teaching--both what we teach to teachers, as well as how we teach. We need to help classroom teachers to do the same. Further, our teaching can become the context of our investigations of learning and teaching. At the university level, we need to use our classrooms as research sites; at the school level, we need to help teachers conduct their teaching as "action research."

6. We need to maintain balances in our field. In the past, we may have been subject to socially and politically driven shifts of priority (e.g., in the U.S., from "new math" to "back to basics" to "standards" to "math wars"). I noted the dimension of controls and its importance. When we professional mathematics educators set a clear agenda and "stick to it," we will be less subject to the false dichotomies

that can arise from external critics pressing their agenda.

References

- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationships between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5) 520-40.
- Usiskin, Z. (1988). The beliefs underlying UCSMP, UCSMP Newsletter, No. 2 (Winter).

수학 교육 연구에 관한 견해¹⁾

- 전 세계적 발전과 재구성 -

Larry L. Hatfield²⁾

수학교육의 주요한 특징은 무엇인가? 일련의 특성, 그리고 제기될 여지가 있는 논점들과 관심사들을 고려한 견해들을 수학 교육의 과거, 현재, 그리고 미래에 대한 성찰의 형태로 제시한다. 또한 우리 수학교육자들의 노력을 더욱 심도있게 하는 방향을 제시한다.

수학교육은 실로 전 세계인의 관심사이다. 어떤 교육 체제에서도 학생에게 수학을 교육시키는 일은 자연스레 등장을 한다. 전형적으로는 아동이 학교에 입학하면서 수학교육이 시작되고 중등 과정을 거쳐 대학에서까지 지속된다. 역사적으로 볼 때, 산술과 측량기가 일반교육의 주요 내용이었던 반면, 수학은 소수 지적 선발 집단의 흥미거리로 시작되었다. 현재의 수학교육 과정은 일반적으로 대수, 기하, 확률 및 통계, 그리고 해석학의 기초를 포함하며 동시에 상당히 심도있고, 실질적이고, 포괄적이다. 전 국민에 대한 수학교육은 대학교육학습의 준비는 물론 일정 수준의 교육의 목적을 비롯하여 수학 사회에 대한 최우선의 과제가 되고 있다.

지난 40년 동안, 수학교육학은 상당한 진전을 보여왔다. 사회가 과학기술의 급속한 발전에 힘입어 20세기 내내 변화를 거듭함에 따라, 전문가 및 일반 국민 모두에 대해 진일보한 수학교육은 국가의 최우선 과제가 됐다. 심지어 일부 국가에서는 정치 및 사회적 위기로까지 여겨지기도 했다. 본 고에서는 지난 40여년 동안 수학교육자로서 연구를 하면서 얻어진 것을 중심으로 나의 견해를 논하도록 하겠다. 또한 수학교육에서의 가장 주요한 특징과 근본적인 현안들을 열거하고 미래의 발전과 재구성을 꾀하며 분석하고자 한다. 특히, 나의 견해는 미국 수학교육에 중점을 두겠지만, 한국 수학교육의 발전에 유용한 아이디어를 제시하는 것도 염두해 두겠다.

“수학교육”이란 무엇인가? 이 질문에 대한 가능한 답은 ‘수학교육자가 행하고 연구하는 것이다’가 될 수 있다. 그럼 누가 “수학교육자”인가? 넓은 의미에서 수학교육자는 수학에 관련한 교육을 이해하고 발전시킴을 목적으로 하는 전문가라 할 수 있다. 따라서 수학교육은 수학교육학 자체와 교수 학습법에 관련한 학문적 탐구와 연구에 중점을 둔다.

실천가로서, 우리는 직접 현장에서 수학을 직접 가르치고, 수학교사를 교육시키고, 수학교육과정과 다양한 매체를 통한 자료를 구상하며, 또 우리는 전 수준에 걸쳐 그리고 전

1) 제 4차 한국학교수학회에서 초청된 연사로서 학술발표회에서 발표할 목적으로 준비한 글임 (2000년 8월 7-9일). 번역 : 정인철(조오지아 대학교 박사과정, 수학교육)

2) Department of Mathematics Education
105 Aderhod Hall. The University of Georgia
Athens, GA 30602

Phone: 706-542-4550 FAX: 706-542-4551 email: lhatfiel@coe.uga.edu

국민에 대해 높은 수준의 수학교육을 제공하며 정치적 사회적 구조에 대한 지도력을 발휘한다. 학자로서, 우리는 실제 상황과 이에 영향을 주는 현상에 대한 복잡성을 이해하고자 한다. 우리는 수학 교수 학습, 예비 수학교사교육과 수학교사의 재교육, 그리고 전 수준에 걸친 수학교육 과정과 교육 자료의 구상, 실행, 및 유효성을 연구한다. 또한 우리는 수학교육의 실천가로서 학자로서 종사하게 될 차세대의 수학교육자를 교육시킴으로서 수학교육학의 지속성과 진보성을 추구한다.

위에서 논의된 광의의 정의를 고려해 볼 때, 수학교육을 특성화시키는 주요한 관점은 어떠한 것들이 있는가? 이러한 관점에서 볼 때, 오늘날 수학교육의 전반적 상태는 어떠한가? 이러한 중요한 요소들이 수학교육을 발전시키는데 있어 어떻게 개조되고 재구성될 수 있는가?

특성 분석³⁾

수학교육을 타당하게 기술하기 위해, 연구와 실행의 측면에서 각 요소들을 총망라한 다음의 주요한 특성을 고려해보자. 각 특성은 여러 복잡한 변인들과 이들 특성의 상호작용을 포함하고 또 이 변인들은 개개의 독특한 복잡성을 가지고 있다. 그럼 수학교육을 더 심도있고 구체적으로 명시하기 위해 다음의 각 특성에 대해 하나씩 하나씩 설명하고자 한다.

- **신념**--인식론적, 철학적, 그리고 심리학적 전제 및 관점

3) 나는 이곳에서 발표된 모든 견해와 주장뿐 아니라 특성은 나의 개인적 관점에 기초를 둔 것이라는 것을 강조한다. 나의 관점은 나의 가치관, 신념, 편견, 그리고 해석을 반영하고 수학 교육에서 현 시점에서 필요한 광범위하게 기초를 둔 분석을 대신하지는 않는다. 본 고의 목적은 그러한 분석들을 자극하는 것이다.

- **의도**--교육적 필요, 통찰력, 목적과 목표
- **이론**--입력과 출력에 의한 조직적이고 체계적인 추상화
- **환경**--사회문화적 배경 및 환경(가족, 지역 사회, 국가, 국제 사회)
- **제도**--주요 현상을 교육하고 연구를 목적으로 한 조직체
- **통제**--전문적이고 정치적인 의사결정 조정을 위한 권력
- **참여자**--수학교육안에서 주체적인 사람들 및 그들의 역할과 기능
- **대화**--실행자와 연구자에 대한 사회의 지적 역학관계를 상호 작용하고, 공유하고, 발전시키기 위한 집회, 매개 수단, 그리고 전략
- **메타학문(metadisciplinary)**--수학 교육 범주 안에서 방향과 노력들을 평가하고 조정하기 위한 체계적 견해와 전략

신념

수학학습을 위한 교육은 잘 교육되었다라는 것의 주요한 측면으로 여겨지기 때문에 참여자가 심중에 품고 있는 신념은 주요한 결정 요소이다. 우리의 신념은 가치를 반영하고 그러한 것들은 흔히 과거(일반적으로 형성적인) 경험을 고찰하는 깊은 감정이다. 그리고 이는 우리 태도에 대한 표현의 형태로 비추어질 수 있고 또한 선택하고 결정해야 할 때, 우리의 행동을 정착시키는 역할을 한다. 수학 교육에 대한 어떠한 조직적인 분석도 참여자에 대한 신념을 포함해야한다 ---부모, 학생, 교사, 교사 교육자, 관리자, 교육과정 자료나 혹은 전문 정기 간행물의 출판자, 그리고 지역 사회인. 우리는 수학 혹은 수학 교육은 감정이 아니다-사실은 정반대이지만-라는 잘못된 착각속에서 위 감정적인 요소들을 배제해서는 안된다.

나는 교실에서 직접 학생들을 가르치는 교사가(그리고 교사에게 직간접으로 영향을 끼

치는 교사 교육자가) 가지고 있는 신념이 가장 기본적이고 중요하다고 생각한다. 교사는 그가 가르치는 과목을 어떤 관점에서 바라보는가? 교사는 유능한 수학교사의 역할을 무엇이라고 보는가? 과거 10-15년 전부터 학자들은 교사들이 지니고 있는 신념과 개념을 연구하기 시작했고 그들의 표현 방식이 교수 활동에 어떤 영향을 주는가를 탐구해왔다. 만일 교사가 수학은 사고와 발견을 구성하는 과정이고 학생들을 발견으로 인도되는 수학적 이성 작용 활동을 통해 자극하고 유도할 수 있다고 믿는다면, 우리는 교사의 교수 활동은 학습하는데 있어 문제가 제기될 소지가 다분하고 구성주의적 접근 방식을 포함하고 있다고 본다. 대조적으로 만일 교사가 수학은 근본적으로 정형화되고 모방될 수 있는 규격화된 과정과 연산이고 학생은 반복과 연습을 통해서 가장 효과적으로 배운다고 믿는다면, 우리는 그러한 신념을 반영하는 교수 활동일 기대한다. 수학 교수와 학습에서 테크놀러지의 역할과 사용에 관계된 신념, 수학 교육과정에서 통계의 포함에 대한 신념, 혹은 평가에 효과적인 접근에 관한 신념--- 이러한 것들은 교사가 품을 수 있는 수 많은 것들 중 몇몇에 불과한 것이다. 그리고 각각에 대해 우리는 교사의 신념이 교수 활동에 직접적으로 영향을 주는지 고찰할 필요가 있다.

우리는 수학교수 및 학습에 관련하여 신념에 관한 이론들을 발전시킬 필요가 있다. 이를 위해, 우리는 수학교육에서도 신념에 대해 더욱 더 초점을 맞출 필요가 있다. 우리는 학생들이 구성해야할 지식으로 이끄는 양질의 수학적 경험의 근간이 되는 인식론적 및 철학적인 것들을 명료화 할 필요가 있다 (예, Usiskin). 우리는 모든 참여자의 신념을 더욱 더 분명하게 이해할 필요가 있다. 그리고 오늘날 수학교육에서 좀 더 효과적으로 서로 작용할 수 있도록 하기위해서 교사들과 다른 참여자들의 신념을 재구성하도록 도와주는 온갖 경험에 대한 연구조사가 필요하

다. 전미수학교사협회(The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])에 의해 최근에 발행된 두 번째 “표준(Standards)”과 더불어 우리는 학교 수학의 국가적 차원에서의 발전을 향한 원칙들과 지침들을 갖고 있다. 두 번째 원안이 발행되기 전에 초안을 가지고 광범위하게 교육 과정, 교수, 그리고 평가에 있어서 수학적 내용과 그것을 어떻게 다룰 것인가에 대한 토론과 발표가 있었다. 이런 과정에서 제안된 것들이 신념과 가치에 대해 특별한 부분들을 구체화하긴 했지만 주로 명료화하지는 못했다. 나는 우리가 수학교육에서 근본적인 발전을 성취하려면 모든 참여자의 신념에 연관하여 더욱 더 깊이있는 지식을 발전시켜야한다고 믿는다.

의도

왜 수학을 가르치는가? 우리의 통찰, 목적, 그리고 목표는 무엇인가? 이러한 것들이 어떻게 수학 교육의 다른 특성에 영향을 미치는가? 우리의 신념이 어떻게 의도에 영향을 미치는가, 그리고 그 반대의 경우는? 우리의 의도는 연구와 이론, 필요와 사회적 우선 순위, 혹은 수학공부를 하기위한 테크놀러지의 발전에 대해 어떻게 반응하는가? 다시 한번 여기서 나는 우리가 개인적 및 공동으로 ‘의도’의 구조와 세세한 것들을 조사하고 이해하는데 더욱 관심을 기울여야 한다고 본다. 교사들이 개인적으로 행하는 고찰은 그들의 신념과 실행에 변화를 주는 영향력 있는 활동이 될 수 있다.

나는 학생(아동부터 성인에 이르기까지)의 지적 능력 발전은 수학 교실에서의 “사고” 경험에 의해 대단히 영향을 받는다는 것이 광범위하고 이해력 있는 수학 교육에 대한 근본적인 이유라고 본다. 나는 피아제의 인지 발달 심리학에서 이것을 처음 접했다. 피아제의 이론은 수학적 활동에서 발견된 추론을 포함하며 지적인 문제 해결에 있어 필요한 정신 조작으로 이끄는 수학 구조를 이용

하여 이론을 전개한다. 그러므로 수학교수에 있어 나의 기본 의도와 목적은 더 광범위한 심리학의 발전으로 이끄는 경험을 자극할 의도로 형성되었다. 예를 들어, 비율과 몫을 포함한 구체적인 학습상황을 발전시키고자 할 때, 나는 비율의 개념이나, 혹은 구체적인 관련된 기술 자체를 가르치는 것에 대해선 별로 우려하지 않는다. 오히려 나는 일반화된 구조로서 비율을 이해하기 위해 아동의 정신 구조에 더 많은 작용을 야기하는 논의되는 접근방식들을 개발하기 위해 노력한다. 수학교육을 재구성함에 있어 나는 이와 관련된 관점과 분명한 증거를 연구해야한다고 강력하게 주장한다. 왜냐하면, 만약 우리가 사람의 인지적 발전을 통해 특정 분야의 수학적 경험의 가치를 설립할 수 있다면, 이론과 실제에 있어 중요한 변화가 일어날 수 있기 때문이다.

이론

수학교육에 이론은 있는가? 있다면 무슨 종류의 이론이 있는가 그리고 어떤 현상에 대한 이론인가? 수학교육에서는 이론이 어떻게 형성되고 정제되는가? 이론은 실제에, 실제는 이론에 어떻게 정보를 제공하는가? 어떤 이론들이 수학교육에 활용될 수 있도록 다른 분야로부터 도출될 수 있는가? 만약 그렇다면 어떤 분야와 관련이 있겠는가?

지난 40여년을 되돌아보건데 전체적으로 이론적 특성을 실질적인 측면에서 강화하지는 못한 것 같다. 몇몇의 예외가(예, Steffe, Kieren, Cooney, Kaput, Thompson, Cobb, Lerman) 있기는 하지만 일반화(주로 겨우 소수의 사례를 질적 연구를 통해 얻은 증거를 가지고 정립된 일반화)하기에는 제약이 많은 국소적인(현상에 대해 어떤 특정한 분야에 국한된 것이라는 면에서 볼 때) 것이다. 향후 40년 동안, 수학교육 학자는 이론에 기초를 두고 수학교수(그리고 교사교육)의 실행을 기본으로 함은 물론 이론 정립에 더욱더 초점을 맞춰야 하리라 본다.

환경

이 특성에서는 현재까지 수학 교육자들이 전형적으로 미미한 영향을 준 것으로 받아들여지는 요소나 혹은 변인들을 발견할 수 있다. 대부분 수학교육 연구에서 이러한 것들은 의도적으로 무시되거나 당연한 것으로 받아들여진다. 그러나 수학 교수와 학습에 관한 현상에 대한 지식을 깊이있게 하고자 한다면 우리는 틀림없이 이 특성을 더 잘 이해하기 위해 추구해야 할 것이다. 예를 들어, 인터넷을 통한 정보 통신 기술이 발달함에 따라 취학전 아동들은 가정에서 수학에 기초를 둔 자료들을 직접 사용할 기회를 갖됨으로써, 입학하는 학생들의 수학 지식은(그리고 그 후 역시) 아마도 과거와 현격한 차이가 있을 수 있다. 학교는 단지 학생이 수학적 경험을 할 수 있는 하나의 장에 불과하다. 더구나, 내용이 총체적으로 진전하면서, 다양하고 복잡한 문화적 배경에 기인한 문제들에 대한 염려가 어느 때보다 더 예상된다. 앞으로 우리는 문화의 다양성이 수학교수 학습에 있어 문화내에서 또는 다른 문화간에 어떻게 작용하는지 이해해야 할 필요가 있을 것이다.

제도

수학 교육은 어디에서 발생하는가? 전형적인 장소는 학교일 것이다. 미래에는 가정집, 놀이방, 요양원, 청소년 동아리, 혹은 백화점 조차도 포함될 수 있을 것이다. (수학 활동을 포함하여 가족 개개인별로 수준에 맞는 학습기회를 제공하도록 고안된 광범위한 “학습 휴가(Learning vacations)”을 제공하는 안이 있을 수 있다.) 이러한 전형적인 환경외에서의 연구가 행해진 실례는 ‘찾아보기 어렵다. 하지만 아동의 “자연스런” 개념적 발전이 어떻게 일어나는가를 이해할 필요가 있다.

통제

이 특성은 수학 교육에 직접 영향을 미칠

수 있는 변인들을 다룬다. 정책과 정부의 방침 결정에 관계된 연구가 극히 소수에 불과하다. 그러한 연구가 특별한 사회적, 정치적, 및 경직된 상황에서 진행됐지만 지방과 중앙에 있는 자료들간의 대해 점점 더 균형있게 정책 연구를 할 필요가 있다.

참여자

지금까지, 수학교육자들은 수학교육에서 주체자로서 학생과 교사에 전적으로 초점을 맞춰왔다. 거의 모든 활동이 다 학생과 교사를 다루고 있다. 게다가, 우리는 차세대의 수학교육 학자를 준비시키기위해 박사과정의 교육에 큰 비중을 두고 있다. 수학자들은 수학의 미래는 수학교육현장에서 특히, 모든 수준에 걸쳐 수학교사를 교육하면서 현장에서 발생하는 것과 깊게 연관된다는 것을 점차 인식하기 시작했다. 수학교육에서 전문 수학자의 역할이 명료하고 자세하게 제시된 적은 없다. 교사교육, 교육과정 개편, 그리고 수학교육의 새로운 연구과제에 긴밀히 협력하기위해 연구 문헌에 대한 지식과 효과적인 학교 수학교실 실행이외에 경험적 배경과 연구 방향을 잡는데 어떻게 도움을 받을 수 있는가? 우리는 이러한 일이 실현될 수 있도록 실질적인 전략들을 개발하고 제도화할 필요가 있다. 우리가 협력해야하는 하나의 중요한 문제는 교사들의 수학에 대한 이해를 발전시키는 것이다. (L. Ma, 1999) 더욱이, 미국 공립학교의 많은 부분에서 부모의 참여를 다시 강조하고 현재의 목적과 내용에 대한 이해를 새롭게 할 필요가 있다. 일반 국민들이 필요한 교육학, 교육과정, 그리고 평가에 대한 이해가 없다면 수학교육은 변화에 대한 저항으로 교착상태에 빠질 수 있다.

대화

지난 40여년 동안 수학교육계에는 많은 종류의 전문 정기 간행물, 학회 창립, 그리고 교육 과정 자료가 쏟아져 나왔다. 특히 이러한 것들은 참여자 사회에서 대단한 대화의

창구를 마련했고 발전해왔다. 인터넷은 대화의 기능을 더욱 확대하고 높일 수 있는 무한한 잠재력을 갖고 있다. 미국의 조지아대학교(The University of Georgia)는 상호작용, 세미나 및 교육 과정 공유, 공동 전자 출판, 그리고 학자들간의 공동 연구참여를 위한 조직을 창출해내기 위해 수학교육 연구기관망을 총체적으로 발전시키는 것을 모색중이다. 다시 한 번, 수학교육의 앞날을 고려해 볼 때, 공동연구를 촉진하고 연구 결과를 실행에 옮기는 것을 용이하게 하기위해 우리는 새로운 조직 능력을 구성할 필요가 있다.

메타학문(Metadisciplinary)

미발달된 분야로서 연구의 방향에 대한 전반적인 평가가 만들어진 예는 거의 없는 것 같다. 미국에서는 전문 조직체안에서 (예, 전미수학교사협회(NCTM)나 미국수학회(Mathematics Association of America[MAA]) 전미 과학학술원의 수학과 학위위원회(Mathematical Sciences Education Board of the National Academy of Sciences)와 전미학술협회(National Science Foundation [NSF]) 이나 혹은 교육부(Department of Education)의 재정지원 우선순위에 근거해 이러한 것들이 일어난다. 수학교육에 대한 국제 기구의 몇몇 연구는 광범위한 쟁점과 문제들을 거론하는 국제적인 노력들을 보여준다. 우리는 그러한 노력들을 적극적으로 실천할 필요가 있다. 또한 급속히 변화하는 현 세계에서 주요한 문제들과 쟁점들을 확인하고 새로이 할 필요가 있다.

수학교육의 재구성

위의 특성에 반해 앞으로의 10년 동안은 수학교육을 강화하는데 필요한 부가적인 방향은 어떤 것들이 있을까? 나는 다음의 것들을 제안한다.

1. 우리는 무엇보다도 근본적인 현상에 지대한 관심을 기울여야한다--수학학습 및 교수, 그리고 수학교사교육. 필연적으로 우리는

새로운 과학 기술과 혁신에 점점 더 영향을 받게되는 행동양식에 대해 새롭게 변화하는 형태들에 대해 관심을 가질 필요가 있을 것이다. 모든 경우에 있어서, 우리는 학생과 교사의 필요에 의해 더욱 방향이 설정되어야지 소위 수학이라는 강한 범주안에서 방향이 결정되어서는 안되겠다.

2. 수학 교육의 중추적 목적으로서, 우리는 각종 현상들에 대한 이론들--학생들이 어떻게 수학 지식을 구성하는가, 교사들은 얼마나 효과적으로 가르치는가, 우리는 어떻게 교사들이 그들의 교실에서의 실행을 발전시키고 가르치기를 배우는 것을 도울 수 있는가에 대한 이해를 깊이하는 이론들--을 축적할 필요가 있다. 이러한 것들은 수학 지식에 대한 급속히 변화하는 내용과 필요를 반영하는 것들이다.

3. 수학 교육에서의 이러한 연구는 고도로 준비된 사색가들을 필요로 한다. 연구에 필요한 준비에는 수학, 심리학, 그리고 교수학적 이론과 실제에 대한 깊은 지식이 포함된다. 적어도 미국의 몇몇 박사과정에서는 높은 수준의 수학을 적게 요구하는 경향이 있다. 만약 그렇다면 이것은 중요한 문제이다. 이론 형성에 구체화된 개념 분석은 광범위한 수학적 이해를 요구한다.

4. 인지에 대한 과거의 초점은--추론과 "사고"에 관련된 목표와 결과들--수학적 경험의 감정적인 특성을 포함하도록 영역을 넓혀야 한다. 교사나 교사 교육자들로 하여금 학생들이 수학적 활동에 참여하면서 이들의 실제 느낌들을 우리가 충분히 알도록 해주는 연구는(예, X. Ma) 아주 극소수에 불과하다. 나는 실현 가능한 것에 강한 영향을 미치는 것은 감정적 측면이다라고 믿는다. 그리고 어떻게 그러한 느낌들이 수학적 인지에 영향을 끼치는가를 이해하기 못한다면 우리는 아마도 수학과와 깊은 고도 오랜 동안의 교육적 경험으로부터 받을 가치가 있는 혜택들을 학생들로 하여금 성취할 수 있도록 결코 도와줄 수 없을 것이다.

5. 수학 교육자로서 우리는 모든 수준에 걸쳐 학자와 교사간의 성향을 비교해 볼 필요가 있다. 수학교육자로서 우리는 학자로서의 연구와 교수를 좀더 완벽하게 일치하게 한다면, 연구와 실행을 분리할 수 있다. 40여년 동안의 연구 경험으로부터 연구 결과를 교수활동에 직접 도입하기위해 공동의 노력을 기울여야 한다--어떻게 가르치느냐 뿐만 아니라 교사들에게 무엇을 가르치는가를 일컫는다. 우리는 교실에서 직접 수업하는 교사들에게도 같은 것을 하도록 도울 필요가 있다. 더욱이, 우리의 교수는 학습과 교수에 대한 연구의 내용이 될 수 있다. 대학교수 수준에서 우리는 직접 연구할 수 있는 장소로 교실을 사용할 필요가 있다. 초, 중등학교수준에서 우리는 교사들로 하여금 교사가 주체가 되어 연구를 진행할 수 있도록 그들의 교수를 행할 수 있도록 도와야 한다.

6. 우리는 수학 교육에서 균형을 유지할 수 있어야 한다. 과거에는 사회적 및 정치적 우선순위에 좌지우지 되는 경향이 있었다. (예, 미국을 예로 들자면 "새 수학"에서 "기초로의 귀의," "표준," 그리고 "수학과 전쟁"으로의 변화) 나는 앞에서 통제의 특성과 그의 중요성을 언급한 바 있다. 우리 전문적인 수학 교육자가 분명한 안을 제시하고 그를 끝까지 고수하면 우리는 그에 압력을 가하는 외부의 비판으로부터 발생할 수 있는 그릇된 양분론에 덜 영향을 받게 될 것이다.

참고문헌

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ma, X. (1999). A meta-analysis of the

relationships between anxiety toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 30(5), 520-40.

Usiskin, Z. (1988). The beliefs underlying UCSMP, *UCSMP Newsletter*, No. 2 (Winter).