한국학교수학회논문집 제 3권, 제 1호
Journal of the Korean Society of School Mathematics
Volume 3, Number 1, 189-200, May. 2000

문장제에 대한 이해정도가 문제해결력 신장에 미치는 영향에 대한 연구

-중학교 방정식과 부등식 단원을 중심으로-

지재근 · 오세열

I. 서 론

A. 연구의 필요성 및 목적

수학을 공부하고 있는 대부분의 학생들은 수학과목에 싫증을 느끼고 있으며, 중요한 것은 자신이 수학을 공부해야하는 필요성을 느끼지 못하고 있다는 점이다. 이러한 중등 수학의 위기상황을 초래케한 중요한 원인 중의 하나는 수학이 실생활과 동떨어져 있고, 그래서 고루하고 딱딱하다는 인식이 팽배해져 있기 때문이다.

문장제라는 것은 말 그대로 문제상황을 서술해 놓은 문장형태의 문제를 말하며, 허구적이고 실현 불가능한 상황이 아닌 실생활의 문제를 다루고 있다는 점에서 학습자로 하여금 매력을 느낄 수 있게 한다. 이에 교사는 그 해결방법에서 여러 가지 방법을 도출해낼 수 있도록 많은 가능성과 방안을 제시해 주어야한다.

특히, 문제를 접하는 학습자들이 직면하는 최초의 어려움은 문제에서 제시하는 의도와 조건을 정확히 이해하는 부분일 것이다. 이러한 문제점이 해결되지 않고서는 올바른 문제해결 전략을 구사하기는 힘들 것이고, 더구나 해를 구하는 것은 요원한 일일 것이다.

따라서 문장제 해결의 가장 중요한 관건 은 올바른 문제해결전략을 구사하는 것이고, 또한 문제에 대해 바르게 이해하는 것이 올바른 문제해결전략의 구사에 지대한 영향이 있음을 감안하여 문제에 대한 올바른 이해와 다양한 문제 해결전략의 적용에 대한 연구를 하게되었다.

따라서 본 연구에서는 중학교 방정식과 부등식 단원의 문장제에 있어서 문제의 이해정도가 문제해결력 신장에 미치는 영향을 상, 중, 하의 수준별 집단으로 나누어 비교 분석하여 알아보고, 각 수준별 집단의 문제유형별 성취정도의 차이를 알아보고자 한다.

B. 연구문제

본 연구를 위하여 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

가. 문제의 이해력 증진을 위한 반복사고 학습이 문제해결전략 구사와 문제해결력 신장에 어떠한 영향을 미치는지 알아본다.

나. 실험집단과 비교집단의 문제유형별 성취정도를 비교 분석하여 수준별 집단간 어떠한 차이점이 있는지 알아본다.

C. 연구의 적용

1. 문장제 해결전략의 사용

본 연구에서 문장제의 해결전략은 중학교

---

1) 천안여자중학교
2) 경문대학교

2학년 교과서에서 제시한 해결전략방법을 따르고 그 종류를 다음과 같이 제한하여 사용하였다.

1-a. 식 세우기 - 문제를 풀린 것으로 간주하고 구하려고 하는 것을 미지수로 놓아 문제에 주어진 조건에 맞게 식을 세워 풀이하는 전략방법이다.

1-b. 그림 그리기 - 문제에 포함되어 있는 정보와 수학적인 요인들 사이의 관계를 그림으로 표현하여 문제상황을 총체적으로 이해하는 전략방법이다.

1-c. 표 만들기 - 문제에서 주어진 조건과 상황을 표로 만들어 봄으로써 일목요연하게 조직화하는 전략방법이다.

2. 문장제의 유형

본 연구에서 구분한 문장형태는 관점에 따라 여러 가지로 분류할 수 있으나, 교과서에 제시되어 있는 바에 따라 수계산문제, 속력-거리-시간 문제, 혼합물의 농도문제, 비율문제 등으로 분류하여 연구하였다.

3. 수준별 집단

연구대상인 천안시의 C여중 2학년 학생들이 실시하고 있는 수준별 이동수업의 분류에 따라 상급반, 중급반, 하급반으로 나누었으며 연구대상의 학급별 인원수를 40명내외로 제한하였다.

4. 연구의 제한점

본 연구는 충청남도 천안시의 C여중 학생을 대상으로 실시하였고, 지역과 집단 구성원에 따라 결과의 차이가 날 수 있다.

5. 기대효과

본 연구를 통해서 다음과 같은 기대효과를 가져올 수 있을 것이다.

가. 문장제 지도에 있어서 막연하게 어려움을 느끼는 학습자들에게 좀더 정형화된 사고패턴을 제시하여 줄 수 있어 문제해결력 신장에 도움을 줄 수 있을 것이다.

나. 문제유형별 성취정도를 비교 분석하여 보고 특히 어렵게 느끼는 문장제의 형태를 알아봄으로써 문장제 지도에 참고자료를 제공할 수 있을 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

A. 문장제의 이해와 전략

1. 문장제의 이해

문장제를 해결한다는 것은 기본적인 대수적계산능력이 갖추어져 있다고 볼 때, 결국 문제를 바르게 이해하고 문제상황을 대수적 구조로 표현함을 의미한다고 할만큼 문제의 이해는 문장제의 해결과정에 중요한 과정이다. 위에서 언급한 언어로 표현되어있는 대수문장제를 대수적 구조로 전환하는 과정을 다음과 같은 단계로 생각한다.

문제 읽기 → 대상들의 연관된 성질을 생각하여 문제를 해석하고 정신적 표상으로 형성하기 → 그 대상들 사이의 관계를 조직화하기 → 방정식이나 부등식으로 그 관계를 표상하기

이 과정은 학습자들이 생각보다 매우 어렵게 받아들이는 부분이지만 교사는 학습자에게 의도적인 반복학습을 통해 문제요소를 조직화하고 상황에 맞게 그들을 표상화하는데 초점을 맞추어야 할 것이다.

문제를 이해한다는 것은 어떻게 보면 포괄적인 이야기이긴 하지만 결국 문제상황에 맞게 대수적 구조로 표상화해가는 과정이라고 생각하면 되겠다. 다른 말로 표현하면 문제에서 주어진 정보를 나름대로의 방법으로 해석하는 과정이라고 볼 수 있는데 그 접근방법이 학습자마다 특별한 발견법으로 다를 수 있다. 즉, 문제해결자(학습자)가 가지고 있는 지식과 문제에서 주어진 정보, 그리고 문제를 해결하는데 사용된 접근방법 사이에는 상호작용이 있고 상호작용의 결과 해결방법이 나름대로 다를 수 있다는 것이다.

2. 문장제의 해결전략

Higgins는 문제해결은 수학교육에서 종합예술로 이해된다고 했다. 이는 문제를 해결해 가는 과정 속에서 수학적 개념의 이해에 대한 깊이를 측정할 수 있고 기능의 숙달을 잴 수도 있으며 추론과 분석능력도 알 수 있기 때문이다. 이러한 문제해결의 지도방안으로는 첫째, 다양한 문제를 통해 많은 경험과 기회를 부여하고 둘째, 충분한 동기유발을 주고 셋째, 문제해결 접근방법을 제공하는 것을 들 수 있다. 여기에서 문제해결 접근방법(Skill)은 문제해결 전략을 의미하며 이는 문제의 답을 찾는 기술로서 문제해결을 도와주는 안내자역할을 한다고 하겠다.

이제 문제해결전략의 일반적인 방안을 생각해보면 Zweng은 문제의 성격이나 유형에 따라 문제해결방법이 다르고 또한 구체적인 해결기술이 필요하다고 했고, 한국교육개발원에서는 문제해결과정을 뚜렷이 구별하여 학생들로 하여금 문제해결과정을 쉽게 익히게 하기 위하여, 문제해결의 과정을 첫째 문제인식, 둘째 문제이해, 셋째 계획수립, 넷째 계획실행, 다섯째 반성의 5단계로 구분하였다.

또한 Polya는 문제해결과정을 첫째 이해단계, 둘째 계획단계, 셋째 실행단계, 넷째 반성단계의 4단계로 나누고 각 단계에 필요한 유효하고 적절한 발문 및 권고에 따라 사고해 가는 방법을 제시하고 있다.

특히 이상에서의 계획단계가 문제해결전략에 해당되며 공통적으로 계획단계에서 교사의 지도를 강조하고 있다.

한편, Travers는 도입을 위한 일반적인 12가지의 단계를 다음과 같이 제시하였다.

제1단계, 적절한 기호를 선택하라.
(Select Appropriate Notation)
제2단계, 그림, 표, 그래프를 그려라.
(Make a Drawing, Figure, Graph)
제3단계, 원하는 주어진 필요한 정보를 확인하라 (Identify Wanted, Given and Needed Information).
제4단계, 문제를 다시 진술해 보아라.
(Restate Problem)
제5단계, 수학적인 식으로 나타내어라.
(Write an open sentence)
제6단계, 전시학습을 상기하라.
(Draw from a Cognitive Background)
제7단계, 표를 만들어라.
(Construct a Table)
제8단계, 추측하고 확인하라.
(Guess and Check)
제9단계, 조직화하라(Systematize).
제10단계, 보다 간단한 문제로 만들어라.
(Make a Simpler Problem)
제11단계, 물리적인 모델을 만들어라.
(Construct a Physical Model)
제12단계, 거꾸로 풀어보아라.
(Work Backwards)

이상과 같은 전략의 형태가 학습자에게 구체적으로 형상화하기 어렵기 때문에 다음과 같이 몇 가지 구체적인 예를 제시해 볼 수 있다.

2-a. 식 세우기

식 세우기는 문장제의 풀이과정에서 모든 해결전략과 같이 사용되는 것으로서 구하려고 하는 해를 구하는 가장 구체적인 방법이다. 이는 학습자에게 구체적이고 직관적으로 잘 표면화되어 있기 때문에 식을 도출해내는 과정이 어렵지만 식이 세워지고 나면 대수적인 연산과정에 의해 어렵지 않게 해를 구할 수 있다.

2-b. 표만들기

표만들기 전략은 문제에서 주어진 정보를 표로 나타냄으로써 그 정보를 일목요연하게 조직화하여 규칙성을 발견하는데 도움을 준다. 이 전략은 문제에서의 정보가 복잡할 수록 효과를 발휘할 수 있으며 자료의 상관관계를 한 눈에 파악할 수 있어 쉽게 이해할 수 있다.

2-c. 그림 그리기

문제에서 주어진 상황을 나름대로의 그림으로 표현해 보는 방법이다. 이 전략은 표만

들기와 마찬가지로 문제를 전체적으로 이해하는데 탁월한 효과가 있으며, 학습자들의 흥미를 유도하기에 가장 적합한 방법이다.

그림은 문제에서 주어진 사실이나 관계를 잘 표현해 줄 수 있도록 그려야한다. 전체적인 그림의 윤곽이 잡히면 주어진 정보요소를 차례로 기입하여 그들 사이의 관계를 파악해 본다. 기하문제 뿐만 아니라 모든 문제에서 적용되는 방법으로 학습자가 가장 쉽게 접근할 수 있는 방법이다.

이상에서 서술한 전략방법 이외에 예상과 확인, 거꾸로 생각하기, 특수화하기, 간접증명법 등이 있으며 본 연구에 필요한 문제해결전략에는 식세우기, 표만들기, 그림 그리기 등의 3가지 전략을 주로 사용한다.

B. 문장제의 지도 및 오류

문장제를 접하는 학생들에게 문제상황에 맞는 전략을 구사하여 바르게 해를 구한다는 것은 그 문제가 비록 정형화된 문제일지라도 매우 어려운 일일 것이다.

따라서 위에서 언급한 3가지 해결전략을 중심으로 문장제 지도의 예를 들어보기로한다.

1. 그림 그리기를 통한 지도

해결전략으로 그림을 제시하는 방법은 추상적인 언어적 표현을 그림을 그림으로써 직관적으로 쉽게 이해하도록 도울 수 있고, 학생들에게 호기심을 불러일으킬 수 있으며 단원에 대한 사전지식이 없는 학생에게도 문제해결에의 자신감을 길러줄 수 있다.

그러나, 그림을 그리는 것은 정형화된 패턴의 일정한 알고리즘에 의해 문제를 풀던 학생들에게 비정형문제로 인식되기가 쉽고, 실제로 그림을 그려야하는 상황이 문제장면에서 매우 다양하게 나타나기 때문에 우선 문제에서 나타나는 수나 대수적 관계는 매우 단순한 모델부터 시작하여야한다.

하지만 어느 정도 익숙해지면 문제장면을 그림으로 묘사해보는 일 자체를 학생들은 문제해결의 과정과는 별개로 매우 흥미있어하며, 학업성취도가 낮은 학생들에게도 문제해결에 대한 자신감을 심어줄 수 있다.

여기에서 유의해야할 것은 그림을 그리는 것을 예시를 통해 학습자에게 지도할 때, 자칫 학습자들은 교사가 제시하는 그림의 형태가 절대적인 방법이라는 고정관념을 갖기쉬운만큼 교사는 다양하고 창의적인 방법으로 표현해보는 적극적인 자세를 유지하여야한다. 물론 창의적인 표현이라는 것에 지나친 욕심을 가질 경우 쉽게 실망하고 의욕이 상실될 수 있으므로, 교사는 학습자의 작은 표현 하나하나에 신경을 써서 칭찬과 격려를 아끼지 말아야 할 것이다.

다음 문제는 그림 그리기를 통한 문제해결 방법의 한 예이다.

> 가정용 상수도의 1개월 요금은 다음과 같이 정해진다.
>
> • 10m^3까지는 기본요금 a원 --①
>
> • 10m^3를 넘었을 때에는 넘어간 양에 대하여 1m^3당 b원의 초과요금과 기본요금의 합 -----------------------②
>
> • 30m^3를 넘었을 때에는 넘어간 양에 대하여 1m^3당 2b원의 초과요금과 30m^3일 때의 요금의 합 -------------③
>
> 어떤 가정에서 5월에는 25m^3를 사용하여 2430원을 또 6월에는 40m^3를 사용하여 5180원의 상수도 요금을 냈다.
>
> 기본요금 a원과 초과요금 b원을 각각 구하여라.

위의 문제에서 주어진 상황은 매우 복잡해 보이지만, 상수도 요금의 체계를 하나씩 그림(다이어그램)으로 묘사해보면 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

1-a. 상수도 요금체계의 다이어그램

a원	1m^3당 b원	1m^3당 2b원

10m^3 30m^3

1-b. 5월분 - 25㎥를 사용하고 2430원을 내었다.

a원	1㎥당	b원	1㎥당 2b원

10㎥ 25㎥ 30㎥

- 어두운 부분을 사용한 상수도의 양이라고 하고
- 25㎥를 사용했을 때 다이어그램에서 요금을 계산하여 보면

10㎥에 대한 기본요금 + 15㎥에 대한 초과요금 = a원 + 15×b원

- 그러므로 a + 15b = 2430 의 등식이 성립한다.

1-c. 6월분 - 40㎥를 사용하고 5180원을 내었다.

a원	1㎥당 b원	1㎥당	2b원
①	②	③	

10㎥ 30㎥ 40㎥

- 40㎥을 사용했을 때 다이어그램에서 요금을 계산하면

10㎥에 대한 기본요금① + 30㎥까지의 초과량 20㎥에 대한 요금② + 30㎥에서 40㎥까지의 초과량 10㎥에 대한 요금③ 이 된다.

- 이를 식으로 표현해 보면

①a ②20×(b원) ③10×(2b원) 이므로

a + 20×b + 10×2b

= a + 20b + 20b = a + 40b 이 된다.

- 따라서 등식 a + 40b = 5180 이 된다.

1-d. 이상에서의 두 등식을 연립하여 계산하면 해를 구할 수 있다.

흥미 있는 사실은 위의 풀이에서 제시한 그림(다이어그램)은 하나의 해결방법으로 볼 수 있는 단편적인 예이고, 실제로 학생들에게 문제를 제시했을 때 의외의 다양한 그림들이 그려진다는 것이다. 이는 수학적인 알고리즘의 고정된 틀을 학생들이 더욱 자연스럽게 깰 수 있다는 것을 보여주는 단적인 예이다.

그림을 그린다는 것은 추상적인 모호함과 혼란을 직관적으로 조직화하여 정리할 수 있도록 도와주는 좋은 무기이다.

2. 표만들기를 통한 지도

표만들기 전략의 장점은 무엇보다도 주어진 정보를 체계적으로 정리하여 문제를 한 눈에 알아볼 수 있도록 한다는 것이다. 표를 만들어 보면 자료들 사이의 외적관계 뿐만 아니라 내적인 상호관계까지도 쉽게 파악할 수 있다는 것이다. 다음의 예를 살펴보자.

어느 중학교의 학생 수는 500명이다. 남학생이 여학생보다 200명이 많다고 한다. 남학생의 수학 평균점수가 65점이고 전체 평균점수는 66.5점이라고 한다. 이 때 여학생의 평균점수는?

2-a. 문제에서 주어진 자료를 표로 정리해 보자(남학생수, 여학생수, 그들의 평균).

성별 / 구분	남학생	여학생	전체학생
학생수			
평균			

2-b. 구하려는 것이 무엇인가?

- 여학생의 평균점수

문제에서 주어진 자료를 표의 빈칸에 써본다.

성별 / 구분	남학생	여학생	전체학생
학생수	350	150	500
평균	65		66.5

2-c. 평균점수는 학생수와 총점에 의해서 구할 수 있으므로 표에 총점란을 추가하여 작성하고, 구하려는 여학생의 평균점수를 x 점이라고 하여 빈칸을 채우면 다음과 같이 된다.

성별 / 구분	남학생	여학생	전체학생
학생수	350	150	500
평균	65	x	66.5
총점	22750	150x	33250

2-d. 총점란에서 $22750 + 150x = 33250$ 이라는 등식이 성립하고, 이 등식을 풀면 x의 값을 구할 수 있다.

자료를 보고 체계적이고 논리적으로 표를 작성하는 것은, 어떻게 보면 그림을 그리는 것보다 학습자에게는 더욱 어려운 일일 것이다. 이러한 표만들기는 작성된 표를 보고 자료들 사이의 관계를 파악해보는 연습을 충분히 하였을 때 한층 쉬워질 것이다. 표를 만드는 것은 그림을 그리는 것 못지 않게 자료를 조직화하는데 큰 도움이 될 것이다.

3. 식세우기를 통한 지도

식세우기를 하는 것은 어떻게 보면 문제해결전략에 있어 궁극적인 목표가 될 수 있으며, 특별한 문제해결 접근방식이 없는 평범한 문제 또는 그림이나 표로 표현하기가 곤란한 문제의 경우에 미지수를 포함한 식으로 직접 표현해 보는 방법이다. 다음의 예를 통하여 알아보자.

> 두 자리의 자연수가 있다. 이 수는 각 자리의 숫자의 합의 7배이고 이 수의 십의 자리의 수는 일의 자리의 수보다 3이 더 크다. 처음의 자연수를 구하여라.

이 문제의 경우에는 문제상황을 그림을 그리거나 표로 정리하여 표현하기가 오히려 더 어려운 문제이다. 이러한 경우 직접 식을 세우는 방법을 고려하는데, 그를 위해서는 일반적인 문제해결방법의 알고리즘에 따라 다음과 같이 적용한다.

3-a. 문제에서 주어진 조건을 분석해 본다.

- 두 자리의 자연수가 있다. ------①
- 이 수는 각 자리의 수의 합의 7배이다. ----------------------------②
- 이 수의 십의 자리의 수는 일의 자리의 수보다 3이 크다. -------------③

3-b. 무엇을 미지수로 정할 것인가?

대체로 구하려고 하는 것을 미지수로 정하는데 여기에서는 십의 자리의 수를 x, 일의 자리의 수를 y라고 놓는다.

3-c. 문제에서 주어진 조건을 차례로 식으로 옮겨 써본다.

②에서 두 자리의 자연수는 $10x + y$, 각 자리의 수의 합의 7배는 $7(x + y)$로 표현이 될 수 있다. 따라서 이를 등식으로 써보면 $10x + y = 7(x + y)$ 이다.

③에서 십의 자리의 수는 x이고 이것은 일의 자리의 수 y보다 3이 크므로 이를 식으로 옮기면 $x = y + 3$ 이다.

3-d. 이상에서 얻을 수 있는 두 식을 연립해서 풀면 해를 구할 수 있다.

식세우기 전략을 사용하는 경우의 대부분은 언어적인 이해가 용이한 편이고 문단별로 끊어 식으로 표현하는 것 또한 학생들이 유사한 문제를 통해 반복연습을 하면 쉽게 받아들이는 편이다.

4. 문장제에서의 일반적인 오류

문장제의 풀이과정에서 오류를 분석하고 학습자에게 피이드백하는 과정은 유사한 문제의 풀이뿐만 아니라 유형이 다른 문제에도 유용하게 적용될 것이다.

오류라 함은 단지 답을 잘못 구해내는 것뿐만 아니라, 문제를 이해하고 전략을 적용하는 일련의 과정에서 나타나는 모든 진행상의 오류를 포함한다. 문제장면에서 나타나는 오류는 학습자의 수학적 사고력이나 학습태도, 문제상황등 여러 가지 내외적인 요인에 따라 다양하게 나타나기 때문에 오류를 일정한 틀로 분류하고 체계화하는 것은 매우 힘들다. 그렇지만 오류를 진단하는 것은 다음 문제해결에 있어 학습자 스스로에게 많은 도움을 제공하기 때문에 방정식과 부등식에서

나타날 수 있는 대표적인 오류를 살펴보는 것은 나름의 의미가 있을 것이다.

오류를 문장구문에 대한 이해가 부족한 경우, 적절하지 않은 식을 세운 경우, 잘못된 전략을 적용한 경우, 계산상의 오류를 범한 경우, 선행지식이 부족한 경우의 다섯 가지로 분류할 수 있는데, 문제의 유형에 따라 각기 오류를 범할 수 있는 빈도가 다르고 이외에도 여러 가지 다른 오류가 발생할 수 있다. 따라서 어느 오류가 가장 범하기 쉬운 것이라고 생각할 수는 없지만 대체로 위의 5가지 오류의 범주에 해당되므로 학습자에게 충분히 인지시켜 주는 것이 도움이 될 것이다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

A. 연구방법

1. 연구대상선정

본 연구를 실시하기 위하여 충청남도 천안시의 C여중 2학년학생 12개 학급 480명을 대상으로 선정하였다.

C여중 2학년은 수준별이동수업을 상급반, 중급반, 하급반의 3단계로 나누어 실시하고 있으며, 상급반 실험반과 비교반 각 81명, 중급반 실험반과 비교반 각 82명, 하급반 실험반과 비교반 각 79명으로 운영한다.(총 실험반 242명, 비교반 242명)

2. 연구적용방법

연구를 시행하기 위하여 실험반 학생들에게는 학습지를 제작하여 학습하게 하였으며 그 내용이나 문항수는 단원별로 약간씩 달리하였다.

각 단원의 문제유형별로 고루 학습하도록 안배하였고 연립방정식 단원은 23문항, 연립부등식 단원은 11문항의 학습지를 제작하여 적용하였다. 그외에 모둠별 학습과제를 통하여 유사한 문제의 적용을 단원별로 10문항씩 추가하여 학습하도록하여 연립방정식은 총 33문항, 연립부등식은 총 21문항을 적용하였으며 모둠학습을 통한 20문항은 발표를 통하여 서로 창의성과 적절성을 논의하는 시간을 갖도록 하였다.

그러나 정형화된 문제에 대해 일정한 사고패턴을 유도하여야하므로 학습지의 양식은 동일하게 선정, 제작하였으며 연구에 사용된 학습지의 양식은 다음과 같다.

<표Ⅲ-1> 문제해결전략 적용을 위한 학습지(양식)

문제	
구하려는 것	
문제의 이해 (문제에서 주어진 조건)	
문제의 풀이Ⅰ (전략세우기)	
문제의 풀이Ⅱ	
답	

위의 양식에서 문제의 이해(문제에서 주어진 조건의 이해)나 문제의 풀이Ⅰ(전략세우기)단계에 중점을 두어 지도하되, 다양한 전략을 구사할 수 있도록 충분한 시간을 주고 교사는 유형별로 대표적인 전략형태만 소개하는 것으로 했다.

특히, 문제의 이해단계에서 문제에서 주어진 조건을 문장의 문단별로 끊어서 서술하도록 중점지도하였다. 대개가 2~3가지의 문제의 조건을 되도록 자기만의 표상으로 정리하여서 다시 서술해보도록 유도하였고, 그것이 어려울 경우 단지 조건별로 몇가지의 문장을 끊어서 써보도록 하였다.

실험반에 의도적으로 문제해결을 위한 사

고패턴을 유도하는 단계를 정형화하여 반복 학습시킴으로써 자연스럽게 비정형문제에서의 적응력을 꾀하였다.

현행 교과서에 공통적으로 제시하고있는 문장제를 연립방정식과 연립부등식의 활용단원을 중심으로 다음과 같이 그 유형을 분류하여 연구하였고, 문제의 유형별로 몇 개의 문장제를 발췌하여 학습지를 제작해 투입하였다. 그 문제의 유형을 정리하면 다음과 같다.

<표 Ⅲ-2> 단원별 문제의 유형

유형 / 단원명	문제의 유형
연립방정식	• 수계산문제 • 속력-거리-시간 문제 • 혼합물의 농도문제 • 일에 대한 문제 • 비율문제
연립부등식	• 수계산문제 • 도형의 길이 문제 • 속력-거리-시간 문제 • 이윤문제 • 평균계산문제

위에서 분류한 문장제 유형의 분류는 학습자들이 문장제에 대한 올바른 전략을 구사하는데 도움을 주기 위해 편의상 정리하여 제시한 것이고, 실제 문제장면에서 그 유형을 명확히 구분하여 학습한다는 것이 비정형문제의 학습장면에서는 그다지 큰 의미를 가지지 않는다.

다만 초기 정형화된 문제에서 학습자들이 많은 문장제를 혼란스럽게 접할 경우, 바르게 문제해결전략을 적용하기가 매우 어렵다고 판단되어 그 유형을 몇 가지로 구분하여 유형별로 몇 개의 문제를 반복 학습하도록 유도하였다.

B. 연구절차

1. 연구적용의 실제

1-a. 시기별 연구의 적용

1999학년도 1학기 중에 실시한 현장연구의 시기별 내용을 정리하면 다음과 같다.

<표 Ⅲ-3> 시기별 연구적용

시기	연구적용내용
4월~5월	• 문장제의 해결전략 및 지도에 관한 문헌연구 • 유형별 문제의 선별 및 수준별 학습자료(학습지)제작 • 실험반, 비교반의 선발 및 집단 구성원에 대한 연구
6월7일 ~ 6월19일(2주)	• 실험반에 학습지 투입 지도 • 유형별로 선제된 학습지를 반복 학습함-오류분석후 피이드 백
6월21일 ~ 6월25일	• 수준별로 학업성취도 평가 - 실험반, 비교반 공히 동일한 문제로 평가 • 평가지 작성 - 7문항으로 문항당 10점 만점 (단계별 부분점수 인정)
7월~9월	• 실험반과 비교반의 성취도 차이에 대한 비교분석 • 유형별 문항의 성취도 비교분석

1-b. 검사도구 및 검사실시

1-b-1. 동일집단 여부에 대한 검사

수준별이동수업의 반편성을 하기위해 참고했던 1학년2학기말고사 수학성적을 실험반 비교반의 동일집단여부를 확인하기 위한 도구로 사용하였다.

1-b-2. 문장제에 대한 문제해결력검사

2주간에 걸쳐 실험반 및 비교반 연구실험을 한 뒤 6월21일~6월25일 기간 중에 성취도평가를 실시하였다. 수준별로 다른 내용의 문제지를 통해 45분에 걸쳐 실시하였다. 평가문항이 수준별로 다르기 때문에 평가시기가 모두 일치하지 않아도 연구결과에는 영향이 없다고 판단하였다.

평가지는 상급, 중급, 하급반 모두 7개의 문항으로 작성하였고 문항당 10점으로 70점 만점으로 배점하였다. 수준별 평가지의 내용을 정리하면 다음과 같다.

<표 Ⅲ-4> 수준별 평가지의 내용

평가대상	단원	평가내용	문항수
상급반	연립방정식	• 수계산문제	2문항
		• 속력-거리-시간 문제	1문항
		• 혼합물의 농도문제	1문항
	연립부등식	• 비율문제	1문항
		• 수계산문제(이윤문제)	1문항
		• 수계산문제(분배문제)	1문항
중급반	연립방정식	• 수계산문제	2문항
		• 속력-거리-시간 문제	1문항
		• 혼합물의 농도문제	1문항
	연립부등식	• 이윤문제	1문항
		• 수계산문제	1문항
		• 수계산문제(분배문제)	1문항
하급반	연립방정식	• 수계산문제	2문항
		• 속력-거리-시간 문제	1문항
		• 혼합물의 농도문제	1문항
	연립부등식	• 수계산문제	2문항
		• 도형의 길이문제	1문항

상기 평가지에 대한 평가는 풀이 단계별 부분점수를 인정하는 채점을 하였고 그 채점 기준은 다음과 같다.

<표 Ⅲ-5> 평가지에 대한 채점기준

단계	점수	내용
문제의 이해	5점	• 문제를 바르게 이해하고 올바른 전략을 구사하여 식을 바르게 세웠는가?
문제의 풀이	3점	• 연립방정식과 연립부등식의 풀이과정이 정확한가?
답구하기	2점	• 답을 문제의 뜻에 맞게 정확히 기입하였는가?

1-c. 성취도 검사 실시에 따른 비교분석

1-c-1. 실험반과 비교반의 사전 검사

1998학년도 2학기말고사 성적에 의한 수준별 반편성 자료를 근거로 하여 실험반과 비교반의 동일집단 유무에 대한 검정을 하였다. 이는 SPSSWIN 프로그램의 일원분산분석(One-Way ANOVA)을 이용하였다.

상·중·하급반 모두 유의수준 0.05(95% 신뢰도)에 대하여 유의도가 각각 상급반 0.899, 중급반 0.570, 하급반 0.528로서 유의수준보다 크므로 실험반과 비교반간에 동일집단임을 알수 있다.

1-c-2. 성취도 평가에 따른 수준별 비교분석

학업성취도 평가(7문항 70점만점)를 실시한 결과를 가지고 실험반, 비교반 간의 성취수준에 대한 유의성을 검정하였다.

이는 SPSSWIN 프로그램의 일원분산분석(One-Way ANOVA)을 이용하였다.

유의수준 0.05(95% 신뢰도)에 대해서 상급반 유의도 P=0.001, 중급반 유의도 P=0.019, 하급반 유의도 P=0.032 로서 모두 유의수준보다 작은 수치가 나와 연구실험후 실험반과 비교반 간에 유의한 차이가 발생했다고 볼 수 있다.

이상에서의 분석 결과 상급반, 중급반, 하급반 모두에서 실험반이 비교반 보다 높은 성취수준의 향상이 있었음을 알 수 있다. 특히 상급반에서 중,하급반 보다 실험집단과 비교집단간의 유의한 차이가 두드러짐으로 보아 상급반 학생에게 더욱 효과적이었음을 알 수 있다.

1-c-3. 문제유형별 성취도 차이에 대한 수준별 비교분석

학습자들은 상·중·하급반 학생들 공히 식세우기를 통한 수계산문제를 잘 해결하였고, 전반적으로 그림그리기를 통한 문제의 풀이에 적절한 전략을 구사하고 있었으며 본 연구의 경우 실험,비교반 간에 중·하급반 보다는 상급반에 전반적으로 문항 통과율의 유의한 차이를 보여주고 있다. 특히 학습자들이 어렵게 받아들이는 속력-거리-시간 문

제나 부등식의 분배문제에서 본 연구의 방법이 효과적이었음을 알 수 있다.

V. 결론

본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 학습자들은 문장제를 접하고 해결함에 있어 막연하고 두려운 마음을 가지고 있으며, 이를 해결하기 위해서는 단계적이고 체계적인 사고체계를 확립하여야한다. 이에 반복학습지를 통한 학습활동은 학습자로 하여금 자연스럽고 일정한 사고 알고리즘을 확립하게 해주고 성취수준의 향상에도 많은 효과가 있었다. 특히 상위권의 학습자일수록 그리고 난이도가 어려운 문제일수록 특이할 만한 효과가 있었다.

이와같은 반복학습은 문장제가 아닌 일반적인 수학문제의 경우에도 문제를 바르게 이해하는 능력, 즉 주어진 문제상황을 적절히 분석하는 능력의 향상에 기여할 것으로 생각되며 반드시 수학문제가 아니더라도 조직적이고 논리적인 사고방식의 정립에 도움이 되리라고 생각한다.

둘째, 학습자들은 문장제의 해결에 있어 식세우기 전략을 가장 쉽고 유용하게 사용하였고 반면 그림그리기를 통한 전략을 흥미있게 생각하였다.

그러나 식세우기 전략은 문제의 난이도가 높아지거나 문제의 상황이 복잡해지면 접근하기가 어려운 해결전략으로서 좀더 다양한 해결방안을 모색하여야겠다. 따라서 그림그리기나 표만들기를 통한 해결전략에의 접근이 필요하겠다.

본 연구결과를 토대로 다음과 같은 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 본 연구에서 다룬 식세우기, 그림그리기, 표만들기의 해결전략이외에 다양한 해결전략을 강구하여 쉽고 흥미있게 문제해결에 적용할 수 있도록 노력이 필요하겠다.

둘째, 문장제의 문제유형을 8종 교과서에 국한되어 적용하였으나 실제로 문제장면은 훨씬 다양하게 나타나므로 좀더 다양하고 실생활에 부합하는 예시를 개발하여 제시하여야겠다.

참고 문헌

강병서,김계수(1998), SPSSWIN Easy, 법문사
구광조, 황선옥(1996), 중학교 수학2, 지학사
교육부(1994), 중학교 수학과 교육과정 해설, 교육부
김선유(1995), 문제해결의 전략과 평가방안, 대한수학교육학회 논문집 제5권 제1호, 79-89
김연식,김홍기(1996), 중학교 수학2, (주)두산
김영미(1995), 문제해결전략에 의한 문제의 오류 및 문제해결 지도과정 연구, 강원대학교 석사학위논문
김원직(1994), 문장제의 지도에 관한 연구, 단국대학교 석사학위논문
김응태, 박승안, 오연장, 신현용(1996), 중학교 수학2, 한샘출판(주)
김호우, 박교식, 신준국, 정은실(1996), 중학교 수학2, (주)지학사
박두일, 신동선, 강영한(1996), 중학교 수학2, (주)교학사
신현성(1993), 수학교육론, 경문사
오병승(1996), 중학교 수학2, 바른교육사
이정은(1998), 중학생들의 일차방정식에 관한 문장제 해결전략 및 오류분석, 한국교원대학교 석사학위논문
정진(1996), 문장제 문제의 지도에 대한 연구, 경성대학교 석사학위논문
정철(1992), 수학교육의 문제해결학습에 관한 연구, 영남대학교 석사학위논문
한국교육개발원(1994), 문제해결의 지혜, 한국교육개발원
한국교육개발원(1989), 수학과 문제해결력 신장을 위한 교수-학습 개발연구, 한국

교육개발원
Polya,G. (1957), How to solve it, Princeton University Press, NJ : Princeton, 우정호(역)(1989), 어떻게 풀 것인가, 서울:천재교육

The Study on the Influence that the Understanding Degree about the Sentence Stated Math. Problems Reach the Extension of the Problem Solving Capacity.

- Focusing on the Unit of Equation and Inequality in Middle School -

Ji Chae-Geun[1] · Oh, Se-Yeal[2]

ABSTRACT

The purpose of this thesis is that the students understand the sentence stated math problems closely related to the real life and adapted the right solving strategies try to find the solution to a problem. The following research problem were proposed.

1. How repeated thinking lessons develop the understanding of problems and influence the usage of correct problem solving strategies and extensions of problem solving.
2. There are how much differences of achievement for each type of sentence stated problems by using comparative analysis of upper class, intermediate class, and lower class for each level between the experimental and comparative classes.

In order to conduct this research the classes were divided into three different level - upper class, intermediate class and lower class. Each level include an experimental class and a comparative class. The two classes (experimental class and comparative class) of the same level were tested on the basis of class division record with the experimental class repeated learning papers for two weeks were used to guide the fixed thinking algorism for each sentence stated math problems.

Eight common problems were chosen from a variety of textbooks : number calculation problems, velocity-distance-time problems, the density of a mixture, benefit problems, distribution problems, problems about working, ratio problems, the length of a figure problems.

After conducting this research experim
ent, The differences in achievement level between the experimental class and comparative class, were compared and analyzed through achievement tests made from the achievement test papers with seven problems, which were worth seventy points (total score).

The conclusions of this thesis are as follows:

Firstly, learning activities through the usage of repeated learning papers for each level class produce an even development of achievement level especially in the case of the upper class learners, they have particular differences (between experimental class and comparative class) compared to the intermediate level and lower classes.

Secondly, according to the analysis about achievement development each problems, learners easily accept the strategies of solution through the formula setting up to the problem of velocity -distance-time, and to the density of the mixture they adapted the picture drawing strategies interestingly. However each situation requires a variety of appropriate solution strategies. Teachers will have to employ other interesting solution strategie
s which relate to real life.

1) Cheon-an Girls' Middle School

2) Kyoung Moon College, Korea