

## 發問學習이 數學科 學業成就度 및 學習態度에 미치는 影響

- 高等學校 1學年 “圖形的 方程式” 單元을 中心으로 -

민 경 선<sup>1)</sup>

### I. 서론

#### 1. 연구의 필요성

오늘날 우리 나라 고등학교 수학 교육이 당면하고 있는 문제 중 하나는 교사의 일방적인 주입식, 설명식 수업으로 인하여 학생들의 학습의욕은 점차 저하되고 있으며 특히, 수학 문제를 어떻게 해결해야 하는지, 어떤 과정을 거쳐서 그러한 결론에 이를 수 있는지에 대한 능동적인 학습보다는 교사의 설명을 그대로 수용해 버리는 수동적인 학습방법이 주를 이루는 것이다.

이와 같은 현실에서 하루빨리 탈피하여 학습자 중심교육, 과정을 중시하는 문제해결 학습방안 모색이 시급한 실정이다.

비록 같은 학습내용이라도 배우는 학생들의 특성 즉, 학생들의 지능이나 학력수준, 문제내용의 특성, 가르치고 있는 장소의 환경적 특성의 요인에 의하여 교수방법은 얼마든지 변형될 수 있다.

그러면 가장 효율적인 학습방안은 어떤 것인가? 우선 먼저 우리가 알아야 할 사실은 현장에서 사용되는 다양한 교수방법에는 교사와 학생 간의 언어적 상호작용에 의하여 학습이 이루어진다는 점이다. 따라서 교수-학습과정에서 언어의 역할은 매우 중요하다고 할 수 있다.

교사의 언어는 여러 가지 형태로 구성되는데 이 중 발문에 대하여 살펴보고자 한다.

발문은 학생의 학습 준비 상태를 알아보는 데, 학습활동에 주의를 환기시키는 데, 새로 학습 할 주제에 관련된 정보를 측정하는 데, 그리고 학생의 사고를 유발하는 경우, 예를 들게 하는 경우에도 사용할 수 있다. 즉, 학습자가 어떤 문제의 해결에 흥미와 의욕을 느껴서 스스로 해결하도록 하는 데는 여러 가지 특별한 방법이 있지만 발문법이 손쉽게 우선 적용된다. 학습자가 문제를 해결할 때에는 해결 과정에서 어떤 장애를 받게 되었을 때 이러한 장애를 극복하는데 교사의 조언이나 발문이 중요한 작용을 하게 된다.

특히 수학 교육의 목표는 “수학의 기초적 지식을 가지게 하고 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 이를 활용하여 합리적으로 문제를 해결할 수 있게 한다(강행고, 1995).” 로 되어 있다. 따라서, 이러한 교육목표를 달성하려면 이에 부응하는 교수-학습모형이 활용되어야 하는데, 본 연구에서는 여러 학습지도방법 중 과정을 중시하는 문제해결학습과 발문기법을 연계 강화시켜 바람직한 교수-학습모형을 개발하여 학생의 수학적 사고와 문제해결력을 배양하여 학력을 신장시키는데 두고자 한다.

#### 2. 연구의 목적

본 연구의 목적을 요약하면 다음과 같다.

1) 수학과 문제해결 과정과 발문학습을 연

1) 경기도 광명시 광명고등학교

제한 수업모형을 작성한다.

2) 작성된 수업모형을 효율적으로 적용하기 위한 학습지도안을 개발 활용한다.

3) 학력을 신장시킬 수 있는 효율적인 지도 방법을 모색한다.

### 3. 연구의 문제

본 연구는 발문학습이 수학과 학업성취도 및 학습태도에 어떤 영향을 미치는가 조사하기 위하여 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

[연구 문제 I] 효과적인 발문학습지도안은 어떻게 작성할 것인가?

[연구 문제 II] 발문학습은 두 집단(실험집단, 비교집단)간에 학업성취도에서 의미 있는 차이를 가져올 수 있을 것인가?

[연구 문제 III] 발문학습은 학생들의 학습태도를 긍정적으로 변화시킬 수 있을 것인가?

### 4. 용어의 정의

#### 1) 발문(Question)

본 연구에서 발문은 하나의 교수 방법으로 학생이 학습을 조성해 나갈 수 있도록 하는 교사의 물음 즉, 수업 전개시 학생의 주의를 환기시키고 호기심과 지적 활동을 일깨워 주며, 사고를 촉진하여 자발적으로 수업 참여를 유도하고 교사와 학습자 상호간 의사 소통을 증진시키는 매체로 정의한다.

#### 2) 발문학습(Learning by Question)

교수-학습 과정에 발문을 적용한 학습 방법으로 정의한다.

#### 3) 학업성취도(Achievement ability of study)

학업성취도는 학생들이 학습 목표에 어느 정도 도달되었는가를 나타내는 것인데, 본 연구에서는 학교에서 학생들이 평소의 수업 중에 배운 내용을 교사가 학습의 결과를 지필

고사에 의하여 테스트한 것을 100점 만점으로 하여 계산한 것으로 검사 대상자들의 수학 성적을 의미한다.

### 5. 연구의 제한점

본 연구의 결과를 일반화하는데 관련된 연구의 제한점은 다음과 같다.

1) 본 연구는 경기도 광명시에 있는 K고등학교 1학년 학생을 대상으로 표집하여 얻어진 결론들이다. 따라서, 본 연구의 결과는 다른 어떤 모집단에 대하여 다르게 나타날 수도 있기 때문에 확대 해석하거나 일반화하지 말아야 한다.

2) 본 연구에서 사용된 실험 후 학업성취도 검사는 공통수학의 “도형의 방정식” 한 단원만을 가지고 실시하였으므로 연구 대상자의 전반적인 학업성취도를 측정하였다고 인정하기에는 한계가 있다.

## II. 理論的 背景

### 1. 발문의 개념

발문은 단순히 지식이나 정보를 제공하거나 수준점검이 목적이 아닌 학습자의 학습을 조성해 나아갈 수 있도록 하는 물음으로써 수업목표를 향하여 학생의 사고나 논리를 자극·유발하고 발전시켜 나아가기 위한 문제의 제기이다(라성진, 1996).

요약하면 발문이란 「학습자들의 참신하고 지속적인 사고활동을 유발시켜주기 위하여 충격적이고도 자극적인 일종의 문제제기 형식의 물음」이라 할 수 있다.

그러므로, 수업과정을 조성해 나아가는 과정에서 교사의 발문은 학생의 사고활동의 시작에서 끝까지 작용하는 자극이며, feed back의 수단이라 하겠다.

## 2. 발문의 목적과 유형

수업을 진행하는 과정 속에는 여러 가지 유형에 교수행동의 전환이 뒤따르게 된다. 예컨대, 수업을 처음 시작하거나, 어떤 한 단원의 학습을 시작하거나, 또는 흐트러진 사고를 다시 모으려 하거나, 사고의 수준을 한 단계 높이려 하는 행동이다. 이러한 행동의 수단으로 발문법은 효율적으로 사용 될 수가 있다.

그러면, 몇 가지 발문 유형을 들어 간단히 예시하기로 하겠다.

첫째는 개시적인 발문이다. 즉, 어떠한 주제를 강의하기 바로 전에 학습자들의 주의를 환기시키며, 흥미를 불러일으키기 위한 질문이다.

둘째는 초점을 맞추기 위한 발문이다.

셋째는 사고의 차원을 끌어올리는 발문이다. 즉, 특정한 충분한 토의가 이루어진 다음, 그 토의 수준을 한 단계 높이려고 할 때 사용한다.

넷째는 사고를 확장시키는 발문인데, 학습자들의 사고를 횡적으로 비슷한 수준에서 정지시켜 나가거나 또는, 비슷한 예의 발문을 학습자들에게 던짐으로써 사고의 양을 충분히 연습시키기 위한 지표이다.

다섯째는 부가적인 보조발문이 있다. 이는 일단 던져진 질문에 대하여 학습자들이 아직도 모호함을 느끼고 있을 때 추가로 던지게 되는 질문이다.

## 3. 발문 기법

무엇을 어떻게 발문하느냐 하는 문제는 곧 발문 기법에 관련된다. 효과적인 발문은 학생들의 주의를 집중시킬 뿐만 아니라 소기의 목적을 달성할 수 있지만 비효과적인 발문은 학생들을 혼란에 빠뜨릴 가능성이 크다. 효과적인 발문을 위한 몇 가지 기법이 있다.

### 1) 학생에 대한 교사의 발문

가. 수업 목표에 따라 다양한 발문을 한다.

나. 학습자의 능력에 적합한 발문을 한다.

다. 발문에 사용되는 어휘나 구문은 명확하고 이해 가능해야 한다.

라. 한 발문에 하나의 요점만을 묻는 발문을 한다.

마. 한 번에 여러 종류의 발문을 하지 말고 한 가지만 발문한다.

바. 구체적 목적에 따라 순서를 정하여 발문한다.

사. 교과 내용의 논리적 계열의 순서에 따라 발문한다.

아. 발문 후에 학생들이 답변을 준비할 수 있도록 충분히 시간적 여유를 둔다.

자. 수업에 참여한 학생들에게 골고루 발문하고 어느 특정 학생만을 지적하여 발문하지 않는다.

차. 발문이나 발문에 대한 학생의 답변을 되풀이하지 않는다.

### 2) 학생의 대답에 대한 교사의 반응

교사의 발문에 대한 학생들의 답변에는 여러 가지 형태가 있을 수 있다. 정확한 답변이 있는가 하면 부분적으로 맞고 부분적으로 틀리는 답변도 있으며, 부정확한 답변도 있을 수 있고 전혀 답변을 못하는 경우도 있을 수 있다. 따라서, 교사는 이에 적절히 대처해야 할 것이다. 그러기 위해서는 다음에 제시된 몇 가지 원리를 참고하는 것이 도움이 될 것이다.

가. 교사는 학생들에게 발문할 때, 관대하고 비위협적 분위기를 조성하는 것이 중요하다.

나. 발문에 대한 답변에 대하여 긍정적인 태도를 취한다.

다. 발문에 대한 답변 과정에서 학생들이 자신의 의사를 표현하는데 곤란을 겪는 학생에게 용기를 준다.

라. 일상적인 답변이 아닌 대체 답변을 수용할 준비를 한다.

마. 학생들의 답변에서 학생들이 발문 내용을 잘못 이해하는 것으로 나타나면 그들이 이해할 수 있게 다시 발문한다.

바. 학생의 답변이 적절치 않거나 완전치 못하면 지원적인 정보를 제공한다.

### 3) 발문 및 학생 응답에 대한 처리상의 유의점

교사의 발문 및 학생의 응답에 대한 교사의 지도 처리는 정의적 면에서 매우 중요하다. 즉, 옳은 답에 대한 칭찬의 강화는 성취감을 증가시켜 수학에 대한 자신감과 흥미, 호기심 및 의욕을 심어 주고 반대로 틀린 답이나 엉뚱한 응답에 대하여 격려를 하지 않고 질책이나 핀잔을 주면 좌절과 실망감이 증가되어 수학에 대한 흥미와 의욕을 잃게 된다.

따라서, 학생 응답에 대한 처리상의 유의점을 다음과 같이 제시한다.

가. 교사가 질문하고 교사 자신이 즉시 답하는 일은 피한다.

나. 질문을 한 후 생각하고 대답할 시간을 준다.

다. 훌륭한 응답이나 새로운 발견에 대하여는 칭찬과 격려로서 성취감과 자신감을 갖게 한다.

라. 틀린 대답에 대해 실망을 주지 않고 암시적인 재발문으로 자신의 틀린 점을 스스로 발견할 수 있도록 한다.

마. 학생의 능력과 수준에 맞는 발문을 하여 응답자 수를 증가시켜 칭찬과 격려를 많이 한다.

바. 발문으로 학생의 응답에 대하여 배척, 책망, 편애를 피하고 모두 친절히 수용한다.

### Ⅲ. 研究方法 및 節次

#### 1. 연구의 절차

연구 절차	연구 내용	기간
문헌 연구 및 기초 조사	* 주제 선정 * 문헌연구 및 실험연구 분석 * 설문지 작성 * 연구계획서 작성	98.9.1 ~99.3.31
	* 기초조사 결과	
연구의 실행	* 연구 문제 추출 및 확인	99.4.1 ~4.30
	* 연구 실행 목표의 실천	99.5.1 ~5.31
		99.6.1 ~7.20

연구 결과의 분석	* 자료 처리 및 정리	99.7.21 ~8.31
	* 결과 검증 및 분석	99.9.1 ~9.10
정리 및 연구 논문 작성	* 연구 문제의 실행별 통계 처리 * 결과 분석 및 정리	99.9.11 ~10.10

#### 2. 연구의 대상

본 연구의 대상은 광명시에 소재하고 있는 K고등학교 1학년 학생 100명(실험집단 50명, 비교집단 50명)을 대상으로 조사하였고, 학생들의 실험 전 학력 검사는 별도로 실시하지 않고 1학기 중간고사로 대신 하였다.

1) 두 집단간의 실험 전 학력 및 지능지수에 대한 동질성 확인

두 집단간의 학력 및 지능지수에 대한 동질성을 알아보기 위하여 t-검정을 실시한 결과는 다음 [表Ⅲ-1]과 같다.

[表Ⅲ-1] 두 집단간의 실험 전 학력 및 지능지수 비교

검사도구	집단 구분	인원 수	평균	표준 편차	t 값	자유도	p 값
1학기 중간고사	실험 집단	50	60.04	22.36	0.34	98	0.618
	비교 집단	50	60.89	21.87			
지능검사	실험 집단	50	107.34	14.72	-0.28	98	0.753
	비교 집단	50	106.51	16.24			

[表Ⅲ-1]에서 보는 바와 같이 1학기 중간고사에서 평균값의 차에 대한 유의확률이 0.618, 지능검사에서 평균값의 차에 대한 유의확률이 0.753으로 모두 유의수준 0.05보다 크므로 두 집단간에 학력 및 지능지수에 대한 의미 있는 차이가 없어 동질 집단이라는 것을 알 수 있다.

2) 두 집단간의 학습태도의 동질성 확인  
두 집단간의 학습태도에 대한 동질성을 알아보기 위하여 t-검정을 실시한 결과는 다음 [表Ⅲ-2]와 같다.

[表Ⅲ-2] 두 집단간의 실험 전 학습태도 검사 결과 비교

검사도구	집단 구분	인원수	평균	표준편차	t 값	자유도	p 값
학습태도 검사	실험 집단	50	2.91	0.24	-0.12	98	0.183
	비교 집단	50	2.94	0.26			

[表Ⅲ-2]에서 보는 바와 같이 두 집단간의 실험 전 학습태도 검사에서 평균값의 차에 대한 유의확률이 0.183으로 유의수준 0.05보다 크므로 두 집단간에 학습태도에 대한 의미 있는 차이가 없어 동질 집단이라는 것을 알 수 있다.

### 3. 연구 도구의 선정

#### 1) 학습지도안 작성

학습지도안은 중앙교육진흥연구소 간행 고등학교 공통수학 교과서를 재구성하여 작성하였다. 7단원 중 “도형의 방정식” 단원에서 발문학습을 이용하여 학습지도안을 작성하였다.

#### 2) 학업성취도 검사 문항 작성

본 연구를 실행하기 위한 학업성취도 검사 문항은 다른 수학교사와 협의하여 본 연구자가 작성한 학습지도안을 기초로 수업을 실시한 후 교과서, 교과서와 관련된 참고서 등을 참고하여 “도형의 방정식” 단원에서 실험 후의 검사 문항을 20문항(객관식 15문항, 주관식 5문항) 작성하였고 검사 소요시간은 50분이 되게 하였다.

#### 3) 수학교과에 대한 학생들의 학습태도 검사 문항 작성

학습에 대한 태도 검사 문항은 IEA에서 제시한 ‘학습에 대한 태도 검사’ 5개 영역 중에서 수학과에 관련된 3개 영역과 김응태 외 2인의 ‘수학 교육학 개론’, L.R. Aiken이 개발한 ‘흥미 태도 검사’에서 학습태도에 관련된 문항 30개를 추출하여 작성하였다.

#### 4) 본시 수업 모형의 과정 해설

[表Ⅲ-3] 본시 수업 모형의 과정 해설

과정	과정 해설	유의점
도입	① 전시학습 확인 전시간에 학습한 내용을 확인한다.	* 확인 평가
	② 과제 파악 학습 내용의 구조를 파악 하고 학습 동기를 유발한다. ③ 학습목표 확인 학습목표를 확인시킨다.	* 과제 확인  * 학습 분위기 조성
전개	④ 탐색 발문 학습을 통하여 구체적인 개념, 원리, 법칙을 발견할 수 있도록 하고, 이것을 이용하여 일반화가 이루어지도록 한다.	* 논리적 사고의 조장을 위한 발문을 한다. * 개별적으로 발문에 답하게 한다.
	⑤ 해결 탐색 과정에서 발견한 원리 법칙을 이용하여 일반화를 시킴으로써 개념 형성을 지도한다.	* 개념 형성이 이루어 지고 사고 촉진을 위한 발문을 한다. * 개별적으로 질문에 답하게 한다.
개	⑥ 발전 교과서 문제를 지도함으로써 적용력을 기르도록 한다.	* 문제 도입 적용력을 함양한다.

정리	⑦ 정리 개념정리, 원리, 법칙의 공식화, 일반화	* 지식의 통합이 논리적으로 형성되어 원리, 법칙을 일반화 시킬 수 있는 능력을 발문을 통하여 신장한다.
	⑧ 강화, 평가 유사 문제의 투입, 문제 적용력 평가	* 형성 평가
	⑨ 다음 과제 차시 예고 및 과제 제시	* 예습, 복습지도

#### 4. 연구 자료 처리

##### 1) 학업성취도 검사

학업성취도 검사 성적 처리는 한 문항당 5점씩으로 100점 만점으로 하였다. 문항의 정답인 경우에는 5점, 오답 및 무응답인 경우에는 0점으로 처리하였다.

##### 2) 학습태도 검사

회수된 태도 검사지는 5단계 단극 평점 척도로 각 문항 응답에 따른 배점은 긍정 문항의 경우 매우 그렇다 5점, 대체로 그렇다 4점, 그저 그렇다 3점, 대체로 그렇지 않다 2점, 전혀 그렇지 않다 1점으로 하였고, 부정 문항은 반대로 점수를 주어 산출하였다.

##### 3) 자료 처리

[연구 문제Ⅱ], [연구 문제Ⅲ]은 실험 전·후의 학력 검사와 학업성취도 검사를 통하여 실험 집단과 비교집단의 두 변인에 대하여 t-검정을 실시하고, 모든 자료는 SPSS/PC을 이용하여 처리하였다.

### IV. 研究 結果 및 分析

#### 1. 연구 문제 I

[연구 문제 I] 효과적인 발문학습지도안은 어떻게 작성할 것인가?

##### 1) 수학과 교과 목표

수학의 기초적인 지식을 가지게 하고, 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 이를 활용하여 합리적으로 문제를 해결할 수 있게 한다(강행고, 1995).

가. 여러 가지 사물의 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 한다.

나. 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하게 하고, 생활 주변에서 일어나는 여러 문제를 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 이를 생활에 적용할 수 있게 한다.

다. 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하고, 수학적 지식과 기능을 활용하여, 합리적으로 문제를 해결하는 태도를 가지게 한다.

##### 2) 단원의 지도 계획

[表IV-1] 단원의 지도 계획

중단원	소 단 원	지 도 내 용	용어 및 기호	시 수	비 고
평면좌표	두 점 사이의 거리	* 두 점 사이의 거리		1	
	선분의 내분점과 외분점	* 선분의 내분과 외분	내분, 외분, 내분점, 외분점	2	
	연습 문제(IV-1)			1	
직선의 방정식	직선의 방정식	* 한 점과 기울기가 주어진 직선의 방정식 * 두 점을 지나는 직선의 방정식		1	
	두 직선의 평행과 수직	* 두 직선의 평행과 수직		1	
	점과 직선사이의 거리		점과 직선 사이의 거리	1	
	연습 문제(IV-2)			1	
원의 방정식	원의 방정식	* 원의 방정식	표준형	1	
	원과 직선	* 원과 직선의 위치관계 * 접선의 방정식	접선 접점	2 (+)	
	연습 문제(IV-3)			1	
도형의 이동	평행 이동	* 점의 평행이동 * 도형의 평행이동 * 좌표축의 평행이동	평행 이동	2	
	대칭 이동	* 점의 평행이동 * 도형의 대칭이동	대칭 이동	1	
	연습 문제(IV-4)			1	

부 등 식 의 영 역	부등식의 영역	* 일차부등식의 영역 * 이차부등식의 영역	부등식 의 영역	1
	연립 부등식의 영역	* 연립일차부등식의 영역 * 연립이차부등식의 영역		1
	영역과 최대·최소	* 연립일차부등식의 영역 에서의 최대값과 최소값 * 이차부등식의 영역에 서의 최대값·최소값		1 (+)
	연습문제(IV-5)			1
단원 확인 문제(IV)	* 종합 문제			1
단원 발전 문제(IV)	* 심화 문제			1

선 분 의 내 분 점 과 외 분 점	◆수직선 위에 있 는 선분의 내분점 과 외분점의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.	* 선분의 내분과 외분의 뜻을 안다. * 수직선 위에 있는 선분의 내분점과 외분 점의 좌표를 구할 수 있다.
	◆좌표평면 위에 있는 선분 의 내분점과 외 분점의 뜻을 알 고, 이를 구할 수 있다.	* 좌표평면 위에 있는 선분의 내분점의 좌 표를 구할 수 있다. * 좌표평면 위에 있는 선분의 외분점의 좌 표를 구할 수 있다.
	◆선분의 내분점 과 외점을 이용 하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	* 좌표평면 위의 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심을 구할 수 있다. * 평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명할 수 있다.

3) 단원의 지도 목표

- 가. 좌표평면 위에서 두 점 사이의 거리, 선분의 내분, 외분을 익히도록 한다.
- 나. 직선의 방정식을 구하고, 두 직선의 평행과 수직, 점과 직선 사이의 거리를 알아본다.
- 다. 원의 방정식을 구하고, 원과 직선 사이의 관계를 이해하도록 한다.
- 라. 좌표평면에서의 도형의 평행이동, 대칭이동 및 좌표의 평행이동을 이해하도록 한다.
- 마. 직선, 원의 방정식과 관련을 지어 일차부등식, 이차부등식, 연립이차부등식의 영역을 익히도록 한다.
- 바. 부등식의 영역에서의 최대값·최소값을 구할 수 있도록 한다.

4) 성취기준

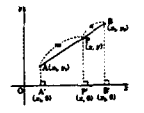
[表IV-2] 평면좌표의 성취기준

교육 과정	성 취 기 준	
내용 요소		
두 점 사 이 의 거 리	◆수직선 위에 있 는 두점 사이의 거리를 구할 수 있다	* 수직선 위의 임의의 점 A 는 어떤 실수 a 에 대응 됨을 알고, 이를 A(a) 로 나타 낼 수 있다. * 수직선 위의 두 점 A(a), B(b) 사이의 거리는 $\overline{AB} =  b - a $ 임을 안다.
	◆좌표평면 위에 있는 두 점 사 이의 거리를 구할 수 있다.	* 좌표평면의 뜻을 안다. * 평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다
	◆평면 위의 두 점 사이의 거리를 구하는 공식을 이용 하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	

5) 지도상의 유의점

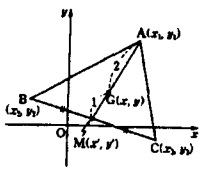
- 가. 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 다룰 때 두 점이 모두  $x$ 축 또는  $y$ 축 위에 있는 경우를 우선 알아본 다음, 좌표평면 위의 임의의 두 점 사이의 거리에 대한 공식을 유도한다.
- 나. 직선을 중학교 2학년에서 학습한 일차함수의 그래프라기 보다는 주어진 조건을 만족하는 도형이라는 관점에서 지도한다.
- 다. 중학교 1학년에서 학습한 원의 기본 성질, 원과 직선 사이의 관계 등을 도형의 방정식을 통하여 파악하도록 한다.
- 라. 원의 외부의 한 점에서 그 원에 그은 접선은 두 개 있음을 유의하도록 한다.
- 마. 원의 접선과 접점을 지나는 반지름은 수직임을 익히도록 한다.
- 바. 평행이동을 나타내는 기호  
 $g: (x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$   
는 점  $(x, y)$ 에 점  $(x+a, y+b)$ 가 대응되는 좌표평면에서의 사상임을 염두에 두고 지도하는 것이 바람직하다.
- 사.  $x$ 축에 대한 대칭이동을 나타내는 기호  
 $f: (x, y) \rightarrow (x, -y)$   
도 평행이동의 경우와 같이 점  $(x, y)$ 에 점  $(x, -y)$ 가 대응하는 좌표 평면에서의 사상을 나타낸다는 것을 염두에 두고 지도하는 것이 바람직하다.
- 아. 영역은 경계의 점 전체를 포함하지 않는 집합(개집합)을 뜻한다. 그러나 여기서는 경계의 일부 또는 전부를 포함하는 것도 영역으로 간주한다. 그러므로 경계는 포함되는 부분, 포함되지 않는 부분을 밝혀 둘 필요가 있다.

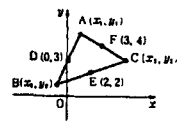
6) 교수-학습지도안

중단원	1. 평면좌표	소단원	§2 선분의 내분점과 외분점	차시	2/22
학습 목표	* 좌표평면 위에 있는 선분의 내분점의 좌표를 구할 수 있고, 이를 활용할 수 있다.				
단 계	학습 내용	교사 활동 [발문 내용]	학생활동 [반응내용]		
과 제 도 파 악 임	[전시학습 확인] * 좌표평면 위에서 두 점 사이의 거리를 구하여 보자.	* 개별적으로 발문하여 전 시간에 학습한 내용을 확인 한다. [Q1] x축에 평행한 직선 위의 두 점 A(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ), B(x <sub>2</sub> , y <sub>1</sub> ) 사이의 거리는?  [Q2] y축에 평행한 직선 위의 두 점 C(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ), D(x <sub>1</sub> , y <sub>2</sub> ) 사이의 거리는?  [Q3] 두 점 P(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ), Q(x <sub>2</sub> , y <sub>2</sub> ) 사이의 거리는?  [Q4] 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 F를 구하는 방법은?  [Q5] 두 점 A, B에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점 F를 구하는 방법은?	* 개별적으로 교사의 발문에 응답한다. [A1] $\overline{AB} =  x_2 - x_1 $  [A2] $\overline{CD} =  y_2 - y_1 $  [A3] $\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$  [A4] 점 F를 P(a, 0)라 놓고 $\overline{AP} = \overline{BF}$ 임을 이용하여 a의 값을 구한다.  [A5] 점 F를 P(0, b)라 놓고 $\overline{AP} = \overline{BF}$ 임을 이용하여 b의 값을 구한다.		
	[본시학습목표] 좌표평면 위에서 선분의 내분점을 구할 수 있고, 이를 활용할 수 있다.	* 본시 학습목표를 확인시킨다.	* 본시 학습목표를 확인 한다.		
전 담 개 색	* 좌표평면 위의 두 점 A(x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ), B(x <sub>2</sub> , y <sub>2</sub> )를 이은 선분 AB를 m:n (m>0, n>0)으로 내분하는 점 F(x, y)의 좌표를 구하여라.  	위의 그림과 같이 세 점 A, P, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 A', P', B'라 하자.			

단 계	학습 내용	교사 활동 [발문 내용]	학생 활동 [반응내용]
전 담 개 색		[Q1] 평행선의 성질에 의하여 $\overline{AP} : \overline{PB}$ 와 $\overline{A'P'} : \overline{P'B'}$ 은 어떠한가?  [Q2] 점 P'은 x축 위에서 선분 A'B'을 어떻게 분할하는 점인가?  [Q3] $\overline{A'P'} : \overline{P'B'}$ 은?  [Q4] 선분 $\overline{A'P'}$ 의 길이는?  [Q5] 선분 $\overline{P'B'}$ 의 길이는?  [Q6] $\overline{A'P'} : \overline{P'B'} = m : n$ 에서 x의 값을 구하면?  [Q7] 같은 방법으로 y의 값을 구하면?  [Q8] 구하는 내분점 F의 좌표는?  [Q9] 점 F가 선분 AB의 중점이면 m과 n의 관계는?  [Q10] 선분 AB의 중점 M의 좌표는?	[A1] 서로 같다  [A2] 선분 A'B'을 m:n으로 내분하는 점이다 [A3] m:n  [A4] $\overline{A'P'} = x - x_1$ [A5] $\overline{P'B'} = x_2 - x$ [A6] $x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$ [A7] $y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$ [A8] 내분점 F의 좌표는 $F(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n})$ [A9] m=n이다. [A10] 중점 M의 좌표는 $M(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ 이다.
	[문제] 두 점 A(-3, 4), B(5, -1)에 대하여 다음 점의 좌표를 구하여라. 1) 선분 AB를 3:2로 내분하는 점 P(x, y) 2) 선분 AB의 중점 M(x, y)	* 순회하면서 학생들의 질문에 답한다.  [정답] 1) $P(\frac{9}{5}, 1)$ 2) $M(1, \frac{3}{2})$	* 각자 노트에 풀면서 의문 사항을 교사에 게 질문한다.



단 계	학습 내용	교사 활동 [발문 내용]	학생 활동 [반응내용]
전 해 결 개	* 세 점 $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ , $C(x_3, y_3)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심 $G(x, y)$ 의 좌표를 구해 보자.	* 칠판에 $\triangle ABC$ 를 그린다. 	[A1]삼각형의 세 중선은 한 점에서 만나 는데 이 점을 삼 각형의 무게중 심이 라고 한다.
	[Q1]삼각형의 무게중심의 정의는?	[Q2]무게중심은 중선을 어떻 게 내분하는 점인가?	[A2] 2:1로 내 분하는 점이다.
	[Q3] $\triangle ABC$ 에서 무게중심 G 의 위치는?	[Q4]두 점 $B(x_2, y_2)$ , $C(x_3, y_3)$ 의 중점 M의 좌표를 구하면?	[A3]꼭지점 A에 서 그 대응하는 변 BC의 중점 M을 연결한 선분 AM을 2:1로 내분하 는 점이다. [A4]중점 M은 $M(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2})$ 이다.
	[Q5]중선 AM을 2:1로 내분 하는 점의 좌표는?	[Q6]무게중심 G의 좌표는?	[A5] $x = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$ , $y = \frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ [A6]무게중심 G는 $G(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ 이다.

단 계	학습 내용	교사 활동 [발문 내용]	학생 활동 [반응내용]
전 해 결 개	[문제] 세 점 $A(1, 7)$ , $B(a, b)$ , $C(b, -2a)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이 원 점일 때, 상수 $a, b$ 의 값을 구하여라.	* 학생을 3명 지명하여 칠판에 풀게하고 순회하면서 학생들의 질문에 답한다.  [정답] $a=2, b=-3$	* 지명된 학생 은 칠판에 풀 고 다른 학생 들은 노트에 풀면서 의문 사항을 선생님 께 질문한다.
	[예제] $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 중점이 각각 $D(0, 3)$ , $E(2, 2)$ , $F(3, 4)$ 일때, 꼭지점 A, B, C의 좌표를 구하여라.	* 칠판에 $\triangle ABC$ 를 그린다. 	[A1] $\frac{x_1+x_2}{2} = 0$ 에서 $x_1+x_2=0$ -----①
	[Q1]변 AB의 중점 D의 x좌표 에서 $x_1, x_2$ 의 관계식을 구하면?	[Q2]변 BC의 중점 E의 x좌 표에서 $x_2, x_3$ 의 관계식을 구하면?	[A2] $\frac{x_2+x_3}{2} = 2$ 에서 $x_2+x_3=4$ -----②
	[Q3]변 CA의 중점 F의 x좌 표에서 $x_3, x_1$ 의 관계식을 구하면?	[Q4] ①+②+③을 구하면?	[A3] $\frac{x_3+x_1}{2} = 3$ 에서 $x_3+x_1=6$ -----③
	[Q5] $x_1, x_2, x_3$ 의 값을 각각 구하면?	[Q6] 같은 방법으로 $y_1, y_2, y_3$ 의 값을 각각 구하면?	[A4] $2(x_1+x_2+x_3)$ $= 10$ 즉, $x_1+x_2+x_3$ $= 5$ 이다. [A5] $x_1=1, x_2=-1,$ $x_3=5$
	[Q7] 구하는 세 점 A, B, C의 좌표는?		[A6] $y_1=5, y_2=1,$ $y_3=3$ [A7]세 점 A, B, C의 좌 표는 $A(1.5), B(-1.1),$ $C(5, 3)$ 이다.

단 계	학 습 내 용	교 사 활 동 [발문내용]	학 생 활 동 [반응내용]
정 리	[내분점] 두 점 $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ 를 $m:n$ $(m>0, n>0)$ 으로 내분하 는 점의 좌표 $F$ 는 $P\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$ 이다.  [무계중심] 세 점 $A(x_1, y_1)$ , $B(x_2, y_2)$ , $C(x_3, y_3)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무계중심 $G$ 의 좌표는 $G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$ 이다.	* 개별적으로 발문하면서 학습내용을 정리한다.	* 개별적으로 교사의 발문 에 응답하면 서 학습 내용 을 정리한다.
	[형성평가] 1) 두 점 $A(2, 3)$ , $B(-2, 1)$ 을 이은 선분을 3:1로 내분 한 점 $F$ 의 좌 표를 구하여라.  2) 세 점 $A(-2, 7)$ , $B(-6, 4)$ , $C(5, -2)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무계중심 $G$ 의 좌표를 구하여라.	[평가확인] [정답] 1) $P(-1, \frac{3}{2})$ 2) $G(-1, 3)$  [과제 제시] * 오늘 학습한 교과서 예제와 문제를 풀어 보도록 한다.  [차시 예고] * 다음 시간에는 좌표평면 위에 있는 선분의 외분점의 좌표에 대하여 학습 하기로 한다.	* 형성평가 문제를 풀고 거수로 답한다.  * 과제를 확인 한다.  * 차시를 확인 한다.
평 가 및 과 제			

## 2. 연구 문제 II

본 연구에서 설정한 연구 문제의 연구 결과를 분석하기 위하여 실험집단에 발문학습 교수-학습지도안을 기초로 수업에 적용하여 실험집단과 비교집단의 학업성취도를 조사하였다.

[가설 I] 발문학습은 두 집단(실험집단, 비교집단)간에 학업성취도에서 의미 있는 차이를 가져올 수 있다.

위 가설을 검정하기 위하여 t-검정한 결과는 다음 [表IV-3]과 같다.

[表IV-3] 실험 후 두 집단간의 학업성취도 검사 결과 비교

검사도구	집단구분	인원 수	평균	표준 편차	t 값	자유도	p 값
학업성취도 검사	실험집단	50	62.87	18.46	-2.17	98	0.021
	비교집단	50	60.54	20.38			

[表IV-3]에서 알 수 있듯이 실험집단과 비교집단의 학업성취도는 평균값의 차에 대한 유의확률 p의 값이 0.021로 유의수준 0.05보다 작으므로 발문학습을 한 학습집단이 발문학습을 하지 않은 학습집단 보다 의미 있는 차이가 있는 것으로 나타나 발문학습이 수학과 학업성취도에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

기초학력 부족으로 수학 교과 학습을 포기하는 학생이 많은 현 실정에서 발문학습을 통해 학생들의 학습활동을 강화시킴으로써 기초학력을 향상시켜 학생들의 수학 교과 학습에 긍정적인 변화를 가져올 수 있을 것이라고 생각된다.

## 3. 연구 문제 III

본 연구에서 설정한 연구 문제의 연구 결과를 분석하기 위하여 실험집단에 발문학습 교수-학습지도안을 기초로 수업에 적용하여 실

협집단과 비교집단의 학습태도를 조사하였다.

[가설 II] 발문학습은 학생들의 학습태도를 긍정적으로 변화 시킬 수 있다.

위 가설을 검정하기 위하여 t-검정한 결과는 다음 [表IV-4]과 같다

[表IV-4] 실험 후 두 집단간의 학습태도 검사 결과 비교

검사도구	집단구분	인원 수	평균	표준편차	t 값	자유도	p 값
학습태도 검사	실험집단	50	3.15	0.19	-2.14	98	0.002
	비교집단	50	2.97	0.24			

[表IV-4]에서 알 수 있듯이 실험집단과 비교집단의 학습태도는 평균값의 차에 대한 유의확률 p의 값이 0.002로 유의수준 0.05 보다 작으므로 발문학습은 학생들의 학습태도를 긍정적으로 변화시킨다는 것을 알 수 있다.

## V. 結論 및 提言

### 1. 결론

수학과 교육과정에서는 수학의 기초적인 지식을 가지게 하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러 합리적으로 문제를 해결하는 것을 목표로 하고 있다. 다시 말하면 조직적이고 합리적으로 생각하는 수학적 사고력을 기르는 것은 수학에서 매우 중요한 역할을 한다.

본 연구는 발문학습이 수학과 학업성취도와 학습태도에 미치는 영향에 대하여 알아보기 위하여 수학과 학업성취도 검사 문항지와 수학과 학습태도 검사지로 조사하였다.

본 연구의 연구 문제는 다음과 같다.

[연구 문제 I] 효과적인 발문학습지도안은 어떻게 작성할 것인가?

[연구 문제 II] 발문학습은 두 집단(실험 집단, 비교 집단)간에 학업성취도에서 의미있는

차이를 가져올 수 있을 것인가?

[연구 문제 III] 발문학습은 학생들의 학습태도를 긍정적으로 변화시킬 수 있을 것인가?

본 연구에서 밝혀진 결과에 의하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

[연구 문제 I]에서는 고등학교 1학년 공통수학 7단원 중 “도형의 방정식” 단원을 문제와 풀이를 중심으로 발문학습 교수-학습지도안을 작성하였고, 학습지도안을 기초로 수업을 실시한 후 학업성취도 검사 문항지와 학습태도 검사지를 통해 발문학습에 의한 수업이 [연구 문제 II]의 학업성취도와 [연구 문제 III]의 학습태도에 어떠한 변화를 가져왔는지 조사하였다.

그 결과는 다음과 같다.

첫째, 발문학습에 의한 수업은 학생들의 수학과 학업성취도에 영향이 있다.

둘째, 발문학습에 의한 수업은 학생들의 학습태도를 긍정적으로 변화시킨다.

결론적으로, 기초학력 부족으로 수학 공부를 포기하는 학생이 많은 현 실정에서 발문법을 적용하여 학생 중심 학습활동을 강화시켜 수학에 대한 흥미를 유발시키고 학력을 신장시키는 것이 바람직하다고 하겠다.

### 2. 제언

연구의 형편상 여러 학교 및 여러 학생을 대상으로 실시하지 못하고 일부 국한된 학생을 대상으로 실시한 것이 제한적이기는 하나 본 연구의 과정에서 나타난 결과와 제한점을 보완하고 보다 나은 후속 연구를 위하여 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

1) 발문을 통한 교수-학습 방법을 더욱 연구 개발하여 성별, 지역별, 계열별, 수준별 등 다양한 각도에서의 발문학습이 수학과 학업성취도에 의미 있게 나타나는지 연구해 볼 필요가 있다.

2) 본 연구에서는 학생들의 수학에 대한 학습태도에 대하여 연구하였지만 앞으로 수학에 대한 동기유발, 흥미, 불안 등에 대하여 수업 방법의 연구가 계속적으로 진행되어야 할 것이다.

3) 본 연구는 경기도 광명시에 소재하고 있는 고등학교 학생을 대상으로 실험하였으므로 대도시 및 농어촌 지역의 학생들에게도 효과적인지 연구해 볼 필요가 있다.

4) 본 연구는 고등학교 1학년 공통수학의 “도형의 방정식” 단원에 한정하였는데, 다른 교과 및 수학 교과의 다른 단원에서도 효과적인지 연구해 볼 필요가 있다.

사용 지도서, 동아출판사.

정충영, 최이규(1996), SPSS/WIN을 이용한 통계분석, 무역경영사.

채수용(1997), 발문학습이 수학과 학업성취도에 미치는 영향, 한국교원대학교 대학원 석사 학위 논문.

하영길(1993), 단위시간의 교수-학습지도의 설계, 형설출판사.

G. Polya 저/우정호 역(1987), 어떻게 문제를 풀 것인가?, 천재교육.

## 參 考 文 獻

- 강행고(1995), 제6차 수학과 교육과정 구성 및 운영의 기본방향, 교육부.
- 곽병선 외 2인 공역(1996), 좋은 수업을 위한 발문법, 교학사.
- 권낙원 역(1994), 수업의 원리와 실제, 성원사.
- 권낙원(1996), 수업기술의 이론과 실제, 교육주보사.
- 김명렬 외 2인(1996), 고등학교 공통수학, 중앙교육진흥연구소.
- 라성진(1996), 발문에 의한 문제 제기식 수업의 학습 효과에 대한 연구, 국민대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 박도순(1998), 국가 교육과정에 근거한 평가 기준 및 도구 개발 연구, 한국 교육과정평가원 .
- 박병학(1986), 발문법 원론, 세광출판사.
- 박한식(1992), 수학교육사, 교학사.
- 신대철(1992), 발문학습이 문제 해결과정과 수학 학력신장에 미치는 배경, 국민대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 이건민 외 5인(1989), 수학대사전, 한국사전연구원.
- 이성호(1991), 교수방법의 탐구, 양서원.
- 이흥천, 김종현(1992), 고등학교 일반수학 교

**The Effects of Learning by Questions on the Achievement Ability of  
Mathematics Study and Learning Attitude**  
- Focused on the Chapter “Equation of Figure” of  
the First Grade in High School -

Min, Kyeong Seon<sup>1)</sup>

**ABSTRACT**

The purpose of this research consists in understanding how the effects of Teaching Method by Questions on the achievement ability of math study and learning attitude are in the aspect of teaching and learning procedure, compared with those of the traditional teaching way.

To attain the purpose, the research questions have been set up as follows:

[Research Question 1] How to make a teaching plan of effective Learning by Questions?

[Research Question 2] Can Learning by Questions bring about a meaningful difference between two groups (experimental group and comparative group) in the aspect of the achievement ability of math study?

[Research Question 3] Can Learning by Questions change the Learning attitude of the students positively?

The outcome is as follows:

First, it shows that the experimental group with Learning by Questions have marked more significant difference than the comparative group in the aspect of the achievement ability of math study. That is, Learning by Questions has a positive effect on the achievement ability of math study.

Second, the experimental group with Learning by Questions have brought about more positive learning attitude than the comparative group without Learning by Questions.

---

1) Kwangmyong High School, Kwangmyong,  
Kyounggi, 423-033, Korea