

Spline補間法을 이용한 土工量決定에 關한 研究 A Study on the Earthwork Volume Decision using the Spline Interpolation

문 두 열
Du-Yeoul Mun

要 旨

건설시공현장에서 토공량결정은 전체공사비 중에 큰 비중을 차지하므로 정확한 계산방법이 있어야 한다. 토공량을 계산하는 현행방법은 격자점사이의 횡단면의 간격을 선형(사다리꼴법칙)이나 비선형(심프슨법칙)으로 가정한다. 일반적으로 비선형법칙이 선형법칙보다 더 정확한 것으로 나타나 있다. 그러나 앞에서 언급된 모든 방법은 예리한 코너부분이나 두점 사이의 갑작스런 지형변화에 대처할 수 없는 결점을 내포하고 있다. 본 연구에서는 일정 구역의 양방향에 spline법을 적용한 식을 구하였으며, 점고법, Chamber법, 그리고 Chen과 Lin법을 서로 비교하였다. 그 결과 제시된 방법은 기존의 방법들 보다 더 정확하였다. 또한, 제시된 수학적모델법은 현행식들의 정확도 평가에 기준이 된다.

ABSTRACT

The calculation of earthwork plays a major role in plan or design of many civil engineering projects, and thus it has become very important to advanced the accuracy of earthwork calculation. Current methods used for estimating the volume of pit excavation assumes that the ground profile between the grid points is linear(trapezoidal rule), or nonlinear(simpson's formulas). Generally speaking, the nonlinear profile formulas provide better accuracy than the linear profile formulas. However, all the formulas mentioned have a common drawback to ground profile, such as sharp corners or the grid points of any two straight lines. In this paper, mathematical model for a searching examination the drawbacks of the current methods is presented. Also, the presented formular, the spot height method, and chamber formuras, chen and lin method are compared with the volumes of the pits in these examples. As a result of this study, algorithm of a proposal area formula by spline method should provide a better accuracy than the spot height mothod, chamber formuras, chen and lin method. The mathematical model mentioned make an offer maximum accuracy in estimating the volume of a pit excavation.

1. 서 론

1.1 연구의 필요성

대규모의 건설공사나 항만공사의 埋立土工量 규모를 결정할 때 土工작업은 총공사비의 상당한 비중을 차지하므로 경제적인 시공과 비용절감을 위하여 토공량 계산은 가능한 정확하게 계산되어야 한다. 특히, 요즈음과 같이 토취장의 확보가 어려워 공사의 차질이 혼한 여건 속에서 실제지형과 부합되는 이론식의 결정은 매우 중요한 사안이다. 특히 산악지나 저수지, 호수, 해안·해변지역

같이 지형의 형상이 직선이 아니고 불규칙한 곡선지형의 면·체적계산은 그 경계식에 대한 數式가정을 합리적이고도 체계적으로 정립할 필요가 있다.

토공량결정에 대한 연구는 1980년대 초까지만 하여도 지형의 횡단면의 표면곡률을 단순히 線形으로 가정한 사다리꼴법칙, 배회거법, 삼각형법, 좌표법, 횡단면법 등으로 각 구간의 면적을 계산한 후 양단면평균법이나 각주 공식, 중앙단면법 등으로 구하였다. 1990년도 이후에는 지형경계를 곡률로 가정하여 각각 한방향으로 2차, 3차식 그리고 1차와 2차의 조합식으로하여 면적을 구하는 동시에 계산식이 약간 복잡하여지지만 지형의 격자단면을 양방향으로 동시에 2, 3차식을 적용하여 면·체적식

을 유도하는 연구가 주류를 이루었다. 그런데 수치표고 모형을 위한 컴퓨터의 보급과 계산기능의 발달에도 불구하고 토공량 계산방법은 舊방법인 사다리꼴법칙이나 좌표법, 등간격의 심프슨법칙으로 면·체적을 구하고 있다. 다시말해 현장의 지형조건에 맞는 정확한 이론에 근거한 수식의 정립과 적용을 하지 않고 일정 간격으로 주어진 표고자료의 간격을 무조건 아주 미소하게 나누어 경계식을 직선으로 가정한 사다리꼴법칙으로 구하거나 경계의 변곡점을 고려하지 않고 등간격의 심프슨법칙을 획일적으로 단순히 적용하고 있다. 불규칙적이고 변화가 심한 지형표면의 전체 경계식을 단순히 선형, 비선형으로만 가정하는 면적 및 체적의 계산식은 실제의 지형과 부합되지 않으므로 불합리한 면이 많으며 지형의 굴곡에 대한 변곡점(최대, 최소점)을 정확히 선택할 수 없으므로 전체 면적에서 많은 오차가 수반된다. 그리고 지금까지는 각 이론식의 검증방법으로 절대값에 가까운 최확값을 구할 수 없어서 지거간격을 아주 작게 취하는 방법이나 미리 정해진 2~3차식의 수학적곡선을 면적적분하거나, 모형수조속에 표준사를 넣어서 기준값으로 취하여 점산하는 방법 등 별 다른 방안이 없었다.

1.2 연구의 연혁

토공량계산에서 가장 중요한 것은 실제 지형표면의 형상과 부합되는 경계식의 결정인데 1980년도 이전에는 주로 1차 선형식에 기초한 사다리꼴법칙이나 좌표법이 주된 방법이었다. 지형표면의 비선형 해석은 1983년 Amed가 변곡점을 고려한 2차포물선과 1차직선을 혼합한 면적식을 제시하였고¹⁾ 그밖에 불규칙한 지형의 해석은 1983년 Hoffman,²⁾ 1984년 Wolf,³⁾ Wheatly,⁴⁾ 1985년 Wong⁵⁾의 연구가 있었고, 1987년 M.EL Hassan은 보간다항식에 의해 Simpson 제 2법칙을 해석하여 사다리꼴 법칙과 면적계산을 비교하였다.⁶⁾ 1988년 Easa는 Lagrange 다항식에 의한 Simpson 제 1법칙을 유도한 후 다시 부등간격에 적용이 용이하도록 응용하였다. 그리고 실제 수치예를 들었는데 구간을 짝수구간으로 나누어 변곡점을 고려한 부등간격의 면적계산을 하였으며, 짝수구간이외 나머지 남은 1구간의 경계식은 미분식으로 스무싱하여 구하였다.⁷⁾ 1989년 D.W Chambers는 등간격의 Easa법칙을 이용하여 중·횡단 경계식을 보간다항식에 의한 심프슨법칙을 유도한 후 x, y방향으로 구간이 2개면 심프슨1법칙, 3개면 심프슨2법칙에 의한 각 방

향에 중적분으로 이들의 비선형 부등간격에 의한 점고법으로 토공량을 구하였다.⁸⁾ 1991년 Easa는 원추형의 체적계산식을 유도하였고, 양단면평균법의 결점은 질·성토단면의 양단의 면적차이가 크면 큰 오차를 수반한다고 하였으며 그리고 Chen과 Lin은 3차 Spline보간다항식을 이용하여 절토량을 구하는 식을 개발하였고, 수학적 중적분에 의한 2종류의 모형지형을 개발하여 확고한 절대값을 기준으로 하여 점고법과 Chamber법과의 정확도를 비교분석 하였다.⁹⁾ 국내의 1980년대 중반부터 1990년대 말까지 토공량계산에 대한 직접적인 이론·세 대한 연구보다 과거의 단순한 식 즉, 좌표법, 양단면평균법, 심프슨 1, 2법칙을 초연구(예측모델연구, 초구장의 규모 결정, 도로의 최적노선선정, 수치표고모형의 정확도 비교 등)의 결과비교를 위하여 간단히 이용하는 수준에 불과하였다.¹⁰⁻²⁰⁾

1.3 연구의 목표

일반적으로 지형은 매우 불규칙하여 지금까지는 합법적이고도 체계적인 이론식을 제대로 세우지 못하였으며 기껏 확일화 된 사다리꼴과 심프슨법칙만 이용하는 것이 전부였다. 따라서 본 연구는 기존의 단순하고도 주관적인 이론식이 아닌 실제지형과 가장 부합되는 보간법에 의한 계산식과 알고리즘을 제시하므로써 토공량결정에 대한 정확성과 그리고 적용의 간편성과 신속함을 목표로 한다.

1.4 연구의 진행 방법

본 연구는 실제지형과 거의 일치하는 이론식을 정립하며 복잡성으로 인하여 정립이 제대로 되지만 표고자료에 따라 정확한 토공량의 계산 체토공량식의 이론적 연구와 함께 간편하고 신속한 적용을 위하여 전산화 및 각 식의 특징에 대한 연구가 철저히 요구되고 있다.

본 연구에서는 수치시뮬레이션에 의한 4가지의 실험대상지형을 만들어 간격을 달리한 후, 토공량식인 ① 점고법 ② Chamber법 ③ Chen과 Lin법 ④ spline을 응용한 제시된 방법을 적용한 후 각 식의 특징을 비교한다. 아울러 신속하고도 간편한 적용을 위하여 MATLAB과 DELPHI에 의하여 컴퓨터 프로그래밍하였으며 또한, 각 이론식들의 결과에 대한 정확도를 검증하기 위한 실험지형의 최확값을 지금까지 연구와는 달리 x, y함수식에 의한 3차원의 중적분에 의한 수학적 절대값을 구하여 비교

하브로서 이론식의 검정을 보다 정확하게 비교할 수 있도록 하였다.

2. 수치해석에 의한 토공량계산

2.1 Chamber법

1988년 Easa의 등간격식을 응용하였는데 지형을 사각형블록으로 놓고 변곡점을 고려하여 부등간격으로 x와 y 축에 평행하게 각각 m과 n간격으로 나눈다. 다시말해 x 축을 따라 가로폭길이 h_0, h_1, \dots, h_{m-1} 와 y축을 따라 세로폭길이 k_0, k_1, \dots, k_{n-1} 를 최대최소점을 고려하여 격자를 일정크기로 나눈다.

2.1.1 격자간격이 2×2일 경우 체적(V)

가로축(x)의 격자간격을 h_0 와 h_1 라 하고 세로축(y)의 격자간격을 k_0 와 k_1 이면 표고높이 즉, 절토고를 $f(x, y)$ 로 놓고 중적분으로 체적을 구한다.

이것은 x, y양방향에 대해 지거의 수가 3개씩이므로 2차식 각각 놓고 적분한다.

$$V_1 = \int_{x_0}^{x_2} \int_{y_0}^{y_2} f(x, y) dy dx \quad (1)$$

이것을 일반식으로 나타내면 식 (2)와 같다.

$$V_1 = \frac{(k_0 + k_1)(h_0 + h_1)}{6} \sum_{j=0}^2 \sum_{i=0}^2 a_i c_j f_{ij} \quad (2)$$

$$\text{여기서 } a_0 = \frac{(2h_0 - h_1)}{h_0}, \quad a_1 = \frac{(2h_0 - h_1)^2}{h_0 h_1}, \quad a_2 = \frac{(2h_0 - h_1)}{h_1}$$

$$\text{이고 } c_0 = \frac{(2k_0 - k_1)}{k_0}, \quad c_1 = \frac{(2k_0 - k_1)^2}{k_0 k_1}, \quad c_2 = \frac{(2k_0 - k_1)}{k_1}$$

이다.

2.1.2 격자간격 가로(3)×세로(2)의 체적(V)

$$V_2 = \frac{(k_0 + k_1)(h_0 + h_1 + h_2)}{72} \sum_{j=0}^2 \sum_{i=0}^2 b_i c_j f_{ij} \quad (3)$$

$$b_0 = \frac{(3h_0^2 - h_1^2 - h_2^2 + 2h_0 h_1 - 2h_0 h_2)}{h_0(h_0 + h_1)},$$

$$b_1 = \frac{(h_0 + h_1 + h_2)^2(h_0 + h_1 - h_2)}{h_0 h_1 (h_1 + h_2)},$$

$$b_2 = \frac{(h_0 + h_1 + h_2)^2(h_1 + h_2 - h_0)}{h_1 h_2 (h_0 + h_1)},$$

$$b_3 = \frac{(h_0^2 - h_1^2 + 3h_2^2 - 2h_0 h_2 + 2h_1 h_2)}{h_2(h_1 + h_2)}$$

2.1.3 격자간격 가로(2)×세로(3)의 체적(V)

$$V_3 = \frac{(k_0 + k_1 + k_2)(h_0 + h_1)}{72} \sum_{j=0}^3 \sum_{i=0}^2 a_i d_j f_{ij} \quad (4)$$

$$d_0 = \frac{(3k_0^2 - k_1^2 + k_2^2 + 2k_0 k_1 - 2k_0 k_2)}{k_0(k_0 + k_1)},$$

$$d_1 = \frac{(k_0 + k_1 + k_2)^2(k_0 + k_1 - h_2)}{k_0 k_1 (k_1 + k_2)},$$

$$d_2 = \frac{(k_0 + k_1 + k_2)^2(k_1 + k_2 - k_0)}{k_1 k_2 (k_0 + k_1)},$$

$$d_3 = \frac{(k_2^2 - k_1^2 + 3k_0^2 - 2k_0 k_2 + 2k_1 k_2)}{k_2(k_1 + k_2)}$$

2.1.4 격자간격 가로(3)×세로(3)의 체적(V)

$$V_4 = \frac{(k_0 + k_1 + k_2)(h_0 + h_1 + h_2)}{144} \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_i d_j f_{ij}$$

여기서 b_i 와 d_j 는 위의 식과 같다.

2.2 Chen과 Lin법

2.2.1 3차 spline 면적식

간격(x_j, x_{j+1})에서 3차 spline 다항식 $S_j(x)$ 는 다음과 같다. 면적 A_j 는 이것을 적분하면 된다.

$$S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) - c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3$$

$$A_j = \int_{x_j}^{x_{j+1}} [a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3] dx + \int_{x_j}^{x_{j+1}} d_j(x - x_j)^3 dx \quad (5)$$

위의 식을 이용하면 곡선 ab아래의 x축(x_0, x_n)에서 빗금친 면적을 계산하면 아래와 같다.

$$A = \int_{x_0}^{x_n} S(x) dx = \sum_{j=0}^{n-1} A_j \quad (6)$$

위 식은 3차 spline 면적식이다.

2.2.2 3차 spline 체적식

위에서 다시 m(x)과 n(y)간격으로 나누고 교점(x_i, y_j)에서 절토깊이가 $f_{i,j}$ 이다. 간격[(x_i, y_0), (x_i, y_n)]에서 앞의 3차 spline 다항식을 이용하면 x방향에서 3차 다항식 $S_{i,0}, S_{i,1}, \dots, S_{i,n-1}$ 을 유도할 수 있다. 이들 3차 spline 다항식은 $(S_{i,j})_{j=0}^{n-1}$ 로 나타낼 수 있다.

$$(S_{i,j})_{j=0}^{n-1} = a_{i,j} + b_{i,j}(y - y_j) + c_{i,j}(y - y_j)^2 + d_{i,j}(y - y_j)^3 \quad (7)$$

마찬가지로 $(S_{i,j})_{i=0}^m, j=0}^{n-1}$ 로 표시되는 $x=x_0, x_1, \dots$ 과 $x=x_m$ 방향에서 $(m+1) \times n$ 3차 spline 다항식을 얻을 수 있다.

위의 식을 이용하여 점 $f_{0,k}, f_{1,k}, \dots, f_{m,k}$ 와 간격 $[(x_0, y_k), (x_m, y_k)]$ 에서 기선 $y=y_k(z=0)$ 을 통과하는 곡선사이의 면적을 계산하기 위한 식 A_{yk} 는

$$A_{yk} = \int_{x_0}^{x_m} (S_{i,j})_{i=0}^{m-1}(x) dx \quad (8)$$

이다.

마찬가지로 점 $f_{0,k+1}, f_{1,k+1}, \dots, f_{m,k+1}$ 와 간격 $[(x_0, y_{k+1}), (x_m, y_{k+1})]$ 에서 기선 $y=y_{k+1}(z=0)$ 을 통과하는 곡선사이의 면적 $A_{y_{k+1}}$ 은

$$A_{y_{k+1}} = \int_{x_0}^{x_m} (S_{i,j})_{i=0}^{m-1}(x) dx \quad (9)$$

이다. 이들 두 평행선 $y=y_k$ 와 $y=y_{k+1}$ 사이의 거리가 매우 작다고 가정하면 즉, $\Delta y = y_{k+1} - y_k$ 가 0에 가깝다면 A_{yk} 와 $A_{y_{k+1}}$ 사이의 절토량을 계산하기 위하여 아래와 같이 양단면법을 이용하는 것이 합리적이다.

$$V = \frac{(A_{yk} + A_{y_{k+1}})\Delta y}{2} \quad (10)$$

절토량을 계산하기 위한 식은

$V = \sum V_k$ 이 되고 식은 3차 spline 체적식으로 정의된다.

2.3 제시된 방법

그런데 Chen and Lin법은 격자점의 양쪽방향(x, y축) 중 한쪽 방향만 spline보간을 취하기 때문에 격자간격이 넓은 경우 양단면평균법에 의한 체적계산은 오차를 수반할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 앞면의 단면적

$$A_{yk} = \int_{x_0}^{x_1} S_{0,k}(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} S_{1,k}(x) dx + \dots + \int_{x_{m-1}}^{x_m} S_{m-1,k}(x) dx \quad (11)$$

를 먼저 구한 후 뒷면의 단면적을 구한다.

$$A_{y_{k+1}} = \int_{x_0}^{x_1} S_{0,k+1}(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} S_{1,k+1}(x) dx + \dots + \int_{x_{m-1}}^{x_m} S_{m-1,k+1}(x) dx \quad (12)$$

그리고 나서 y축방향으로 각 격자점에 3차 spline법을 적용하여 함수식을 평가하고 단위 격자구간을 s등분하여 가상(補間)의 측정 격자점을 형성하였다. 따라서 제시된

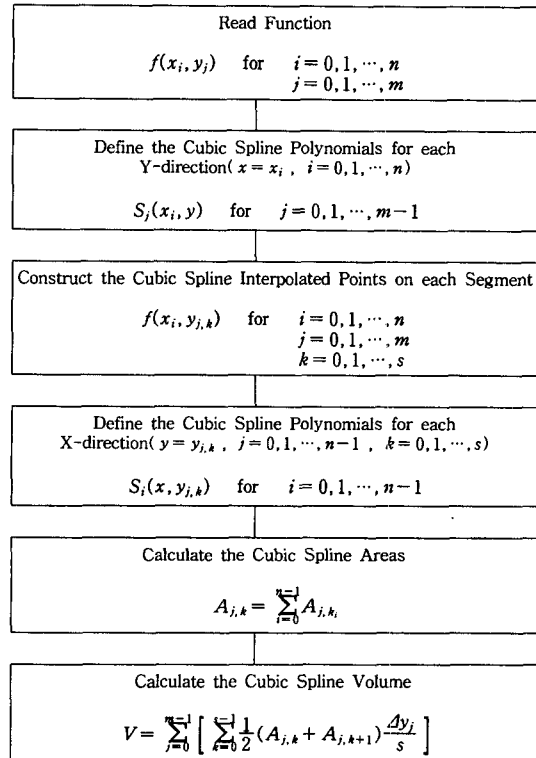


그림 1. 흐름도

방법에 의한 체적은 측정된 격자점과 격자점을 함께 고려하여 x축 방향으로 3차 spline법을 적용 한 후 양단면 평균법에 의해 계산한다. 즉, A_{yk} 와 $A_{y_{k+1}}$ 사이의 절토량은 다음과 같은 식에 따라 평가된다.

$$V_k = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{s-1} (A_{y_{k,p}} + A_{y_{k,p+1}}) \frac{\Delta y_k}{s} \quad (13)$$

여기서, $A_{y_{k,1}} = A_{yk}, A_{y_{k,s}} = A_{y_{k+1}}$ 이다.

3. 실험 및 고찰

본 연구의 실험을 위한 대상지형은 지금까지의 방법과는 달리 절대값에 가까운 정확도를 구하기 위하여 아래의 수학적 함수식(Z)에 의한 표고자료로서 전체의 모형 지형을 만든다. 또한, 앞의 이론식에 대한 정확한 비교를 위하여 직접 중적분에 의하여 실제의 총절토량을 구하여 정확도의 기준으로 하였다. 여기서 실험 1,2의 지형은 굴곡 없이 진행하다가 지형 끝에서 갑자기 상승(절벽)하며 실험 3,4는 굴곡이 x,y 양방향으로 심한 지형이다. 이것

은 보간식의 효율성을 평가하기 위함이다. 또한, 실험 1,2의 지형을 택한 이유는 1991년 ASCE에 발표된 Chen과 Lin방법의 실험결과와 본 연구에서 제시된 방법을 직접 비교하기 위하여 택하였으며, 실험 3,4는 본 연구에서 제시된 식이 효과적으로 정확히 적용되는가를 알기 위함이다.

3.1 실험 1

가로축(x) 전체길이가 120m이고 세로축(y)이 90m인 경우, 표 1과 같이 불규칙적으로 격자를 나누었으며 단면아래의 함수식(Z)에 의하여 표고자료를 구하고 전체의 절토량(V)을 구하였다.

$$Z = F(x, y) = \frac{\sqrt{400 + y^2}}{y}$$

$$V = \int_1^{91} \int_1^{121} \left(\frac{\sqrt{400 + y^2}}{y} \right) dx dy = 17,109.13 \text{ m}^3$$

격자간격을 다르게 하여 case1(5×6: x간격은 15 m, 25 m, 10 m, 40 m, 30 m 그리고 y간격은 각 15 m),

표 1. 실험 1의 case1에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

x \ y	1 m	16 m	41 m	51 m	91 m	121 m
1 m	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02
16 m	1.60	1.60	1.60	1.60	1.60	1.60
31 m	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19
46 m	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09	1.09
61 m	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
76 m	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03
91 m	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02

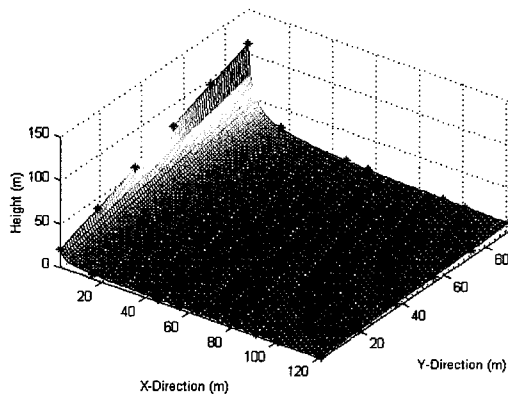


그림 2. $Z = F(x, y) = \sqrt{400 + y^2}/y$ 의 모형지형

case2(5×6: x간격은 24 m, 그리고 y간격은 10 m, 20 m, 10 m, 30 m, 10 m, 10 m), case3(5×6: x간격은 15 m, 25 m, 10 m, 40 m, 30 m,, 그리고 y간격은 10 m, 20 m, 10 m, 30 m, 10 m, 10 m)으로서 3가지 지형의 경우에 대하여 각 방법을 적용한다.

3.2 실험 2

실험 2에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리하여 토공량을 계산하였다.

$$Z = F(x, y) = \frac{(20 + y)}{\sqrt{x}}$$

여기서 x와 y의 범위는 $1 \leq x \leq 121$, $1 \leq y \leq 91$ 이고 x와 y의 간격은 부등간격이다.

$$V = \int_1^{91} \int_1^{121} \frac{20 + y}{\sqrt{x}} dx dy = 118,800.00 \text{ m}^3$$

격자간격을 다르게 하여 case1(6×5: x는 각 20 m, y 간격은 각 25 m, 10 m, 30 m, 15 m, 10 m), case2(6×5: x는 각 15 m, 30 m, 10 m, 35 m, 10 m, 20 m y간격은 각 18 m), case3(6×5: x간격은 각 15 m, 30 m, 10 m, 35 m, 10 m, 20 m, 그리고 y간격은 각 25 m, 10 m, 30 m, 15 m, 10 m)으로서 3가지 지형의 경우에

표 2. 실험 1의 case2에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

x \ y	1 m	25 m	49 m	73 m	97 m	121 m
1 m	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02
11 m	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
31 m	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19
41 m	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
71 m	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04
81 m	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03
91 m	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02

표 3. 실험 1의 case3에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

x \ y	1 m	16 m	41 m	51 m	91 m	121 m
1 m	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02	20.02
11 m	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
31 m	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19	1.19
41 m	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11	1.11
71 m	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04	1.04
81 m	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03
91 m	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02

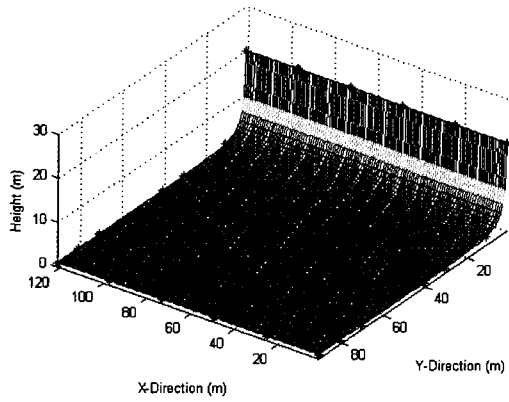


그림 3. $Z = F(x, y) = (20+x)/(\sqrt{x})$ 의 모형지형

표 4. 실험 2의 case1에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

y \ x	1 m	21 m	41 m	61 m	81 m	101 m	121 m
1 m	21.00	4.58	3.28	2.69	2.33	2.09	1.91
26 m	46.00	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
36 m	56.00	12.22	8.75	7.17	6.22	5.57	5.09
66 m	86.00	18.77	13.43	11.01	9.56	8.56	7.82
81 m	101.00	22.04	15.77	12.93	11.22	10.05	9.18
91 m	111.00	24.22	17.34	14.21	12.33	11.05	10.09

표 5. 실험 2의 case2에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

y \ x	1 m	16 m	46 m	56 m	91 m	101 m	121 m
1 m	21.00	5.25	3.10	2.81	2.20	2.09	1.91
19 m	39.00	9.75	5.75	5.21	4.09	3.88	3.55
37 m	57.00	14.25	8.40	7.62	5.98	5.67	5.18
55 m	75.00	18.75	11.05	10.02	7.86	7.46	6.82
73 m	93.00	23.25	13.71	12.43	9.75	9.25	8.45
91 m	111.00	27.75	16.37	14.83	11.64	11.05	10.09

대하여 각 방법을 적용한다.

그림 4와 5에서 나타난 것처럼 실험 1과 2의 지형의

표 6. 실험 2의 case3에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

y \ x	1 m	16 m	46 m	56 m	91 m	101 m	121 m
1 m	21.00	5.25	3.10	2.81	2.20	2.09	1.91
26 m	46.00	11.50	6.78	6.15	4.82	4.58	4.18
36 m	56.00	14.00	8.26	7.48	5.87	5.57	5.09
66 m	86.00	21.50	12.68	11.49	9.02	8.56	7.82
81 m	101.00	25.25	14.89	13.50	10.59	10.05	9.18
91 m	111.00	27.75	16.37	14.83	11.64	11.05	10.09

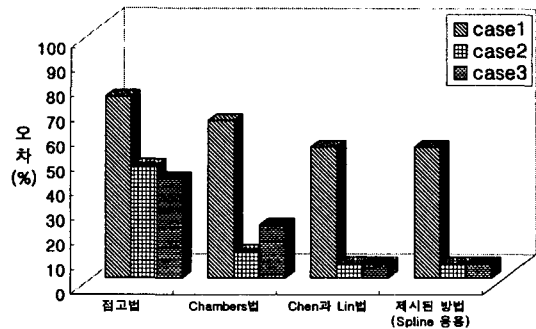


그림 4. 실험 1의 각 경우에 대한 토공량오차

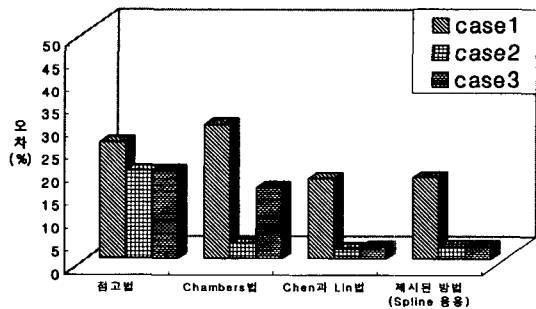


그림 5. 실험 2의 각 경우에 대한 토공량오차

형태는 수평에 가깝게 진행되다가 끝점에서만 갑자기 심하게 융기하는 지형이다. 실험 1의 case1은 제시된 방법

표 7. 실험 1, 2의 각 경우에 토공량오차

적용예	실제토공량(m ³)	점고법		Chambers법		Chen과 Lin법		제시된 방법 (Spline 응용)		
		토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)	
실험 1	17,109.13	case1	29,664.00	73.381	28,017.84	63.760	26,178.85	53.011	26,178.23	53.007
		case2	24,906.00	45.571	18,925.67	10.617	18,076.02	5.651	18,076.01	5.651
		case3	24,018.00	40.381	20,765.66	21.371	18,076.02	5.651	18,076.01	5.651
실험 2	118,800.00	case1	149,009.30	25.429	153,550.50	29.251	139,567.80	17.481	139,957.02	17.809
		case2	141,614.50	19.204	122,819.80	3.384	122,008.90	2.701	122,095.36	2.774
		case3	141,613.80	19.204	137,153.80	15.449	121,859.90	2.576	122,011.67	2.703

그리고 Chen과 Lin법의 정확도는 거의 비슷하였으나 Chamber법보다 약 10% 정도, 점고법보다 약 20%정도가 더 정확하였다. 특히 점고법의 오차가 대체로 큰편인데 이것은 표고가 갑자기 급격히 변하는 지형에서는 점고법의 체적식이 변화율에 민감하게 대처하지 못하기 때문에 생기는 결과이다. 실험 1의 case2는 제시된 방법 그리고 Chen과 Lin법이 Chamber법보다 약 5% 정도, 점고법보다 약 40%정도가 더 정확하였으며 실험 1의 case3은 제시된 방법 그리고 Chen과 Lin법이 Chamber법보다 약 15% 정도, 점고법보다 약 34%정도 더 정확하였다. 그런데 case1에서는 원래지형이 1차직선이므로 보간법을 적용하여도 별로 효과가 없으므로 오차를 더 이상 줄일수가 없었다. 또한, 제시된 방법을 적용할 때 굴곡이 급격하게 변하는 지역에서는 격자간격(표고자료)을 줄여서 오차를 줄여야 하며 그 예로 크기가 15×30으로 넓게 取하였기 때문에 case2(24×10)와 case3(30×10)보다 오차가 더 크게 나타났다.

실험 2의 case1은 제시된 방법 그리고 Chen과 Lin법의 정확도는 거의 비슷하였으나 Chamber법보다 약 12% 정도, 점고법보다 약 8%정도가 더 정확하였다. 실험 2의 case2는 제시된 방법 그리고 Chen과 Lin법이 Chamber법보다 약 0.6% 정도, 점고법보다 약 16%정도가 더 정확하였으며 실험 2의 case3은 제시된 방법 그리고 Chen과 Lin법이 Chamber법보다 약 13% 정도, 점고법보다 약 16%정도 더 정확하였다.

3.3 실험 3

실험 3에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리하여 토공량을 계산하였다.

$$Z = F(x, y) = 11 + \frac{\left(\frac{x}{60}\right)^3 \left(\frac{y}{50}\right) - \left(\frac{x}{60}\right) \left(\frac{y}{50}\right)^3}{\left(\frac{x}{60}\right)^2 + \left(\frac{y}{50}\right)^2}$$

표 8. 실험 3의 case4에 대한 x, y간격에 따른 표고자료

x \ y	1 m	61 m	121 m	181 m	241 m	301 m	361 m
1 m	11.00	11.02	11.04	11.06	11.08	11.10	11.12
61 m	10.98	10.78	12.14	13.65	15.07	16.44	17.76
121 m	10.96	9.28	10.12	12.58	15.54	18.56	21.51
181 m	10.94	7.86	7.16	9.03	12.51	16.72	21.20
241 m	10.92	6.52	4.18	4.64	7.51	11.97	17.33
301 m	10.90	5.22	1.31	0.13	1.72	5.55	10.98

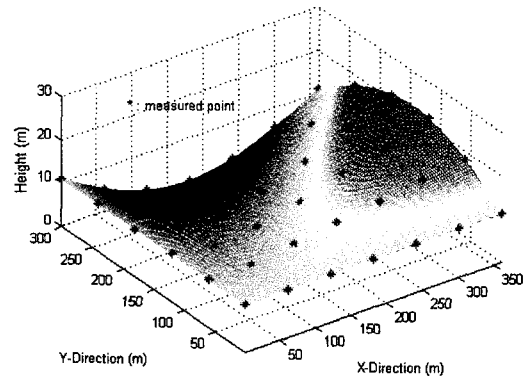


그림 6. $Z = F(x, y) = 11 + \frac{\left(\frac{x}{60}\right)^3 \left(\frac{y}{50}\right) - \left(\frac{x}{60}\right) \left(\frac{y}{50}\right)^3}{\left(\frac{x}{60}\right)^2 + \left(\frac{y}{50}\right)^2}$ 의 모형지형

여기서 x와 y의 범위는 $1 \leq x \leq 361$, $1 \leq y \leq 301$ 이고 간격은 60 m이다.

3.4 실험 4

실험 2에서는 아래의 함수식에 의하여 표고를 구하며 간격을 달리하여 토공량을 계산하였다.

표 9. 실험 4의 casa4의 x, y간격에 따른 표고자료

x \ y	1 m	61 m	121 m	181 m	241 m	301 m	361 m
1 m	2.04	2.96	2.68	1.56	1.03	1.76	2.83
61 m	2.79	3.71	3.43	2.31	1.78	2.51	3.58
121 m	1.64	2.56	2.29	1.16	2.63	1.36	2.43
181 m	1.42	2.34	2.06	0.94	0.40	1.14	2.20
241 m	2.67	3.59	3.31	2.19	1.66	2.39	3.45
301 m	2.33	3.25	2.97	1.85	1.31	2.05	3.11

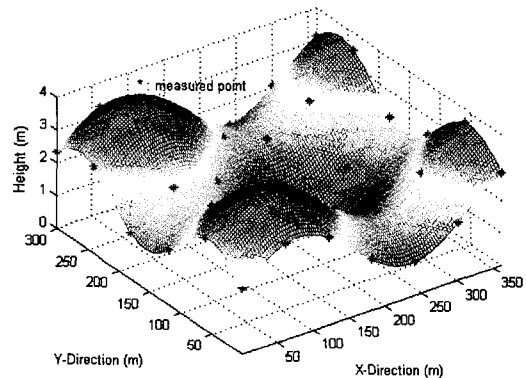


그림 7. $Z = F(x, y) = 2 + \sin(0.02x) + 0.8\sin(0.03y)$ 의 모형지형

표 10. 실험3, 4의 각 경우에 대한 토공량오차

적용예	격자간격 (Grid)	실제토공량 (m ³)	점고법		Chambers법		Chen과 Lin법		제시된 방법 (Spline 응용)	
			토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)	토공량(m ³)	오차(%)
실험 3	case1 36×30	1187577	1187481	0.0081	1187602	0.0021	1187210	0.0309	1187595	0.0015
	case2 18×15	1187577	1187110	0.0393	1187594	0.0014	1186030	0.1303	1187561	0.0013
	case3 12×10	1187577	1186493	0.0913	1187604	0.0023	1184079	0.2945	1187495	0.0069
	case4 6×5	1187577	1183230	0.3660	1188043	0.0392	1173822	1.1582	1186982	0.0501
실험 4	case1 36×30	240569.7	240410.3	0.0663	240572.4	0.0011	240428.1	0.0589	240562.5	0.0030
	case2 18×15	240569.7	239931.0	0.2655	240607.1	0.0155	239993.3	0.2396	240520.0	0.0207
	case3 12×10	240569.7	239109.8	0.6069	240654.1	0.0351	239226.7	0.5583	240382.2	0.0779
	case4 6×5	240569.7	234495.0	2.5251	243862.3	1.3687	234641.9	2.4641	238449.7	0.8812

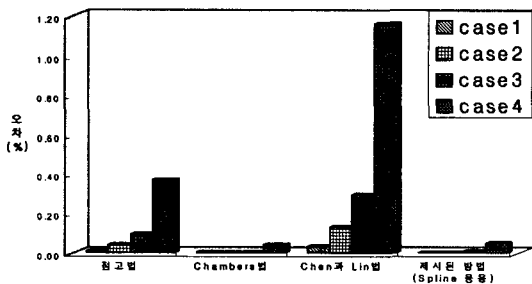


그림 8. 실험 3의 각 경우에 대한 토공량오차

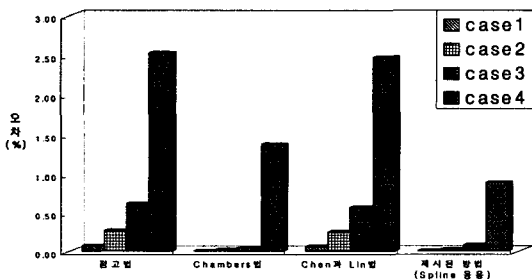


그림 9. 실험 4의 각 경우에 대한 토공량오차

$$Z = F(x, y) = 2 + \sin(0.02x) + 0.8\sin(0.03y)$$

여기서 x와 y의 범위는 $1 \leq x \leq 361$, $1 \leq y \leq 301$ 이고 각 격자간격은 60 m이다.

실험 3은 지형의 굴곡변화가 완만한 구릉지이며, 실험

4는 굴곡변화가 급격한 산악지로서 격자간격을 부등간격으로 취하였다. 그림 9와 10에서 나타난 것처럼 오차가 미미하지만 실험 3의 case1과 case2는 제시된 방법-Chamber법-점고법-Chen과 Lin법 順이었고, 실험 3의 case3과 case4는 Chamber법-제시된 방법-점고법-Chen과 Lin법 順이었다. 실험 4의 case1, case2, case3은 Chamber법-제시된 방법-Chen과 Lin법-점고법 順이었고, 간격을 넓게 취한 case4는 제시된 방법-Chamber법-Chen과 Lin법-점고법 順이었다. 따라서 비록 큰차이는 없지만 제시된 방법이 he방법 보다 비교적 더 정확한 결과를 나타내었으며 특히, 격자간격이 넓은 경우, 다시말해 표고 자료를 경제적으로 최소화 할 경우에는 제시된 방법이 훨씬 효과적이었다.

4. 결 론

지금까지 본 연구에서 토공량계산의 정확도향상을 위하여 수치해석의 연구결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 점고법, Chamber법, Chen과 Lin법, 제시된 방법에 대하여 신속하고도 간편하게 적용하기 위하여 컴퓨터 프로그래밍하였다. 그리고 이론식의 올바른 검정을 위하여 지형의 형태와 검사용 기준토공량을 주어진 수학적식절대값에 가깝도록 인위적으로 구할 수 있으므로 앞으로

토공량식의 결과비교를 더욱 정확하게 할 수 있도록 하였다.

2. 실험 1의 지형에서 제시된 방법은 Chamber법 보다 약 5~15% 정도, 점고법보다 약 20%~40%정도가 더 정확하였고, 실험 2의 지형은 제시된 방법이 Chamber법 보다 약 0.6%~13% 정도, 점고법보다 약 8%~16%정도가 더 정확하였다. 실험 3과 실험 4에서도 오차가 작지만 대체로 제시된 방법-Chamber법-점고법-Chen과 Lin법 순이었다고 표고자료를 경제적으로 최소화 할 경우에는 제시된 방법이 더 정확하면서 효과적이었다.

3. 지형의 변화가 1차직선(수평)으로 진행되는 평탄한 지역에서는 spline보간법의 장점을 살릴 수가 없다. 지형 끝점에서 갑자기 융기하는 돌출된 지형에서는 격자점간격을 가능한 좁게 취하여 표고자료를 구하여 계산해야 Chen과 Lin법 그리고 제시된 방법의 정확도를 향상시킬 수 있음을 알았다.

감사의 글

본 연구는 2000년도 동의대학교 자체학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. F. A., Ahmed, Area computation using salient boundary points, J. Surveying Engrg., ASCE, 109(1), 1983, pp. 54-63.
2. Hoffman, L. D., Applied Calculus. McGrar-Hill, New York, N.Y., 1983, pp. 265-268.
3. Binker, R. C., and Wolf, P. R., Elementary Surveying. Harper and row, New York, N.Y., 1984, pp. 245-254.
4. Gerald, C. F., and Wheatly, P. O., Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley, Menlo Park, Calif., 1984, pp. 248-256.
5. Schmidt, M. O., and Wong, K. W., Fundamentals of Surveying. PWS, Boston, Mass., 1985, pp. 377-385.
6. I. M., El Hassan, Irregular boundary area computation by simpson's 3/8 rule, J. Surveying Engrg., ASCE,

- 113(3), 1987, pp. 127-132.
7. S. M., Easa, Area of irregularregion with unequal intervals, J. Surveying Engrg., ASCE, 114(2), 1988, pp. 50-58.
8. D. W., Chambers, Estimating pit excavation volume using unequal intervals, J. Surveying Engrg., ASCE, 115(4), 1989, pp. 390-401.
9. Chen, C. S., Lin, H. C., Estimating pit-excavation volume using cubic spline volume formula, J. Surveying Engrg., ASCE, 117(2), 1991, pp. 51-66.
10. 오창수, "수치지형 모델에 의한 토공량계산 정확도의 예측모델에 관한 연구", 한국측지학회지, 제5권, 제1호, 1987, pp. 49-58.
11. 조영호, "수치지형 모델을 이용한 도로의 토공량산정에 관한 연구", 한국측지학회지, 제7권, 제2호, 1989, pp. 7-19.
12. 유복모, 박운용, 권현, 문두열, "수치지형모형에 있어서 지형의 분석과 조합보간법의 적용에 관한 연구", 한국측지학회지, 제8권, 제2호, 1990, pp. 53-61.
13. 유복모, 조기성, 박성규, "사진측량을 이용한 초구장 기본계획에 관한 연구", 한국측지학회지, 제8권, 제1호, 1990, pp. 31-40.
14. 유복모, 윤용택, 이현직, "사진측량을 이용한 토공량 결정에 관한 연구", 한국측지학회지, 제8권, 제1호, 1990, pp. 41-50.
15. 정영동, "수치지형모형의 정확도 향상을 위한 보간법 적용", 단국대학교 대학원박사학위 논문, 1991.
16. 박운용, 문두열, 차성열, "비선형해석에 의한 부등간격의 토공량에 계산에 관한 연구", 한국측지학회지, 제9권, 제2호, 1991, pp. 19-36.
17. 이재기, 조재호, 이현직, 이인성, "수치표고모형을 이용한 난지도 쓰레기 매립장의 이용 계획에 관한 연구", 한국측지학회지, 제11권, 제1호, 1993, pp. 19-27.
18. 정영동, 박정남, 박성규, 김진기, "수치표고모형을 이용한 최적노선선정에 관한 연구", 한국측지학회지, 제11권, 제2호, 1993, pp. 17-26.
19. 최재화, 이석배, 심정민, "도로선형의 결정에서 토공량산정에 관한 연구", 한국측지학회지, 제11권, 제2호, 1991, pp. 89-100.
20. 박운용, 차성열, 신상철, "도로 시설물관리를 위한 자료 기반 설계에 관한 연구", 한국측지학회지, 제13권, 제1호, 1995, pp. 21-30.