

단일 균열 평판 모델에서 가스-물 균열 상대투과도 측정에 관한 실험적 연구

Experimental Study on Gas-Water Fracture Relative Permeability Measurement in a Single-Fractured Parallel Plate Model

이 원 석^{*1} Lee, Won-Suk

성 원 모^{*2} Sung, Won-Mo

한 일 영^{*3} Han, Il-Yeong

Abstract

In this study, the characteristics of gas-water relative permeability curves in a single fractured-plate according to the various aperture size were analyzed by using the Hele-Shaw type glass plate model. The plate was made of glasses for the observation of the two-phase flow pattern, and seven cases were set up based on the aperture size in the range of field scale from 30 to 120 μm . The experiment was conducted by steady-state method, and the water saturation was determined more accurately by the developed digital image process technique. The empirical equations of relative permeability to gas and water for single fractured-plate were correlated by using the aperture size which directly affects the two-phase flow pattern and critical saturation.

요 지

단일 균열시스템에서 간극 크기에 따른 상대투과도의 변화 특성을 측정하기 위해 본 연구에서는 Hele-Shaw 평판 형태의 유리 평판을 제작하여 실험을 수행하였다. 평판의 재질은 유동 양상 관찰을 위해 유리를 사용하였고, 간극 크기는 실제 현장에서 관측되는 30에서 120 μm 사이의 범위에서 7가지 경우를 설정하여 정상유동법에 의한 실험을 수행하였다. 또한 실험 측정결과에 대한 보다 정확한 포화도 계산 및 분석의 편의를 위해 디지털 영상 편집법 (digital image process technique)을 이용한 해석모델을 개발·이용하였으며, 균열에서의 2상 유체유동 양상에 직접적인 영향을 미치는 간극 크기와 매질의 표면 특성을 나타내는 임계포화도를 이용하여 단일 균열에 대한 상대투과도 실험관계식을 도출하였다.

Keywords : Fracture relative permeability, Hele-Shaw plate model, Aperture size, Digital image process, Critical saturation

*1 한양대학교 대학원 자원공학과 박사과정

*2 정회원, 한양대학교 공과대학 자원공학과 부교수

*3 SK 건설 기술연구소 토목팀 부장

1. 서론

균열암석에 대한 상대투과도는 다상유체의 유동특성을 결정하는 매우 중요한 자료임에도 불구하고, 그 측정이 용이치 않고 영향을 미치는 인자가 많기 때문에 이의 취득을 위해 지금까지 주로 경험식이나 수치적인 방법을 이용해 왔다. 그러나 보다 정확한 분석을 위해서는 여러 인자들의 영향이 고려된 실험에 의한 자료의 이용이 필수적이다. 그러나 균열 내에서의 다상유동 묘사를 위한 실험은 균열의 특성이 포함된 시료를 이용하고 여러 영향을 고려해야 하지만 현재로는 이러한 실험을 수행하기에 자료가 매우 부족한 실정이므로 본 연구에서는 균열의 가장 기본적 형태인 단일 균열체의 제작과 이를 통한 균열간극 크기 변화에 따른 상대투과도 측정에 그 목적을 두고 있다. 이러한 연구는 향후 균열망 (fracture network)에서의 유체유동이나 균열의 벽거칠기와 같은 다른 인자가 고려된 실험을 통한 균열에서의 유체 유동 특성 규명에 있어서 참고자료로 사용될 수 있으며, 실제 균열암반에서의 다상유체 유동 묘사를 위한 보다 정확하고 신뢰성 있는 입력자료 확득에 도움이 될 것으로 판단된다.

이론적인 관점에서 볼 때 균열 내에서의 다상 유체의 유동은 크게 관심을 받지 못하였다. 가장 큰 이유 중의 하나는 실제 자연 균열암의 공극 구조를 규명할 만한 모델이 존재하지 않았기 때문이다. 그러나 이러한 현상의 이해가 필요하게 됨에 따라 단순 평판에서 시작하여 투명 재질에서의 유동을 화상으로 분석하고자 하는 이론 등 (Persoff et al., 1991)의 새로운 이론이 발표되기 시작하였고 이에 의해 균열 내에서의 다상 유동을 해석할 수 있는 발판이 마련되었다 (Tsang, 1984; Tsang and Tsang, 1987; Prues and Tsang, 1990).

균열 내에서의 단상 유체유동은 균열구조 (fracture geometry)에 의한 영향을 받는 반면 2상의 비혼합 유체유동은 상구조 (phase geometry, 각 상이 차지하는 포화도에 따른 구조)의 지배를 받는다. 최근 들어 압력 · 포화도, 투과도 · 포화도의 관계를 규명하기 위한 노력이 수치모델링을 통하여 수행되고 있으며, 실험적으로는 투명한 재질의 벽 거칠기를 갖는 인위적인 균열에 대하여 수행되어 이러한 상구조에 대한 이론을 뒷받침하고 있다. 2상 유체유동의 매질이 다공질암일 경우와 균열암일 경우 나타나는 가장 큰 차이 중의 하나는 2차원적인 간극 망의 구조이며 이로 인해 상간의 간섭과 상의 trap 현상이 발생하는데 이러한 현상은 유동 메카니즘에 영향을 미치는 주된 힘의 요소에 따라 결

정된다 (Long, 1996).

두 평판 사이에서 단상 유체의 유동은 삼승법칙 (cubic law)으로 묘사되는데 이는 이론적 뿐만 아니라 실험적으로 표현될 수 있다 (Witherspoon et al., 1980). 그러나 다상 유체 유동의 경우는 아직까지 확고한 이론 및 실험 결과가 없다고 해도 과언이 아니다. 석유공학 분야는 균열에서의 다상유동에 큰 관심을 보이고 있는 분야로서 이에 대한 많은 이론이 제시되었으나 상대투과도와 수포화도는 선형 비례 (van Golf - Racht, 1982; Rossen and Kumar, 1992) 한다는 이론이 주로 사용되고 있다. 이 이론은 Romm (1972)의 평판 실험에 근거한 것으로 실제 균열암은 표면 거칠기를 가지고 있고 또한 간극 크기가 공간적으로 변화하므로 단일 평판 모델의 적용성에는 많은 의문점이 내포되어 있다.

Fourar et al. (1993)은 유리 평판에서의 2상(물, 가스)의 유동 실험을 통해 유동양상의 관찰 및 수포화도에 따른 상대투과도의 관계식을 유도하였고, 유동 양상이 관에서의 양상과 매우 흡사하게 나타나기 때문에 관 유동식으로 이를 묘사하고자 하였다.

2. 평판 모델의 제작 및 실험

2.1. 평판 모델의 제작

정상유동법에 의한 상대투과도 측정을 위한 실험 장비의 전체 모식도는 Fig. 1과 같다. 이 그림의 왼쪽에서는 일정 유량의 물과 일정 압력의 가스가 동시에 혼합되어 주입된다. 혼합 유체가 평판 내에서 유동하게 되면 양단의 압력 차가 발생하게 되며 이 때의 압력은 압력차압기를 이용해 측정하게 된다. 평판을 통과하여 배출된 혼합 유체는 유체 분리 장치에 의해 물과 가스로 분리되며 생산된 가스의

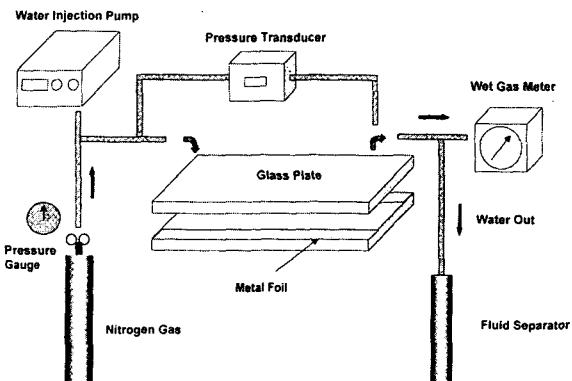


Fig 1. Relative permeability measurement apparatus by steady-state method.

유량은 가스유량계를 이용하여 측정한다.

균열의 간극 크기에 따른 상대투과도 측정을 위해서는 기본 물성 측정이 선행되어야 한다. 계산에 필요한 기본 물성으로는 간극의 크기, 공극부피, 절대투과도 등과 유속이 빠를 경우 관성력의 영향을 고려하기 위한 선형화 시험(linearity test)이 있다.

2.2. 물성 측정

간극 크기 결정

기계적으로 제작된 두 유리 평판 사이의 간극을 보다 정확하게 측정하기 위해 설정된 각각의 간극 크기에 대해 5회에 걸쳐 유속을 달리하면서 평균값을 구하였다. 두 평판에서 층류의 흐름은 모멘텀 밸런스식과 점성 법칙에 의해 식 (1)과 같이 표현된다.

$$Q = \frac{2b^3 \Delta p}{3\mu L} w \quad (1)$$

여기서 간극 크기는 $2b$ 이고 실험에 의해 측정된 유량 (Q , m^3/sec), 압력차 (Δp , Pa), 점성도 (μ , $Pa \cdot sec$), 길이 (L , m), 넓이 (w , m)를 대입하여 b 를 계산하면 간극 크기 h ($2b$)를 계산할 수 있다. 위와 같이 계산된 각각의 간극 크기는 Table 1과 같다.

절대투과도 및 공극 부피

균열 간극이 h 인 단일 균열판의 절대투과도는 단상 유동 실험에 의해 계산된다. 매끈한 표면을 갖는 균열에서의 층류 유동은 Darcy 식에 의한 묘사가 가능하며 균열의 간극 크기와 절대투과도 k_0 는 $\frac{h^2}{12}$ 의 관계식을 갖는다 (Witherspoon et al., 1980). 한편 계산된 간극 크기 h 에 평판의 넓이와 길이를 곱하면 공극의 부피를 계산할 수 있다. 계산된 절대투과도 및 공극 부피는 Table 1에 수록하였다.

선형화 테스트

유량에 따른 압력 측정 자료는 간극 크기 및 절대투과도 계산뿐 아니라 선형화 테스트에도 사용된다. 유속에 따른 압력의 증가가 선형적이지 못할 경우에는 유체 유동이 관성력에 의한 지배를 받는 경우로서 Darcy 식을 적용하기 위해서는 이 실험 자료를 배제하거나 난류의 영향을 고려한 다른 유동식을 적용하여야 한다 (Fourar and Bories,

1993). 그러나 본 실험에서는 모두 선형적인 양상을 나타내었다.

포화도 결정

정상유동법에 의한 상대투과도 측정에 있어서 결과의 신뢰성을 좌우하는 요소 중의 하나가 포화도의 결정이다. 최근에는 투명 재질의 장비를 이용한 디지털 영상법이 많이 사용되고 있는 실정이므로 (Pieters and Graves, 1994) 본 연구에서도 기존의 부피측정법 (volume balance method)이나 무게측정법 (weighing method)보다 비교적 간단하고 정확하게 포화도를 계산할 수 있는 디지털 영상 편집법을 시도하였다. 본 연구에서는 다음의 방법으로 포화도를 측정하였다. 먼저 유동실험 과정이 정상류상태에 도달한 유리 평판 시스템을 디지털 카메라를 이용해 화소 (pixel) 단위의 화상으로 전환한다. 이 화상은 RGB(Red, Green, Blue) 단위의 화소로 이루어져 있으며 이를 gray scale의 화소로 변환하면 0(Black)에서 255(White) 사이의 gray scale 화상으로 전환된

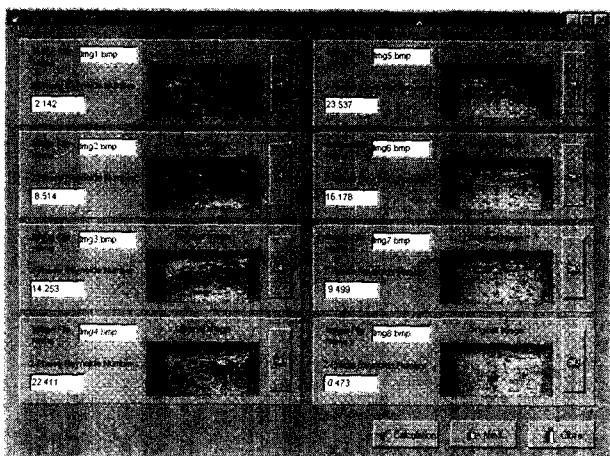


Fig. 2. Pictorial view of flow pattern image.

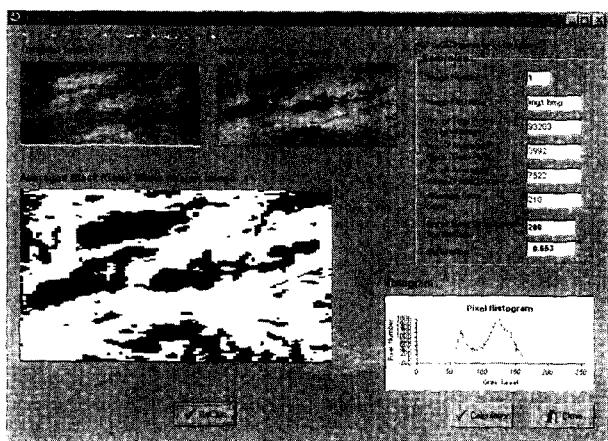


Fig. 3. Pictorial view of saturation determination form.

다. 이를 histogram으로 나타내어 주를 이루는 level의 색상을 찾아내고, 두 색상을 양분하여 흑백의 두 색으로 나타내어 각 화소의 수량을 계산하면 포화도를 계산할 수 있다.

Fig. 2는 본 연구에서 개발된 모델에 의한 포화도 계산 과정을 도시한 것으로 8개의 그림은 각 정상 유동상태의 현상을 디지털 카메라를 이용해 저장한 그림을 나타낸 것이다. Fig. 3은 계산 과정의 예를 보여주고 있으며, 이 그림에서 초기 상태에는 디지털 카메라로 찍은 원래의 화상과 gray scale의 이미지가 나타나며, 'Calculation' 버튼을 누르면 gray scale의 화상을 격자로 나누어 평균한 그림이 하단에 나타나고 이를 다시 흑백의 화소로 전환한 그림이 계속 하여 나타난다. 전환된 흑백 화소의 개수로 포화도를 계산한 결과는 오른쪽 박스에 나타난다.

상대투과도 측정

비정상유동법에 비해 실험 및 계산이 간단한 정상유동법에 의한 상대투과도 측정은 두 상의 유체를 동시에 주입한 후 정상상태에 도달했을 때의 유량, 압력 등을 측정하여 Darcy 식으로부터 유도된 다음의 식 (2)와 (3)에 대입하여 산출한다.

$$k_{rL} = - \frac{12\mu_L v_L}{h^2 (dp/dx)} \quad (2)$$

$$k_{rG} = - \frac{12\mu_G v_G}{h^2 (dp/dx)} \quad (3)$$

여기서 아래첨자 L은 액상, G는 기상을 나타내며, k_r 은 상대투과도, μ 는 점성도, v 는 유속, dp/dx 는 길이에 따른 압력강하이다.

3. 결과 및 분석

3.1. 균열 간극 크기에 따른 상대투과도

균열암에서의 다상유체 유동에 가장 큰 영향을 미치는 인자 중의 하나인 균열 간극 크기에 따른 상대투과도의 변화를 분석하기 위해 모두 7회에 걸쳐 실험을 수행하였다. 각 case는 평판 사이의 메탈 foil을 이용해 실제 저류암에서 관측되는 크기 ($30 \sim 120 \mu\text{m}$)의 간극 크기로 조절하였으며, 설치 장비의 특성 즉, 간극 크기, 절대투과도, 공극 크기 등은 유동 테스트에 의해 계산된다 (Table 1). 이번에는 각 case의 7회에 걸친 물과 가스의 상대투과도를 측정하여 그

Table 1. The estimated properties of various experiments

Cases	Aperture size (μm)	Pore volume (cc)	Absolute permeability (Darcy)	Hydraulic conductivity (cm/sec)
Case 1	36.2	2.90	110.5	0.11
Case 2	44.6	3.57	168.0	0.16
Case 3	60.6	4.85	310.1	0.30
Case 4	75.5	6.04	481.6	0.47
Case 5	80.0	6.40	540.3	0.51
Case 6	93.2	7.46	733.4	0.71
Case 7	126.5	10.12	1350.4	1.31

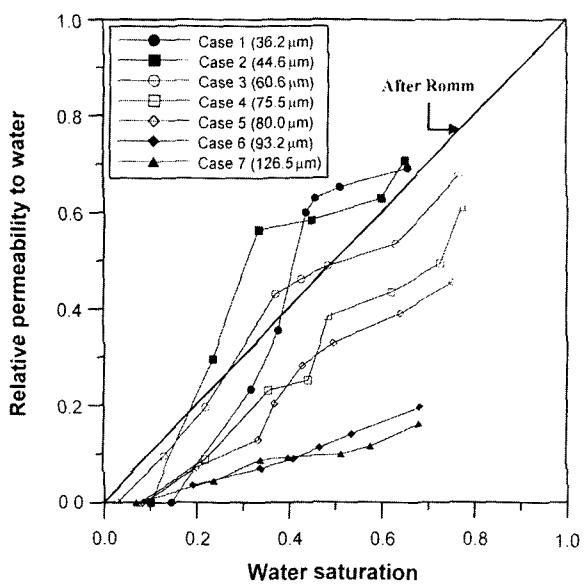


Fig 4. Relative permeability curves to water.

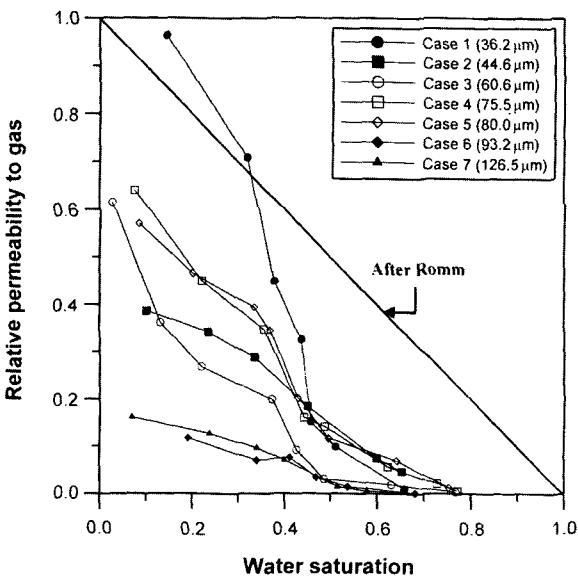


Fig 5. Relative permeability curves to gas.

Table 2. Fitting parameters for relative permeability to water

	h (aperture size, μm)	B_L (slope)	A_L (y intercept)	C_L (x intercept)	R^2	$h \times B_L$
Case 1	36.2	1.521	-0.180	0.118	0.867	55.060
Case 3	60.6	0.920	0.008	-0.001	0.954	55.752
Case 4	75.5	0.841	-0.078	0.093	0.972	63.500
Case 5	80.0	0.714	-0.063	0.088	0.969	57.120
Case 6	126.5	0.333	-0.039	0.117	0.981	42.125
Average				0.083		54.711

Table 3. Fitting parameters for relative permeability to gas

	h (aperture size, μm)	B_G (slope)	A_G (y intercept)	C_G (x intercept)	R^2	$h \times B_G$
Case 1	36.2	-2.070	1.246	0.602	0.915	-74.934
Case 3	60.6	-0.780	0.497	0.647	0.922	-47.268
Case 4	75.5	-0.916	0.651	0.711	0.943	-69.158
Case 5	80.0	-0.894	0.642	0.718	0.945	-71.520
Case 6	126.5	-0.249	0.161	0.647	0.922	-31.500
Average				0.658		-58.876

결과를 Fig. 4과 Fig. 5에 나타내었다. 그러나 분석의 편의 및 정확도를 기하기 위해 실험 오차에 의해 전체적인 경향에서 많이 벗어나는 case 2, 거의 유사한 결과를 보이는 case 6과 case 7 중에 case 7을 제외한 5가지 경우에 대해 분석을 실시하였다.

물의 상대투과도를 도시한 Fig. 4의 경우, 잔류수포화도(irreducible water saturation)를 나타내는 x절편 값들은 간극 크기가 증가할수록 감소하는 경향을 보이며 0.08의 평균값을 나타내었다. 그러나 가스 상대투과도의 측정결과인 Fig. 5에서는 이러한 경향을 찾기가 힘들며 0.66 평균값을 보였다. Fig. 4와 5에서 알 수 있는 간극 크기에 따른 상대투과도 곡선의 가장 특징적인 양상은 간극 크기의 증가에 따른 기울기의 감소현상이다. 이러한 양상은 물과 가스 상대투과도의 경우 거의 동일한 현상을 보이는데 이는 간극 크기가 증가함에 따라 두 상간의 간섭이 더욱 커지기 때문이다. 이 결과는 지금까지 사용되고 있는 Romm의 균열암에 대한 상대투과도 결과와는 상충되는 모습을 보이고 있는 것으로서, 간극 크기를 65, 70, 100, 125 μm 로 변화시켜 수행한 그의 실험 결과는 간극 크기와는 상관없이 상대투과도 자료가 동일한 직선 상에 존재하는 모습을 보였으며 이는 k_{rg} 와 k_{rL} 의 합이 1인 식으로 표현된다. 이러한 결과는 상대투과도가 간극 크기의 변화에 영향을 받지 않는 것을 보여주는 것으로 본 연구 결과뿐 아니라 최근 발표되는 연구 결과에서는 간극 크기의 영향이 관측되고 있다

(Pyrak - Nolte et al., 1990).

또한 가스 · 물 상대투과도 곡선에 있어서 일반 다공질암의 상대투과도 곡선은 아래로 볼록한 형태를 나타내는 것과는 달리 본 실험에서는 수포화도 증가에 따라 상대투과도가 선형적인 변화를 나타내었다. 이러한 수포화도에 따른 선형적 변화를 정량화하기 위해 선형 적합식을 이용한 결과, 적합도를 나타내는 R^2 값이 Table 2와 3에서와 같이 5가지 경우에 있어서 그 값이 0.9 이상을 보였다.

3.2. 선형 실험관계식 도출

균열의 간극 크기에 따라 측정된 상대투과도 결과를 일반선형식에 의한 적합식으로 표현하기 위해서 대표적으로 Case 6에 대한 예를 나타낸 Fig. 6과 같이 각 경우의 가스 · 물 상대투과도에 대한 적합식의 기울기 및 x, y 절편 값을 계산하였다. 먼저 기울기의 경우 간극 크기에 의존적임을 실험 결과에서 알 수 있으나 임계 포화도를 나타내는 x 절편은 간극 크기보다는 평판 표면의 특성 즉, 재질, 거칠기 등에 더 의존적이므로 본 실험의 가스 · 물에 대한 5가지 Case에서의 평균값을 사용하였다.

선형 적합식의 형태를 일반선형식으로 나타낼 때, Fig. 4로부터 얻은 물의 상대투과도 적합 파라미터는 Table 2와 같다. 이 과정에서 적합된 직선의 기울기와 간극 크기의 곱이 거의 일정하게 유지되는 상관 관계를 발견하였으며 이는 Table 2에서도 확인할 수 있다. 이 값들의 평균값을 이용한 경험식은 다음의 식 (4)로 나타났다.

$$y = \frac{55}{h} (x - \bar{C}_L) \quad (4)$$

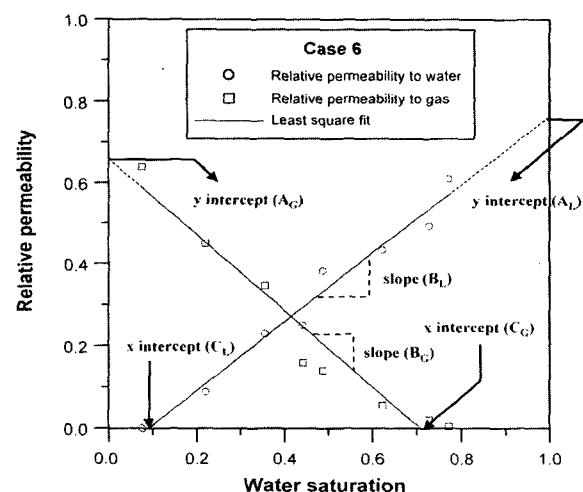


Fig 6. Relative permeability data and least square fitting parameters.

여기서 h 는 간극 크기 (μm), $\overline{C_L}$ 는 평균 x 절편으로서 본 실험의 경우 0.083으로 나타났다. 한편 가스의 상대투과도를 같은 방법으로 적합하면 Table 3에 나타낸 바와 같다. 또한 이를 통해 도출된 적합식은 아래의 식 (5)와 같다.

$$y = -\frac{59}{h} (x - \overline{C_G}) \quad (5)$$

여기서 $\overline{C_G}$ 는 역시 평균 x 절편으로서, 본 실험의 경우 0.658를 보였다.

4. 결론

본 연구에서는 단일 균열 모형시스템에서의 간극 크기에 따른 상대투과도의 변화 양상을 규명하기 위해 간극 크기를 조절할 수 있는 실험 장비를 제작하여 실험을 수행하였고, 실험 결과를 신속하고 정확하게 분석하기 위하여 디지털 영상 편집법에 의한 해석 모델을 개발하였다. 또한 도출된 간극 크기에 따른 상대투과도 변화 양상을 일반화하는 과정을 통해 다음과 같은 여러 가지 특징적인 현상들을 발견할 수 있었다.

- 1) 본 실험의 결과, 2상 유체의 유동에서 가스의 유속이 작을 경우에는 가스는 고유의 유동로를 점유하면서 흐르고 이 유동로는 좀처럼 변하지 않으며, 가스의 유속을 보다 증가시키면 가스 기포의 크기는 증가하고 고유의 유동로는 유지되지 못하는 현상을 보인다. 또한 간극의 크기가 증가하면 가스 기포의 크기가 증가하며 낮은 유속에서도 일정 유동로가 존재하지 않는 complex flow와 유사한 형상을 보인다. 이러한 사실로부터 균열에서의 2상 유체의 유동 형태는 유체의 유속 뿐 아니라 간극의 크기에 영향을 받음을 알 수 있다.
- 2) 간극 크기에 따른 상대투과도 곡선을 비교한 결과, 간극 크기가 증가할수록 두 상 간의 간섭이 증가함을 확인할 수 있었으며, 다공질암에 대한 상대투과도 곡선과는 달리 수포화도에 따른 상대투과도가 선형으로 증가 또는 감소하는 현상을 보였다. 이와 같은 현상은 단일 균열암에서의 유동특성으로 생각되며 여러 간극 크기를 갖는 실제 균열에 대한 상대투과도는 다소 상이한 형태를 보일 것으로 예상된다.
- 3) 상대투과도 곡선의 특징 중의 하나인 임계포화도는 간극 크기에 따른 일관된 양상을 보이지 않았으며, 재질, 거칠기와 같은 평판 표면의 특성에 따라 변화하는 현상

을 관측하였다.

- 4) 수포화도 증가에 따른 상대투과도의 변화를 선형 적합하는 과정에서 상간의 간섭 정도를 나타내는 기울기와 간극 크기의 곱이 일정하게 유지되는 현상을 관찰하였는데, 이 값은 물의 상대투과도의 경우 55, 가스의 경우 59를 나타내었다. 임계포화도의 경우 간극 크기에 따른 일정한 경향을 보이지 않으므로 물과 가스의 경우 각각 0.083, 0.658의 평균치를 사용하였다. 이와 같이 단일 균열에 대한 상대투과도 선형 적합식은 유체 유동의 저해 정도를 나타내는 간극 크기와 매질의 표면 특성을 나타내는 임계포화도를 이용하여 구성되었으며, 향후 균열 간극 크기에 따른 유동 양상 예측에 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

1. Fourar M. and Bories S. (1993), "Two-Phase Flow in Smooth and Rough Fractures: Measurement and Correlation by Porous-Medium and Pipe Flow Models", Water Resource Research, Vol. 29, No. 11, pp.3699-3708.
2. Long, J. C. S et al. (1996), "Rock Fractures and Fluid Flow- Contemporary Understanding and Applications", National Academy Press, USA.
3. Persoff, P., Pruess K. and Myer L. (1991), "Two Phase Flow Visualization and Relative Permeability Measurement in Transparent Replicas of Rough-Walled Rock Fracture", Lawrence Berkeley Lab. Report 30161, Presented at the 16th Workshop on Geothermal Reservoir, Stanford, Calif.
4. Pieters, D. A. and Graves R. M. (1994), "Fracture Relative Permeability: Linear and Non-linear Function of Saturation", paper SPE 28701 presented at the SPE International Conference & Exhibition of Mexico, Mexico.
5. Pruess, K. and Tsang Y. W. (1990), "On Two-Phase Relative Permeability and Capillary Pressure Rough-Walled Rock Fracture", Water Resource Research, Vol. 26, No. 9, pp.1915-1926.
6. Pyrak-Nolte, L. J. et al. (1990), "Stratified Percolation Model for Saturated and Unsaturated Flow through Natural Fracture", in Proceedings of First Annual International High-Level Radioactive Waste Management Conference, La Grange.
7. Romm, E. S. (1972), "Fluid Flow in Fractured Rocks", Bartlesville, OK.
9. Rossen, W. R. and Kumar A. T. A. (1992) "Single- and Two-Phase Flow in Natural Fractures", paper SPE-24195 presented at the 67th Annual Technical Conference of the Society of Petroleum Engineers Washington D. C..
10. Tsang, Y. W. (1984), "The Effect of Tortuosity on Fluid Flow through a Single Fracture", Water Resource Research, Vol. 20, pp.1209-1215.
11. Tsang, Y. W. and Tsang C. F. (1987), "Channel Model of Flow through Fractured Media", Water Resource Research, Vol. 23, No. 3, pp.467-479.
12. van Golf-Racht T. D. (1982), "Fundamentals of Fractured Reservoir Engineering", Elsevier Press, Netherlands.
13. Witherspoon, P. A., J. S. Y. Wang, Iwai, K., Gale, J. E. (1980), "Validity of Cubic Law for Fluid Flow in Deformable Rock Fracture", Water Resource Research, Vol. 16, No. 6, pp.1016-1024.

(접수일자 1999. 11. 20)