

## 쌍곡선형 이상유동 방정식과 경계면 모양함수를 이용한 유체기계의 역류유동제한점 예측방법 개발

정 지 환\*

### Counter-Current Flow Limitation Model Based on the Hyperbolic Two-fluid Equations and Interface Shape Function

Ji Hwan Jeong\*

**요약** 다상유체의 작동에 의해서 그 기능을 수행하는 산업기계는 매우 광범위하게 이용된다. 이들 중 일부는 서로 분리된 2상 유체가 반대방향으로 흐르는 특성을 이용하고 있다. 서로 반대방향으로 흐르는 액체상과 기체상의 최대 유량은 역류유동제한 현상으로 제한된다. 이상유동의 질량 및 운동량 보존 방정식을 세우고 쌍곡선형 방정식이 시스템의 특성방정식으로부터 역류유동제한 현상을 예측할 수 있는 모델을 개발하였다. 현재의 모델은 액체상 유입부의 기하학적 모양이 수직이거나 이와 유사한 형태로 되어 있어서 주변에 비동류가 형성되는 경우에 적용된다. 이 모델은 액체와 기체 사이의 질량전달을 일으키는 기계에 대한 유체역학적 운전제한 조건으로 이용될 수 있다.

**Abstract** There are lots of industrial machines of which functions are achieved by operation of multi-phase fluids. Some of them take advantage of the characteristics of counter-current two-phase flow. The maximum flow rates of gas and liquid phases which flow in opposite-directions (counter-current flow) are limited by a phenomenon known as a Counter-Current Flow Limitation (CCFL or Flooding). The mass and momentum conservation equations for each phase were established to build a first-order hyperbolic partial derivative equations system. A new CCFL model is developed based on the characteristic equation of the hyperbolic PDE system. The present model has its application to the case in which a non-uniform flow is developed around a square or sharp-edged entrance of liquid phase. The model is able to be used to predict the operating-limit of components in which mass and heat transfer are taking place between liquid and gas phases.

**Key Words** : CCFL, Flooding, Counter-current flow, Hyperbolic equation, Characteristic equation

#### 1. 개 요

역류유동제한(counter-current flow limitation, CCFL) 혹은 플러딩(flooding) 현상은 기체상과 액체상이 분리되어 서로 반대방향으로 흐를 수 있는 한계를 의미한다. 역류유동제한 현상이 발생하기 전에는 유로 상단으로 공급된 액체가 모두 유로를 통과하여 흘러가지만 역류유동제한 현상이 발생하면 공급된 액체는 유로를 통과하지 못하여 입구에 쌓이게 된다. 이러한 이유로 인하여 역류유동제한 현상은 화학공정 공장, 석유시추시설 등의 운전 한계점으로 작용하므로 50여년 전 화학공학자들에 의해서 연구가 시작되었다. 또한, 원자력발전소의 가압사고시 비상노심냉각계통(Emergency core cooling system, ECCS)의 성능한계로 작용하므로 안전해석 분야에서 연구의 대상이 되고 있다. 대기오염물질 제거장치(particulate scrubber)

중 상당수는 기체와 액체 사이의 질량전달(mass transfer) 과정을 응용하고 있다. 이러한 장치는 액체와 기체를 반대방향으로 흘러보내면서 경계면을 통하여 배기 가스등의 기체에 섞여있는 오염물질을 액체로 이동시켜 제거한다. 이상유동을 이용하는 대기오염물질 제거장치의 운전한계에 영향을 주는 인자는 다양하지만 역류유동제한 현상은 유체유동 관점에서 물리적으로 불가능한 운전한계를 제시하고 있다.

역류유동제한 현상에 대한 연구는 실험 및 이론적인 방법으로 꾸준히 진행되어 왔다. 이론적 모델 역시 매우 다양하게 개발되었다. 현재까지 개발된 해석적 역류유동제한 현상 모델은 크게 세 가지로 나눌 수 있다.

(1) 파동 동역학(wave dynamics) : 액막에 파동이 발생하고 이 파동이 불안정해져서 역류유동제한 현상으로 진행된다는 생각을 바탕으로 개발된 모델이다. Cetinbudaklar & Jameson[1], Richter [2], Shearer & Davidson[3], Wallis & Makkenchery[4] 등의 모델이 여기에 속한다.

\*천안의국어대학 환경관리과

(2) 액적 동력학(drop dynamics) : 낙하하는 물방울에 작용하는 중력과 위 방향으로 흐르는 공기에 의한 견인력(drag force) 이 균형을 이룬다는 개념에 기초를 둔 모델이다. Lee et al.[5], McCarthy & Lee[6] 등의 모델이 여기에 속한다.

(3) 액막 동력학(liquid film dynamics) : 액막의 속도 분포를 구하고 순유량(net flow)이 0일 때 역류유동제한 현상이 발생한다는 이론으로서 Maron & Dukler[7], Taitel et al.[8], Wallis[9], Bharathan et al.[10] 등의 모델이 여기에 해당한다.

한편, 역류유동제한 현상은 유로의 기하학적 형태의 영향을 많이 받는다. 구조의 기하학적 영향을 해석적인 모델에 반영하는 것은 매우 어려우므로 실험에 의한 상관식을 개발하여 이용하고 있다. 대부분의 실험식은 식 (1), (2)와 같이 단순한 선형 방정식의 형태를 가지도록 개발되었다.

$$j_g^{*1/2} + m j_f^{*1/2} = C^2 \tag{1}$$

$$K_g^{1/2} + m K_f^{1/2} = C^2 \tag{2}$$

여기에서

$$j_k^* = j_k \sqrt{\frac{\rho_k}{gD(\rho_f - \rho_k)}}, K_k^* = j_k \sqrt{\frac{\rho_k^2}{g\sigma(\rho_f - \rho_k)}} \tag{3}$$

이고  $g, D, \sigma, \rho, j$ 는 중력가속도, 특성길이(직경), 표면장력, 밀도, 그리고 결보기 속도를 나타내고,  $c, m, f, k$ 는 각각 기체상, 액체상, 그리고 임의의 상을 나타낸다. 식 (1), (2)에서 볼 수 있듯이 실험식에는  $m$ 과  $C$ 라는 두개의 매개변수가 있는데 이 값들은 유로의 기하학적 구조의 영향을 받는다고 알려져 있으며, 이 값을 조정하여 실험값을 조율할 수 있다.

본 연구에서는 수직 원형 관을 대상으로 파동동력학 개념을 이용한 해석적 모델을 개발하고 실험결과와 비교하여 모델의 적합성을 평가하였다. 실제 공정에서는 수직 원형 관 이외에도 다양한 형태로 유료가 사용되지만 수직 원형 관을 이용하는 경우 해석적으로 접근하기 쉽고 역류유동제한 현상의 발생기구를 물리적으로 이해하는데 도움이 된다.

## 2. CCFL 모델

유동제한 현상과 singular points와의 관계를 이해하

기 위하여 우선 아래의 일차 편미분방정식 시스템을 생각하자.

$$A \frac{\partial X}{\partial t} + B \frac{\partial X}{\partial z} = C \tag{4}$$

파동의 첨두(wave front)가 전파되어 가는 좌표는 아래의 파동좌표축,  $\xi$ 으로 표현된다.

$$\xi = z + \lambda t \tag{5}$$

$\lambda$ 는 파동의 전파 속도로서 상류의 정보가 하류로 전달되는 속도를 의미한다. 실험실 좌표축 ( $t, z$ )를 파동좌표축  $\xi$ 로 변환하면 식 (4)는 아래의 식으로 표현된다.

$$(A\lambda + B) \frac{\partial X}{\partial \xi} = C \tag{6}$$

식 (6)에서 변수  $x_i$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial x_i}{\partial \xi} = \frac{N_i}{\Delta} \tag{7}$$

여기에서

$x_i$  :  $X$ 의  $i$ 번째 원소,

$$\Delta = |A\lambda + B|,$$

$N_i$  :  $(A_v \lambda + B_v)$ 의  $i$ 번째 열을  $C_j$ 로 교체하고 구한 행렬식의 값

만약  $\Delta \neq 0$ 이면,  $x_i$ 지점은 해석 공간에서 regular points 이고,  $\Delta = 0$ 이면, 식 (7)의 우변이 정의되지 않아 singular points가 된다. 식 (4)의 일차 편미분 방정식이 쌍곡선형 시스템이면 특성방정식(characteristic equation)으로부터 구해지는 정보의 전달속도,  $\lambda$ 가 서로 다른 실근을 가지게 된다[11]. Lax[12]의 연구에 의하면 식 (4)와 같은 선형 편미분 방정식이 well-posed 되기 위한 조건이 쌍곡선형 시스템이 되기 위한 조건과 같다고 하였다. 편미분 방정식 시스템이 well-posed 되면 방정식 해의 안정성(stability)이 보장된다.  $\lambda$ 가 허근을 가지면 방정식이 쌍곡선형 시스템이 되기 위한 조건을 만족시키지 못한다. 정보의 전달속도,  $\lambda$ 의 허수 부분은 상류의 정보가 하류로 전달되지 못함을 의미하며 다른 안정 조건으로 찾아가게 된다는 것을 의미한다. 즉, 쌍곡선 조건이 깨어지는 singular point 에서는 유체의 유동이 다른 형태로 변경되는 것이다.

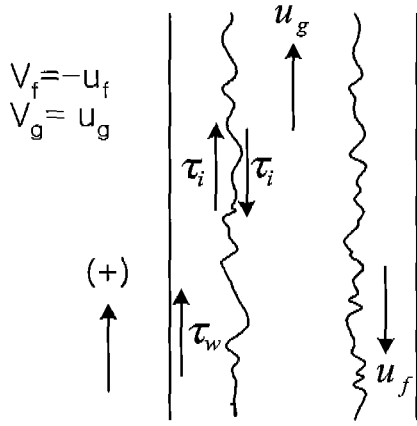


Figure 1. Schematic of a vertical annular flow system.

역류유동제한 현상 관계식을 개발하기 위하여 Figure 1에 보인 것과 같은 수직 환상류를 가정한다. 이것은 실제 공정에서 흔히 접하게 되는 유동양식이다. 여기에 기체상과 액체상 두 상의 질량보존식을 세우면 다음과 같다.

기체 질량 보존

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_g \rho_g V_g) = \Gamma \quad (8)$$

액체 질량 보존

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_f \rho_f V_f) = -\Gamma \quad (9)$$

여기에서  $V_g$ 와  $V_f$ 는 Figure 1의  $u_g$ 와  $-u_f$ 를 나타내며,  $\Gamma$ ,  $\alpha_g$ ,  $\alpha_f$ 는 각각 증기발생량, 유로 단면적에서 기체의 평균 공간비(기공율), 그리고 액체의 평균 공간비를 나타낸다. 즉,  $\alpha_g + \alpha_f = 1$ 이다. 두 상간의 경계면의 압력이 기체상의 압력과 같다고 가정하고 두 상간의 압력차에 대한 공간 미분이 기공률만의 함수라고 가정하자. 그러면  $\partial \Delta P / \partial z = (\partial \Delta P / \partial \alpha_g) \partial \alpha_g / \partial z$ 로 표현할 수 있다. 이때  $\Delta P = P_f - P_g$ 이다. 이러한 가정을 이용하여 두 상의 운동량 보존식을 세우면 다음과 같다.

기체 운동량 보존

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial V_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g V_g \frac{\partial V_g}{\partial z} + \alpha_g \frac{\partial P_g}{\partial z} = \Gamma(V_g - V_f) - 4 \frac{\sqrt{\alpha_g}}{D} \tau_i - \alpha_g \rho_g g \quad (10)$$

액체 운동량 보존

$$\alpha_f \rho_f \frac{\partial V_f}{\partial t} + \alpha_f \rho_f V_f \frac{\partial V_f}{\partial z} + \alpha_f \frac{\partial P_f}{\partial z} = -\Gamma(V_f - V_g) + 4 \frac{\sqrt{\alpha_g}}{D} \tau_i - \frac{4}{D} \tau_w - \alpha_f \rho_f g \quad (11)$$

여기에서

$$P_f = P_g + \Delta P, \quad \Delta P = P_f - P_g, \quad \frac{\partial P_f}{\partial z} = \frac{\partial P_g}{\partial z} + \frac{\partial \Delta P}{\partial z} \frac{\partial \alpha_g}{\partial z}$$

$$\tau_i = \frac{f_i}{2} \rho_g |V_g| V_g, \quad \tau_w = \frac{f_w}{2} \rho_f |V_f| V_f, \quad \Gamma = \frac{Q_w}{h_g}$$

아래 첨자 g, f, w는 기체상, 액체상, 그리고 벽(wall)을 나타낸다. 식 (8)~(11)의 4개의 식들은 식 (4)와 같은 행렬 형태로 변환시킨 후 좌표축을  $\xi = z + \lambda t$ 으로 변환시키고 다른 항들에 비해 크기가 매우 작은 음속 항을 무시하면, 기공율의 변화율은 다음의 식으로 정리된다.

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial \xi} = \frac{N(\alpha_g)}{\Delta} \quad (12)$$

여기에서

$$\Delta = -\alpha_f \rho_g (\lambda + V_g)^2 - \alpha_g \rho_f (\lambda + V_f)^2 + \alpha_g \alpha_f \frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha_g} \quad (13)$$

$$N(\alpha_g) = 4 \frac{\sqrt{\alpha_g}}{D} \tau_i - \frac{4}{D} \alpha_g \tau_w - \alpha_g \alpha_f \Delta \rho g - \Gamma(\alpha_f (\lambda + V_g) - \alpha_g (\lambda + V_f)) \quad (14)$$

쌍곡선형 조건을 만족시키는지 여부는 식 (13)의 특성 방정식이 실근을 갖는지 혹은 허근을 갖는지를 조사하여 알 수 있다. 즉, 특성 방정식,  $\Delta(\lambda) = 0$ 의 해는 다음과 같다.

$$\lambda = p \pm \sqrt{(p^2 - q)} \quad (15)$$

여기에서

$$p = \frac{\alpha_f \rho_g V_g + \alpha_g \rho_f V_f}{\alpha_f \rho_g + \alpha_g \rho_f},$$

$$q = \frac{\alpha_f \rho_g V_g^2 + \alpha_g \rho_f V_f^2 + \alpha_g \alpha_f \frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha_g}}{\alpha_f \rho_g + \alpha_g \rho_f} \quad (16)$$

중립안정 조건(neutral stability condition)은 식 (15)의 제곱근 항을 "0"이라 놓고 해를 구함으로써 찾아진다.

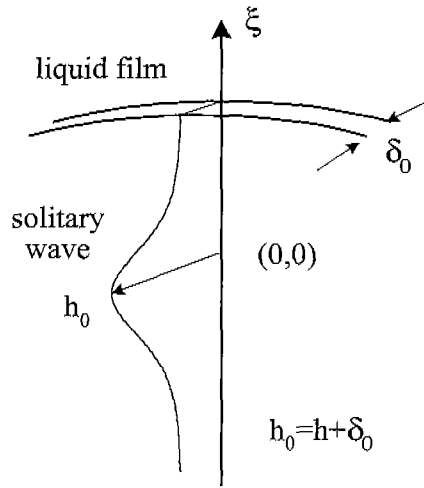


Figure 2. Simplified solitary wave to obtain its radius of curvature.

그 결과는 아래와 같다.

$$(V_x - V_f)^2 = -\frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha_g} \frac{\alpha_f \rho_g + \alpha_g \rho_f}{\rho_g \rho_f} \quad (17)$$

식 (17)은 특성함수의 해(정보전달 속도)가 실근을 갖는 영역과 허근을 갖는 영역의 경계를 나타낸다. 따라서, 불안정성에 의한 역류유동제한 현상은 식 (17)의 조건이 만족될 때 발생하게 된다. 위 식을 식 (3)의 무차원 수로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{j_g^*}{\alpha_g} + \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_f}} \frac{j_f^*}{\alpha_f} = N_p \sqrt{\alpha_g + \alpha_f (\rho_g / \rho_f)} \quad (18)$$

여기에서

$$N_p = \left( -\frac{\partial \Delta P / \partial \alpha_g}{g D \Delta \rho} \right)^{1/2} \quad (19)$$

식 (19)항의 크기를 알기 위해서는 두 상 사이의 압력차를 계산해야 한다. 이를 위해 Figure 2에 보인 것과 같은 Korteweg-de Vries 독립파(solitary wave)[13]를 가정한다.

$$\delta(\xi) = h \operatorname{sech}^2(\kappa \xi) + \delta_0 \quad (20)$$

여기에서  $\delta$ ,  $\delta_0$ ,  $h$ ,  $\kappa$ 는 각각 수막의 두께, 수막의 기저 두께, 독립파 중심부의 높이( $h + \delta_0$ ), 그리고 파동수(wavenumber,  $2\pi / \lambda_w$ )를 나타낸다. 독립파의 정상부분

에서는 기체상의 속도가 최대가 되고 Bernoulli 법칙에 의해 압력이 최소가 된다. 따라서 독립파는 정상 부분에서부터 불안정해진다고 가정할 수 있다. 독립파 정상에서는 두 상간의 압력차가 최대가 되며 다음 식으로 표현된다.

$$\Delta P = -\sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ at } \xi = 0 \quad (21)$$

여기에서

$$R_1 = R - (h + \delta_0), \quad R_2 = \left( \frac{d^2 \delta(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{\xi=0} \right)^{-1} = -\frac{1}{2h\kappa^2} \quad (22)$$

위 식에서  $R$ 은 유로의 직경을 나타내며,  $1/R_1$ 과  $1/R_2$ 는 각각 원주방향과 길이방향의 곡률반경을 나타낸다. 실제의 기구에서는  $1/R_1$ 가  $1/R_2$ 보다 매우 크므로 식 (21)에서  $1/R_1$ 을 무시할 수 있다. 그러면 아래 식으로 정리할 수 있다.

$$\Delta P = 2\sigma \kappa^2 (h_0 - \delta_0) \quad (23)$$

한편, 독립파의 정상에서 기공율과 파고 사이에는,  $\alpha_g = (1 - 2h_0/D)^2$ 의 관계가 있다. 이를 식 (23)에 대입하고  $\alpha_g$ 에 대하여 미분하면 아래의 식을 얻는다.

$$\frac{\partial \Delta P}{\partial \alpha_g} = -\frac{D}{2} \sigma \kappa^2 \alpha_g^{-1/2} \quad (24)$$

식 (24)와  $\kappa = 2\pi / \lambda_w$ 를 식(19)에 대입하면 아래의 식을 얻는다.

$$N_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\sigma}{g \Delta \rho}} \frac{2\pi}{\lambda_w} \alpha_g^{-1/4} \quad (25)$$

이 때 독립파의 파장이 Helmholtz instability에 의하여 가장 빨리 자라는 파동의 파장과 같다고 가정하자. 이것은 물리적으로 독립파가 Helmholtz instability에 의해서 안정성을 잃게 된다는 것을 의미한다. 즉,  $\lambda_w = 2\pi \sqrt{\sigma / g \Delta \rho}$ 이다. 이 값과 식 (25)을 식 (18)에 대입하고 우변 제곱근의 두 번째 항을 무시하면 아래의 단순한 식을 얻을 수 있다.

$$j_g^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha_g^{5/4} - \frac{\alpha_g}{\alpha_f} \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_f}} j_f^* \quad (26)$$

위 식에서  $\alpha_g$ 는 파동 정상에서의 기공율이며 이 값에 대한 정보만 주어지면 역류유동현상의 발현점을 예측할 수 있다.

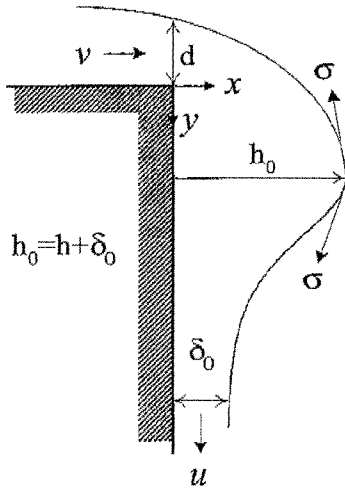


Figure 3. Schematic of a non-uniform flow around a rectangular liquid entrance.

실제 공정에서 자주 이용되는 직각 유입부를 Figure 3에 나타내었다. Figure 3은 원형 유로의 좌우 대칭인 단면에서 좌측 부분만 나타낸 것이다. 액체상이 수평으로 이동하다 수직 유로에 유입될 때 볼 수 있는 비등류(non-uniform flow)의 유동형태와 힘의 균형을 보여주고 있다. x-축 방향으로 진행하던 액체상의 운동이 표면장력과 균형을 이루고 있으므로 아래의 관계가 성립한다.

$$\frac{1}{2} \rho_f v^2 = -\sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (27)$$

여기에서 비등류의 표면 형상을 식 (20)의 Korteweg-de Vries 독립파 형상으로 가정하자.  $1/R_1$ 과  $1/R_2$ 는 각각 원주방향과 수직 유로의 길이방향의 곡률반경을 나타낸다. 실제의 기구에서는  $1/R_2$ 가  $1/R_1$ 보다 매우 크므로 식 (27)에서  $1/R_1$ 을 무시할 수 있다. 그러면 아래 식으로 정리할 수 있다.

$$\frac{1}{2} \rho_f v^2 = 2\sigma \kappa^2 h \quad (28)$$

Figure 3에 보인 비등류의 표면형태는 식 (20)로 표현되는 파동과 유사한 모양이다. 그러나 실제로는 파동이 아니고 단순히 힘의 균형에 의하여 유선(stream line)이 정해진 비등류일 뿐이다. 따라서 식 (28)에 나타나는 파동수( $\kappa$ )에 물리적 의미는 없다. 그러나 관수로 이상유동에서 관찰되는 파동은 Helmholtz 불안정성과 관계가 깊으므로 아래 식과 같이 Helmholtz 파동수에 상수 값을 곱한 형태일 것이라고 가정한다.

$$\kappa^2 = C_1 \frac{g\Delta\rho}{\sigma} \quad (29)$$

식 (29)를 식 (28)에 대입하면 아래식을 구할 수 있다.

$$h = \frac{\rho_f v^2}{4C_1 g\Delta\rho} \quad (30)$$

한편, Figure 3의 수평 부분에서 유속( $v$ )과 깊이( $d$ )는,  $v = \sqrt{gd}$ 의 관계가 있고, 유동단면의 단위길이당 체적유량( $q_f$ )은,  $q_f = v \cdot d$ 의 관계가 있으므로, 유속과 단위 체적유량은 다음의 관계를 가진다.

$$v = (gq_f)^{1/3} \quad (31)$$

식 (3), (31)와  $Q_f = \pi Dq_f$ 를 식 (30)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$h = \frac{\rho_f}{4C_1 g\Delta\rho} \left( \frac{gD}{4} \right)^{2/3} \left( \frac{gD\Delta\rho}{\rho_f} \right)^{1/3} j_f^{2/3} \quad (32)$$

한편,  $\alpha_f \approx 4h/D$ 의 관계가 있으므로 아래의 관계가 성립한다.

$$\alpha_f = C_2 \cdot j_f^{2/3} \quad (33)$$

### 3. 실험장치

앞 절에서 설명한 역류유동제한 현상 모델을 검증하기 위하여 실험을 수행하였다. 이용된 실험장치는 Figure 4에 개념도로서 나타내었다. 실험장치는 상부수조와 하부수조 사이를 연결하는 원형관을 실험부로 하고 있다. 실험부의 길이와 직경은 각각 100 cm, 3 cm이다. 실험부 상단은 액체상이 유입되는 부분으로서 직각을 이루도록 하였고, 하단은 구배가 완만하게 변하도록 처리하였는데 이는 실험부를 빠져나오는 액체상과 실험부로 유입되는 공기 사이의 마찰을 최소화하기 위해서이다. 실험부에는 7마력 송풍기로 가압된 공기를 공급한다. 이 때 공기는 하부수조에 설치된 벌집 모양의 공기 분배기를 통과하므로 유량과 압력의 변화가 최소화된다. 물은 이온교환 수지로 정화한 수도 물을 사용하며 펌프를 이용해 상부수조에 공급한다. 벌집모양의 분배기를 통과시킴으로써 난류발생을 억제하고 유량을 균일하게 만들었고 실험부를 통과하여 하부수조에 고인 물을 저장수조로 순환시킨다. 물은 폐쇄회로를 순환하는 동안 펌프로 인해 에너지가 축적되어 온도가 상승하는데 이를 방지하기 위하여 저장수조를 열교환기로 냉각

시킨다. 공기와 물의 유량은 Dweier사의 Rotameter로 측정하였다. 두개의 Rotameters 를 이용하여 공기 유량을 측정하였는데 측정범위는 2~200 SCFH, 140~1200 SCFH이다. 물의 유량 측정에 사용된 Rotameter의 측정범위는 0.2~2.55 LPM, 0.2~2.5 GPM, 1.2~20 GPM 이다. 시험부 상단에 형성되는 비등류의 형상은 CCD 카메라로 영상을 기록한다. 기록된 영상은 PC에 설치된 영상처리 시스템을 이용하여 기공율을 계산한다.

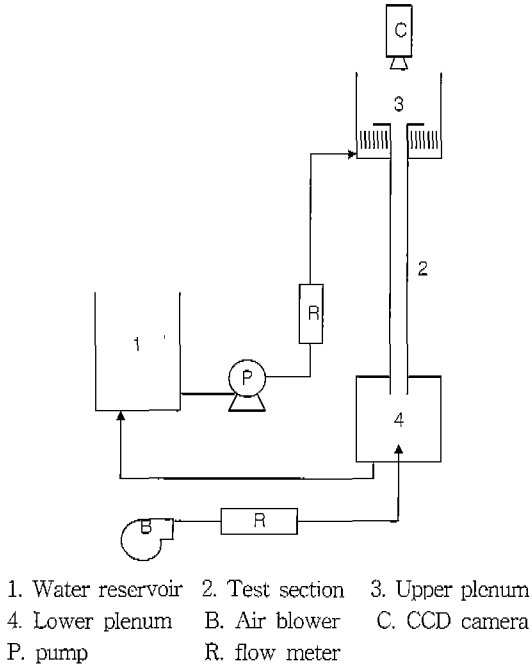


Figure 4. Schematic diagram of experimental apparatus.

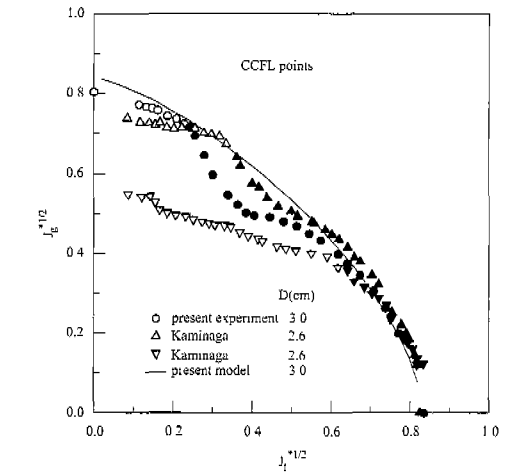


Figure 5. Comparisons among present model and experimental measurements.

### 4. 결과 및 토의

역류유동제한 값을 예측하기 위해서는 식 (33) 의 기공율 관계식을 구해야 한다. 이를 위해 직경이 2,3,4, 그리고 5 cm인 실험부에 대하여 액체상의 유량을 변화시키며 기공율을 측정하였다. 기공율은 실험장치 상부에 설치된 CCD 카메라를 이용하여 액체상 유입부에서 비등류의 분포를 촬영하고, PC에 설치된 영상처리 시스템을 이용하여 액체상이 차지하는 면적과 공기가 차지하는 면적을 계산함으로써 구할 수 있다. 측정된 기공율 값을 식 (33) 형태로 회귀분석하여 아래의 식을 구하였다.

$$\alpha_j = 1.166 \cdot j_f^{*2/3}, j_f^{*2/3} < 0.8 \tag{34}$$

본 연구에서 제시한 역류유동제한 현상 모델의 유효성을 검증하기 위하여 Kaminaga 등[14]이 수행한 실험 결과, 그리고 본 연구에서 수행한 실험 결과와 함께 Figure 5에 비교하였다. 앞서 언급하였듯이 액체상의 유입부가 수직인 경우에는 모델개발이 어려워 실험에서도 다양한 결과가 문헌에 제시되지 못하였고, 따라서, 다양한 비교가 이루어지지 못하였다. Figure 5에서 본 모델이 나타내는 곡선은 식 (26)와 (34)를 이용하여 직경이 3 cm인 경우에 대한 역류유동제한 점에 대한 예측을 나타낸다. 원으로 표시된 값들은 본 실험장치에서 직경 3 cm인 실험부를 이용하여 측정된 값이다. 역삼각형과 정삼각형으로 표시된 값들은 Kaminaga 등의 실험결과이며 이들이 사용한 실험부의 직경은 2.6 cm이다. 정삼각형으로 나타낸 측정값은 실험부 상단과 하단의 기하학적 구조가 본 연구의 실험부와 같을 때 측정된 값이다. 그러나 역삼각형이 나타내는 값들은 실험부 상단, 즉 액체상의 유입부를 직각이 아니라 원형으로 만들어 측정된 값들이다. Figure 5에서 측정 값을 나타내는 기호는 채워져 있는 것(●, ▲, ▼)과 열려 있는 것(○, □, ▢)이 있다. 열려져 있는 기호는 역류유동제한이 실험부 하단에서 발생하는 경우를 나타내며 이 것은 역류유동 현상 발생기구가 본 논문에서 대상으로 하는 것과 다르다. Kaminaga 등의 원형 입구 측정값(□)이 이 경우에 해당하며 이 경우는 논의로 한다. 액체상 유입부의 구배가 완만히 변하면 Figure 3 에 나타낸 것과 같은 비등류가 형성되지 않으므로 식 (34)를 적용할 수 없게 된다. 이러한 경우에는 역류유동제한이 실험부 하단에서 발생하게 된다. 또한 액체상의 유량이 적을 때에는 실험부 상단이 직각을 이루어도 실험부 상단에 형성되는 비등류의 두께가 얇아서 역류유동제한 현상이 실험부 하단을 흐르는 액막의 불안정성에 의해서 일어날 수 있다. 따라서 액체 유량이 적은 부분, 즉, 플러딩이 액체상 출

구 부분에서 발견되는 경우에 대한 예측은 액체상 유입부 형상이 완만하게 변한다는 가정하에 개발된 기존 연구자의 모델을 이용하여야 한다. 이러한 상황에 대한 자세한 설명은 Jeong & No [15]의 실험결과 설명에 기술되어 있다. 채워져 있는 기호는 액체상 유입구에 비등류가 형성되어 역류유동현상이 발견되는 점을 나타내며 액체상의 유량이 큰 영역에서 본 모델로 예측한 것과 근접한 결과를 보여주고 있다.

### 5. 결 론

일차 편미분방정식의 특성방정식과 이상유체의 질량 및 운동량보존 방정식을 이용하여 역류유동제한 현상이 일어나도록 하는 유량을 예측할 수 있는 해석적 모델을 개발하였다. 이상유체 방정식의 경우, 특성 방정식의 해는 상류의 정보를 하류에 전달시키는 정보전달 속도를 의미한다는 사실을 기초로 개발된 모델이다. 즉, 상류에 공급되는 액체상의 유입량이 증가하였다는 정보가 하류에 전달되면 액체상의 유동이 연속적으로 증가하여야 하는데, 오히려 진력 흘러가지 못하는 것은 정보전달이 중지되었음을 의미하는 것이다.

본 연구에서 수행한 실험 결과, 그리고 다른 문헌에서 찾은 실험결과 등과 비교하여 본 연구에서 제시한 모델이 잘 예측하고 있음을 보였다. 그러나 제시된 모델은 액체상의 유입구가 직각 혹은 그와 비슷한 구조를 이루어 유입부 주변에 비등류가 형성되는 경우에 적용 가능하다. 보다 넓은 영역에 적용할 수 있는 모델을 개발하기 위하여 추가 연구가 필요한 것으로 판단된다.

### 참 고 문 헌

[1] Cetinbudaklar, A. G., Jameson, G. J., "The mechanism of flooding in vertical countercurrent two-phase flow, *Chemical Engineering Science*, 24, pp. 1669-1680, 1969.

[2] Imura, H., Kusuda, H., Funatsu, S., "Flooding velocity in a counter-current annular two-phase flow," *Chemical Engineering Science*, 32, pp. 79-87, 1977.

[3] Shearer, C. J., Davidson, J. F., "The investigation of a standing wave due to gas blowing upwards over a liquid film; Its relation to flooding in wetted-

wall columns," *J. of Fluid Mechanics*, 22(2), pp. 321-335, 1965.

[4] Wallis, G. B., Makkenchery, S., "The hanging film phenomena in vertical annular two-phase flow," *J. of Fluids Engineering*, 96, pp. 297-298, 1976.

[5] Lee, H. M., MaCarthy, G. E., Tien, C. L., Liquid carry-over and entrainment in air-water countercurrent flooding, EPRI Report, NP-2344, 1982.

[6] MaCarthy, G. E., Lee, H. M., Review of entrainment phenomena and application to vertical two-phase countercurrent flooding, EPRI Report, NP-1284, 1979.

[7] Maron, D. Moalem, Dukler, A. E., "Flooding and upward film flow in vertical tubes-II: Speculations on film flow mechanisms," *Int. J. Multiphase flow*, 10(5), pp. 599-621, 1984.

[8] Taitel, Y., Barnea, D., Dukler, A. E., "A film model for the prediction of flooding and flow reversal for gas-liquid flow in vertical tubes," *Int. J. Multiphase flow*, 8(1), pp. 1-10, 1982.

[9] Wallis, G. B., One dimensional two-phase flow, McGraw Hill, 1969.

[10] Bharathan, D., Wallis, G. B., Richter, H. J., Air-water countercurrent annular flow, EPRI Report, NP-1165, 1979.

[11] Ames, W. F., Numerical methods for partial differential equations, Academic, New York, pp. 165-191, 1977.

[12] Lax, P. D., "Differential equations, difference equations and matrix theory," *Comm. Pure Appl. Math.*, XI, pp. 174-194, 1958.

[13] Drazin, P. G., *Solitons*, Lecture Note Series 85, London Mathematical Society, 1983.

[14] Kaminaga, F., Okamoto, Y., Shibata, Y., "Evaluation of entrance geometry effect on flooding," Proc. 1st. JSME/ASME Joint Int. Conf. On Nuc. Eng., Tokyo, pp. 95-100, 1991.

[15] Jeong, J. H., No, H. C., "Experimental study of the effect of pipe length and pipe-end geometry on flooding," *Int. J. Multiphase Flow*, 22(3), pp. 499-514, 1996.