확률적 수요를 갖는 제품에서 서비스 수준을 고려한 안전재고 모형

Safety Stock for Desired Service Level for the Item with Probabilistic Demand

서 경 범 *
Suh Kyung-Bum
박 명 규**
Park Myung-Kyu

Abstract

In this research, the system is assumed to carry a single item of which the demand types vary. Demand type is defined as a management's classification of the item according to the demand source or to the service purpose.

The purpose of this research is to find the optimal inventory control policy when the system carries a single item which consists of multiple demand types. In this research , the optimizing algorithm contains a heuristic, therefore, the optimal is not guaranteed by the algorithm. At least, this research provides the solution to the problems that have not been solved by the existing algorithms.

1. 서 론

제조업체로부터 유통업체에 이르기까지 오늘날 대부분의 기업에서 가장 큰 투자비용 중의 하나는 재고를 위한 투자이며, 제품 생산비용 또는 제품(부품) 구입비용을 제외하더라도 제품 한 단위당 보관유지에 소요되는 연간 유지비용이 재고금액의 20~30%에 이르는 경우를 흔히 볼 수 있다. 재고관리문제에서 가장 어려우면서도 피할 수 없는 현실적인 문제는 제품의 공급시기, 생산률, 수요율 등이 항상 일정하지 않고, 확률적으로 변화한다는 것이다. 즉 고전적 모형의 경우에는 조달기간이나 수요 등이 확정

* 인덕대학 공업경영과 교수
** 명지대학교 산업공학과

적이어서 기대수요가 확률적인 경우에는 예측이 용이하지 않았다. 특히 조달기간이 불확실하면 주문이 중복될 가능성이 발생하며, 주문처리가 어렵고 복잡한 과정을 거쳐야 한다.[1]

재고관리 업무에서 해결하여야 할 문제로는 로트크기의 결정과 보충 주문점의 결정이 될 것이며, 만일 복수 재고형태라면 모든 제품형태에 대한 서비스수준을 감지하여 의사결정에 반영하여야 할 것이다.[2]

따라서 본 연구에서는 재고관리체계 전반에 요구되는 서비스수준이 달성되는 시점에서 평균재고수준을 최소화하며, 각 형태에 적합한 서비스수준을 달성할 수 있는 재고체계를 최적화할 수 있는 방법을 개발하는 데 연구목적이 있다.

2 재 고 정 책

2.1 주문수요가 확정적일 경우의 재주문점

조달기간 수요가 정규분포를 한다고 가정하면 함수는 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ 이며, 확률분포에서 확률변수 x가 어떤 특정한 값 $\mu+K\sigma$ 보다 클 경우의 x 와 $\mu+K\sigma$ 의 차에 대한 기대치를 N_K라 하면 N_K는 다음의 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned} N_K &= \int_{x=\mu+K\sigma}^{\infty}(x-\mu-K\sigma)f(x)dx \\ &= \sigma\left[\int_{z=K}^{\infty} zf(z)dz - \int_{z=K}^{\infty}Kf(z)dz\right] \end{aligned} \tag{1}$$

상기에서

$$\begin{aligned} I &= \int_{z=K}^{\infty} zf(z)dz \\ &= f(K) \end{aligned}$$

결과적으로 N_K 는 다음의 식 (2)와 같이 간단하게 표현된다.

$$N_K = \sigma\left[f(z) - K\int_{z=K}^{\infty}f(z)dz\right] \tag{2}$$

상기과정에서 $f(z)-K\int_{z=K}^{\infty}f(z)dz$ 를 부분기대치 $E(K)$로 정의하면 정규확률변수 x가 특정한 값 $\mu+K\sigma$ 보다 클 때 x 값과 특정 값과의 차의 기대값이 되며, 이는 재고량보다 큰 수요가 있을 경우 품절수량의 기대치가 되고, 품절수량의 기대치 $N_K=\sigma\cdot E(K)$ 가 된다. [3]

그러므로 주문주기 내의 기대 품절수량은 재주문점을 초과하는 조달기간 수요의 기대치이므로 식 (1) 및 식 (2)를 이용하여 식 (3)을 산출할 수 있다.

$$E(STO)=E(d_L-R_P)$$

$$= \int_{d_L > R_p} \left(Z - \frac{R_p - \sigma_L}{\sigma_{d_L}}\right) f(Z) d_Z$$

$$= \sigma_{d_L} \cdot E(K) \tag{3}$$

서비스수준 S_L은 다음의 식 (4)와 같으므로

$$S_L = 1 - \frac{E(STO)}{Q}$$

$$= 1 - \frac{\sigma_{d_L} \cdot E(K)}{Q} \tag{4}$$

식 (4)로부터 E(K)를 계산하면 식 (5)와 같다.

$$E(K) = \frac{(1 - S_L)Q}{\sigma_{d_L}} \tag{5}$$

E(k)는 식 (2)와 같으므로 식(5)를 재정리하면 식 (6)과 같다.

$$f(K) - K \int_K^{\infty} f(Z) d_Z = \frac{(1 - S_L)Q}{\sigma_{d_L}} \tag{6}$$

그러므로 식 (6)을 만족하는 k값을 안전계수라 하며, 정규분포표를 이용하여 부분기대치 E(k)를 계산할 수 있다.

식(6)에 의하여 안전계수가 계산되면 안전재고와 재주문점은 각각 식 (7) 및 식 (8)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$SS = K \cdot \sigma_{dL} \tag{7}$$

$$R_p = SS + E(d_L)$$

$$= SS + L \cdot \mu \cdot \xi \tag{8}$$

2.2 주문수요가 확률변수일 경우의 재주문점

주문수요가 $\xi \geq 3$인 확률변수라 하면 실제 서비스수준이 요구 서비스수준보다 낮아질 경우가 발생하게 되는 데 그 이유로는 보충주문이 재주문점에서 이루어지기 때문이다. 그러므로 요구 서비스수준을 충족시키기 위하여 식 (7)에서 계산된 재주문점 보다 높은 수준에서 보충주문이 이루어져야 한다. [4] [5]

주문수요가 랜덤하게 발생한다고 하면 실조달기간 수요에는 단위 주문수량에 조달기간 수요 (LD)를 포함하여야 한다고 할 때 실조달기간 수요(actual lead time demand : ALD)는 식 (9)로 표현되고

$$ALD = LD + X \tag{9}$$

실조달기간 수요의 기대치는 식 (10)과 같다.

$$E(ALD) = E(LD) + E(X)$$

$$= L \cdot \sigma + \xi \tag{10}$$

따라서 실조달기간 수요의 분산 V(ALD)은 식 (11)과 같고,

$$V(ALD) = V(LD+X)$$
$$= L \cdot \mu \cdot \xi + L \cdot \mu \cdot \xi^2 + \xi \qquad (12)$$

그러므로 식 (11) 및 식 (12)로 각각 계산된 E(ALD)와 V(ALD)를 이용하여 실조달기간 수요의 정규확률 밀도함수를 산출하면 식 (13)과 같다.

$$f(ALD) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{ALD}} \exp^{[\frac{d_{ALD} \ \sigma_{ALD}}{2\sigma_{ALD}}]^2} \qquad (13)$$

여기서, $\sigma_{ALD} = V(ALD)$ $\quad$ $\sigma_{ALD} = E(ALD)$

d_{ALD} = 실조달기간수요

결과적으로 실조달기간 수요의 기대치(평균)와 분산이 확정수요로서 산출한 기대치와 분산보다 크기 때문에 재주문점이 증가하게 되므로 주문수요가 확률변수일 경우 안전재고와 재주문점을 식 (7)을 사용하여 재계산하는 절차를 밟아야 한다.

3 장 수 치 예

3.1 확률수요인 경우의 서비스수준 및 재주문점

제시한 재주문점 및 서비스수준의 계산방법의 수치예로 요구서비스(Denand Service Level : DSL)를 만족시킬 수 있는 재주문점을 구하고, 다음 자료를 사용하여 재주문점 계산절차에 따라 조달기간 내의 수요확률을 산출하여 주문량을 계산하며, 실서비스수준(Actuual Service Level : ASL)을 계산하는 절차를 그대로 반복하여 계산된 결과를 정리하면 <표 1>와 같다.

<자료>

월평균수요 : 30 보충주문수량 : 90 평균주문수 : 4, 8, 10, 20

평균주문당 수요 : 2,4,5,10 요구 서비스수준 : 90%, 95%, 99%

<표 1> DSL및 ASL계산결과 종합표

평균 주문수	주문당 수요	서비스수준	재주문점	계산결과
μ_1=4.0	ε=10	DSL = 0.90 DSL = 0.95 DSL = 0.99	Rp = 45(44) Rp = 59(58) Rp = 86(86)	ASL = 0.902 ASL = 0.952 ASL = 0.990
μ_2=8.0	ε=5	DSL = 0.90 DSL = 0.95 DSL = 0.99	Rp = 39(37) Rp = 49(47) Rp = 68(66)	ASL = 0.901 ASL = 0.951 ASL = 0.991
μ_3=10.0	ε=4	DSL = 0.90 DSL = 0.95 DSL = 0.99	Rp = 37(31) Rp = 47(45) Rp = 64(65)	ASL = 0.900 ASL = 0.952 ASL = 0.991
μ_4=20.0	ε=2	DSL = 0.90 DSL = 0.95 DSL = 0.99	Rp = 33(31) Rp = 42(39) Rp = 54(50)	ASL = 0.906 ASL = 0.958 ASL = 0.990

계산결과를 종합하면 다음과 같다.

(가) 요구 서비스수준을 맞추기 위하여 주문당 평균수요가 적은 경우보다 큰 경우에

는 재주문점이 높게 요구된다.
(나) 재주문점의 증가는 낮은 서비스수준에서 보다 높은 서비스수준에서가 더 높다.

3.2 복수수요형태인 경우의 조달기간 수요 및 재주문점

다음 <표 2>의 자료를 이용하여 Q=52인 경우에 대한 두 형태의 수치예의 계산절차를 이용한 결과는 다음과 같다.

<표 2> 계산자료표

형 태	1	2
평균 주문수	7.0	5.0
주문당 수요	5.0	3.0
서비스수준	0.90	0.95
조달기간	0.5	0.5
주 문 량	50	

$E(\mu_t)$,$E(d_{Lt})$ 및 $E(X_t)$를 계산하면 다음과 같다.

$$E(\mu_t) = L\times\mu_t = L\times\sum_{i=1}^{2}\mu_i = (0.5)(7.0+5.0) = 6.0$$

$$E(d_{Lt}) = L\times\delta_t = L\times\sum_{i=1}^{2}d_i = L\times\sum_{i=1}^{2}\mu_i\times\varepsilon_i$$

$$= (0.5)[(7.0)(5.0)+(5.0)(3.0)] = 25.0$$

$$E(X_t) = \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{\mu_t} = \frac{25.0}{6.0} = 4.2$$

그리고 각 형태에 대한 조달기간 수요에 대한 확률을 계산하여 그 결과를 <표 3>에 요약하였다.

<표 3> 조달기간 수요 확률

수요	$P(d_{L1})$	$P(d_{L2})$	$P(d_{Lt})$
5	0.0317	0.0856	0.0110
10	0.0381	0.0454	0.0236
15	0.0391	0.0143	0.0340
20	0.0323	0.0032	0.0372
25	0.0225	0.0005	0.0330
30	0.0138	0.0001	0.0248
35	0.0076	-	0.0162
40	0.0038	-	0.0940
50	0.0008	-	0.0024

계산예를 위한 자료에 요구 서비스수준(DSL)과 주문량(Q)이 정해졌으므로 예상 품절 수량을 계산하면 다음과 같다.

$$Q_i = \frac{\delta_i}{\delta_t} \times Q \ , \quad \delta_i = \mu_i \times \varepsilon_i \quad \text{이므로}$$

$$E(STO_i) = (1 - DSL_1) \times Q_1$$

$$= 3.56$$

$$E(STO_2) = (1 - DSL_2) \times Q_2$$

$$= 0.75$$

상기에서 계산된 예상 품절수량을 만족하는 R_{pi} 를 구하면 형태별 재주문점이 되며, 그 계산 예는 다음과 같다.

$$3.56 = \sum_{d_{L1}}^{Max_1} (d_{L1} - R_{p1}) \times P(d_{L1})$$

$$= 3.5104$$

그러므로 형태 1의 재주문점은 24가 되고, 형태 2에 대하여 같은 방법으로 계산하여 총재주문점을 계산하면 $R_{p2} = 14$ 와 $R_{pt} = 25$ 가 된다. 형태별 재주문점의 합 $R_{p1} + R_{p2}$ 가 총 재주문점 R_{pt} 보다 크므로 재주문점을 찾아 조정하여 조달기간 동안 공급한계를 계산한다.

$$(1 - 0.90) \times 5.5 \cong \sum_{X > R_5}^{\max,} (X - R_5) P(X)$$

$$\cong 0.5430$$

$R_{f1}=6$ 이 된다. 따라서 새로운 R_{p1new}는 다음과 같다.

$$R_{p1new} = R_{p1}+R_{f1} = 24+6 = 30$$

동일한 방법으로 형태 2에 대하여 계산하면 된다.

그러므로, 새로운 형태별 재주문점의 합은 52 가 되며, 총재주문점은 33이 되므로 형태별 공급한계를 보간법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\mathrm{Lim}(1)=30+(33-52)\times\frac{30}{52}=19.04$$

$$\mathrm{Lim}(2)=22+(33-52)\times\frac{22}{52}=13.96$$

상기 계산결과에서 현재고와 주문중인 수량이 총재주문점 33에 도달하면 50을 보충한다. 총재주문점에서 보충주문을 하면, 공급한계가 조달기간 동안 변화가 없다. 그러므로 조달기간 동안 형태 1의 제품을 19로 하고, 형태 2는 14를 공급한다.

만일 형태별 공급한계의 조정이 필요하면 다음과 같이 계산된다.

$$\mathrm{Lim}(i)\times\frac{R_{pt}-\text{조정필요량}}{R_{pt}}$$

계산결과 Lim(1)과 Lim(2)가 조달기간 동안의 수요라면, 실제 품절수량은 조달기간당 주문량의 확률로 계산된 값 $E(STO_1)=3.4381$ 와 $E(STO_2)=0.7401$ 이 되고, 각 형태의 서비스수준은 다음과 같이 계산된다.

$$ASL_1 = 1-\frac{E(d_{L1}>R_{p1})}{Q_1} = 0.9017$$

$$ASL_2 = 1-\frac{E(d_{L2}>R_{p1})}{Q_2} = 0.9506$$

4. 결 론

본 연구에서는 생산/제조업체에서 주로 사용하는 이월주문정책에 근거하고, 지속적인 조달기간을 허용하며, 단일제품에 대한 복수형태의 수요를 고려하기 위하여 보충주문에 경제적 주문량(EOQ)을 사용하였고, 재고통제과정에 관리척도로서 서비스수준(SL)을 사용하여, 재고관리 체제의 전체 서비스수준 및 형태별 서비스수준을 만족시킬 수 있는 최적화방법을 제시하였다.

월간주문은 포아송분포와 절단포아송분포를 따르는 것으로 하였고, 조달기간과 주문수요에 의한 조달기간수요의 계산 및 정규화를 통한 평균 품절량을 계산하기 위하여 부분 기대치 계산방법을 증명하였다.

참 고 문 헌

[1] 박명규, 윤승철(1997), "분배시스템의 서비스수준과 안전재고, 변동수요, 변동조달기간 모형", 공업경영학회지, 20(42), 21-30.

[2] 박명규, 윤승철(1997), "물류시스템의 실패조달기간의 영향에 관한 연구", 공업경영학회 '97춘계학술대회 논문집, 23-24.

[3] Montgomery, D., Bazaraa, M., and Keswani, A., "Inventory Models with a Mixture of Backorders and Lost Sales," Naval Res. Logistic. Q., Vol. 20, No. 2, June, 1973, pp. 117-118.

[4] Rosenberg, D., "A New Analysis of a Lot-size Model with Partial Backlogging," Naval Res. Logist. Q., Vol. 2, No. 2. June, 1979, pp. 137-139.

[5] Thompson, H., "Inventory Management and Capital Budgeting; A Pedagogical Note,"Decision Sciences, Vol. 6, No. 2, April, 1975, pp. 123-124.

저 자 소 개

서 경 범

한양대학교 산업공학과 학 · 석사 졸업하고 명지대학교 대학원 산업공학과에서 박사학위를 취득하였으며 현재 인덕대학 공업경영과 교수로 재직 중이다.
주요관심분야는 생산관리, TQM, 품질환경시스템, 자동화 생산 등이다.

박 명 규

한양대학교 산업공학과 졸업, 미국 일리노이 공대에서 산업공학 석사, 건국대학교 대학원 산업공학과에서 박사학위를 취득하였으며 현재 명지대학교 산업공학과 교수로 재직중이다. 주요관심분야는 TQM, QE, METHODS ENG, 재고물류관리, 확률모형, FORECASTING, 시스템 분석 등이다.