

비정규 공정능력 평가의 측도

-Measure of Evaluation for Non-Normal Process Capability-

김 홍 준*

Kim, Hong Jun

김 진 수**

Kim, Jin Soo

전 창 희***

Chun, Chang Hee

Abstract

The main objective of this paper is to propose a measure of evaluation for non-normal process capability. If a process is not normally distributed, but normal-based techniques are used, serious errors can result. Our approach to solve this problem is that the Pearson system, the Johnson system, and the Burr system are selected for estimating a measure of process capability using the percentage nonconforming. In this paper, we found that the Pearson system and the Johnson system were a comparatively reasonable methods to calculate out of specification by example.

1. 서론

공정의 질적인 달성 능력을 의미하는 공정능력의 정도를 구체적으로 나타내기 위해서 사용되고 있는 공정능력지수(Process Capability Index)의 주목적은 미리 설정된 규격과 공정의 제품이 얼마나 잘 일치하는가를 결정하는 것이다. Boyles(1991)에 따르면 공정능력지수는 “공정의 성과를 정량화하기 위해서 쉽게 이해 시킬 수 있는 공통적으로 제공하는 수단”이라고 한다. 이와 같이 공정능력을 나타내는데 공정능력지수를

* 대구산업정보대학 산업안전과

** 대전산업대학교 산업공학과

*** 경일대학교 산업시스템공학과

사용하는 것은 품질목표의 설정과 정보소통을 훨씬 단순하게 하기 때문이다.

비정규공정에 대한 공정능력지수는 Pearson 시스템의 경우 Clements(1989)에 의해 고안되었으며, 그후 Pearn 과 Kotz(1994-1995)에 의하여 연구되어왔다. Pearson 시스템의 대안으로 개발된 Johnson 시스템의 경우는 Farnum(1996-1997)에 의해 제안되었다. 최근에 Lovelace(1994)에 의하여 비음수 값을 갖는 공정에 대한 공정능력지수 C_{pb} 가 개발되었고, 그후 Wright(1995)에 의해 C_p 가 개발되었다. Kane(1986)는 이러한 비정규분포를 나타내는 공정에 대해 정규분포를 하는 공정의 공정능력의 평가와 동일한 방법으로 직접 혹은 접합된 분포(fitted distribution)를 이용하여 규격을 벗어나는 불량률의 추정이 가능하다고 언급하고 있다. 따라서 본 연구에서는 비정규공정에 대한 공정능력의 평가를 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 분포를 사용하여 규격을 벗어나는 불량률의 측도를 사용하여 정규공정과 비교함으로써 비정규공정의 공정능력에 대해 보다 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 새로운 공정능력의 측도를 제시하고자 한다.

2. 비정규 공정능력의 선행 측도

비정규분포를 하는 공정에 대한 공정능력을 평가하는 방법은 크게 2가지 형태로 구분할 수 있다.

- (1) 공정능력지수를 사용하는 방법
- (2) 불량률을 사용하는 방법

2.1 공정능력지수를 사용하는 방법

2.1.1 Pearson 시스템

C_p 지수값을 추정하기 위해서 Clements(1989)는 6σ 대신 $U_a - L_a$ 로 교체하여 식(2.1)과 같이 나타내었다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_a - L_a} \quad (2.1)$$

여기서 USL, LSL 은 공정의 규격상한, 규격하한을 각각 나타내고, U_a, L_a 는 Pearson 곡선의 99.865 백분위수, 0.135 백분위수인 점의 값을 각각 나타낸다.

이 값은 추정되는 왜도(Skewness) 및 첨도(Kurtosis)의 특정값이 주어지는 경우 Gruska et al.(1989)에 의해 제시된 표에서 구해진다. 식(2.1)에서 $U_a - L_a$ 를 취하는 이론적 근거는 공정이 $C_p = 1$ 일 때의 정규분포를 가정하면 평균으로부터 $\pm 3\sigma$ 를 벗어날 확률은 0.27%라는 것이다. 따라서 C_p 는 식(2.2)와 같은 분위수로 나타낼 수 있다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{X_{0.99865} - X_{0.00135}} \quad (2.2)$$

여기서 $X_{0.99865}$ 와 $X_{0.00135}$ 는 각각 U_α 와 L_α 를 나타낸다. 정규분포의 공정능력지수로 C_{pu} , C_{pl} 의 최소치인 C_{pk} 도 비정규공정의 경우에, Clements(1989)에 의해 동일한 접근으로 $USL - \mu$ 대신에 $USL - M_e$ 로, $\mu - LSL$ 대신에 $M_e - LSL$ 로 변경하며, 3σ 도 각각 $U_\alpha - M_e$, $M_e - L_\alpha$ 로 바꾸어 식(2.3)과 같이 나타내었다.

$$\begin{aligned} C_{pk} &= \min \left[\frac{USL - M_e}{U_\alpha - M_e}, \frac{M_e - LSL}{M_e - L_\alpha} \right] \\ &= \min(C_{pu}, C_{pl}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

μ 대신에 메디안 M_e 을 취하는 이유는 메디안이 비정규분포의 중심을 잘 표현하기 때문이다.

2.2.2 Johnson 시스템

Farnum(1996-7)에 의해 비정규 공정에 대한 공정능력지수의 정의를 일반화시킬 때의 C_p 는 식(2.1) 과 동일한 방법으로 식(2.4)로 나타내었다.

$$C_p = \frac{USL - LSL}{U_{\alpha_2} - L_{\alpha_1}} \quad (2.4)$$

정규분포에 대해서는 $L_{\alpha_1} = \mu - 3\sigma$, $U_{\alpha_2} = \mu + 3\sigma$ 가 되며, Johnson곡선에 의한 비정규분포에 대한 L_{α_1} 와 U_{α_2} 는 Table 1. 에서 α_1 은 $z = -3$ 과 α_2 는 $z = 3$ 으로 치환하여 사용한다. 예를 들면 S_U 곡선, S_B 곡선을 사용할 때, L_{α_1} , U_{α_2} 값은 Slifker와 Shapiro(1980)에 의해 각각 식(2.5) 및 식(2.6)으로 나타내었다..

$$\begin{aligned} L_{\alpha_1} &= \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r+3}{\eta}\right) \\ U_{\alpha_2} &= \varepsilon - \lambda \sin h\left(\frac{r-3}{\eta}\right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} L_{\alpha_1} &= \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r+3}{\eta}\right) \right]^{-1} \\ U_{\alpha_2} &= \varepsilon + \lambda \left[1 + \exp\left(\frac{r-3}{\eta}\right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (2.6)$$

C_{pk} 경우의 일반화는 Farnum(1996-7)에 의해 Johnson변환을 통하여 Z_L 과 Z_U 값으로 치환하여 식(2.7)과 같이 나타내었다.

$$C_{pk} = \min\left(-\frac{Z_L}{3}, \frac{Z_U}{3}\right) \quad (2.7)$$

여기서, S_U 곡선일 때

$$Z_L = \gamma + \eta \sin h^{-1} \left(\frac{LSL - \epsilon}{\lambda} \right)$$

$$Z_U = \gamma + \eta \sin h^{-1} \left(\frac{USL - \epsilon}{\lambda} \right)$$

를 나타낸다.

2.2 불량률을 사용하는 방법

Johnson(1949) 곡선에서 정규분포 접근의 가장 현저한 특징 중의 하나는 표준정규 곡선으로 변환하여 사용하는 확률계산이다. 이러한 Johnson 시스템은 식(2.8)의 변환식과 식(2.9)~식(2.11)인 3가지 S_U , S_B , S_L 의 분포족을 갖는다.

$$Z = \gamma + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

$$K_1(x, \lambda, \epsilon) = \sin h^{-1} \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (2.9)$$

$$K_2(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda + \epsilon - x} \right) \quad (2.10)$$

$$K_3(x, \lambda, \epsilon) = \ln \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda} \right) \quad (2.11)$$

식(2.9)~식(2.11)은 η , γ , λ , ϵ 의 적절한 모수선택에 의해 Z분포로 변환시킬 수 있고 ϵ , γ 는 위치모수이며, λ , η 는 척도모수이다. Johnson곡선에 대한 확률계산을 위하여 3가지 분포족에 관해 Table 1과 같이 z 를 x 로 나타내어 표준정규분포와 동일한 계산을 할 수 있다.

Table 1. Johnson 곡선의 종류에 따른 관련식

Johnson curve type	equation for x in terms of z	note
S_U	$x = \epsilon - \lambda \operatorname{Sin h} \left(\frac{r - z}{\eta} \right)$	$\operatorname{Sin h} (u) = \frac{e^u - e^{-u}}{2}$
S_B	$x = \epsilon + \frac{\lambda}{1 + \exp \left(\frac{\gamma - z}{\eta} \right)}$	—
S_L	$x = \epsilon + \lambda \exp \left(\frac{z - \gamma}{\eta} \right)$ $= \epsilon + \exp \left(\frac{z - \gamma^*}{\eta} \right)$	$r^* = \eta \ln \left[\frac{\frac{n}{p} - 1}{p \left(\frac{m}{p} \right)^{1/2}} \right]$

3. 비정규 공정능력의 새로운 측도

2장에서는 비정규분포에 대한 공정능력의 측도로 분위수를 사용하여 Pearson 시스템을 이용한 공정능력지수로 나타내었다. 이 방법의 결점은 불량률을 추정하는데 어려움이 있다. 따라서 실무에 있어서 빈번히 사용되고 있는 불량률의 관점에서 비정규 공정의 공정능력의 새로운 측도를 제시하고자 한다. 본 연구에서는 Pearson, Johnson 및 Burr의 3가지 분포를 사용하여 불량률의 측도로 공정능력을 평가하기로 한다.

3.1 Pearson 시스템

Pearson 시스템은 식(3.1)의 미분방정식을 만족시키는 $y = f(x)$ 의 분포들이다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x - c_0)y}{c_1 + c_2x + c_3x^2} \quad (3.1)$$

Pearson 시스템에서 핵심역할은 적률을 이용해서 모수를 결정하고 적절한 곡선형태의 선정의 기준을 제시해준다.

$f(x)$ 의 그래프의 형상을 결정하는 모수 c_0, c_1, c_2, c_3 은 식(3.2)~식(3.5)와 같이 적률의 함수로서 구해진다.

$$\begin{aligned} c_0 &= -\mu_3(\mu_4 + 3\mu_2^2) / A \\ &= -\sqrt{\mu_2\beta_1}(\beta_2 + 3) / A' \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= -\mu_2(4\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2) / A \\ &= -\mu_2(4\beta_2 - 3\beta_1) / A' \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$c_2 = c_0 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} c_3 &= -(2\mu_2\mu_4 - 3\mu_3^2 - 6\mu_2^3) / A \\ &= -(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6) / A' \end{aligned} \quad (3.5)$$

여기서, μ_2, μ_3, μ_4 는 각각 2차, 3차, 4차 적률을 나타낸다.

$$A = 10\mu_2\mu_4 - 18\mu_2^3 - 12\mu_3^2$$

$$A' = 10\beta_2 - 18 - 12\beta_1$$

$$\sqrt{\beta_1} = \mu_3 / \sigma^3 = \text{Skewness} = S_K$$

$$\beta_2 = \mu_4 / \sigma^4, \quad \text{Kurtosis} = \beta_2 - 3 = K_U$$

이 값들은 식(3.6)의 2차 방정식의 해에 따라 다양하게 변할 수 있다.

$$c_1 + c_2x + c_3x^2 = 0 \quad (3.6)$$

식(3.6)의 해를 구하면 식(3.7)이 된다.

$$x = \frac{-c_2 \pm \sqrt{c_2^2 - 4c_1 c_3}}{2c_3} \quad (3.7)$$

식(3.7)을 이용하여 분포의 형태를 정하기 위한 기준으로 다음의 K값을 설정한다.

$$K = c_2^2 / 4c_1 c_3$$

여기에 식(3.2)~식(3.5)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$K = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)}$$

이것이 Pearson 곡선의 형태를 결정하는 기준이 된다[8].

Fig 1은 K값에 해당하는 Pearson 곡선의 상이한 형태간의 관계를 보여주고, Fig 2는 왜도/첨도 평면에서의 Pearson곡선 형태를 나타낸다.

	-∞	0	1	∞
K	K < 0	0 < K < 1	K > 1	
Type	1	4	6	
	3	Normal K _U = 0	5	
		2 K _U < 0		
		7 K _U > 0		

Fig 1. K값에 따른 Pearson 곡선 형태와의 관계

또한 Pearson곡선 중 잘 알려진 곡선을 선정하여 나타내면 Table 2와 같다[8].

Table 2. 잘 알려진 Pearson 곡선

Name	Type
Beta	1
Uniform	2 (K _U = -1.2)
Gamma, Chi-square	3
Normal	7 (c ₂ = c ₃ = 0)
t	7
Exponential	10

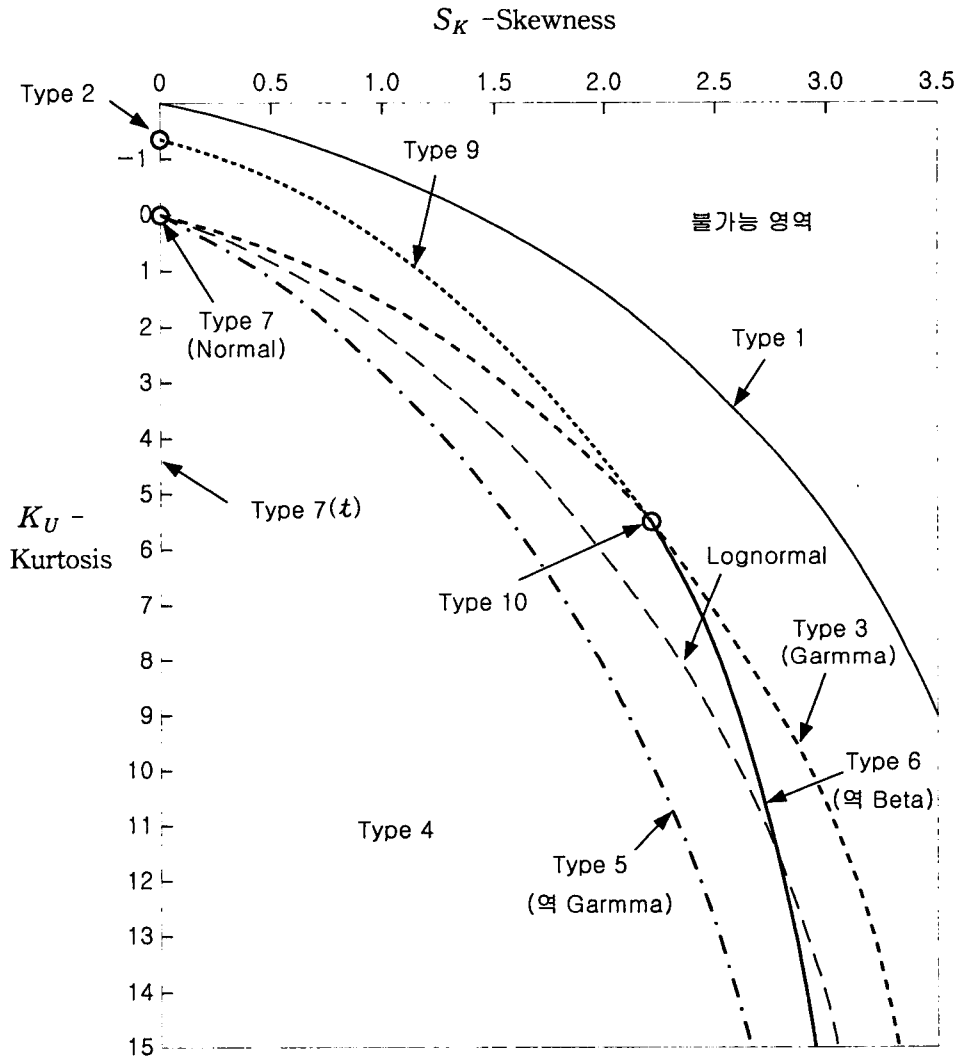


Fig 2. 왜도/첨도 평면에서의 Pearson곡선 형태

본 연구에서는 비정규분포의 경우 일반적인 불량률을 추정하는 절차를 언급하기로 한다.

- ① 표본으로부터 \bar{X} , s , S_K , K_U 의 통계량을 구한다.
- ② S_K , K_U 로부터 K값을 구하여 분포를 확인한다.
- ③ S_K , K_U 의 통계량에 해당(또는 근접)하는 Pearson 곡선의 표준화된 분위수에 일치하는 값을 Gruska et al.(1989)의 표에서 구한다.
- ④ 규격을 벗어나는 불량률을 구한다.

3.2 Johnson 시스템

Pearson 시스템과 마찬가지로 S_K 와 K_U 의 통계량으로 확률밀도함수의 형태를 정할 수 있으며 Johnson 변환시스템은 식(3.8)과 같은 분포함수를 갖는다.

$$F(x) \approx \Phi[\gamma + \eta f\{(x - \epsilon)/\lambda\}] \quad -\infty < x < \infty \quad (3.8)$$

여기서 $F(x)$ 는 모집단의 추정누적 분포함수이며, Φ 는 표준정규 누적분포함수이고, γ 와 ϵ 은 위치모수, λ, η 는 척도모수이다.

식(3.8)을 식(2.8)의 형식으로 나타내면 식(3.9)와 같다.

$$G_i(x) = P\{z \leq r + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon)\} \quad (3.9)$$

여기서 $G_i(x)$ 는 확률분포함수이며, Johnson 곡선의 형태 $i(i=1, 2, 3)$ 를 나타낸다. 확률밀도함수 $g_i(x)$ 는 $G_i(x)$ 를 미분함으로써 Table 3과 같은 밀도함수를 구할 수 있다. 여기서 $f(z)$ 는 $z = r + \eta K_i(x, \lambda, \epsilon)$ 에서 계산된 표준정규밀도 함수를 나타낸다[7].

Table 3. Johnson 곡선 분류에 따른 밀도함수

Johnson curve type	Density function
S_U	$g_1(x) = \left(\frac{\lambda}{\eta}\right) f(z) \left[1 + \left(\frac{x - \epsilon}{\lambda}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$
S_B	$g_2(x) = \eta \lambda \frac{f(z)}{(x - \epsilon)(\lambda + \epsilon - x)}$
S_L	$g_3(x) = \eta \frac{f(z)}{x - \epsilon}$

Johnson 시스템에서의 불량률 추정절차는 앞 절에서 언급하였기 때문에 생략하기로 한다.

3.3 Burr 시스템

데이터 집합을 묘사하는 전통적인 접근은 밀도함수를 사용한다. 이 경우 데이터 비교를 위한 이론적 확률을 구하기 위해서 적분을 하여 적절한 분포함수를 구하는데 적분은 성가시고, 대부분의 밀도함수들을 구할 수 없는 현실적인 문제가 발생하게 된다. 그러나 누적분포함수가 직접 구해질 수가 있다면 불량률은 쉽게 추정할 수 있다. 이러한 접근은 Burr(1942)와 Hatke(1949)에 의해 식(3.10)과 같은 미분방정식을 고려함으로써 시도되었다.

$$\frac{dy}{dx} = y(1-y)g(x,y) \quad y = F(x) \quad (3.10)$$

여기서 $g(x,y)$ 는 $0 < y < 1$ 에 관해 양수이고 $F(x)$ 는 $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$ 인 비감소 함수이다.

식(3.10)은 식(3.11)과 매우 유사하여 $g(x,y) = (a + bx + cx^2)^{-1}$ 일 때 Pearson 시스템의 밀도함수를 발생시킨다.

$$\frac{dy}{dx} = y(m-x)g(x,y)$$

$g(x,y) = g(x)$ 일 때 식(3.10)의 해는

$$F(x) = \left[1 + \exp\left(-\int g(x) dx\right) \right]^{-1} \quad (3.11)$$

이다. Burr에 의해 상세하게 고려된 한가지 편리한 해는 식(3.12)와 같다. 이것이 Burr 누적분포이다.

$$F(x) = 1 - (1+x^c)^{-k}, \quad x \geq 0 \\ = 0, \quad x < 0 \quad (3.12)$$

여기서 c, k 는 Gruska et al.(1989)의 Burr 시스템의 모수의 표에서 주어지는 실수인 값들이다.

확률밀도함수는 식(3.13)과 같다.

$$f(x) = \frac{kcx^{c-1}}{(1+x^c)^{k+1}} \quad (3.13)$$

식(3.12)의 함수는 일반적인 적률 대신에 식(3.14)와 같은 누적적률을 사용한다.

$$M_j = \int_0^\infty x^j (1+x^c)^{-k} dx \quad j < ck - 1 \quad (3.14)$$

주어진 데이터에 대해 Burr 시스템을 적용하는 절차는 다음과 같다.

- ① 표본으로부터 \bar{X} , s , S_K , K_U 의 통계량을 구한다.
- ② 구한 S_K , K_U 값에 해당(또는 근접)하는 Burr 시스템의 모수의 표로부터 c , k , $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$ 를 구한다.
- ③ $P_r(x < \hat{x}_0)$ 를 계산하기 위해서 아래 식을 이용해서 x_0 를 구한다.

$$\frac{x_0 - \mu}{\sigma} = \frac{\hat{x}_0 - \bar{x}}{s}$$

또는

$$x_0 = \sigma(\hat{x}_0 - \bar{x})/s + \mu$$

이 때 $P_r(x < \hat{x}_0) = F(x_0; c, k) = p$

여기서 \hat{x}_0 는 확률 p 를 만족하는 데이터 값이고, x_0 는 이것과 대응하는 Burr 누적

분포에서의 변환된 값을 의미한다.

- ④ x_0 를 구한 다음 확률 p 를 계산한다.

$$p = F(x_0; c, k)$$

즉

$$x_0 = [(1-p)^{-1/k} - 1]^{1/c}$$

4. 공정능력평가

본 연구에서는 비정규 공정에 대한 공정능력을 불량률의 척도로 평가하기 위해서 Table 4와 같은 Pearn과 Kotz(1994-1995)의 예제를 사용하여 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr 시스템의 3가지 방법에 의거 불량률을 추정하기로 한다.

예제로부터 신규생산라인의 품질개선을 하기 위해 고무전단 무게에 대한 100개의 측정 데이터를 얻은 결과는 Table 4와 같다. 목표치 T는 8.7g이며, $USL=8.96$, $LSL=8.44$ 이다.

Table 4. 100개의 측정 데이터

8.84	8.84	8.85	8.85	8.85	8.85	8.85	8.86	8.86	8.86
8.86	8.86	8.86	8.86	8.87	8.87	8.87	8.87	8.87	8.87
8.87	8.87	8.87	8.87	8.88	8.88	8.88	8.88	8.88	8.88
8.88	8.88	8.88	8.88	8.88	8.88	8.89	8.89	8.89	8.89
8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.89
8.89	8.89	8.89	8.89	8.89	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90
8.90	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90	8.90
8.90	8.90	8.90	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91
8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.91	8.92	8.92
8.92	8.92	8.92	8.92	8.92	8.92	8.93	8.93	8.93	8.93

4.1 Pearson 시스템

예제에서 분포의 형태를 결정하기 위해서 K값을 구하기 위해 먼저 표본 통계를 구한 다음 비정규 분포의 불량률을 추정하는 절차로부터

- ① 표본통계량은 $\bar{X} = 8.89$, $s = 0.0215$, $S_K = -0.24$, $K_U = -0.57$

으로 구해졌다.

- ② S_K 가 음수로 나타났기 때문에 Pearson 시스템의 특정 분포를 취하지

못한다.

③ Gruska et al.(1989)의 표에서 $S_K = 0$ 일 때, $K_U = -0.6$ 과 $K_U = -0.4$ 의 값을 보간법으로 계산하여 Z 값을 구한다.

④ $X = Z \cdot s + \bar{X}$ 로부터, $Z = -2.473$ 일때, $X = 8.837$, $Z = -3.000$ 일 때, $X = 8.823$ 으로 규격하한인 8.44와는 매우 큰 차를 보여주고 있다. 따라서 규격 (LSL)을 벗어나는 불량률은 0으로 추정되어진다.

$$P(X < 8.44) \approx 0$$

⑤ 규격 (USL)을 벗어나는 불량률은 $Z = 2.473$ 일 때 $X = 8.943$, $Z = 7.99$ 일 때 $X = 9.062$ 로 되어

$$P(X > 8.96) \approx 0.001157$$

따라서 규격 (USL, LSL)를 벗어나는 불량률은 1,157PPM으로 추정된다.

4.2 Johnson 시스템

Johnson 시스템에 의한 규격(USL)을 벗어난 추정 불량률을 계산하면 다음과 같다.

$$P(X < LSL) = P(Z < Z_L) = P(Z < -4.812) \approx 0.0000007787$$

$$P(X > USL) = P(Z > Z_U) = P(Z > 2.851) \approx 0.002186$$

따라서 불량률은 2,186PPM으로 계산되어, Pearson 시스템 1,157PPM보다 불량률이 다소 과대추정 되었음을 알 수 있다.

4.3 Burr 시스템

Burr system을 적용하는 절차로부터

① 표본 통계량은 $\bar{X} = 8.89$, $s = 0.0215$, $S_K = -0.24$, $K_U = -0.57$ 이고

② Gruska et al.(1989)의 Burr 시스템의 모수의 표로부터 근접한 $S_K = 0$, $K_U = -0.2$ 값을 택한 결과 $C, K, \hat{\mu}, \hat{\sigma}$ 는 다음과 같다.

$$C = 3.93894$$

$$K = 19.86476$$

$$\hat{\mu} = 0.43327$$

$$\hat{\sigma} = 0.12432$$

③ $P(x < x_0)$ 를 계산하기 위해서

$$x_0 = \sigma(\hat{x}_0 - \bar{x})/s + \mu$$

로부터 $\hat{x}_0 = 8.44$ 일때, $x_0 = -2.1688$, $\hat{x}_0 = 8.96$ 일때, $x_0 = 0.8380$ 이 된다.

④ $P = F(x_0; c, k)$ 로 부터

$$P(x < 8.44) = 1 - (1 + x^c)^{-k} = 1 - \{1 + (-2.1688)^{3.93894}\}^{-19.86476}$$

는 계산불능이기 때문에 편의상 0으로 추정하였다.

$$\begin{aligned} P(x > 8.96) &= (1 + x^c)^{-k} = \{1 + (0.8380)^{3.93894}\}^{-19.86476} \\ &= 0.000324068 \end{aligned}$$

따라서 규격 (LSL, USL)을 벗어나는 불량률은 324PPM으로 추정할수있다. 본 연구에서는 비정규분포를 하는 공정 불량률을 추정해 그 결과를 정규공정의 경우와 비교하여 정리하면 Table 5와 같다.

Table 5. 정규공정과 비정규공정의 공정능력 측도의 비교

공정능력 측도 공정의 구분		C_{pk}		불량률(PPM)		비고 $E_q \cdot C_{pk}$ 는 정규공정의 공정능력지수로 추정한 값을 의미
		\hat{C}_{pl}	\hat{C}_{pu}	$P(X < LSL)$	$P(X > USL)$	
정규 공정		6.98	1.09	0	538	
비 정 규 공 정	Pearson 시스템	5	1	0	1,157	$E_q \cdot C_{pk}=1.02$
	Johnson 시스템	1.60	0.95	0.8	2,186	$E_q \cdot C_{pk}=0.95$
	Burr 시스템	-	-	0	324	$E_q \cdot C_{pk}=1.14$

비정규공정을 정규공정으로 가정하여 공정능력을 불량률의 측도로 평가하면 규격상한을 벗어나는 불량률은 538PPM이고, 그때 $\hat{C}_{pk} = 1.09$ 가 된다. 비정규공정일 때 Pearson 시스템의 경우 규격상한을 벗어나는 불량률은 1,157PPM이고, 그때 $\hat{C}_{pk} = 1.02$ 가 된다.

Johnson 시스템의 경우 S_U 곡선을 적용하면, 규격상한을 벗어나는 불량률은

2,186PPM이고 그때 $\hat{C}_{pk} = 0.95$ 이며, Burr 시스템의 경우는 추정불량률은 324PPM이고, 그때 $\hat{C}_{pk} = 1.14$ 가 된다. 그러므로 비정규공정을 정규공정으로 가정하여 불량률을 평가하면 그때 최대허용 불량률은 Johnson 시스템의 경우에 1,648PPM으로 공정 불량률을 과소 추정하는 오류를 범하는 것을 알 수 있다. 그리고, Johnson 시스템의 경우 공정 추정불량률 2,186PPM은 정규공정의 $E_q \cdot C_{pk} = 0.95$ 에 해당되어 정규공정의 $\hat{C}_{pk} = 1.09$ 와 비교하면 역시 큰 차이를 보여주고 있다.

그러나, 비정규공정에 대한 Pearson 시스템과 Johnson 시스템간의 공정 추정불량률의 차는 $E_q \cdot C_{pk}$ 로 비교해 볼 때 그다지 우려할 정도의 차이라고 여겨 지질 않으나, 다만 Burr 시스템의 경우 앞의 두 시스템과 더구나 정규공정의 경우보다도 불량률이 매우 과소 추정되어 $E_q \cdot C_{pk} = 1.14$ 로 공정능력을 매우 과대평가하는 잘못된 결과를 보여주고 있다.

5. 결론

본 연구에서 비정규공정에 대한 공정능력의 평가를 Pearson 시스템, Johnson 시스템 및 Burr시스템의 3가지 분포를 사용하여 규격을 벗어나는 불량률을 추정함으로써 비정규 공정의 공정능력에 대해 보다 구체적인 추가 정보를 제시할 수 있어 실무자로서 하여금 공정의 개선을 유도하는 합리적인 의사결정을 내릴 수 있는 공정능력의 새로운 측도를 제시하였다.

따라서 비정규분포를 하는 공정의 불량률의 측도에 의한 공정능력의 평가는 Pearson 시스템과 Johnson 시스템에 의한 방법이 비교적 양호하다고 판단된다. 그러나 Burr 시스템의 경우 공정 추정불량률 계산에 적절한 S_K , K_U 값을 취할 수 있다면 정확도가 증가되어 보다 신뢰할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Benson, E. D., "Statistical Properties of a System of Fourth-Generation Process Capability Indices $C_{psk}(U,V,W)$ ", Ph. D. Dissertation, University of Maryland, 1994
- [2] Boyles, R. A., "The Taguchi Capability Index", Journal of Quality Technology, 23, pp.17~26, 1991
- [3] Burr, I.W., "Cumulative Frequency Functions", Ann. Math. Stat., 13, pp.215~232, 1942
- [4] Chan, L. K., Cheng, S. W., Spiring, F. A. [CCS], "A New Measure of Process Capability: C_{pm} ", Journal of Quality Technology, 20(3), pp.162~173,

1988

- [5] Choi, B. C., Owen, D. B., "A Study of a New Process Capability index", *Communications in Statistics -Theory and Methods*, 19(4), pp.1231~1245, 1990
- [6] Clements, J. A., "Process Capability Calculations for Non-Normal Distributions", *Quality Progress*, 22(9), pp.95~100, 1989
- [7] Farnum, N. R., "Using Johnson Curves to Describe Non-Normal Process Data", *Quality Engineering*, 9(2), pp.329~336, 1996~7
- [8] Gruska, G. F., Lamberson, L. R., and Mirkhani, K., "Non-Normal Data Analysis", *Multiface Publishing Co., Michigan*, 1989
- [9] Hahn, G. J., and Shapiro, S. S., "Statistical Models in Engineering", *John Wiley & Sons, Inc., New York*. p.207, 1967
- [10] Hatke, Sister M.A., "A Certain Cumulative Probability Function", *Ann.Math.Stat.*, 20, pp.461~463, 1949
- [11] Johnson, N., "Systems of Frequency Curves Generated by Translation", *Biometrika*, 36, pp.149~176, 1949
- [12] Kane, V. E., "Process Capability Indices", *Journal of Quality Technology*, 18(1), pp.41~52, 1986
- [13] Lovelace, C. R., "The Development of a Process Capability Index for Non-Normal Processes Naturally Bound at Zero." Ph. D. Dissertation. *University of Alabama in Huntsville*, 1994
- [14] Pearn, W.L., Kotz, S., Johnson, N. L., "Norman L. Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices", *Journal of Quality Technolgy*, 24(4), pp.216~231, 1992
- [15] Pearn, W.L., and Kotz, S., "Application of Clement's Method for Calculating Second - and-Third-Generation Process Capability Indices Non-Normal Pearsonian Population", *Quality Engineering*, 7(1), pp.139~145, 1994~5
- [16] Slifker, J. F., Shapiro, S. S., "The Johnson System: Selection and Parameter Estimation", *Technometrics*, 22(2), pp.239~246, 1980
- [17] Wright, P. A., "A Process Capability Index Sensitive to Skewness", *Journal of Statistical Computation Simulation*, 52, pp.195~203, 1995

저자소개

김홍준

건국대학교 산업공학과를 졸업하였으며, 동아대학교 대학원 산업공학과에서 석사 및 박사 학위를 취득하였다. 현재 대구산업정보대학 산업안전과에 재직중이며, 주요 관심분야는 품질공학, 다변량 분석, 분산 최적 설계, 생산 자동화, TPM, ISO 등이다.

김진수

건국대학교 산업공학과를 졸업하고, 동 대학원에서 석사 학위를 취득하였다. 현재 대전산업대학교 산업공학과 교수로 재직중이며, 주요 관심분야는 품질경영 및 신뢰성, 실험계획/분석, 다변량 분석, 생산/일정계획 등이다.

전창희

건국대학교 산업공학과를 졸업하고, 동 대학원에서 석사 및 박사 학위를 취득하였다. 현재 경일대학교 산업시스템공학과 교수로 재직중이며, 주요 관심분야는 품질공학, CAD/CAM, CIM/FMS, 시뮬레이션 등이다.