

회전기계 계통을 가동시키는 직류전동기를 위한 데드비트제어기 설계

(Design of Deadbeat Controller for DC Motor Driving a Rotational Mechanical System)

이 흥 재* 송 자 윤**
(Heung-Jae Lee) (Ja-Youn Song)

요약 본 논문에서는 적분제어기와 전차수 상태관측기로 구성되는 데드비트제어기의 설계방법을 제안하고, 기어를 포함한 직류전동기로 가동되는 회전계통 플랜트에 적용하였다. 샘플링된 연속 데이터 프로세스의 제어시스템은 샘플링사이에 리플이 없음을 보장하지 않지만, 제안된 데드비트제어시스템의 응답은 MATLAB시뮬레이션을 통한 사례연구의 결과, 상태귀환형 최적제어나 출력귀환형 제어시스템응답 등에 비하여 정정시간이 훨씬 빠름을 나타내었다. 또한 플랜트가 연속시스템이므로 시뮬레이션의 정확도를 기하기 위하여 영차홀드를 제어입력측에 삽입하여 실행하였고, 그 결과 주어진 샘플링주기 후에 오차와 리플이 없는 안정상태에 이르는 것을 보여 주었다.

Abstract This paper presents a design method of deadbeat controller for DC motor driving a rotational system with gear. The deadbeat-response design developed for control system of a sampled continuous-data process does not guarantee zero intersampling ripples, but the proposed deadbeat control system that consists of the integral controller and the full-order state observer, and zero-order hold used in continuous systems, has many advantages such as an output response without the ripples and reaching the steady state without error after a given sampling period and faster settling time than the optimal control system in the same sampling period. The results of a case study through matlab simulation are shown that the efficiency of the proposed controller for DC motor driving a rotational system with gear is verified by comparing with optimal controller etc..

1. 서 론

제어계에서 샘플링개념을 이용한 초기의 적용은 1897년 Gouy[1]에 의해 고안된 항온 보온제어에서 부터 시작되었다. 오늘날 단순한 단일축 자동비행조종장치계들은 전형적인 아날로그계(연속시간계)로서 이것들은 이산시간계(디지털계)로 바뀌어가고 있으며 터빈과 발전기, 그리고 압연조절계 등도 디지털화 되고 있다. 최근 제어계의 응용을 위한 특별한 목적의 마이크로 프로세서와 DSP(Digital Signal Processors)[1]는 아주 일반화되고 있는데, 이와 같은 이산시간계의 급속한 발전은 연속시간계보다 설

계비가 경제적이고, 소형이며, DSP 등은 설계를 바꾸더라도 하드웨어를 바꿀 필요가 없고, 컴퓨터상에서 프로그램이나 회로설계를 바꿔주면 되므로 수정이 편리한 때문이다. 이러한 관점에서 본 논문에서는 디지털컴퓨터에 의해 제어할 수 있도록 제어기를 디지털화하고, 연속시간계에서 실현되지 않는 리플없는 빠른 응답을 얻음과 동시에 시스템을 초기에 안정화시키는 데 목적을 두어, 기어(gear)가 포함된 회전계통[2-5]에 적분제어기와 상태관측기를 적용한 데드비트제어기(deadbeat controller)의 설계 방법을 제안한다. 이러한 제어기를 이산시간계에서 설계하여 플랜트가 연속시간계인 경우는 영차홀드(zoh)를 포함, MMATLAB과 SIMULINK[6,7]를 사용해서 시뮬레이션을 실행하고, 최적제어방식 등과 비교할 때, 제안된 데드비트 제어시스템의 응답은 정정시간이 더 빠르고 정상상태에서

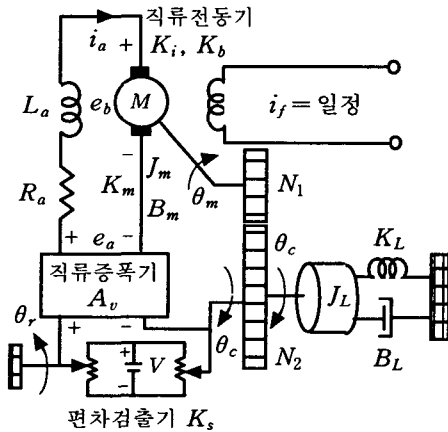
* 광운대학교 전기공학과 부교수
** 인천전문대학 제어계측과 교수

리플(ripple)[8,9]이 발생하지 않는다는 것을 입증해 보인다.

2. 데드비트제어기 설계

2.1 플랜트시스템의 구성

직류전동기에 의해서 기어를 포함한 회전계통을 가동시키는 플랜트시스템[5]은 다음 <그림 1>에 표시한 바와 같으며, 평형상태에서 이 시스템을 선



<그림 1> 기어를 포함한 회전계통 플랜트
형화한 방정식 들은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{i}_a = -\frac{R_a}{L_a} i_a - \frac{K_b}{L_a} \omega_m + \frac{A_v K_s}{L_a} (\theta_r - n \theta_m) \quad (1)$$

$$\dot{\omega}_m = \frac{K_i}{J_m} i_a - \frac{B_{me}}{J_m} \omega_m - \frac{K_{me}}{J_m} \theta_m \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_m = \omega_m \quad (3)$$

$$\theta_m = \frac{1}{n} \theta_c \quad (4)$$

여기서

$$n = N_1/N_2, \quad J_{me} = J_m + n^2 J_L$$

$$B_{me} = B_m + n^2 B_L, \quad K_{me} = K_m + n^2 K_L$$

i_a ; 전자기전류 [A]

e_b ; 전동기의 역기전력 [V]

θ_m ; 전동기의 회전각 [rad]

ω_m ; 전동기의 회전각속도 [rad/s]

θ_c ; 부하의 회전각 [rad]

이다. 따라서 그림 1과 같은 플랜트의 연속시간계 상태 방정식은

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx + Du \quad (6)$$

와 같고, 상태변수와 시스템행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$x = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_m \\ \theta_m \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{n A_v K_s}{L_a} \\ \frac{K_i}{J_{me}} & -\frac{B_{me}}{J_{me}} & -\frac{K_{me}}{J_{me}} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

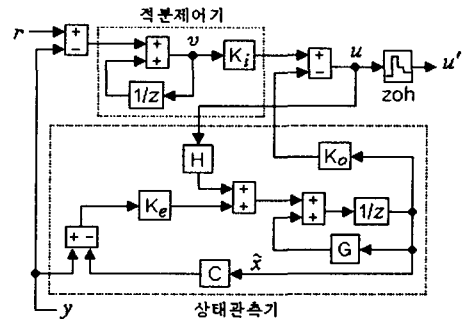
$$B = \begin{bmatrix} \frac{A_v K_s}{L_a} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1]$$

$$u = \theta_r, \quad D = 0$$

2.2 데드비트제어기 설계

데드비트제어기는 이산시간계로 설계되며[1], 샘플링 신호 또는 디지털신호를 디지털컴퓨터에 의해서 제어하는 디지털제어기로 설명할 수 있다.

데드비트제어기는 기준입력이나 외란 또는 초기조건 등이 가해졌을 때 오차나 출력응답을 가능한 빨리 제로(0) 또는 안정상태에 이르도록 하는 제어기이며, 연속시간계에서 실현되지 않는 리플없는 출력응답을 내보낼 수 있다.



<그림 2> 데드비트제어기의 구성

데드비트제어기를 설계하기 위하여 연속시간계의 상태방정식 (5)의 이산화는 다음 MATLAB명령 [4], 즉

$$[G, H] = c2d(A, B, T) \quad (7)$$

을 사용하여 G와 H 값을 계산할 수 있고, T는 이산시간계에 포함되는 샘플링주기이다. 따라서 식(6)과 (7)에 의하여 다음과 같은 이산시간계의 상태방정식이 주어진다.

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \quad (8)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (9)$$

제안된 데드비트제어기의 구성은 <그림 2>에 나타낸 바와 같이 적분제어기와 전차수 상태관측기로

구성되어 있으며, 연속시간계의 플랜트제어를 위하여 영차홀드를 포함하고 있다. <그림 2>에서 영차 홀드의 출력은 플랜트의 제어입력으로 된다.

제어기의 적분이득상수 K_i 와 상태귀환이득행렬 K_o 는 식 (10)과 같이 표현되며[4], \widehat{K} 는 제어시스템의 특성방정식을 0으로 되게 하는 이득행렬이다.

$$[K_o; K_i] = [\widehat{K} + Q] \begin{bmatrix} G - I_n & H \\ \dots & \dots \\ CG & CH \end{bmatrix}^{-1} \quad (10)$$

여기서

$$\widehat{K} = Q[\widehat{H} \widehat{G} \widehat{H} \widehat{G}^2 \widehat{H} \widehat{G}^3 \widehat{H}]^{-1} \widehat{G}^4$$

$$\widehat{G} = \begin{bmatrix} G & H \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \widehat{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = [0 \ 0 \ 0 \ 1], \quad I_n; \text{ 단위행렬}$$

제안된 제어기에서 사용된 전차수 상태관측기의 상태귀환 이득행렬 K_e 는 Ackermann[4]의 공식에 의해서 다음과 같이 주어진다.

$$K_e = \varphi(G) \begin{bmatrix} C \\ CG \\ CG^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서

$$\varphi(G) = G^3 + \alpha_1 G^2 + \alpha_2 G + \alpha_3 I$$

이고, 오차 동특성(error dynamics)의 요구된 특성다항식을 나타내며, 데드비트제어를 위해서 본 논문 문에는 $\varphi(G) = G^3$ 으로 선정하였다.

2.3 데드비트제어기를 포함한 시스템

<그림 2>에서 적분제어기의 가동오차벡터 $v(k)$ 는

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k) \quad (12)$$

을 얻고, 실제 플랜트의 상태벡터를 $x(k)$, 관측된 상태벡터를 $\tilde{x}(k)$ 라 하고, 관측기 오차벡터 $e(k)$ 를

$$e(k) = x(k) - \tilde{x}(k) \quad (13)$$

로 정의하면, 데드비트제어기의 제어신호 $u(k)$ 는

$$\begin{aligned} u(k) &= -K_o \tilde{x}(k) + K_i v(k) \\ &= -K_o x(k) + K_i v(k) + K_o e(k) \end{aligned} \quad (14)$$

로 되며, 식 (8),(9),(12),(14)에 의해서

$$\begin{aligned} v(k+1) &= v(k) + r(k+1) - y(k+1) \\ &= (-CG + CHK_o)x(k) \\ &\quad + (1 - CHK_i)v(k) \\ &\quad + (-CHK_o)e(k) + r(k+1) \end{aligned} \quad (15)$$

이 얻어진다. 따라서 플랜트 및 데드비트제어기를 포함한 시스템의 이산시간계 상태방정식은 식 (8)과 (9)에 식 (14)를 대입하여 정리하면 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \dots \\ v(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G - HK_o & HK_i & HK_o \\ \dots & \dots & \dots \\ -CG + CHK_o & 1 - CHK_i & -CHK_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix} r(k+1) \quad (16)$$

$$e(k+1) = (G - K_e C) e(k) \quad (17)$$

여기서 $r(k+1)$ 은 명령입력벡터 $r(k)$ 의 변환이며, 이를 정리하면 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$x_o(k+1) = G_o x_o(k) + H_o u_o(k) \quad (18)$$

$$y_o(k) = C_o x_o(k) + D_o u_o(k) \quad (19)$$

여기서

$$G_o = \begin{bmatrix} G - HK_o & HK_i & HK_o \\ \dots & \dots & \dots \\ -CG + CHK_o & 1 - CHK_i & -CHK_o \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & G - K_e C \end{bmatrix}$$

$$x_o(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ v(k) \\ e(k) \end{bmatrix}, \quad u_o(k) = r(k+1)$$

$$H_o = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

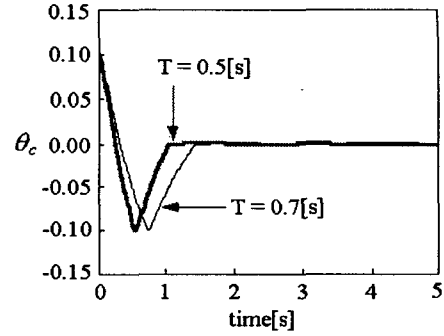
$$C_o = [C \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D_o = 0$$

<표 1> 기어를 포함한 회전계통의 제정수

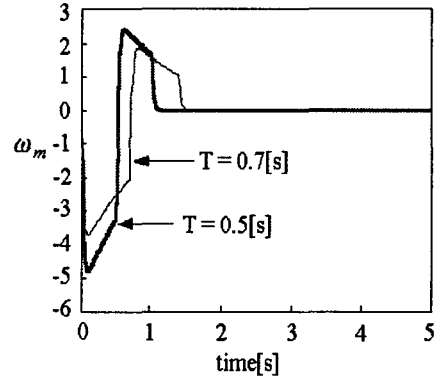
검출기의 감도 [V/rad]	$K_s = 1$
직류증폭기의 증폭도 (가변)	$A_v = 5$ 또는 10
전동기의 전기자저항 [Ω]	$R_a = 2$
전동기의 전기자 인덕턴스[H]	$L_a = 0.01$
전동기의 회전자 관성모멘트 [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]	$J_m = 0.01$
전동기축의 점성 마찰계수 [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$B_m = 0.01$
전동기축의 스프링상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$]	$K_m = 0.01$
부하의 관성모멘트 [$\text{kg} \cdot \text{m}^2$]	$J_L = 0.1$
부하축의 점성마찰계수 [$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$B_L = 0.01$
부하축의 스프링상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{rad}$]	$K_L = 0.01$
전동기회전력이 전기자전류에 비례하는 토크상수 [$\text{N} \cdot \text{m} / \text{A}$]	$K_i = 0.7$
전동기역기전력이 전동기속도에 비례하는 역기전력상수 [$\text{V} \cdot \text{s} / \text{rad}$]	$K_b = 1$
기어비(gear ratio)	$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10}$

3. 사례연구

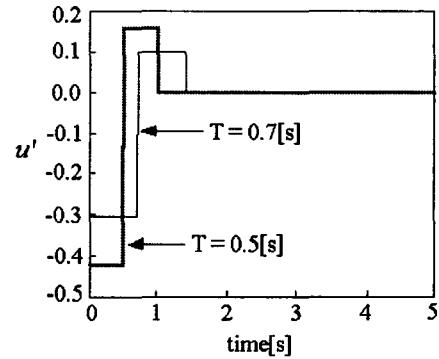
본 논문에서 제안한 데드비트제어의 성능검증을 위하여 연속시간계인 기어를 포함한 회전계통 플랜트 모형에 대하여 동일조건하에서 기존의 선형 최적제어의 시간응답과 비교하였다. 이산시간계가 아닌 연속시간계 플랜트를 제어할 경우에는 두가지 모두 영차홀드를 제어기의 출



<그림 3> 초기값에 의한 부하각의 변화



<그림 4> 초기값에 의한 각속도의 변화



<그림 5> 초기값에 의한 제어입력의 변화

력측에 사용하였다. <표 1>은 사례연구에 사용한 회전계통 플랜트모델의 제정수를 나타내며, 이것은 문헌[2] 등을 참조하여 임의로 설정한 값 들이며, 이 정수를 사용한 플랜트는 가제어성 및 가관측성을 가지게되므로 상태귀환 제어기의 설치가 가능함을 알 수 있다.

사례 1: 샘플링주기에 따른 변화

이 경우에 있어서 증폭기의 증폭도 A_v 를 10으

로 설정하고 플랜트부분의 적분기와 상태관측기의 단위 지연기(unit delay)에 초기값 1을 부하각에만[0 0 1]과 같이 주고, 샘플링주기를 0.1[s]에서 1[s]까지 변경시켜가면서 여러번 실행하고 그 결과를 검토하였다. 그리고 비교하기 편리한 샘플링주기를 0.5[s]와 0.7[s]로 임의설정하여 실행한 시뮬레이션결과를 부하각 변위, 각속도 변위, 그리고 제어입력에 대하여 <그림 3>~<그림 5>에 각각 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 샘플링주기 0.5[s]에서 0.7[s]로 했을 때 시스템의 초기응답을 살펴보면 부하각의 경우 정정시간이 약 1.3배로 증가, 각속도의 경우 응답은 2/3정도로 줄어들지만 정정시간은 약 1.5배로 증가하고 있음을 보이고 있다. 이러한 샘플링주기에 대한 사례연구의 의의는 우선 하드웨어적으로 이미 설계되어있는 연속플랜트의 제정수(표 1 참조)는 수정하지않는 상태에서 제어를 설계하는 데 목적을 두었으며, 데드비트제어기는 샘플링주기에 따라 다르게 설계될 수 있으므로 <그림 3>~<그림 5>는 샘플링주기만 0.5[s]와 0.7[s]로 변경하여 각각 설계하였고, <그림 1>과 같은 플랜트모델에 구성시켜서 그 출력응답 결과를 비교한 것이다. 여기서 샘플링주기를 0.01[s]로 감소시켜 설계하면 시스템응답의 정정시간은 더욱 빨리라 지지만 제어입력이 크게 증가하고, 샘플링주기를 1[s]로 증가시켜 설계하면 정정시간이 더 느려지지만 제어입력은 감소하는 결과를 볼 수 있으므로 비교하기 쉽도록 샘플링주기를 0.5[s]와 0.7[s]의 경우만을 그림에 나타내었다.

<그림 3>~<그림 5>에서 시간축은 0[s]로부터 5[s]까지 시간변화에 따른 출력변화를 나타내는 시간변화 표시축으로서, 예를 들어 <그림 3>의 경우 샘플링주기를 0.5[s]로 설계했을 때 부하각의 변화는 제어입력이 가해진 후 정정시간 1[s]에서 정상상태로 되고, 샘플링주기 0.7[s]로 설계했을 때 부하각의 변화는 제어입력이 가해진 후 정정시간 1.5[s]에서 정상상태에 이르고 있음을 나타낸다.

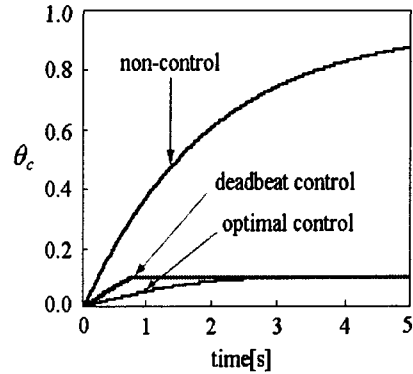
사례 2: 최적제어기와 비교

무제어 상태에서 증폭도를 1에서 2500정도까지 변화시킬 때 시스템의 초기응답은 증폭도가 1000정도에서 심하게 진동하고, 2300정도가 넘으면 이 시스템은 발산을 하게 되는 데, 이 경우에 제안된 데드비트제어 또는 최적제어를 실행하면 곧 안정화되고 정상상태로 되는 것을 볼 수 있다. 제안된 데드비트제어기와 선형 최적제어기의 비교를 위해

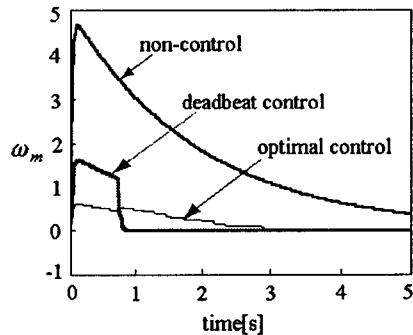
서 샘플링주기 0.7[s]에서 증폭도 A_v 를 5로 똑같

이 설정하여, 단위입력 $r=1$ 을 입력하고 적분기와 단위 지연기 등에 초기조건을 0으로 놓은 상태에서 시뮬레이

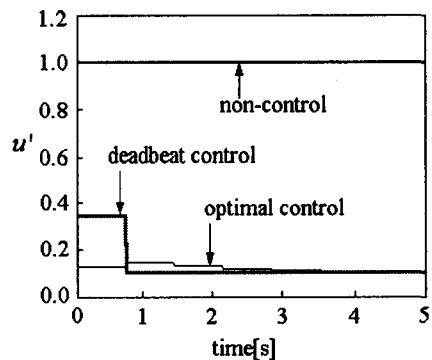
션을 실행하여 인디셜응답(indicial response)을 비교하였고, 그 결과는 <그림 6>~<그림 8>에 보인 바와 같이 데



<그림 6> 부하각의 인디셜응답



<그림 7> 각속도의 인디셜응답



<그림 8> 제어입력의 변화

드비트제어기의 경우에 정정시간은 선형 최적제어기의 경우보다 약 3배가 더 빠르고, 또한 정정시간 후에도 리플이 없는 안정상태에 이른다. 그리고 제어입력은 최적제어기보

다 응답초기에는 2배 정도 크게 나타나지만, 정정시간은 3 배 정도 빠르다. 그림에서 제어를 하지않은 무제어상태의 응답과 비교하면 매우 큰 효과를 보이고 있다. 이와 같은 비교는 데드비트제어를 다른 제어기와 상대적으로 비교 해 봄으로써 그 우수성을 확인해 보기 위한 것이다.

<그림 6>~<그림 8>에서 시간축은 0[s]로부터 5[s]까지 시간변화에 따른 출력변화를 나타내는 시간변화 표시축 으로서, 예를 들어 <그림 6>의 경우 샘플링주기를 0.7[s]로 설계했을 때 부하각의 변화는, 무제어상태에서 정정시간 5[s], 최적제어에서 정정시간 2.5[s], 데드비트제어에서 정정시간 0.7[s]만에 정상상태에 이르고 있음을 나타낸다.

4. 결 론

본 논문은 기어를 포함한 회전계통에 대해서 적분제 어기와 전차수 상태관측기로 구성되는 데드비트제어의 설계 방법을 제안하였다.

몇 가지 사례연구를 통해서 제안된 데드비트제어시스 템의 응답은 주어진 샘플링주기 후에 리플없는 안정상태에 도달하고 상태귀환형 최적제어시스템의 응답 등과 비교할 때 정정시간이 훨씬 빠름을 보인다. 또한 플랜트가 연속시 스템이므로 시뮬레이션의 정확도를 기하기 위해서 영차홀 드를 데드비트제어의 출력측에 삽입하였고, 플랜트가 이 산시스템이면 이 영차홀드가 있으나 없으나 관계없이 데드 비트제어의 효과를 확인할 수 있고, 연속시스템인 플랜트 에만 영차홀드의 효과가 있음을 확인하였다. 그러나 앞으 로 제안된 제어가 실제 회전계통에 적용되기 위해서는 더 많은 연구가 실행되어야 할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] Benjamin C. Kuo, Digital Control Systems: 2nd Ed., pp.530-627, Sanders College Publishing, 1992.

[2] Norman S. Nise, Control Systems Engineering: 2nd Ed., pp.64-151, The Benjamin/Cummings Publishing Co.Inc., 1995.

[3] Osman Kukrer, Member, "Deadbeat Control of a Three-Phase Inverter with an Output LC Filter", IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.11, No.1, pp.16- 23, Jan. 1996.

[4] Katsuhiko Ogata, DISCRETE-TIME CONTROL SYSTEMS: 2nd Ed., pp.318- 629, Prentice-Hall International, Inc., 1995.

[5] Katsuhiko Ogata, MODERN CONTROL ENGINEERING, third Ed., pp.190-194, Prentice-Hall International, Inc., 1997.

[6] B. Shahian, M. Hassul, Control System Design Using Matlab, pp.262-306, Prentice-Hall International, Inc., 1993.

[7] Ernest O. Doebelin, System Dynamics: Modeling, Analysis, Simulation, Design, pp.189-192, pp.367-445, Marcel Dekker, Inc., 1998.

[8] H.R.Sirisen, "Ripple-Free Deadbeat Control of SISO Discrete Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol, AC-30, No.2, pp.168-170, Feb.1985.

[9] Shigeru Urikura and Akira Nagata, "Ripple-Free Deadbeat Control for Sampled-Data Systems", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-32, No.6, pp.474-482, June 1987.

[10] J. Y. Song, et al., "Power System Stabilizer Using Deadbeat Control", KIEE, ICEE '98, Proceedings: Vol.2, pp.401-404, July 1998.

[11] Ken Dutton, et al., The Art of Control Engineering, pp.397-412, Addison -Wesley, 1997.

이 흥 제

1983년 서울대 공대 전기공학과 졸업.
1986년 동 대학원 전기공학과 졸업 (공학석사).
1990년 동대학원 전기공학과 졸업 (공학박사).
1995년~1996년 미국 워싱턴 주립대 방문 교수. 현재 광운대 공대 전기공학과 부교수 :

송 자 윤

1974년 한양대 공대전기공학과 졸업.
1979년 연세대 산업대학원 전기공학과 졸업 (공학석사).
1998년 광운대 대학원 전기공학과 박사과정 수료
1980년~1988년 인천전문대전기과교수
현재 인천전문대 제어계측과 교수

