

평판의 진동제어를 위한 압전감도 해석

Piezoelectric Sensitivity Analysis for Vibration Control of a Plate

황진권, 송철기, 최종호

(Jin Kwon Hwang, Chul Ki Song, Chong-Ho Choi)

Abstract : This paper investigates optimal locations of piezoelectric actuators and sensors on a thin plate. To locate actuators and sensors properly is important in controlling modal vibrations well. A piezoelectric sensitivity index is introduced to select optimal locations for vibration control of each mode. The sensitivity expresses the efficiency of actuating and sensing modal forces according to locations of a piezoelectric material on a plate. The piezoelectric sensitivities for two types of plate, an all-clamped plate, and a free-free plate, are derived theoretically and are verified experimentally. Also, its usefulness is experimentally shown to control vibration of the all-clamped plate with piezoelectric materials.

Keywords : vibration control, piezoelectric sensitivity, optimal location, vibration mode

I. 서론

압전체는 물리적인 변형이 있으면 전압이 유기되고 그 반대로 전계가 인가되면 변형도(strain)가 발생하는 전기-기계적 에너지 변환이 우수하며, 두께 방향에 수직되는 두 방향으로 등방성(transversely isotropic)이 되는 물질이다. 압전체는 부피와 질량이 작고, 반작용없이 진동을 가진할 수 있고, 진동을 정밀하게 측정할 수 있어, 진동제어를 위한 센서로 뿐만 아니라 가진기(actuator)로써도 널리 이용되고 있다. 특히, PZT(Lead Zirconate Titanate) 압전체는 PVDF(PolyVinylidene Flouride) 압전체보다 가진력이 월등하여, 우주선과 같은 대형의 유연구조물(flexible structure) 진동제어에도 이용될 수 있다.

일반적으로 유연구조물의 운동은 2차 미분방정식으로 표현되는 무한개의 진동모드(vibratory mode)들로 표현될 수 있다. 이 진동모드들의 감쇠비는 매우 작아서 유연구조물의 진동모드들의 고유주파수들에서 공진 피크들을 갖는다. 이러한 유연구조물의 진동제어에 압전체 사용의 효용성을 보여준 많은 실험 결과들이 발표되었다. Dimitriadis의 2인[1]은 PZT 압전체에 의한 단순지지 평판의 진동을 이론적으로 예측하였고, Clark의 2인[2]은 이를 실험으로 입증하였다. Fansen과 Caughey[3]는 PZT 압전 센서와 가진기로 외팔보(cantilevered beam)의 진동을 제어하였고, Falangas의 2인[4]은 PZT 압전 가진기와 가속도계를 사용하여 고정단 평판의 진동을 제어하였다. Hwang의 3인[5]은 PZT 압전 가진기와 센서가 부착된 고정단 평판의 진동모드들의 식별기법을 제안하였다. Lee와 Moon[6]은 특정한 하나의 진동모드만 가진하거나 측정할 수 있는 가진기와 센서를 개발하였으나, 다수의 진동모드들을 제어할 경우, 압전체의 부착위치가 중복되어 압전체의 부착이 용

이하지 않을 뿐만 아니라 압전체의 사용도 효율적이지 못하다.

유연구조물에 갑작스런 충격이나 이동에 의하여 발생하는 진동 에너지는 몇 개의 저주파 진동모드들에 집중되어 있다. 또한, 특정한 주파수를 갖는 외란이 유연구조물에 지속되면, 이 때의 진동 에너지도 외란 주파수와 유사한 고유주파수를 갖는 진동모드들에 집중되어 있다. 이러한 이유에서, 유연구조물의 진동제어 대상들은 몇 개의 저주파 진동모드들이거나 특정한 진동모드들인 경우가 대부분이다. 유연구조물에서 이러한 몇 개의 진동모드들만 제어할 때, 제어대상 모드들만 효과적으로 가진하고 측정할 수 있는 압전체의 부착위치들을 찾을 필요가 있다. 한편, 유연구조물의 진동제어에 사용되는 가진기와 센서는 유연구조물 표면에 강력 접촉제로 압전체를 부착하여 만들어진다. 유연구조물 표면의 여러 위치에 압전체를 부착하고 실험적인 방법으로 제어대상 진동모드들이 잘 제어되는 부착위치를 찾을 수 있으나 이 방법은 매우 번거러울 수 있다. 더욱이, 제어대상 진동모드들이 여러 개일 경우 이 실험적인 방법으로 그 부착위치들을 찾는 것은 매우 힘들다. 이러한 번거러움을 피하기 위하여, 유연구조물에 압전체의 부착위치에 따른 각 진동모드의 가진과 측정 효과 정도를 이론적으로 나타낼 수 있는 지표가 요구된다. 본 논문에서는 이 지표를 압전감도(piezoelectric sensitivity)라고 정의한다. 압전체의 부착위치에서 각 진동모드의 압전감도는 그 진동모드에 대한 가제어성(controllability)과 가관측성(observability)의 정도를 나타내므로 유연구조물의 진동제어를 효과적으로 수행하기 위하여서는 압전감도의 조사가 선행되어야 한다.

본 논문에서는 각기의 진동모드에 대하여 유연구조물에 단위 면적당 부착된 압전체에 의한 가진력과 측정력을 나타내는 압전감도함수를 제시한다. 고정단 평판과 자유단 평판에 대한 이 압전감도함수들을 이론적으로 유도하고 이 압전감도함수들을 사용하여 일정한 면적에 부착된 압전체에 의한 압전감도 값들을 이론적으로 구하고 이 이론

접수일자 : 1999. 3. 17., 수정완료 : 1999. 12. 22.

황진권 : 한경대학교 제어계측공학과

송철기 : 경상대학교 항공우주공학부, 항공기부품기술연구센터 연구원

최종호 : 서울대학교 전기공학부

적인 값들과 실제 실험을 통하여 측정된 압전감도 값들을 비교한다. 또한, 고정단 평판의 진동제어 실험을 통하여 이 압전감도의 유용성을 보인다.

II. 평판의 압전감도

1. 압전체에 의한 평판의 운동방정식 및 압전감도함수

얇은 평판의 진동 감쇠비는 매우 작으므로 이를 무시하면, 평판의 국소부에 부착한 압전 가진기에 의한 평판의 진동변위 $w(x, y, t)$ 는 다음과 같이 표현된다[1].

$$\rho_a h \ddot{w}(x, y, t) + \frac{Eh^3}{12(1-\mu)} \nabla^4 w(x, y, t) = \nabla^2 M(x, y, t), \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b \quad (1)$$

여기서, a 와 b 는 각기 평판의 가로와 세로의 길이이고, h , ρ_a , E 및 μ 는 각기 평판의 두께, 면 밀도, 영률(Young's modulus) 및 포아송 비(Poisson' ratio)로서 모두 균일하다고 가정하였다. 또한, 압전체 및 접착체의 영률, 밀도, 크기와 두께는 평판의 그것들에 비하여 상대적으로 매우 작으므로, 압전체의 부착에 따른 평판 특성의 변화가 거의 없다고 가정하였다. $\ddot{w}(x, y, t)$ 는 $\partial^2 w(x, y, t) / \partial t^2$ 이고 ∇^4 는 공간좌표 (x, y) 에 대한 biharmonic 연산자이다. $M(x, y, t)$ 는 평판의 $x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$ 영역에 부착된 직사각형 모양의 압전 가진기에 의하여 생성되는 굽힘 모멘트로서 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$M(x, y, t) = k_a [H(x-x_1) - H(x-x_2)] \times [H(y-y_1) - H(y-y_2)] u(t) \quad (2)$$

여기서 $u(t)$ 는 압전 가진기의 입력전압이고 $H(\cdot)$ 는 단위 스텝(Heaviside unit step) 함수이다. k_a 는 압전체의 특성과 평판의 두께에 의하여 결정되는 상수이다.

진동변위 $w(x, y, t)$ 는 시간함수들과 진동형상을 나타내는 고유함수(eigenfunction)들로 나타낼 수 있다[7]. 즉,

$$w(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x, y) q_n(t) \quad (3)$$

여기서 첨자 n 은 진동모드의 차수이며, $\phi_n(x, y)$ 은 평판의 n 번째 고유함수이고, $q_n(t)$ 는 평판의 n 번째 고유좌표(natural coordinate)이다. 고유함수들의 직교성(orthogonality)[7]과 평판의 경계조건(boundary condition)들을 이용하면 평판의 진동을 개개의 진동모드별로의 운동으로 나타낼 수 있다. 즉, (1)의 양변에 $\phi_n(x, y)$ 를 곱하고 공간좌표 (x, y) 로 주어지는 평판의 전체 영역으로 적분을 하면 n 번째 진동모드의 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \int_0^b \int_0^a \overline{\phi}_n(x, y) \nabla^2 M(x, y, t) dx dy, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

여기서 ω_n 은 평판의 n 번째 고유주파수(rad/sec)이고 $\overline{\phi}_n(x, y)$ 는 다음과 같이 정규화된 고유함수이다.

$$\rho_a h \int_0^b \int_0^a \overline{\phi}_n(x, y) \overline{\phi}_n(x, y) dx dy = 1. \quad (5)$$

진동모드들의 운동(4)에 굽힘 모멘트 (2)를 대입하고 정리하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) &= k_a \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \nabla^2 \overline{\phi}_n(x, y) dx dy u(t), \quad (6) \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

한편, 평판의 영역 ($x_1 \leq x \leq x_2$, $y_1 \leq y \leq y_2$)에 부착된 압전체를 센서로 사용하면, 평판의 진동에 의한 그 출력전압 $z(t)$ 는 다음과 같이 주어진다[8].

$$z(t) = k_s \sum_{n=1}^{\infty} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \nabla^2 \overline{\phi}_n(x, y) dx dy q_n(t). \quad (7)$$

여기서 k_s 는 압전체와 평판의 특성에 의하여 결정되는 상수이다.

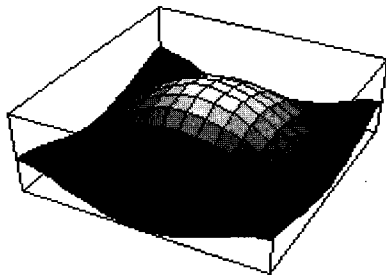
각기 압전 가진식과 압전 센서식을 나타내는 수식들 (6)과 (7)을 살펴보면, 개개의 진동모드에 대한 압전체에 의한 가진력과 측정력 모두는 그 고유함수의 Laplacian을 압전체의 부착면적으로 적분한 값에 비례함을 알 수 있다. 따라서, 압전체를 미소면적에 부착한다고 가정하면, 평판의 (x, y) 좌표에서 n 번째 진동모드에 대한 단위 면적당 가진력과 측정력은 다음의 $S_n(x, y)$ 에 비례한다.

$$\begin{aligned} S_n(x, y) &= \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \nabla^2 \overline{\phi}_n(X, Y) dX dY \\ &= \nabla^2 \overline{\phi}_n(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

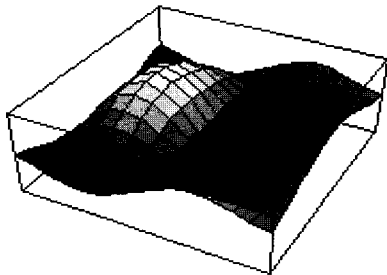
본 논문에서는 $S_n(x, y)$ 를 n 번째 진동모드의 압전감도함수로 정의한다. 압전체의 부착면적으로 이 압전감도함수를 적분하면, 그 진동모드에 대한 가진력과 측정력을 계산할 수 있다. 따라서, 압전감도함수의 형상을 참고하면 그 진동모드의 제어를 위한 압전체의 부착위치와 크기를 결정할 수 있다. 압전감도함수는 진동모드에 대한 가제어성과 가관측성의 정도를 나타낸다. 어떤 진동모드의 압전감도함수 값들이 0인 절선을 압전체의 부착 중심위치로 선정한다면, 그 진동모드의 가제어성과 가관측성은 보장되지 않는다. 이를 이용하면, 제어하지 않는 특정한 진동모드에 대한 누설효과(spill-over effect)[9]를 효과적으로 줄일 수 있다.

2. 고정단 평판의 압전감도 해석 및 측정실험

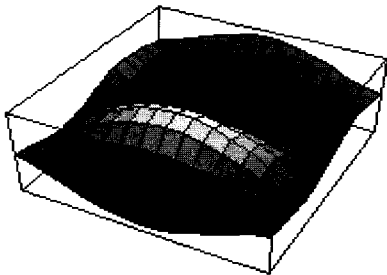
이차원 구조물의 고유함수에 대한 일반 해는 존재하지 않으나 사각 평판의 경우 변수분리법을 이용하면, 그 고유함수는 보의 고유함수들의 조합으로 근사화될 수 있다[7]. 가로와 세로의 길이가 각기 a 와 b 인 고정단 사각평판의 n 번째 고유함수 $\phi_n(x, y)$ 은 고정단 보의 고유함수들을 조합하여 나타낼 수 있다.



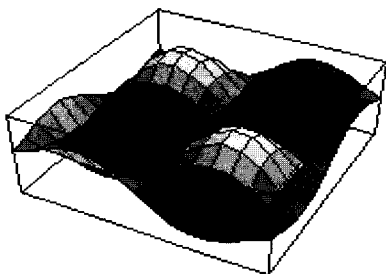
(a) 1차 진동모드



(b) 2차 진동모드



(c) 3차 진동모드



(d) 4차 진동모드

그림 1. 가로와 세로의 길이 비가 6:5 인 고정단 평판의 압전감도함수 형상들.

Fig. 1. Piezoelectric sensitivity function shapes of an all-clamped rectangular plate with the length ratio 6:5.

$$\begin{aligned} \phi_n(x, y) &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{ij}^n \theta_i(x) \psi_j(y), \quad (9) \\ \theta_i(x) &= \cosh\left(\frac{\gamma_i x}{a}\right) - \cos\left(\frac{\gamma_i x}{a}\right) \\ &- \mu_i \left\{ \sinh\left(\frac{\gamma_i x}{a}\right) - \sin\left(\frac{\gamma_i x}{a}\right) \right\}, \quad i=1, 2, 3, \dots, \\ \psi_j(y) &= \cosh\left(\frac{\lambda_j y}{b}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_j y}{b}\right) \\ &- \nu_j \left\{ \sinh\left(\frac{\lambda_j y}{b}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_j y}{b}\right) \right\}, \quad j=1, 2, 3, \dots. \end{aligned}$$

여기서 $\theta_i(x)$ 와 $\psi_j(y)$ 는 각기 길이가 a 와 b 이고 양 끝단이 고정된 보의 고유함수이다. $\gamma_i, \lambda_j, \mu_i$ 및 ν_j 는 양 고정단 보들의 크기와 물성치에 의하여 결정되는 상수들이고 α_{ij}^n 는 고정단 평판의 n 번째 고유함수에 관련된 상수로서 Rayleigh-Ritz 방법[10]으로 구할 수 있다.

a 와 b 의 길이 비가 6:5 인 고정단 직사각 평판의 처음 4개의 저주파 진동모드의 압전감도함수 형상들이 그림 1에 나타나 있다. 각 진동모드의 압전감도는 고정단 평판의 4모서리에서 좋으나, 이러한 위치는 면적이 너무 작아서 압전체를 부착하기에 부적당하다. 1차 진동모드의 제어를 위한 압전체의 최적 부착 중심좌표는 $(0.5a, 0.5b)$ 이고, 2차 진동모드의 그것들은 $(0.3a, 0.5b)$ 와 $(0.7a, 0.5b)$ 이고, 3차 진동모드의 그것들은 $(0.5a, 0.3b)$ 와 $(0.5a, 0.7b)$ 이다. 4차 진동모드의 최적 부착의 중심좌표는 $(0.3a, 0.3b)$, $(0.3a, 0.7b)$, $(0.7a, 0.3b)$ 및 $(0.7a, 0.7b)$ 이다. 1차 진동모드의 압전감도함수 값이 0인 절선은 4 개로 그 위치들은 $x=0.2a$, $x=0.8a$, $y=0.2b$ 및 $y=0.8b$ 이고, 2차 모드의 절선은 5 개로 $x=0.1a$, $x=0.5a$, $x=0.9a$, $y=0.1b$ 및 $y=0.9b$ 이고, 3차 진동모드의 절선은 5 개로 $x=0.1a$, $x=0.9a$, $y=0.1b$, $y=0.5b$ 및 $y=0.9b$ 이다. 4차 진동모드의 절선은 6 개로 $x=0.1a$, $x=0.5a$, $x=0.9a$, $y=0.1b$, $y=0.5b$ 및 $y=0.9b$ 이다.

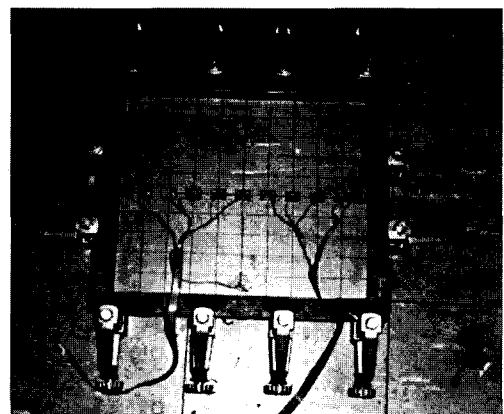


그림 2. 압전체들이 부착된 고정단 평판.

Fig. 2. All-clamped plate with bonded piezoelectric materials.

이론적으로 구한 그림 1의 압전감도함수 형상을 검증하기 위하여 고정단 강철평판에 압전체를 부착하여 압전감

도를 측정하는 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 평판의 a, b 와 두께가 각기 360mm, 300mm와 0.8mm이고, 평판의 밀도는 7870kg/m^3 , 영률은 $210 \times 10^9 \text{N/m}^2$, 포와송 비는 0.30이다. 그림 2와 같이 두께와 폭이 각각 15mm와 30mm인 쇠파대기들과 수 개의 클램프(clamper)들로 평판의 4변을 고정하였고, 1차와 2차 진동모드들에 대한 압전감도를 측정하기 위하여 $y=0.5b$ 선상을 따라 11개의 PZT 압전체를 부착하였다. 이 압전체들은 Morgan Matroc 회사의 PZT-5A 제품[11]으로 그 크기는 $19.05\text{mm} \times 12.7\text{mm} \times 0.23\text{mm}$, 그 밀도는 7700kg/m^3 , 압전-변형도 상수 (piezoelectric strain constant)는 $171 \times 10^{-12} \text{m/V}$, 비전하량 (permittivity)은 151×10^{-10} , 영률은 $53 \times 10^9 \text{N/m}^2$, 그리고 포와송 비는 0.31이다. 충격망치로 1차와 2차 진동모드들이 잘 가진되는 평판의 좌표 ($0.7a, 0.3b$)에 충격을 가하고 이 때의 11개 압전체들에서 유기되는 전압신호들을 주파수 성분별로 분석할 수 있는 계측기(frequency analyzer)에 저장하였다. 저장된 11개의 전압신호들에서 각기 1차와 2차의 진동모드들에 의한 전압파형들을 계측기로 분리하였고, 1차와 2차의 진동모드들에 대한 전압 파형들에서 절대전압의 최대값을 조사하였다. 실험 과정에서 충격망치를 평판에 치는 세기에 따라 압전체에 유기되는 전압도 다르게 되므로 충격세기를 표준화하여 출력전압을 환산하였으며, 1차와 2차 진동모드의 각기 11개 환산전압 중에서 가장 큰 값을 100으로 설정하고 이를 기준으로 나머지 10개의 전압 값들을 변환하였다. 이 표준화된 1차와 2차 진동

모드의 전압 값들이 그림 3에 도시되어 있으며, 부착위치는 백분율($x=0$ 에서 0, $x=a$ 에서 100)로 표시하였다.

1차와 2차 진동모드의 운동에 의하여 실험의 고정단 평판에 부착된 11개 압전체들에 발생하는 이론적인 전압 값들을 계산하였다. 이는 각기 1차와 2차 진동모드의 압전감도함수는 실험의 11개 압전체 부착면적으로 적분하여 계산되었다. 각기 진동모드별로 계산 값들 중에서 가장 큰 전압 값을 100으로 표준화하여 그림 3에 또한 도시되어 있으며, 이 압전감도함수 값들은 실험으로 얻은 전압 값들과 잘 일치함을 알 수 있다.

3. 자유단 평판의 압전감도 해석 및 측정실험

가로와 세로의 길이가 a 와 b 인 자유단 사각평판의 n 번째 고유함수 $\phi_n(x, y)$ 은 자유단 보의 고유함수들을 조합하여 나타낼 수 있다[7].

$$\phi_n(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{ij}^n \theta_i(x) \psi_j(y), \quad (10)$$

$$\theta_1(x) = 1, \quad \theta_2(x) = \sqrt{3}(1 - \frac{2x}{a}),$$

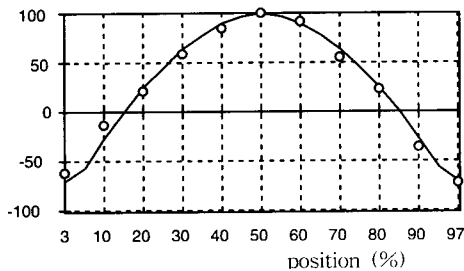
$$\psi_1(y) = 1, \quad \psi_2(y) = \sqrt{3}(1 - \frac{2y}{b}),$$

$$\theta_i(x) = \cosh(\frac{\gamma_i x}{a}) + \cos(\frac{\gamma_i x}{a}) - \mu_i \left\{ \sinh(\frac{\gamma_i x}{a}) + \sin(\frac{\gamma_i x}{a}) \right\}, \quad i = 3, 4, 5, \dots,$$

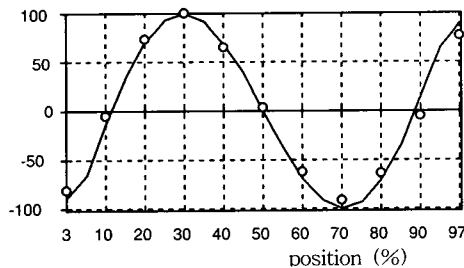
$$\psi_j(y) = \cosh(\frac{\lambda_j y}{b}) + \cos(\frac{\lambda_j y}{b}) - \nu_j \left\{ \sinh(\frac{\lambda_j y}{b}) + \sin(\frac{\lambda_j y}{b}) \right\}, \quad j = 3, 4, 5, \dots$$

여기서 $\theta_i(x)$ 와 $\psi_j(y)$ 는 각기 길이가 a 와 b 인 자유단 보의 고유함수들이며, $\gamma_i, \lambda_j, \mu_i$ 및 ν_j 는 자유단 보의 크기와 물성치에 의하여 결정되는 상수들이고 α_{ij}^n 는 자유단 평판의 n 번째 고유함수에 관련된 상수로서 Rayleigh-Ritz 방법[10]으로 구할 수 있다. 자유단 평판의 운동을 강체모드(rigid mode)와 진동모드에 의한 것으로 나눌 수 있다. 강체모드의 압전감도함수는 평판의 모든 위치에서 0이므로, 압전체는 강체모드의 운동에 기여하지 못한다.

a 와 b 의 길이 비가 6:5 인 자유단 사각평판의 처음 4개의 저주파 진동모드의 압전감도함수 형상들이 그림 4에 나타나 있다. 1차 진동모드를 제어하기 위한 좋은 압전체의 부착 중심좌표들은 $(0.15a, 0), (0.85a, 0), (0.15a, b), (0.85a, b), (0, 0.15b), (0, 0.85b), (a, 0.15b)$ 와 $(a, 0.85b)$ 이다. 그 반대의 경우로 압전감도함수 값들이 0이어서 제어가 잘 되지 않는 위치 좌표들은 평판의 4 모서리들, $x=0.5a$ 와 $y=0.5b$ 이다. 2차 진동모드를 위한 좋은 부착 중심위치는 $y=0.5b$ 이며, 그 반대의 경우로 압전감도함수 값들이 0인 중심위치 좌표는 평판의 4 모서리와 세로변이다. 3차 진동모드를 위한 좋은 부착 중심위치는 $x=0.5a$ 이며, 그 반대의 경우로 압전감도함수 값들이 0인 중심위치 좌표는 평판의 4 모서리와 가로변이다. 4차 진동모드를 위한 좋은 부착 중심좌표들은 $(0.5a, 0)$ 와 $(0.5a, b)$ 이며, 그 반대의 경우로 압전감도함수 값들이 0인 중심위치 좌표는 평판의 4 모서리, 세로



(a) 1차 진동모드

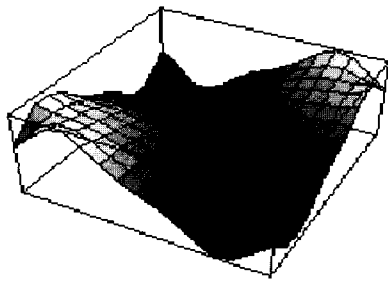


(b) 2차 진동모드

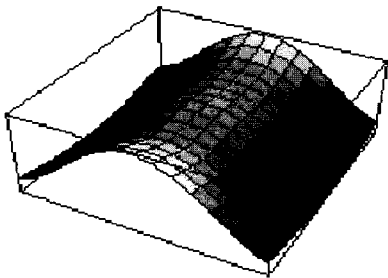
그림 3. 고정단 평판의 압전감도 측정치 (o)와 계산치(-).

Fig. 3. The measured (o) and computed values (-) of piezoelectric sensitivities of the all-clamped plate.

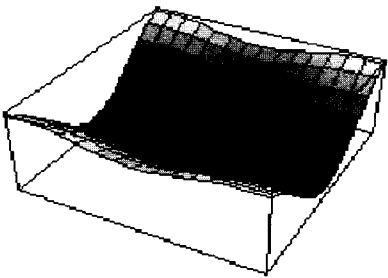
변과 $x=0.5a$ 이다.



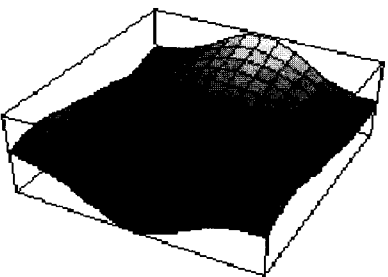
(a) 1차 진동모드



(b) 2차 진동모드



(c) 3차 진동모드

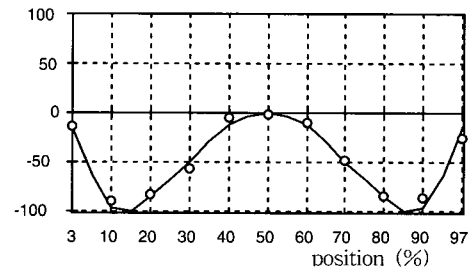


(d) 4차 진동모드

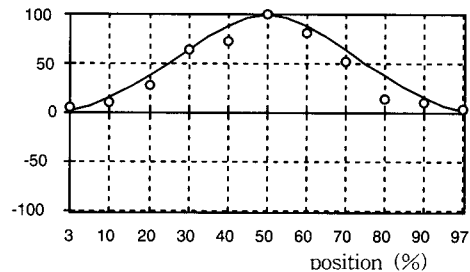
그림 4. 가로와 세로의 길이 비가 6:5 인 자유단 평판의 압전감도함수 형상들.

Fig. 4. Piezoelectric sensitivity function shapes of an all-free rectangular plate with the length ratio 6:5.

자유단 평판의 압전감도를 측정하는 실험에 사용된 평판 및 압전체의 크기와 특성은 앞 절의 고정단 평판의 압전감도 측정실험에 사용된 평판 및 압전체와 동일하다. 평판의 자유지지 경계조건을 만들기 위하여 실험 평판의 모서리들에 작은 구멍을 뚫고 고무줄을 사용하여 평판을 허공에 매달았다. 1차와 2차 진동모드들의 신호를 측정하기 위하여 평판의 대각선 위에 등간격으로 11개의 압전체들을 부착하였다. 1차와 2차의 진동모드들의 가진력이 좋은 평판의 $(0.7a, 0.3b)$ 위치에 망치로 충격을 가하여 11개의 압전체에서 유기되는 전압들을 측정하고 고정단 평판의 압전감도 측정실험과 동일한 방법으로 분석하였다. 1차와 2차 진동모드들에 대한 이러한 측정치들과 실험치들이 그림 5에 도시되어 있으며, 평판의 대각선 길이는 백분율로 표시되어 있다. 측정치들과 실험치들은 서로 잘 일치함을 알 수 있다.



(a) 1차 진동모드



(a) 2차 진동모드

그림 5. 자유단 평판의 압전감도 측정치 (o)와 계산치(-).

Fig. 5. The measured (o) and computed values (-) of piezoelectric sensitivities of the all-free plate.

III. 압전감도함수를 이용한 평판의 진동제어 실험

1. 제어 시스템 구성

제어대상 진동모드들의 압전감도함수 형상을 살펴보면 제어효과가 가장 우수한 압전체의 부착위치를 찾을 수 있다. 본 실험에서는 압전감도함수를 사용하여 제어대상 진동모드들을 위한 최적의 위치에 압전 가진기와 센서를 부착하고 위상지연 제어기법[12]으로 그 진동모드를 제어하였다. 위상지연 제어는 미분제어 효과를 얻는 것으로 진동모드의 감쇠비를 크게 증가시켜서 진동을 빨리 감쇠시킬

수 있다. 위상지연 제어기는 손쉽게 구현이 가능하며, 이 제어기의 동작은 압전 센서에서 측정된 신호에서 제어대상 진동모드의 신호만을 추출하여 위상을 90° 정도 지연시키고 증폭한 다음에 압전 가진기에 인가하는 것이다.

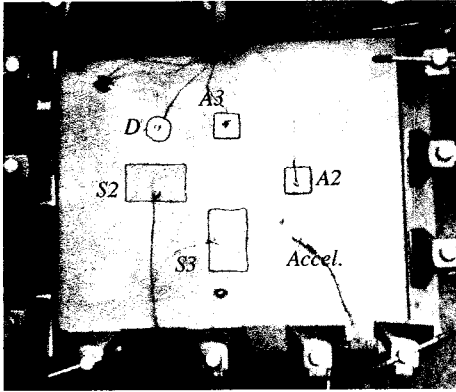


그림 6. 진동제어 실험의 고정단 평판.
Fig. 6. The experimental all-clamped plate for vibration control.

진동제어 실험에 사용된 평판은 압전감도 실험에 사용하였던 고정단 평판으로 그림 6과 같으며, 제어대상 진동 모드들은 2차와 3차 진동모드들이다. 압전 센서 S_2 와 가진기 A_2 의 부착 중심위치들을 각기 그림 1에서 2차 진동모드의 압전감도함수 값이 큰 $(0.3a, 0.5b)$ 과 $(0.7a, 0.5b)$ 좌표들로 정하였고, 압전 센서 S_3 와 가진기 A_3 의 부착 중심위치들을 각기 3차 진동모드의 압전감도함수 값이 큰 $(0.5a, 0.7b)$ 과 $(0.5a, 0.3b)$ 좌표들로 정하였다. 가진기로 사용된 압전체는 Channel Industries 회사의 C-5500 PZT 제품 [13]으로 밀도가 7600kg/m^3 , 압전-변형도 상수가 $185 \times 10^{-12}\text{m/V}$, 비전하량이 160×10^{-10} , 영률이 $64 \times 10^9\text{N/m}^2$, 그리고 포와송 비가 0.31이다. 센서로 사용된 압전체는 Piezo System 회사의 G1195 PZT 제품 [14]으로 밀도가 7600kg/m^3 , 압전-변형도 상수가 $166 \times 10^{-12}\text{m/V}$, 비전하량이 151×10^{-10} , 영률이 $63 \times 10^9\text{N/m}^2$, 그리고 포와송 비가 0.31이다. 실험에 사용된 압전 가진기와 센서는 직사각형으로 그 크기는 각각 $25.4\text{mm} \times 25.4\text{mm} \times 1.27\text{mm}$ 와 $38.1\text{mm} \times 63.5\text{mm} \times 0.191\text{mm}$ 로 하였다. 실험에 필요한 진동을 평판에 발생시키기 위하여 압전체로 외란 가진기를 만들었다. 이 외란 가진기 D 는 처음 저주파 4개의 진동모드들이 고루 잘 가진되는 $(0.3a, 0.7b)$ 위치에 부착하였다. D 의 압전체는 A_2 와 A_3 의 압전체와 동일한 재질로 직경이 25.4mm인 원형이다. 진동제어 효과를 관찰하기 위하여 처음 4개의 저주파 진동모드들이 잘 관측되는 위치인 평판의 $(0.7a, 0.3b)$ 좌표에 가속도계를 설치하였다.

위상지연 제어기는 32-bit DSP 프로세서, 2개의 12-bit A/D 변환기들, 2개의 12-bit D/A 변환기들, 그리고 OP 앰프로 구성된 증폭기들로 제작되었다. 각기 2개까지의 압전 센서들과 가진기들의 신호들이 이 제어기의 A/D 변환기들과 D/A 변환기들을 통하여 연결될 수 있고 변환기들의 최대 허용전압은 $\pm 5\text{V}$ 이다. 압전 가진기와 D/A 변환

기 사이에는 최대 30 배까지 증폭할 수 있는 고전압용 증폭기가 있으며, 이 증폭기로 제어 이득을 조절할 수 있다. 압전 센서와 A/D 변환기 사이에 저전압 증폭기를 놓아서 압전 센서의 미약한 전압을 증폭하였다. DSP 프로세서의 어셈블리 언어로 프로그램화가 된 디지털 필터를 사용하여 압전 센서의 신호에서 각 제어대상 진동모드 신호를 추출하고 위상을 지연하였다. 이 디지털 필터의 설계를 위하여 제어대상 진동모드들의 고유주파수들을 모드실험(modal testing)으로 구하였다. 모드실험에는 충격망치, 경량 가속도계 및 주파수 분석용 계측기가 사용되었으며 모드실험에 의한 이 평판의 처음 4개의 고유주파수들이 표 1에 나타나 있다.

표 1. 모드실험에 의한 고정단 평판의 고유주파수.

Table 1. Natural frequencies of the all-clamped plate by modal testing.

| 진동모드 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------|------|-------|-------|-------|
| 고유주파수(Hz) | 51.9 | 108.2 | 139.5 | 190.8 |

2. 진동 제어 실험

실험의 평판에 단일 진동모드에 의한 진동만 있을 때, 그 진동을 줄이는 제어 실험을 수행하였다. 먼저, 2차 진동모드의 고유주파수를 갖는 정현파 신호를 외란 가진기 D 에 인가하여 2차 진동모드의 진동을 평판에 야기하였다. 센서 S_2 와 가진기 A_2 만을 사용하고 위상지연 제어기법을 적용하여 2차 진동모드의 외란을 30dB 이상 감소시킬 수 있었다. 또한, 외란 가진기 D 에 3차 진동모드의 고유주파수를 갖는 정현파 신호를 인가하여 3차 진동모드의 외란을 발생시키고 센서 S_3 와 가진기 A_3 만 사용하여 3차 진동모드를 제어하였다. 평판에 부착한 가속도계로 제어 전후의 진동 신호를 측정하고 이 신호를 주파수 스펙트럼으로 변환하여 그 크기를 dB단위로 계산하였다. 이를 나타낸 것이 그림 7에 있으며, 위상지연 제어에 의하여 3차 진동모드의 진동이 32dB 이상 감소되어 있다.

고정단 평판의 4차 이하 진동모드들을 주로 가진하기 위하여 외란 가진기 D 에 200Hz까지의 주파수 대역을 가진 잡음신호를 인가하고, 센서 S_2 와 가진기 A_2 만을 작동하여 2차와 3차 진동모드들을 동시에 줄일 수 있는 위상지연 제어를 적용하였다. 센서 S_2 와 가진기 A_2 의 부착 중심위치는 4차 진동모드의 압전감도함수의 절선에 놓여서 4차 진동모드를 측정하거나 가진하기는 매우 어렵다. 그러나, 센서 S_2 와 가진기 A_2 의 부착 중심위치는 1차와 5차 이상 진동모드들의 압전감도함수들의 절선들이 아니어서, 실험 과정에서 제어대상들이 아닌 1차와 5차 이상의 진동모드 신호들이 센서 S_2 에 측정되었고 그에 대응되는 위상지연 제어신호가 생성되는 누설 효과가 발생하였다. 이 누설효과에 의하여 제어 이득이 작더라도 제어 시스템이 불안정하게 되었다. 제어대상들이 아닌 진동모드들의 신호를 감소시킬 수 있는 디지털 저주파 필터와 고주파 필터를 추가하여 위

상지연 제어기를 설계하였다. 여러 번의 실험에 의한 시행착오적인 방법으로 안정한 위상지연 제어 시스템을 구현하였다. 이 때의 가속도계로 관측한 제어 실험 결과가 그림 8에 나타나 있으며, 2차 진동모드의 진동은 14.5dB 만큼 감소되어 있고, 3차 진동모드의 진동은 별로 감소되어 있지 않다. 이는 센서 S_2 와 가진기 A_2 의 부착 중심위치가 3차 진동모드의 신호는 잘 측정되지도 않고 가진되지도 않는 압전감도함수의 절선에 놓여 있어서, 3차 진동모드에 대한 제어효과를 볼 수 없었기 때문이다.

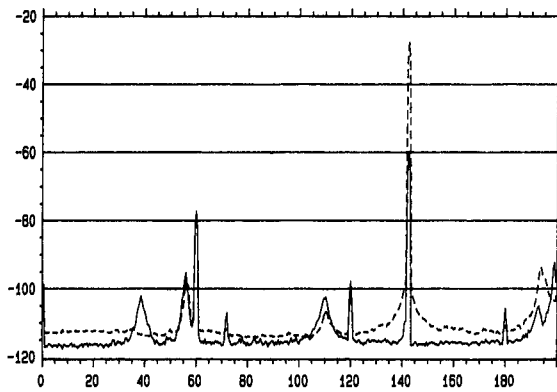


그림 7. 단일 정현파 외란에 의한 3차 진동모드의 제어 결과. (실선: 제어 후의 진동, 점선: 제어 전의 진동).

Fig. 7. The control result of the third vibration mode in single sinusoidal disturbance. (solid line: the vibration after control, dot line: the vibration before control).

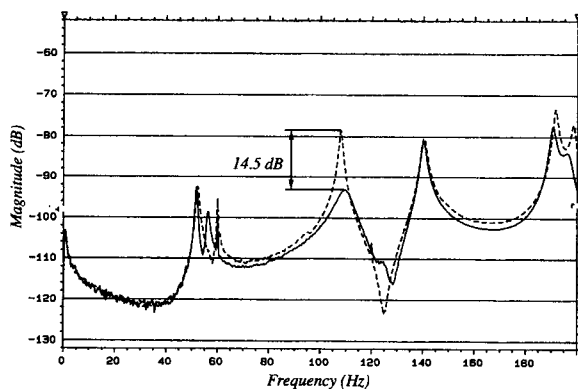


그림 8. 200Hz 대역폭의 외란에 의한 2차 진동모드의 제어 결과(실선: 제어 후의 진동, 점선: 제어 전의 진동).

Fig. 8. The control result of the second vibration mode in disturbance of bandwidth of 200Hz.(solid line: the vibration after control, dot line: the vibration before control).

다음으로, 외란가진기 D 에 200Hz까지의 주파수 대역을 가진 잡음신호를 인가하고, 센서 S_2 와 가진기 A_2 로 2차 진동모드들만을 줄이고 센서 S_3 와 가진기 A_3 로 3차 진동모드들만을 줄이는 위상지연 제어를 적용하였다. 가속도계로 관측한 이 실험의 진동감소 결과가 그림 9에 나타나 있으며, 2차와 3차 진동모드의 진동이 10~13 dB 감소되어 있다.

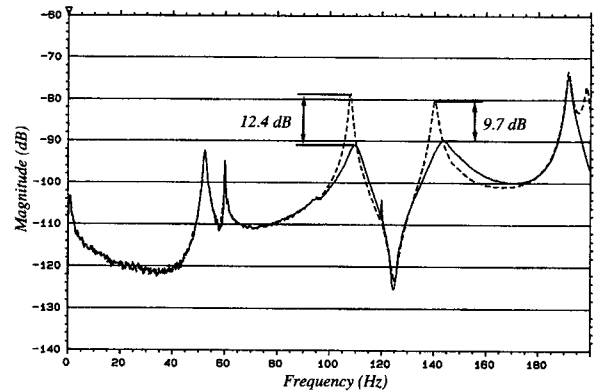


그림 9. 200Hz 대역폭의 외란에 의한 2차와 3차 진동모드들의 제어 결과. (실선: 제어 후의 진동, 점선: 제어 전의 진동).

Fig. 9. The control result of the second and the third vibration modes in disturbance of bandwidth of 200Hz. (solid line: the vibration after control, dot line: the vibration before control).

IV. 결론

본 논문에서는 평판의 일부에 부착되는 압전체의 위치에 대한 진동모드의 진동 가진력과 측정력을 효과적으로 표현할 수 있는 압전감도함수를 제시하였다. 각 진동모드가 잘 제어되는 최적의 압전체 부착위치를 그 압전감도함수로 손쉽게 선정할 수 있다. 평판 구조물에서 압전감도함수는 평판의 고유함수에서 유도될 수 있음을 보였다. 실험을 통하여, 고정단 평판과 자유단 평판의 압전감도를 측정하였고 이 측정 값들과 압전감도함수의 사용에 의한 계산 값들이 잘 일치함을 확인하였다. 고정단 평판의 제어 실험에 압전감도함수를 사용하여 2차와 3차 진동모드들을 제어하기 좋은 위치에 압전 가진기와 센서를 부착할 수 있었고, 위상지연 제어기법으로 2차와 3차 진동모드들의 진동을 10~13dB 줄일 수 있었다.

참고문헌

[1] E. K. Dimitriadis, C. R. Fuller, and C. A. Rogers, "Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates," *ASME Trans. Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 113, pp. 100-107, 1991.
 [2] R. L. Clark, M. R. Flemming, and C. R. Fuller, "Piezoelectric actuators for distributed vibration excitation of thin plates : A comparison between

- theory and experiment," *ASME Trans. Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 115, pp. 332-339, 1993.
- [4] E. T. Falangas, J. A. Dworak, and S. Koshigoe, "Controlling plate vibration using piezoelectric actuators," *IEEE, Control System Magazine*, vol. 15, no. 4, pp. 34-41, 1994.
- [5] J. K. Hwang, C.-H. Choi, C.-K. Song, and J. M. Lee, "Identification of a thin plate with piezoelectric actuators and sensors," *ASME Trans. Journal of Vibration and Acoustic*, vol. 120, pp. 826-828, July, 1998. pp. 261-275, 1994
- [6] C.-K. Lee and F. C. Moon, "Modal sensors/actuators," *ASME Trans. Journal of Applied Mechanics*, vol. 57, pp. 434-441, 1990.
- [7] I. H. Shames and C. L. Dym, *Energy and Finite Methods in Structural Mechanics*, McGraw-Hill Book Company, 1993.
- [8] H. S. Tzou and Q. Fu, "A Study of segmentation of distributed piezoelectric sensor and actuator, part I: Theoretical analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 172, no. 2, [3]. J. L. Fanson and T. K. Caughey, "Positive position control of large space structures," *AIAA Journal*, vol. 28, no. 4, pp. 717-724, 1990.
- [9] L. Meirovitch, *Dynamics and Control of Structures*, John Wiley and Sons, pp. 323-333, 1990.
- [10] D. Young, "Vibration of rectangular plates by the Ritz method," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 17, no. 4, pp. 448-453, 1950
- [11] Morgan Matroc, Inc., Venitron Division, Guide to Modern Piezoelectric Ceramics, Bedford, Oh., July 1991.
- [12] 황진권, 최종호, "압전체를 사용한 외팔보 진동의 위상지연 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 3권, 제4호, pp. 343-349, 1997. 8.
- [13] Channel Industries Inc., *Product Manual*, 1994.
- [14] Piezo Systems, *Product Catalogs*, Cambridge, MA, 1994.

황진권

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제4호, 참조.

최종호

제어·자동화·시스템공학 논문지 제3권, 제4호, 참조.

송철기

제어·자동화·시스템공학 논문지 제4권, 제2호, 참조.