

論文

두께와 위상각의 변화가 평직복합재료 미세구조의 거동에 미치는 영향

우 경 식*

Finite thickness and tow phase shift effects on the mechanical behavior of plain weave textile composites

Kyeongsik Woo*

ABSTRACT

In this paper, finite thickness and tow phase effects on the mechanical behavior were studied numerically for plain weave textile composites. Unit cell analysis based on a superposition method was employed to simulate uniaxial tensile loading condition and macro-element post-processor was used to reduce computer resource requirement. The effective moduli and micro-stress distribution were calculated for finite thick plain weave composites with phase shifts. Single layer and infinitely thick configurations were also considered for comparison.

초 록

평직복합재료에 있어서 두께와 적층 위상각의 변화가 기계적 거동에 미치는 영향을 수치적으로 연구하였다. 일축 인장하중은 중첩법에 의한 단위구조해석에 의하여 모사되었으며 효율적인 계산을 위하여 마크로 요소 후처리기법이 사용되었다. 인접한 층간 위상각을 가지며 적층된 유한두께 평직복합재료 단위구조에 대하여 등가탄성계수를 구하였으며 단위구조를 구성하는 섬유다발 미세구조의 상세응력 분포를 계산하였다. 단일층 및 무한두께 적층형상에 대해서도 계산이 수행되었으며 그 결과가 상호 비교되었다.

1. 서 론

평직복합재료(Plain weave textile composites)는 두개의 섬유다발 그룹(Warp and fill tow)이 서로 꼬여있는 구조를 가지고 있다. Fig. 1은 평직 복합재료의 단위구조를 나타내고 있는데 이 그림에 보이는 바와 같이 직교하는 섬유다발 그룹은 서로 교차하여 꼬여 있으며 그 사이에는 기지(Resin)가 채워져 있는 구조

로 되어 있다. 이와 같은 직물구조로 인하여 평직복합재료는 면외방향의 충격에 강하고 기존에 발생한 균열의 진전에 잘 저항하는 특성을 지닌다. 또한 평직복합재료는 2방향 치수의 안정성, 균형된 층 구조와 열-탄성 특성을 가지고 있으며, 양생전에는 면내 전단변형이 자연스럽게 발생하므로 복잡한 곡면으로의 성형이 매우 용이하다. 이와 같은 장점으로 인하여 평직복합재료는 최근 첨단 항공우주 분야의 구조재료로서 사용이

*충북대학교 구조시스템공학과

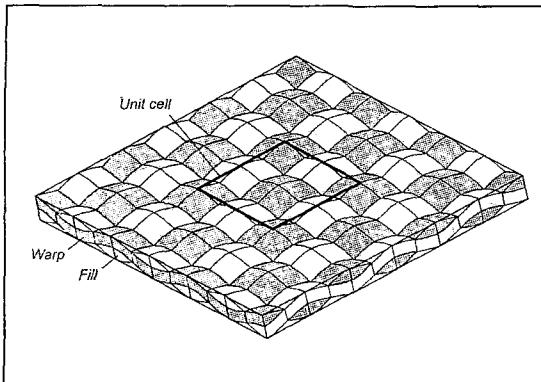


Fig. 1. Typical Microstructure of plain weave textile composites.

점차 증가하고 있다[1~4].

그러나 평직복합재료에 대한 연구는 그 사용의 증가에도 불구하고 일방향 복합재료에 비하여 아직 미미한 정도이며 그 기계적 거동에 대한 이해는 초보적인 수준에 머물러 있다. 이는 주로 평직복합재료가 가지고 있는 복잡한 미세구조에 기인하고 있는데 섬유다발의 복잡한 기하학적 형상은 모델링 자체가 매우 어렵다. 뿐만 아니라 섬유다발의 경로를 따라서 물성축은 연속적으로 변하고 있으며 경사와 위사 및 섬유다발과 수지간의 경계조건은 고려하기가 쉽지 않다. 최근에 이르러서 평직복합재료에 대한 연구가 어느정도 수행되고 있는데 이들은 주로 균질화 기법에 의한 물성치 예측에 집중되어 있다[eg, 5~15]. 또한 단위구조 내부의 상세응력 및 파괴거동에 관한 연구도 일부 수행되고 있는데 이 연구들도 주로 대표단면에 대한 2차원 해석 이거나[7, 9, 15~17] 단순한 단위구조 해석의 범위 내에서 이루어지고 있다 [11, 18~21]. 기존의 이 연구들은 대부분 단순 단위구조를 사용한 것으로 이는 무한히 반복되는 대칭적층구조 또는 단일층 형상을 가정한 것이다.

평직복합재료의 거동을 이해하기 위해서는 미세구조에 대하여 상세응력해석을 수행하여야 하는데, 해석적인 방법으로는 복잡한 형상에 의한 효과를 정확하게 반영하기가 쉽지 않으므로 유한요소법과 같은 수치적 방법의 사용이 거의 필수적이다. 그러나 평직복합재료를 유한요소법으로 해석하기 위해서는 우선 섬유다발과 수지지역 등 3차원 미세구조를 개별 모델링 하여야 하는데 이는 매우 어렵고 또한 시간이 소요되는 과정이다. 또한 유한요소 모델이 생성되었다 하더라도 해석에는 많은 전산용량 및 계산시간을 요구하므로 계산상

의 난점이 있다. 참고문헌 [22]는 유한요소 모델생성이 매우 어렵다는 것을 지적하였으며, 주자직 복합재료에 대하여 해석을 수행한 참고문헌 [23]는 계산에 얼마나 많은 기억용량과 계산시간이 소요되는지를 보고하고 있다. 전통적인 유한요소법에 요구되는 수치적 계산노력을 절감하기 위하여 서브 셀[24], 메소 볼륨[18] 및 마크로 요소[25]가 개발되어 등가물성치 예측에 사용한 연구도 수행된 바 있다.

평직복합재료 미세구조의 기하학적 형상은 여러 개의 매개변수에 의해 정의될 수 있다. 섬유다발의 형상을 결정하는 주 요소는 단면형상과 중심선 경로인데 이들은 섬유다발의 굴곡도(Waviness ratio)나 굴곡각(Crimp angle)과 같은 매개변수에 의해서도 결정될 수 있다. 이들이 등가물성치에 미치는 영향은 단순 단위구조 모델을 사용하여 조사된 바 있다[11, 15, 17, 25~26]. 여러장의 평직복합재료를 적층한 구조에서는 인접한 층의 상호 이동이 발생하고 또한 한 층의 섬유다발의 일부가 인접한 층의 섬유다발 구조 틈새에 끼이게(Nesting or embedding) 되기도 한다. 이런 경우에서는 두께방향으로 대칭성이 사라지게 되므로 단위구조에 모든 층을 포함시켜야 하고 따라서 해석모델의 크기가 증가하게 된다. 적층수 및 위상각의 변화에 따른 물성치의 변화에 관한 연구가 일부 단편적으로 수행되고 있으나 응력 및 파괴거동에 대한 연구는 아직 체계적으로 이루어지지 못하고 있다. 참고문헌 [17]에서는 위상변화를 고려하였으나 2차원 형상을 가정하였고, 또한 참고문헌 [27]은 3차원 해석을 수행하였으나 무한대칭 적층구조를 가정하였다. 적층수의 변화는 참고문헌 [12, 28]에서 고려되었으나 이 연구들은 대칭 및 비대칭의 두가지 위상에 대해서만 물성치를 예측하였으며 응력해석도 수행되지 않았다. 참고문헌 [29]에서는 적층수에 관한 3차원 응력해석에 의한 초기파손을 예측하였지만 이 연구에서도 대칭 및 비대칭 적층 형상에 대해서만 계산이 수행되었고 위상변화를 고려하지는 못하였다. 한편 층간 끼임의 정도에 대해서는 조사된 바 있으나[17] 기계적 거동에 미치는 영향에 대해서는 아직 보고된 연구결과가 없다.

본 논문에서는 여러장으로 된 평직복합재료에 대하여 상호이동 적층이 미세구조의 응력거동에 미치는 영향을 연구하였다. 인접한 층간의 상호이동은 섬유다발의 위상각(Phase shift angle)을 통하여 정의하였고 단위구조의 크기가 증가함에 따른 계산노력을 감소시키기 위하여 마크로 요소 후처리기법을 사용하여 3차원

해석을 수행하였다. 계산 결과는 먼저 위상각이 단위구조를 구성하고 있는 미세구조 배열의 변화를 가져오므로 이에 의한 층간 상호간섭이 얼마나 발생하는가에 초점을 맞추어 조사되었다. 또한 자유경계면 효과가 미치는 영향의 관점에서 적층수에 따른 기계적 거동의 변화를 고찰하였다.

다음의 제2절에서는 먼저 평직복합재료 미세구조의 모델링을 설명하였고, 단위구조 해석방법 및 반복경계조건을 기술하였다. 그 다음에 해석도구로 사용된 마크로 요소에 대하여 간략히 소개 하였고, 계산에 사용된 마크로메쉬 및 부메쉬 모델링을 설명하였다. 계산결과는 제3절에서 다루었고 위상각 및 적층수가 등가물성치 및 응력분포에 미치는 영향을 상세히 검토하였다.

2. 해석 모델링 및 방법

2.1. 평직복합재료 모델링

평직복합재료 구조물은 두께방향으로 섬유다발과 같은 미세구조가 단순히 반복되도록 적층되는 단순적층(Simple stacking)이나 대칭적층(Symmetric stacking)의 형상을 가질 수도 있으나 일반적으로는 인접한 층들 사이에 임의의 위상차를 가지면서 적층되는 것이 보통이다. Fig. 2는 아래층을 기준으로 위층이 x -방향으로 Δx 만큼 밀려나 적층된 평직복합재료 단위구조 형상을 나타내고 있다. 본 연구에서 섬유다발은 볼록렌즈모양(Lenticular)의 단면을 가지고 있으며 그 단면의 중심선 경로는 코사인곡선을 따르는 것으로 가정하였다. 이 때 아래층과 위층의 경사다발의 중심선

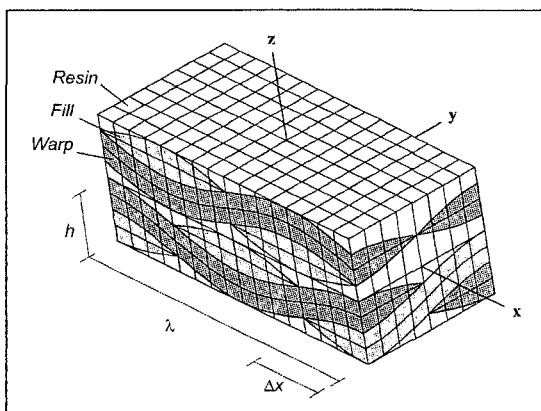


Fig. 2. A two-layer plain weave composite with tow phase shift.

경로는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z_c^L(x) = \pm \frac{h}{4} \cos\left(\frac{x}{\lambda} \times 360^\circ\right) - \frac{h}{2} \quad (1)$$

$$Z_c^U(x) = \pm \frac{h}{4} \cos\left(\frac{x}{\lambda} \times 360^\circ + \varphi_s\right) + \frac{h}{2}$$

여기서 윗첨자 L 과 U 는 각각 아래층과 위층을 표시하며 위상각(Phase shift angle, φ_s)은 다음식과 같다.

$$\varphi_s = \frac{\Delta x}{\lambda} \times 180^\circ \quad (2)$$

식(1)과 식(2)에서 h 는 각 층의 두께이고 λ 는 굴곡된 섬유다발의 반복주기를 나타내며 섬유다발의 굴곡도(Waviness ratio)는 이 매개변수들에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$WR = h/\lambda \quad (3)$$

단순적층된 평직복합재료의 경우 두 층은 위상차가 없이 적층되므로 위상각은 0° 이고 대칭적층의 경우에 위상각은 180° 가 된다.

임의로 적층된 평직복합재료는 x -방향 뿐만 아니라 y -방향으로도 위상각을 가질 수 있으나 본 연구에서는 x -방향의 위상각의 변화만을 고려하였다. 또한 식(3)의 h 와 λ 의 조합에 의하여 다양한 굴곡도를 가질 수 있으나 여기서 고려된 평직복합재료는 '1/3'의 값을 가지는 것으로 가정하였다.

평직 복합재료 단위구조는 섬유다발과 수지지역으로 구성되어 있다. 섬유다발지역은 다시 섬유와 수지로 되어 있으나 여기서는 섬유다발지역이 균질한 재료로 되어있다고 가정하였다. 계산에 사용된 구성성분별 물성치는 다음과 같다[30].

Fiber tow –

$$E_{11}=206.9 \text{ GPa}, E_{22}=E_{33}=5.171 \text{ GPa}$$

$$\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0.25$$

$$G_{12}=G_{13}=2.386 \text{ GPa}, G_{23}=2.068 \text{ GPa}$$

$$X=1034/-689 \text{ MPa}, Y=Z=41.37/-117.2 \text{ MPa}$$

$$S_{12}=S_{13}=68.95 \text{ MPa}, S_{23}=59.76 \text{ MPa}$$

Resin –

$$\begin{aligned} E &= 3.45 \text{ GPa}, \nu = 0.35, X = 40/-40 \text{ MPa}, \\ S &= 20 \text{ MPa} \end{aligned}$$

2.2. 단위구조해석

평직복합재료의 등가물성치는 단위구조해석(Unit cell analysis)이라는 수치실험을 통하여 계산할 수 있다. 즉, x -방향의 등가탄성계수 E_{xx} 는 실제 실험과 같은 일축인장하중상태를, 그리고 전단강성계수 G_{xy} 는 순수 면내 전단하중상태를 수치적으로 모사함으로서 구하게 된다. 다만 실제 실험에서 시편을 사용하는 것에 반하여 해석에서는 기하학 및 경계조건의 관점에서 반복이 되는 최소 기본단위인 단위구조에 대하여 계산을 수행하게 된다.

등가탄성계수 E_{xx} 를 구하기 위하여 Fig. 3(a)에 나타난 것과 같이 단위구조에 일방향 인장하중이 가하여졌다고 가정하자. 여기서 실선은 변형전의 형상을, 그리고 점선은 변형후의 형상을 나타내고 있다. 단위구조는 섬유다발과 수지로 복합된 구조를 가지고 있으므로 이때 얼마만큼의 x -방향의 인장변형($\bar{\epsilon}_{xx}$) 및 y -방향의 포아송 수축변형($\bar{\epsilon}_{yy}$)이 발생하게 되는지는 미지이다. 이 변형량들은 중첩법[11, 31]을 사용하여 구할 수 있다. 즉, 이 문제를 Fig. 3(b)에 나타난 것과 같이 2개의 부 문제로 나누어 정의하고 이를 각각 푼 후 이들의 결과를 선형 중첩하면 일축인장하중상태를 모사할 수 있게 된다. 부 문제 1에서는 x -방향의 인장변형도(ϵ_{xx})를 제외하고 나머지 면내 변형도들은 모두 '0'이 되도록, 그리고 부 문제 2에서는 y -방향의 인장변형도(ϵ_{yy})를 제외하고 나머지 면내 변형도들은 모두 '0'이 되

도록 변위경계조건을 가한다. 여기서 z -방향으로도 포아송 수축변형(ϵ_{zz})이 발생하지만 단위구조의 상부 및 하부면은 자유경계면이므로 고려할 필요가 없고, 그리고 ϵ_{xz} 와 ϵ_{yz} 는 일축인장상태에서는 발생하지 않으므로 '0'이 된다. 부 문제들에 대하여 해석을 수행하면 경계면에서 다음과 같은 반력이 발생하게 된다.

$$\text{부 문제 } 1 - (F_x^1, F_y^1, F_z^1) \quad (4)$$

$$\text{부 문제 } 2 - (F_x^2, F_y^2, F_z^2) \quad (5)$$

여기서 아래첨자는 반력의 방향을, 그리고 위첨자는 부 문제 번호를 표시하고 있다. 식(4)~(5)에서 z -방향의 힘들은 전술한 바와 같이 z -방향에 수직한 면이 자유경계면이므로 $F_z^1 = F_z^2 = 0$ 이 된다.

식(4)~(5)의 결과들은 일축인장 상태가 되도록 부 문제 1의 반력에 α 배를, 그리고 부 문제 2의 반력에 β 배를 한 후 이들을 조합하여 x -방향의 힘이 ' P '가 되고 y -방향의 힘의 합력이 '0'이 되도록 다음과 같이 조합한다.

$$\begin{aligned} \alpha F_x^1 + \beta F_x^2 &= P \\ \alpha F_y^1 + \beta F_y^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

위 식을 연립하여 풀면 상수 α 와 β 를 구할 수 있고 따라서 인장하중 ' P ' 하에서의 변형도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{\epsilon}_{xx} = \alpha \bar{\epsilon}_{xx}, \quad \bar{\epsilon}_{yy} = \beta \bar{\epsilon}_{yy} \quad (7)$$

Fig. 3(a)에서 인장하중에 의한 일(W)과 단위구조 내부에 저장된 변형도 에너지(U)는

$$W = \frac{1}{2} P u = \frac{1}{2} P \cdot (\Delta x \bar{\epsilon}_{xx}) \quad (8)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \bar{\sigma}_{xx} \bar{\epsilon}_{xx} dV = \frac{1}{2} E_{xx} (\bar{\epsilon}_{xx})^2 V$$

이 되고, 에너지 균형원리에 의하여 이들은 서로 같으므로 등가탄성계수는 다음과 같이 구해진다.

$$E_{xx} = \frac{P}{(\Delta y \Delta z) \bar{\epsilon}_{xx}} = \frac{P}{(\Delta y \Delta z) \alpha \bar{\epsilon}_{xx}} \quad (9)$$

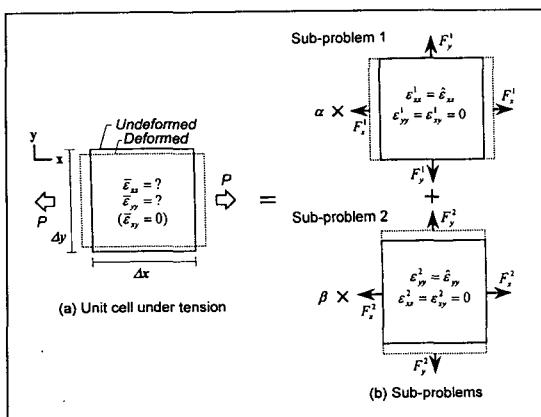


Fig. 3. Schematic of superposition method.

여기서 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 는 단위구조의 치수를 나타낸다. 또한 등가포아송비는 정의에 의하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_{xy} = -\frac{\bar{\epsilon}_{yy}}{\bar{\epsilon}_{xx}} = -\frac{\beta \bar{\epsilon}_{yy}^2}{\alpha \bar{\epsilon}_{xx}^1} \quad (10)$$

한편 식(6)에서 x -방향의 힘의 합력이 '0', 그리고 y -방향의 힘을 합력이 ' P' 가 되도록 놓으면 y -방향으로 일축인장하중이 가하여진 상태를 모사하게 되므로 동일한 계산과정을 통하여 y -방향의 등가탄성계수(E_{yy})를 구할 수 있다. 또한 무한반복 적층의 경우에는 단위구조의 면외방향의 경계면도 더이상 자유경계면이 아니므로 Fig. 3(b)에서 z -방향으로도 부문제를 정의하여야 하고 식(6)이 z -방향의 힘들이 포함되도록 수정하면 z -방향의 등가탄성계수(E_{zz})와 면외방향의 포아송비(ν_{xz}, ν_{yz})도 계산할 수 있다.

직교 이방성재료에서 전단응력은 해당 성분의 전단변형도만을 발생시키게 되므로 등가전단강성계수의 계산은 분리되어 수행된다. 즉, 단위구조가 순수 전단변형 상태에 있도록 경계조건을 가하고 해석을 수행한 뒤 식(8)~(9)와 유사한 과정을 거쳐 G_{xy} 를 구하게 된다.

2.3. 반복경계조건

전술한 바와 같이 단위구조란 그 기하학적 관점 뿐만 아니라 경계조건의 관점에서도 반복되는 최소기본단위를 의미한다. 평직복합재료 단위구조가 대칭 또는 비대칭 변형거동을 하도록 모델링 할 수도 있다. 예를 들어서 Fig. 2에서 위상각이 0° 가 되도록 적층하면 두께방향으로 비대칭 적층이 되고 180° 가 되도록 적층하면 대칭적층이 된다. 이와 같은 경우에서는 단위구조의 x -축과 y -축에 수직한 경계면은 대칭면이 되고 일축인장하중하의 해석에서는 대칭 경계조건이 사용되며 대칭면은 변형 후에도 평면으로 남아있게 된다. 그러나 이는 매우 특수한 적층형상이고 보다 현실적인 임의의 위상각을 가지는 단위구조 형상의 경계면은 변형 후 평면으로 남아있지 않게 된다.

Fig. 4는 섬유다발의 주기가 λ 이고 두께가 h 인 평직복합재료 두 장이 임의의 위상각을 가지며 적층된 무한 단위구조에 x -방향으로 일축인장하중이 가하여진 경우의 $y=-\lambda/4$ 단면에서의 변형된 모습을 나타내고 있다. 이 그림에서 단위구조 경계면은 변형 후 더 이상 평면이 아니며 다만 반복 변형의 형태를 보임을 알 수

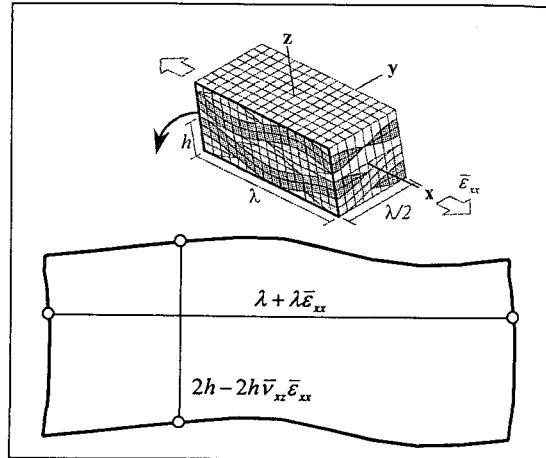


Fig. 4. Deformed mesh for an infinite two-layer plain weave unit cell under tension.

있다. 즉, $x=-\lambda/2$ 단면에서의 변형 패턴은 $x=\lambda/2$ 단면에서 반복되고 상응하는 점들에서의 거리는 일정하게 유지된다. 이 그림에서는 무한반복 단위구조의 변형된 모습이므로 두께방향으로도 변형패턴은 반복되어 나타나고 있다.

본 연구에서는 임의의 위상각을 가지면서 적층되는 단위구조 형상을 고려하였으므로 단위구조 경계면에 반복 경계조건을 가하여야 한다. Fig. 2의 단위구조에 x -방향으로 $\bar{\epsilon}_{xx}$ 의 일축인장 변형도를 부가한 경우 반복경계조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$x=\pm\lambda/2$ 경계면 –

$$\begin{aligned} u\left(-\frac{\lambda}{2}, y, z\right) + \lambda \bar{\epsilon}_{xx} &= u\left(\frac{\lambda}{2}, y, z\right) \\ v\left(-\frac{\lambda}{2}, y, z\right) &= v\left(\frac{\lambda}{2}, y, z\right) \end{aligned} \quad (11)$$

$y=\pm\lambda/4$ 경계면 –

$$u\left(x, -\frac{\lambda}{4}, z\right) = 0, \quad v\left(x, \frac{\lambda}{4}, z\right) = -\frac{\lambda}{2} \bar{\nu}_{xy} \bar{\epsilon}_{xx} \quad (12)$$

식(12)는 대칭경계조건으로 이는 본 연구에서 y -방향으로는 위상각의 변화를 고려하지 않고 0° 로 고정하였기 때문이다. 또한 유한 두께를 가지는 단위구조는 z -방향의 경계면은 자유경계면이므로 변위경계조건을 가하지 않게 된다. 무한 단위구조의 경우는 유한두께의 단위구조와 기하학적 형상은 동일하나 경계조건의 차

이로 나타나게 된다. 따라서 유한 단위구조의 경계조건인 식(11)~(12)에 다음식을 추가하면 무한 단위구조의 경계조건이 된다.

$x = \pm \lambda/2$ 경계면-

$$w\left(-\frac{\lambda}{2}, y, z\right) = w\left(\frac{\lambda}{2}, y, z\right) \quad (13)$$

$z = \pm h$ 경계면-

$$\begin{aligned} u(x, y, -h) &= u(x, y, h), \\ v(x, y, -h) &= v(x, y, h) \\ w(x, y, -h) - 2h \frac{\nu_{xy}}{\epsilon_{xx}} &= w(x, y, h) \end{aligned} \quad (14)$$

2.4. 마크로 요소 및 부메쉬 모델링

본 연구에서는 계산노력을 절감하기 위하여 참고문헌 [25, 32]의 다중변위장 마크로 요소(Multi-field macro-element)를 사용하였다. 마크로 요소란 요소내부에 미세구조를 가지는 요소로 정의된다. 다중변위장 마크로 요소의 강성행렬은 부메쉬의 강성행렬식에서 내부자유도를 정적압축하여 제거하고 경계자유도에 대한 강성행렬식을 마크로 자유도로 변환하여 구하게 된다.

본 연구에서는 한장의 평직복합재료의 x - 및 y -방향으로 반 주기 영역을 하나의 마크로 요소가 담당하도록 모델링 되었다. 따라서 x -방향으로 한 주기(y -방향으로는 반 주기) 지역을 모델링하기 위해서는 2개의 마크로 요소가 소요된다. 또한 각각의 마크로 요소는 미세구조를 모델링 하는 부메쉬를 가지게 된다. 만일 적층수가 같고 위상각이 다른 경우, 즉, 내부 미세구조의 배열만 바뀌는 경우에는 마크로 요소는 변하지 않고 부메쉬만 변경하면 된다. 본 연구에서는 부메쉬를 Fig.

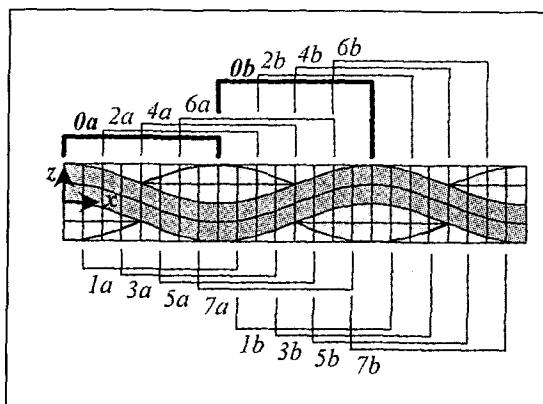


Fig. 5. Sub-element mesh modeling

Table 1. Phase shift angles and corresponding sub-element mesh types.

φ_i^c)	Type	φ_i^c)	Type
0	0a, 0b	180	0b, 0a
22.5	1a, 1b	202.5	1b, 1a
45	2a, 2b	225	2b, 2a
67.5	3a, 3b	247.5	3b, 3a
90	4a, 4b	270	4b, 4a
112.5	5a, 5b	292.5	5b, 5a
135	6a, 6b	315	6b, 6a
157.5	7a, 7b	337.5	7b, 7a

Table 2. Number of analysis cases with random phase shifts.

No. of layers	No. of macro-elements	No. of cases
2	4	16
3	6	256
4	8	4,096
5	10	65,536

5에 나타난 바와 같이 반 주기를 x -, y -방향으로 각각 8등분하여 모델링 하였다. 따라서 전체 지역은 16개의 부메쉬로 모델링 될 수 있으며 부메쉬의 각각의 요소들은 22.5°만큼의 위상차를 가지게 된다. 또한 부메쉬가 반 주기지역을 담당하므로 전 주기지역은 두개의 부메쉬로 모델링되며 이 부메쉬들은 각각 Type-a와 Type-b로 표시되었다. Table 1은 16개의 위상각에 해당하는 부메쉬 Type 들을 표시하고 있다.

부메쉬가 한 주기지역을 16개의 부메쉬로 모델링하였으므로 적층수가 n 이면 맨 아래층을 기준층으로 하여 서로 다른 적층 위상각을 가지는 형상의 개수는 총

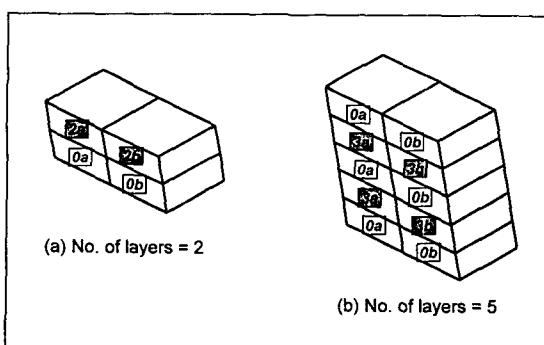


Fig. 6. Macro-element meshes for a two-layer model and a five-layer model.

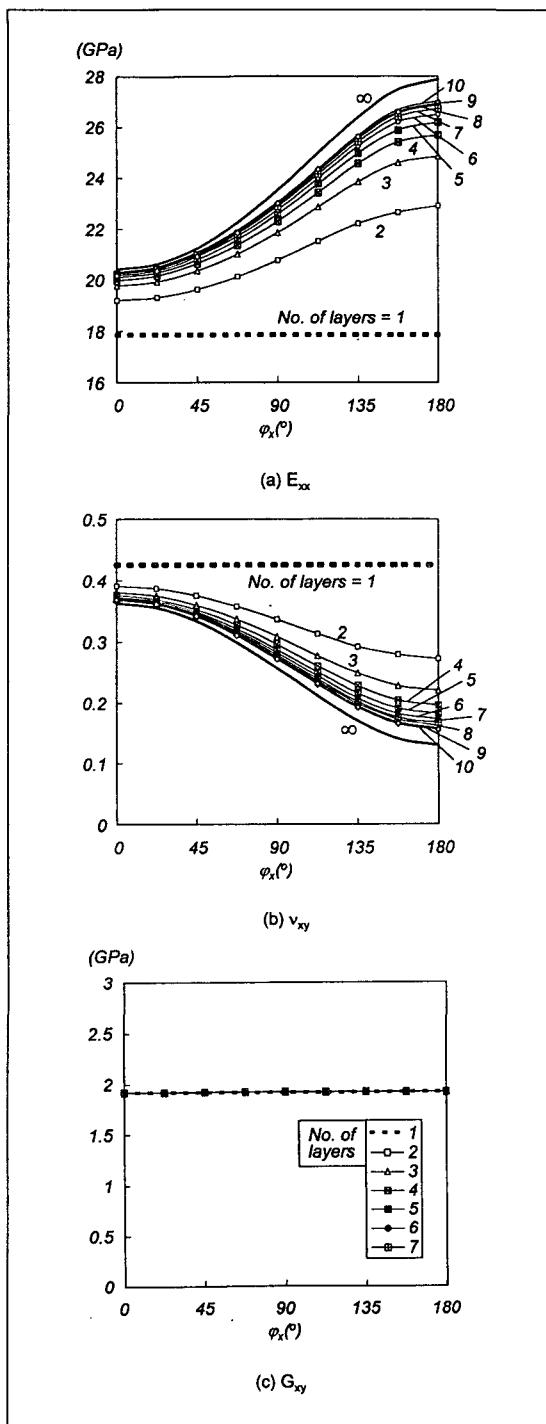


Fig. 7. Variation of effective properties of plain weave composites

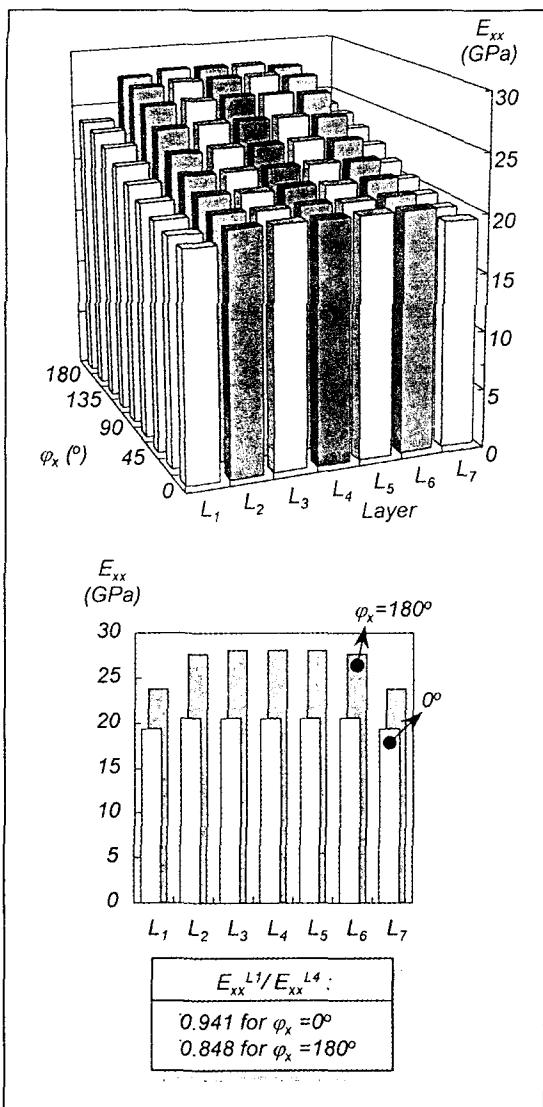
16^{th} 이 된다. 따라서 적층수가 증가할수록 계산량은 급격히 증가하게 된다. Table 2는 적층수에 따라서 임의의 위상각을 가지는 계산 경우의 수를 표시하고 있는데 예를 들어 적층수가 5인 경우 계산 경우는 65,536 개에 달하고 있음을 보여주고 있다.

모든 경우에 대하여 상세해석을 수행하는 것은 무리이므로 여기서는 교호적 적층위상각을 가지는 형상만을 고려하였다. 이는 인접한 층마다 번갈아서 위상각을 가지는 형상으로서 층 번호가 1, 3, 5, … 등 홀수 층은 0° 의 위상각으로 고정시키고 2, 4, 6, … 등 짝수 층은 동일한 위상각(ϕ_x)을 가지면서 변화하게 된다. Fig. 6은 참고로 적층수가 2와 5인 단위구조에 대하여 마크로 요소 메쉬를 보여주고 있다. 여기서 흰색 사각형 번호로 표시된 요소들은 부메쉬가 0° 의 고정 위상각을 가지는 것을, 그리고 회색 사각형 번호로 표시된 요소들은 이동 위상각을 가지는 것을 의미하고 있다. 그림에서 번호 (2a, 2b) 및 (3a, 3b)로 표시된 요소의 부메쉬 짹들은 각각 45° 및 67.5° 의 위상각을 가지는 경우를 나타내고 있으며 이들은 위상각의 변화에 따라서 Table 1에 표시된 해당 부메쉬 Type번호로 대체되게 된다. 한 주기 전체에 대하여 위상각은 0° ~ 360° 사이의 16개의 값을 가지나 교호적 위상각을 가정하면 180° 를 기준으로 형상이 대칭이 되므로 본 연구에서는 0° ~ 180° 범위에 있는 8개 위상각 값에 대하여 계산을 수행하였다.

3. 계산결과 및 검토

본 절에서는 적층수와 위상각의 변화가 평직 복합재료의 거동에 미치는 영향을 고찰하였다. 단위구조해석을 통하여 등가물성치를 계산하였으며 일축인장하중 상태하에서의 응력분포를 구하였다. 평직 복합재료는 거시적으로 직교 이방성재료이므로 9개의 등가물성치를 가지나 본 연구에서는 면내 특성치인 E_{xx} , ν_{xy} , G_{xy} 의 변화에 초점을 맞추었다. 또한 응력해석에서는 단위구조를 구성하고 있는 경사, 위사 및 수지지역에 대해서 응력을 구하였으나 여기서는 가하여진 x-축의 하중에 가장 많은 하중을 담당하는 경사에 대해서 그 분포를 검토하였다.

Fig. 7은 평직 복합재료의 위상각(ϕ_x)에 따른 면내 등가탄성계수의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 1~10의 숫자는 적층수를 나타낸다. 등가탄성계수는 무한적

Fig. 8. Layer-wise variation of E_{xx} . (No. of layers=7)

층의 경우에 대해서도 계산되었으며 그림에서 ∞ 로 표시되었다. 무한적층의 경우는 위상각을 가지는 2장의 평직복합재료가 두께방향으로 무한히 반복 적층되었다고 가정한 것으로 교호적 위상각을 가지는 경우에만 계산이 가능한 형상이다.

Fig. 7(a)에서 x -방향의 등가탄성계수(E_{xx})는 모든 적층수에 대하여 위상각이 증가함에 따라서 증가하고 인접한 층의 위상각이 180° 인 대칭적층일 때 최대값을 가짐을 보여주고 있다. 적층수가 1일 때에는 위상각이

정의되지 않으므로 등가탄성계수는 위상각에 대하여 변화하지 않으며 그림에서 점선으로 표시되었다. 인접한 층간의 위상각에 대한 등가탄성계수의 변화는 이미 잘 알려진 바와 같이 x -방향으로 일축인장하중이 가하여 쪼을 때 굴곡된 경사다발은 펴지려하고 위사다발은 더욱 굴곡되는 인장/굽힘 커플링 변형(Stretching/bending coupling)에 의한 것이다[7, 29, 33]. 참고문헌[27]에서도 무한반복적층에 대해 그림에 나타난 분포와 동일한 결과가 보고된 바 있다.

Fig. 7(a)는 또한 등가탄성계수가 적층수에 따라서 증가하였고 무한적층시의 값에 수렴하는 양상을 보여주고 있다. 그리고 적층수에 따른 등가탄성계수의 변화의 정도가 위상각에 의존하는 경향을 보이고 있는데 이는 평직복합재료의 커플링 변형과 자유경계면 효과의 상호작용에 의한 것으로 생각된다[28, 33]. Fig. 8은 적층수가 7인 경우에 각 층당 등가탄성계수의 분포를 나타내고 있다. (여기서 각 위상각에 대하여 등가탄성계수를 평균하면 Fig. 7(a)에서 '■'로 표시된 적층수 7의 등가탄성계수의 분포가 된다.) 그림 8에서 전체적으로 위상각이 증가함에 따라서 각 층의 등가탄성계수도 증가하나, 자유경계면에 위치하고 있는 첫번째 층과 7번째 층의 값은 다른 층들에 비하여 현저히 낮은 분포를 보여주고 있다. 그러나 내부에 위치한 2~6층들에서의 값의 변화는 미미하여 자유경계면 효과는 외부에 위치한 층에 거의 국한되어 발생하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 적층수가 낮은 경우에는 자유경계면 효과를 가지고 있는 층의 등가탄성계수가 차지하는 높이 커서 구조물 전체의 등가탄성계수의 값이 낮은 분포를 보이게 되나, 적층수가 증가함에 따라서 자유경계면 효과가 차지하는 높은 점차 감소하여 구조물의 등가탄성계수는 증가하게 됨을 알 수 있다. 이와 같은 적층수 및 위상각의 변화에 따른 자유경계면 효과와 커플링 변형의 상호작용은 평직복합재료의 등가탄성계수에 큰 영향을 미치게 된다. Fig. 7(a)에서 단순적층($\varphi_x=0^\circ$)의 경우 등가탄성계수는 적층수의 증가에 따라서 변화가 상대적으로 작아 아주 두꺼운 경우인 무한적층시의 등가탄성계수는 단일적층시의 값에 비교하여 14% 정도 증가하였으나, 대칭적층($\varphi_x=180^\circ$)의 경우에는 그 변화도가 매우 심각하여 56% 증가된 값을 보였다

Fig. 7(b)~(c)는 각각 면내 등가포아송비(ν_{xy})와 등가전단탄성계수(G_{xy})의 분포를 나타내고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 등가포아송비의 변화도 위상각과 적층수에 크게 의존하고 있음을 알 수 있는데 이는 등가

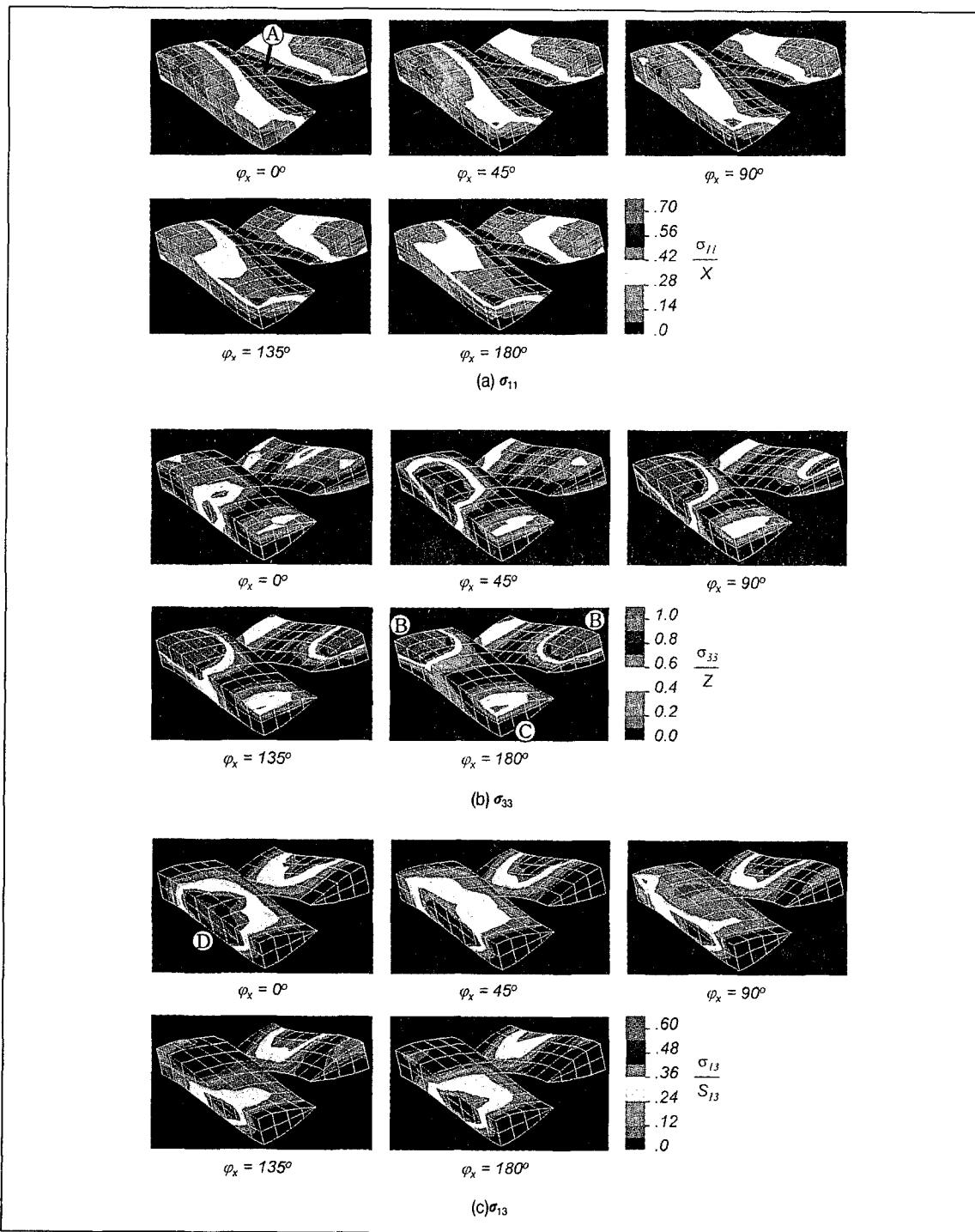


Fig. 9. Stress distribution for warp tows of a two-layer unit cell under tension.

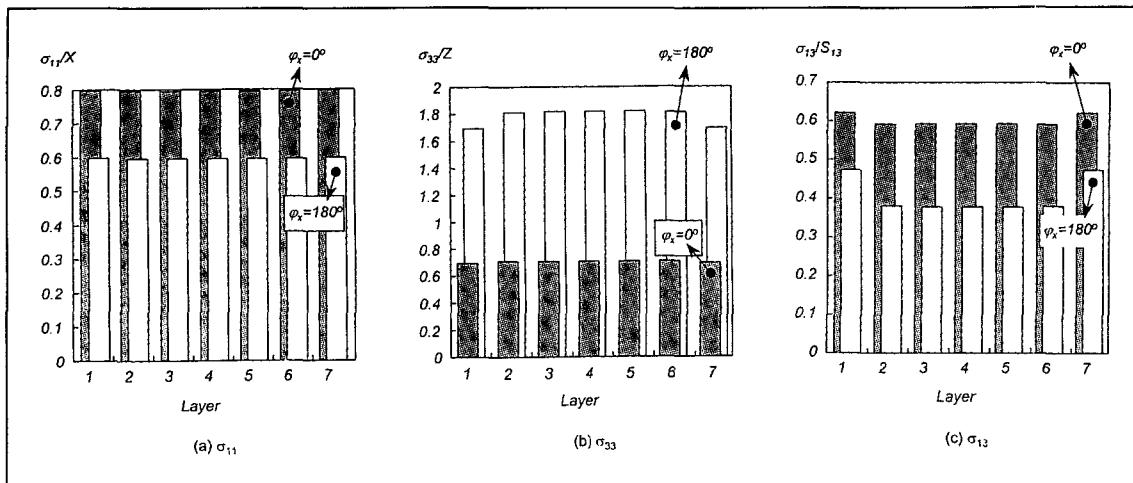


Fig. 10. Layer-wise variation of maximum stresses for warp tows.(No.of layers=7)

탄성계수의 경우와 같이 커플링 변형과 자유경계면 효과의 상호작용에 기인한 것으로 쉽게 이해 될 수 있다. 그러나 전단탄성계수는 탄성계수나 포아송비의 경우와는 다르게 위상각과 적층수의 변화에 그다지 큰 영향을 받지 않고 있음을 볼 수 있는데 이는 위상각의 변화에 의한 인접한 층간의 섬유다발의 배열의 변화가 G_{xy} 의 평면에 수직으로 발생하기 때문으로 생각된다. 위상각에의 둔감은 적층수에의 둔감으로 이어져 전단탄성계수는 적층수의 증가에 대해서도 거의 변화하지 않았다.

본 연구에서는 일축인장하중 하에서 평직복합재료 단위구조 내부의 미세구조에서의 상세 응력해석이 수행되었다. 부가된 x -방향의 평균응력은 다음식과 같이 단순무한반복적층(적층수= ∞ , $\varphi_x=0^\circ$)구조의 등가탄성계수에 0.5%의 평균변형도를 곱하여 구하였다.

$$\bar{\sigma} = 0.005 \times E_{xx}^{\varphi_x=0^\circ} \quad (15)$$

상세응력은 마크로 요소의 후처리기를 사용하여 구하였다. 계산된 응력은 섬유다발의 물성축으로 변환되었으며 다시 각 응력성분의 강도로 표준화 되었다. 이렇게 하여 나타낸 응력값은 따라서 최대응력파괴지표 [30]에 의한 최초파괴가 발생하는 응력으로 간주될 수 있다. 단위구조를 이루고 있는 미세구조에 대하여 응력이 계산되었으나 여기서는 주로 경사다발(Warp tow)에 대해서 응력분포를 검토하였다. 또한 경사다발에서 σ_{11} , σ_{33} 및 σ_{13} 가 중요한 응력성분들이므로 이들을

중심으로 거동을 조사하였다.

Fig. 9는 적층수가 2인 평직복합재료 단위구조의 응력분포를 보여주고 있다. 응력분포는 Fig. 6(a)의 아래 층 좌측의 경사다발에 대해서 나타내었다. 나머지 지역에 대해서도 응력을 구하였으나 그 분포양상은 기본적으로 동일하였다. 그림에서 보는 바와 같이 평직복합재료 단위구조 내부의 미세구조에서는 거시적으로 단순한 일축인장하중하에서 매우 복잡한 응력이 발생하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9(a)는 위상각에 따른 경사다발의 σ_{11} 응력분포를 나타내고 있다. 그림에서 'A'로 표시된 지역은 경사와 위사다발들이 서로 교차하는 곳으로 이 지역 부근의 좁은 영역에서 높은 응력집중이 발생하고 있음을 보여주고 있다. 이는 섬유다발에서의 많은 양의 커플링 변형이 서로 엇갈려 발생하기 때문으로 이와 같은 응력집중은 위상각이 0° 인 단순적층일 때 크게 발생하고 있음을 알 수 있다. 따라서 단순적층시에는 이 지역에서 σ_{11} 응력에 의한 섬유다발의 파손을 예상할 수 있음을 알 수 있다. 그러나 위상각이 증가함에 따라서 커플링 변형량은 감소하게 되고 상대적으로 더 많은 지역이 높은 응력을 담당하게 되어 응력집중의 강도는 낮아지는 경향을 보이고 있다.

Fig. 9(b)는 σ_{33} 응력분포를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 σ_{33} 는 위상각의 변화에 대하여 보다 심각한 의존도를 가지고 있음을 보여주고 있다. 즉, σ_{11} 의 경우 위상각의 변화에 대하여 단순히 응력집중의 정도에 차이가 있었을 뿐 전체적인 분포양상은 유사하였던

것에 반하여, σ_{33} 의 경우는 응력의 크기 뿐만 아니라 그 분포형태도 크게 달라지게 됨을 보이고 있다. 위상각이 180° 일 때 'B'로 표시된 인접한 층의 경사다발의 볼록한 부분이 서로 접촉하고 있는 지역에서는 면내 인장하중이 가하여점에 따라 서로 반대방향으로 변형이 발생하게 된다. 따라서 대칭적층의 경우 이 지역에서는 z-축 방향으로 높은 인장응력이 발생하게 되고 섬유다발 분리와 같은 파손을 예상할 수 있다. 그럼에서 'C'로 표시된 지역에서는 낮은 응력을 보이고 있는데 이는 이 지역이 아랫쪽 자유경계면이기 때문이다. 위상각이 감소함에 따라서 높은 σ_{33} 응력은 인접한 경사다발의 배열에 따라서 이동하여 발생하는 양상을 보였으나 그 크기는 감소하였다. 위상각이 0° 인 단순적층의 경우에는 인접한 층의 경사다발의 커플링 변형사이의 상호 작용이 없으므로 따라서 'B' 지역의 응력집중은 완전히 사라져 σ_{33} 응력은 전체적으로 대칭적층의 경우와 매우 다른 분포를 보였으며 응력의 수준도 매우 낮았다.

σ_{13} 의 경우에는 Fig. 9(c)에 나타난 바와 같이 최대 굴곡각을 가지는 지역에서 비교적 큰 분포를 보였다. 단순적 층시에는 인장하중시 경사다발의 'D'로 표시된 지역에서 상대적으로 많은 전단변형을 유발하는데 이로 인하여 높은 전단응력이 이 지역의 내부에서 발생하였다. 그러나 위상각이 증가함에 따라 전단변형량은 감소하게 되고 따라서 응력은 감소하였다. 한편 대칭적 층에 가까워 질수록 자유경계면 효과에 의한 보다 많은 전단변형이 발생되면서 자유경계면에 접해 있는 경사의 아래쪽의 볼록한 부분쪽으로 응력분포가 이동하는 경향을 보여주고 있다.

Fig. 10은 적층수가 7인 평직복합재료 단순 및 대칭 적층 단위구조의 각 층의 경사다발에서 발생한 최대응력의 분포를 나타내고 있다. 그럼에서 보는 바와 같이 일축인장하중 상태의 경사다발에서 σ_{11} 및 σ_{13} 는 자유경계면에 인접한 외부층에서, 그리고 σ_{33} 는 내부층에서 최대값이 발생하고 있음을 알 수 있다. 또한 자유경계면 효과와 커플링 변형의 상호작용의 양상에 따라서 σ_{11} 및 σ_{13} 는 단순적층시에, 그리고 σ_{33} 는 대칭적층시에 큰 응력값을 가지고 있음을 보이고 있다. σ_{11} 응력은 최대값이 외부층에서 발생하였으나 내부층과의 차이는 단순적층과 대칭적층 모두 0.4%정도로 미미하였다. σ_{33} 의 경우에는 내부에서 최대응력이 발생하였으며 외부층의 값은 내부층의 값에 비하여 단순적층의 경우에 2%, 그리고 대칭적층의 경우에 7%정도 감소한 값을 보였다. σ_{13} 응력은 내부와 외부에서 발생한 값들에 있어서 보다 큰

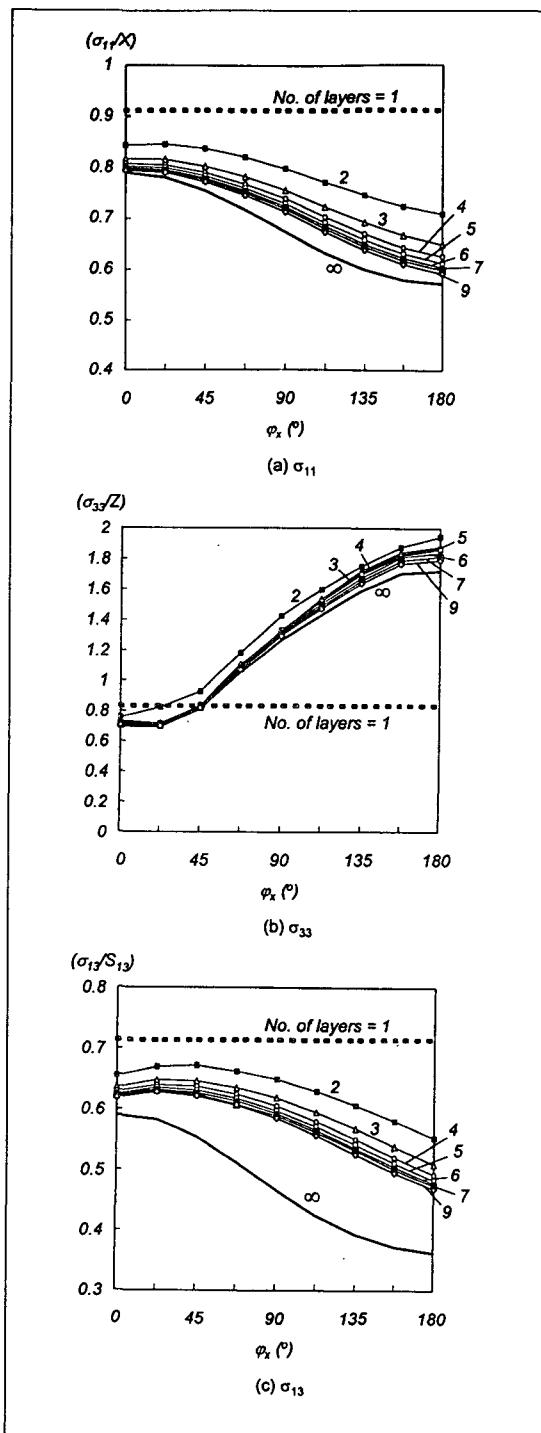


Fig. 11. Variation of maximum stresses for warp tows.

차이를 보였다. 최대응력은 외부층에서 발생하였으며 내부층의 응력과 비교하여 단순적층의 경우 5%정도 증가하였으나 대칭적층의 경우에서 26% 증가하였음을 알 수 있었다.

Fig. 11은 본 연구에서 고려된 교호적 위상각을 가지면서 적층된 평직복합재료 단위구조에 x-방향으로 식(15)의 일축인장하중이 가하여 졌을 때 발생한 최대 응력의 변화를 보여주고 있다. 전술한 바와 같이 σ_{11} 및 σ_{13} 는 자유경계면에 인접한 외부층에서, 그리고 σ_{33} 는 내부층에서 최대값이 발생하였으므로 이 응력값들의 분포를 나타내었다.

Fig. 11(a)는 외부층의 경사다발에서의 최대 σ_{11} 응력의 위상각에 따른 변화를 나타내고 있다. 경사와 위사가 교차하는 지역에서 발생한 최대응력 σ_{11} 은 위상각이 증가함에 따라서, 그리고 적층수가 증가함에 따라서 감소하고 있음을 알 수 있다. 그림에서 점선으로 표시된 것은 적층수가 1인 경우로 위상각이 정의되지 않으므로 최대응력의 값이 위상각에 대하여 상수이다. 적층수에 따라서 등가탄성계수와 마찬가지로 대칭적층시에 더 많은 변화가 있음을 보이고 있었으며, 아주 두꺼운 평직복합재료의 경우 최대응력은 단일적층에 비하여 위상각이 0°인 단순적층시 13% 정도 감소하였으나 대칭적층시에는 37%의 큰 감소를 보였다.

Fig. 11(b)는 내부층의 경사다발에서의 최대 σ_{33} 응력의 변화를 보여주고 있다. 이 그림에서 최대응력의 값과 발생위치는 위상각에 크게 의존하고 있음을 알 수 있다. 위상각이 없는 단순적층의 경우 최대응력은 섬유다발의 굴곡이 가장 큰 지역에서 발생하였으나 그 값은 작은 분포를 가지고 있음에 반하여 위상각이 증가함에 따라서 인접한 충간의 섬유다발의 심각한 상호 작용에 의해 최대 σ_{33} 응력의 값은 급격히 증가하였다. 그러나 최대응력이 내부층에서 발생하였으므로 적층수가 2이상에서 적층수에 따른 변화는 상대적으로 크지 않음을 볼 수 있다. 단순적층의 경우에는 적층수에 따라서 최대응력이 감소하는 경향을 보였다. 위상각이 큰 경우는 적층수의 증가에 따라서 감소하기는 하나 단일적층의 최대응력보다는 매우 큰 분포를 보였다. 위상각이 180°인 대칭적층시 최대응력은 단일적층에 비해 2장 적층 형상에서는 134% 증가를, 그리고 무한적층 형상에서는 107% 증가한 값을 보였다. 또한 그 응력값은 매우 커서 2장의 대칭적층시 현재 가하여진 하중 조건에 대하여 응력은 강도에 비교하여 1.947배에 달하고 있어서 최대응력지표를 사용한다면 경사다발의

경우 Fig. 3.3(b)의 (b)로 표시된 지역에서 최초파괴가 발생하게 됨을 암시한다.

Fig. 11(c)에 나타나 있는 σ_{13} 응력의 최대값은 위상각에 따라서 좀더 흥미있는 변화를 보여주고 있다. 최대응력은 단순적층에서 위상각이 증가함에 따라서 일시적으로 증가하다 다시 감소하는 것을 볼 수 있는데 이는 인접한 충간의 섬유다발의 배치양상에 기인한 것으로 생각된다. 즉, 위상각의 증가는 외부 경사다발에서의 전단변형을 감소시키거나 인접한 내부의 경사다발들과의 충간간섭에 의한 전단작용은 증가시키게 된다. 위상각이 약간 증가하면 충간간섭의 증가량이 자유경계면 전단변형의 감소량보다 크므로 이에 따라 최대응력의 값은 일시적으로 증가하게 된다. 그러나 위상각이 계속 증가함에 따라서 최대응력의 값은 감소하였다. 또한 적층수가 증가함에 따라서 최대응력의 값은 감소하였는데 무한적층시의 응력값은 단일적층과 비교하여 단순적층의 경우 17% 정도 감소하였으며 대칭적층의 경우에는 49%의 감소를 보였다.

4. 결 론

본 연구에서는 인접한 충간 상호이동을 가지며 적층된 평직복합재료에 대하여 3차원 유한요소해석을 수행하였다. 경사방향으로 위상각을 가지는 단위구조 모델에 대하여 섬유다발의 이동은 위상각을 통하여 정의하였고 중첩법에 의한 단위구조해석을 수행하여 일축인장하중을 모사하였다. 또한 단위구조의 크기가 증가함에 따른 계산노력을 감소시키기 위하여 마크로 요소를 사용하였다.

계산 결과 두께 및 적층 위상각은 평직복합재료의 등가탄성계수 및 미세구조의 응력분포에 많은 영향을 미치고 있음을 확인하였다. 인장하중이 가하여짐에 따라서 굴곡된 경사 섬유다발에서는 커플링 변형이 발생하였고 이는 인접한 충간의 간섭을 유발하였다. 적층수와 위상각이 증가함에 따라서 전반적으로 커플링 변형량은 감소하였고 등가탄성계수는 증가하였다. 또한 커플링 변형과 충간간섭의 상호작용으로 미세구조의 응력은 그 값의 크기 뿐만 아니라 분포의 양상도 크게 변하여 미세구조의 배열에 따라서 초기파손의 위치 및 파손모드가 달라질 수 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Byun, J.-H. and Chou, T.-W., "Modeling and characterization of textile structural composites : A review", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 24, 1989, pp. 253-262.
2. Middleton, D. H., ed., *Composite Materials in Aircraft Structures*, Longman Group UK Limited, 1990.
3. Gutowski, T. G., ed., *Advanced Composites Manufacturing*, John Wiley & Sons, Inc., 1997.
4. Bigaud, D. and Hamelin, P., "Mechanical properties prediction of textile-reinforced composite materials using a multiscale energetic approach", *Composite Structures*, Special Issue : Ninth ICCS, 1997, pp. 361-371.
5. Ishikawa, T., "Anti-symmetric elastic properties of composite plates of satin weave cloth", *Fibre Science and Technology*, Vol. 15, 1981, pp. 127-145.
6. Ishikawa, T. and Chou, T.-W., "One-dimensional micromechanical analysis of woven fabric composites", *AIAA Journal*, Vol. 21, No. 12, 1983, pp. 1714-1720.
7. Ishikawa, T. and Chou, T.-W., "Stiffness and strength behavior of woven fabric composites", *Journal of Material Science*, Vol. 17, 1982, pp. 3211-3220.
8. Yang, J.-M., Ma, C.-L. and Chou, T.-W., "Fiber inclination model of three dimensional textile structural composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, 1986, pp. 472-484.
9. Kriz, R. D., "Influence of damage of mechanical properties of woven composites at low temperature", *Journal of Composite Technology & Research*, Vol. 7, No. 2, 1985, pp. 55-58.
10. Lee, J.-W. and Harris, C. E., "A micro-mechanical model for the effective Young's modulus of a piecewise-isotropic laminate with wavy pattern", *Journal of Composite Materials*, Vol. 22, 1988, pp. 717-741.
11. Whitcomb, J. D., "Three-dimensional stress analysis of plain weave composites." In *Composite Materials : Fatigue and Fracture*, ASTM STP 1110, T. K. O'Brien ed., American Society for Testing and Materials, 1991, pp. 417-438.
12. Naik, N. K. and Shembekar, P. S., "Elastic behavior of woven fabric composites : I - Laminate design", *Journal of Composite Materials*, Vol. 26, 1992, pp. 2522-2541.
13. Dasgupta, A., Agarwal, R. K. and Bhandarkar, S. M., "Three-dimensional modeling of woven-fabric composites for effective thermo-mechanical and thermal properties", *Composites Science and Technogy*, Vol. 56, 1996, pp. 209-223.
14. Vandeurzen, Ph., Ivens, J. and Verpoest, I., "Three-dimensional micromechanical analysis of woven-fabric composites : II. Elastic analysis", *Composites Science and Technogy*, Vol. 56, 1996, pp. 1317-1327.
15. Ito, M. and Chou, T.-W., "Elastic moduli and stress field of plain-weave composites under tensile loading", *Composites Science and Technogy*, Vol. 57, 1997, pp. 787-800.
16. Woo, K. and Whitcomb, J. D., "Global/local finite element analysis for textile composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 28, No. 14, 1994, pp. 1305-1321.
17. Ito, M. and Chou, T.-W., "An analytical and experimental study of strength and failure behavior of plain weave composites", *Journal of Composite Materials*, Vol. 32, No. 1, 1998, pp. 2-30.
18. Pastore, C. M., Bogdanovich, A. E. and Gowayed, Y. A., "Application of meso-volume-based analysis for textile composite structures", *Composite Engineering*, Vol. 3, No. 2, 1993, pp. 181-194.
19. Pastore, C. M. and Bogdanovich, A. E., "Material-smart analysis of textile reinforced structures", *Composites Science and Technology*, Vol. 56, 1996, pp. 291-309.
20. Gowayed, Y. A., "The effect of voids on the elastic properties of textile reinforced com-

- posites", Journal of Composites Technology & Research, Vol. 19, No. 3, 1997, pp. 168-173.
21. Vandeurzen, Ph., Ivens, J. and Verpoest, I., "Micro-stress analysis of woven fabric composites by multilevel decomposition", Journal of Composite Materials, Vol. 32, No. 7, 1998, pp. 623-651.
22. Naik, R. A., "Failure analysis of woven and braided fabric reinforced composites", Journal of Composite Materials, Vol. 29, No. 17, 1995, pp. 2334-2362.
23. Chapman, C. D., "Prediction of moduli and strength of woven carbon-carbon composites using object-oriented finite element analysis", PhD Dissertation, Texas A&M University, 1997.
24. Foye, R. L., "Mechanics of fabric reinforced composites", NASA Conference Publication 3038, 1989, pp. 237-247.
25. Whitcomb, J. D. and Woo, K., "Enhanced direct stiffness method for finite element analysis of textile composites", Composite Structures, Vol. 28, 1994, pp. 385-390.
26. Ganesh, V. K. and Naik, N. K., "(± 45) degree off-axis tension test for shear characterization of plain weave fabric composites", Journal of Composites Technology & Research, Vol 19, No. 2, 1997, pp. 77-87.
27. Woo, K. and Whitcomb, J. D., "Effects of fiber tow misalignment on the engineering properties of plain weave textile composites", Composite Structures, Vol. 37, No. 3/4, 1997, pp. 343-355.
28. Whitcomb, J. D., Kondagunta, G. and Woo, K., "Boundary effects in woven composites", Journal of Composite Materials, Vol. 29, No. 4, 1995, pp. 507-524.
29. 우경식, "적층수에 따른 평직 복합재료의 강성 및 강도의 변화에 관한 수치적 연구", 한국복합재료학회지, 제10권, 제2호, 1997, pp. 1-12.
30. Jones, R. M., Mechanics of Composite Materials, Scripta Book Company, 1975.
31. Raju, I. S., Craft, W. J. and Avva, V. S., "Thermal expansion coefficients of woven fabric composites", Proceedings of International Conference on Structural Testing, Analysis, and Design, 1990.
32. Woo, K. and Whitcomb, J. D., "A post-processor approach for the stress analysis of woven composites", Accepted for publication in Composites Science and Technology, 1999.
33. 우경식, 서영욱, "기하학적 매개변수에 의한 평직 복합재료의 저균일도 문제", 한국복합재료학회지 논문 심사 중, 1999.