▩ 연구논문

셀 생산방식 시스템에서 작업자 할당문제에 관한 연구

A Study on Operator Allocation Problem in Cellular Manufacturing Systems

홍상우 *
Hong, Sang Woo

Abstract

This paper addresses the static operator allocation problem in celluar manufacturing systems(CMS). An assembly environment is considered where each component going into the final product is manufactured in an individual cell. There are m such cells and it is required to manufacture n varieties of products where n>m. An mathematical model and two heuristic algorithms for static operators allocation to the cells to balance workload for minimizing makespan are developed and tested.

1. 서론

셀방식 제조(celluar manufacturing)는 유사한 제조과정을 갖는 부품들을 그룹화한 생산환경에서 GT(Group Technic)의 개념을 실행하는 접근방법으로 잘 알려져 있다. 부품을 가공할 기계들은 셀(cell)로 나누어지며, 각 셀에서는 해당 부품군이 가공되어 진다. 셀방식 제조는 준비시간과 리드타임을 줄이고, 공정을 단순화하여 작업시간을 단축하며, 자재관리와 생산계획 그리고 생산관리가 보다 단순화 되어지는 효과를 얻을 수 있다[2, 6, 9]. 그래서 셀생산 방식과 JIT(Just-in-time)생산방식의 개념들이 오늘날의 제조환경에서 폭넓게 응용되고 있는 것이다[10, 11]. 이와 함께 생산성을 높이기 위해서는 작업외의 효과적인 일정계획이 필수적인 요인이 되고 있다.

Black[3]은 작업자가 셀 주위를 걸어다니며 관리를 하는 시스템의 경우에는 유연성(flexibility)이 높다는 것을 보이고 있다. Lula와 Black[12]은 한명의 작업자에 의해 걸어다니며 관리하는 셀의 수행도를 분석하였다. 여기에서 이들은 작업자가 셀 주위를 걸어다닐 때 보다 유연적이며 정적인 로보트와 비교해서 보다 수행도가 높다는 것을 보이고 있다. Black과 Chen[4]은 걸어 다니는 작업자가 있는 피복조립 셀의 모의실험 모형을 제시했다. 모의실험 결과에서 셀의 수행도는 작업자의 수에 의존적이고 작업자의 작업시간에 의존적임을 보이고 있다. Black[5]은 또한 단일 그리고 복수의 작업자에 의해 관리되는 제조셀의 수행도를 보이고 있다.

Singh 등[14]은 셀제조 방식에서 작업자 할당을 위한 기준을 제시하였다. 총 가공비용과 가공시간의 최소화 그리고 작업부하의 균형화들이 제시한 수식에서 고려하는 기준들이다. Askin

* 동명대학교 공업경영학과

등[1]은 셀제조 시스템에서 작업의 이동을 통제하기 위한 작업에 작업자를 할당하기 위한 세 가지 접근방법을 비교하였다. Chen[7]은 단일작업자에 의해 다루어지는 각 셀에서 GT 일정계획 문제를 다루었다. 여기에서 잘 구조화된 생산환경을 위한 효과적인 작업자 일정계획을 위해 세 가지 발견적 해법을 제시했다.

Chen[8]은 보다 길거나 짧은 의사결정 범위에서 작업자 일정계획을 다루기 위한 회전적 교환 방침을 개발했다. Lutz 등[13]은 가중치를 주어 동적계획과 모의실험을 어떻게 작업자 할당 일정계획에 응용되는 지를 보고하고 있다.

본 연구에서는 작업부하를 균형화 시켜 작업시간을 최소화하기 위한 작업자 할당 문제를 다룬다. 본 연구에서는 여러 제품을 생산하기 위해 같은 장소에서 작업을 수행한다는 것을 가정한다.

2. 정적 작업자 할당문제

작업자 할당문제는 크게 정적 작업자 할당문제와 동적작업자 할당문제로 분류된다. 본 연구에서는 이 중 정적작업자 할당문제를 다룬다. 단일 종류의 정적 할당문제는 작업자 할당문제 중 가장 단순한 경우이다. 이 문제는 한 셀에서 동일 종류가 생산되고 작업자는 여러 셀에 할당되어 작업하게 된다. 여기에서 최종제품은 할당된 각 셀에서 만들어진 각각의 부품을 조립해서 만들어진다고 가정한다.

복수 종류의 정적 할당문제는 단일종류 정적 할당문제가 확대된 문제로 한 셀에서 가공할 부품의 종류가 복수개인 경우이다. 이 문제에서 작업자 할당은 각 셀에 작업부하가 균형화 되도록 결정된다. 각 셀에서는 작업자의 동일한 할당이 모든 종류의 부품을 가공하기 위해 동일하게 유지된다.

본 연구에서는 조립생산 환경에서 셀 간에 작업부하 균형화를 목적으로 개개 셀에 개개 작업이 있는 문제를 다룬다. 이 문제에서 각 작업에 대한 수요와 가용한 전체 작업자 수는 주어진다. 그리고 모든 셀에 있는 각 기계의 가공시간은 정해져 있으며 모든 작업자들에게 동일하게 적용된다.

본 연구에서는 정적 작업자 할당문제를 선형모형으로 수식화 하고 단일 종류와 복수 종류 정적 할당문제를 풀기 위한 발견적 해법을 제시한다.

3. 정적작업자 할당을 위한 수식모형

조립 셀에서 작업자는 기계 또는 한 지점에서 가공시간을 마칠 때까지 머무른 후 그 아이템을 가지고 다음 지점으로 이동한다. 셀은 K 개의 기계로 구성되어 있고 작업은 각 기계 또는 지점에서 다른 가공시간을 갖고 모든 기계에서 가공을 필요로 한다고 가정한다.

P를 모든 기계에서 가공되는 시간의 합계($P=\sum PT_k$, $k=1, ..., K$ 기계)로 두고 b를 최대 가공시간(병목 가공시간)으로 두자. 만약 단일 작업자가 셀에 할당되고, 그 작업자가 한 기계에서 다음 기계로 완료될 때까지 모든 부품을 가공한다면 그 셀의 생산물은 매 P 시간 단위로 한 단위씩 나올 것이다. 만약 두 작업자가 할당된다면 단위당 생산물의 생산시간은 P/2에 근접할 것이다. 생산물의 생산시간은 그 시간이 병목가공시간에 근접할 때까지 작업자의 수에 역비례할 것이다. 즉, 생산시간이 병목가공시간에 근접하면 작업자 수를 늘려도 더 이상 생산시간이 감소되지 않는다. 이 때의 작업자 수를 병목작업자 수라고 부른다.

본 연구에서 정적 작업자 할당을 위한 수식화에 사용될 기호들은 다음과 같다.

X_j = 셀 j에 할당된 작업자의 수, j = 1 to m,
W_j = 셀 j에서의 병목 작업자 수
P_j = 셀 j에서 단위당 총 가공시간 (모든 기계에서)
b_j = 셀 j에서 병목 가공시간
D = 1 일 수요량
T_j= 셀 j에서 D 개 부품을 가공하기 위한 가공시간
N = 가용한 총 작업자 수
C = 할당된 총작업자 수

셀 j에서 D개 부품을 가공하기 위한 총 가공시간 T_j 는 다음 수식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$T_j = \left(P_j \times \left(\frac{D}{x_j} \right) \right) + (x_j - 1) \times b_j \qquad (1)$$

만약 $X_j < P_j / b_j$ 이고 mod(D, X_j)=0 이면 T_j는 다음식 (2)와 같이 표시할 수 있다.

$$T_j = \left(\frac{D \times P_j}{x_j} \right) \qquad (2)$$

s.t

$$x_j \le w_j \qquad (3)$$

$$\sum_j x_j \le N \qquad (4)$$

작업부하의 균형을 위해서는 T의 평균과의 차의 제곱의 합을 다음식 (5)와 같이 최소로 해야 한다.

$$Min\ Z = \sum \left(Tj - \bar{T} \right)^2 \qquad (5)$$

여기에서

$$\bar{T} = \frac{\sum T_j}{m} \qquad (6)$$

본 연구에서 제시하는 선형계획 모형에서는 작업부하의 균형을 위한 목적식을 다음 식 (7)과 같이 근사하게 표시할 수 있다.

$$Min\ Y = \max_j\ T_j - \min_j\ T_j \qquad (7)$$

식 (7)은 T_j 최대치와 최소치의 역치의 차를 최소화 하는 것과 같으므로 u와 v를 T_j 간의 최대와 최소의 역치로 두면 다음 식 (8)과 같이 표시할 수 있다.

$$Min\ Z = u - v \qquad (8)$$

s.t

$$u \geq \frac{x_j}{(D \times P_j)} \qquad (9)$$

$$v \leq \frac{x_j}{(D \times P_j)} \qquad (10)$$

$$x_j \geq 0 \text{ 이고 정수} \qquad (11)$$

본 연구에서 제시하는 선형모형 (P1)은 제약조건 (3), (4), (9), (10), (11) 하에서 목적식 (8)을 만족시키는 것이다. 한 셀에서 복수 부품을 생산할 때에도 위의 수식을 이용해서 각 부품별로 작업자를 할당할 수 있다.

4. 정적 작업자 할당 문제에 대한 발견적 해법

작업자 할당문제는 정수계획문제이므로 제시한 선형모형 P1을 가지고 최적해를 구해야 할 경우 문제의 규모가 커지면 최적해를 구하기 어렵다. 그러나 최적해에 근사한 정수해를 모형 P1을 이용해 쉽게 구할 수 있다[13]. 그 방법은 다음과 같이 두단계로 이루어진다; 첫 단계, 모형 P1의 해를 구한 후 결과 값에서 정수부분만 취하여 작업자를 할당한다. 두 번째 단계, 정수를 제외한 나머지 값 중에서 큰 값 순서로 작업자를 배정할 수 있을 때까지 1명씩 순차적으로 배정한다. 본 연구에서는 이 방법으로 구한 해보다 작업부하의 범위가 적은 두 가지 발견적 해법을 제시한다.

첫 번째 발견적 해법은 점진적으로 작업자를 최대로 작업이 부하된 셀에 할당해 가는 것이다. 두 번째 발견적 해법에서는 병목 작업자수를 초기에 각 셀에 먼저 할당된다. 그리고 작업자의 수가 가용한 작업자의 수와 같아질 때까지 최소로 작업이 부하된 셀부터 작업자를 점진적으로 감소시킨다. 제시하는 두 가지 발견적 해법은 다음과 같다.

4. 1 발견적 해법 H1

단계 1. 초기화

$X_j = 1$, for all j

단계 2. $C = \sum x_j$로 둔다.

단계 3. 수식 (1)을 이용해 각 셀에서 D를 작업하기 위해 걸리는 시간을 계산하여 최대 가공시간을 갖는 셀 k를 찾는다.

단계 4. $C<N$ 이고 $X_k<W_k$ 이면 $X_k = X_k + 1$ 로 두고 다음 단계로 간다. 그렇지 않으면 단계 3으로 가서 다음 최대 가공시간을 갖는 셀을 찾는다. 만족하는 셀이 없으면 단계 6으로 간다.

단계 5. N 명의 작업자가 모두 할당되거나 더 이상 할당이 불가능할 때까지 단계 2에서 4까지를 반복한다.

단계 6. 모든 셀에서 생산시간의 합계를 구하고 작업부하 범위를 구한다.

4. 2 발견적 해법 H2

단계 1. 초기화

$X_j = W_j$, for all j

단계 2. $C = \sum x_j$로 둔다.

단계 3. 수식 (1)을 이용해 각 셀에서 D를 작업하기 위해 걸리는 시간을 계산하여 최소 가공시간을 갖는 셀 k를 찾는다.

단계 4. C < N 이면 $X_k = X_k - 1$ 로 두고, 그렇지 않으면 단계 6으로 간다.

단계 5. N 명의 작업자가 모두 할당될 때까지 단계 2에서 4까지 반복한다.

단계 6. 모든 셀에서 생산시간의 합계를 구하고 각 셀의 작업부하 범위를 구한다.

5. 수치 예

수치 예를 위해 3 종류가 있는 5 개 셀의 문제를 임의로 생성하였다. 각 셀은 8 개의 기계를 갖는다. 각 부품 종류들의 셀 별, 기계 별 가공시간은 다음 표 1에서 표 5에 표시되어 있다. 세 가지 부품에 대한 수요는 150, 250, 그리고 200으로 두고 가용한 작업자의 수는 20으로 둔다.

첫 번째 셀을 보면, 첫 번째 부품의 총 가공시간은 286이고 병목작업 기계에서의 시간은 53이다. 그래서 $W_j = 5.39$ 이고 이를 정수화하면 6이 된다. 각 셀에서 각 종류에 대한 병목작업 작업자수가 계산된 결과는 표 6에서 보인다. 표 7에서는 각 셀에서 모든 종류에 대한 생산시간을 보인다. 이때 작업자 수는 1에서 병목 작업자수까지의 값을 갖는다.

	기계							
셀 1	1	2	3	4	5	6	7	8
종류 1	46	53	42	35	26	28	25	31
종류 2	31	47	8	16	48	53	16	15
종류 3	20	48	38	40	34	24	41	50

표 1. 셀 1에서 가공시간

	기계							
셀 2	1	2	3	4	5	6	7	8
종류 1	36	30	19	35	24	8	48	20
종류 2	43	51	20	13	56	44	42	26
종류 3	34	32	34	52	13	46	32	16

표 2. 셀 2에서 가공시간

	기계							
셀 3	1	2	3	4	5	6	7	8
종류 1	32	27	32	8	9	39	31	55
종류 2	54	18	16	40	56	44	36	38
종류 3	20	10	53	21	27	18	14	27

표 3. 셀 3에서 가공시간

셀 4	기계 1	2	3	4	5	6	7	8
종류 1	56	33	32	42	11	32	24	50
종류 2	43	44	55	28	23	15	42	9
종류 3	43	57	37	10	51	21	36	23

표 4. 셀 4에서 가공시간

셀 5	기계 1	2	3	4	5	6	7	8
종류 1	56	11	40	55	55	43	11	12
종류 2	14	50	53	40	45	8	32	10
종류 3	36	53	40	25	24	19	11	34

표 5. 셀 5에서 가공시간

	번호 1	2	3	4	5
종류 1	7	6	6	5	5
종류 2	5	6	6	5	5
종류 3	5	6	6	4	5

표 6. 각 셀에서 각 부품에 대한 병목 작업자 수

종류	셀 번호	작업자 수 1	2	3	4	5	6	7
	1	50250	25180	16860	12727	10270	8650	7508
	2	49500	24807	16614	12546	10128	8535	
1	3	32100	16090	10780	8145	6580	5550	
	4	40200	20155	13510	10215	8260		
	5	31350	15725	10550	7987	6470		
	1	63500	31806	21278	16043	12924		
	2	76500	38307	25614	19296	15528	13035	
2	3	67600	33554	22441	16912	13616		
	4	59750	29954	20014	15084	12146		
	5	67000	33554	22441	16912	13616		
	1	50200	25151	16835	12703	10244		
	2	57200	28651	19168	14453	11644	9788	
3	3	55400	27752	18570	14006	11288	9493	
	4	36000	18056	12112	9168			
	5	43000	21548	14429	10894	8792		

표 7. 작업자의 수에 따른 각 셀에서의 각 부품에 대한 생산시간

5.1 선형계획 모형을 이용해 정수화한 수치 예

종류 1과 셀 1에 대한 선형계획 수식의 해는 다음과 같이 구해졌다 : X_1 = 4.941 , X_2 = 4.867 , X_3 = 3.156 , X_4 = 3.952 , X_5 = 3.082 . 이들 값 보다 크지 않은 최대 정수값으로 바꾸면 해는 X = [4 4 3 3 3] 이 되어 총 17 명의 작업자가 구해진다. 총 20 명의 작업자를 보유하고 있으므로 3명의 작업자가 셀 4, 1, 2 에 점차적으로 할당된다. 그래서 최종해는 X = [5 5 3 4 3]이 된다. 같은 방법으로 두 번째, 세 번째 종류에 대한 해도 같은 방법으로 구하면 [4 5 4 3 4] 와 [4 5 5 3 3] 이 된다.

5.2 발견적 해법 H1의 수치 예

본 수치 예에서는 모든 셀에 대하여 종류 1에 대하여 해법의 예를 보인다. 초기에 각 셀은 한 작업자에 할당된다. 작업자들은 가장 부하가 걸려있는 셀에 각 셀이 3 명의 작업자를 할당받을 때까지 점차적으로 할당된다. 작업부하를 계산해 보면 16860, 16614, 10780, 13510, 10550이 된다. 이 중 최대값을 갖는 셀 1이 선택되어 작업자가 4 명이 되고 작업부하가 12727.5로 감소된다. 다음 셀 2가 작업자 4명을 갖고 작업부하는 12546으로 감소한다. 다음 셀 4가 작업자 1 명을 더 할당받아 4 명이 되고 작업부하는 10215로 감소한다. 다시 셀1의 작업부하가 최대가 되어 1 명을 더 할당받아 5 명이 되고 작업부하는 10270으로 감소한다. 다음 셀 2가 1 명을 더 할당받아 5 명이 되고 작업부하는 10128로 감소한다. 따라서 종류 1에 대한 최종 작업자 할당은 [5 5 3 4 3]이 된다. 같은 방법으로 다른 두 종류에 작업자를 할당하면 [4 4 4 4 4] 와 [4 5 4 3 4]가 된다.

5.3 발견적 해법 H2의 수치 예

해법 H2의 수치예의 경우는 종류 1에 대하여 셀 1에 할당하는 예를 보인다. 초기 할당은 병목작업 작업자와 상응하게 하여 작업부하 7508.57, 8535, 5550, 8260, 6470을 갖는 [7 6 6 5 5]가 된다. 이는 가용한 20 명보다 많은 29 명의 작업자가 할당된 것이다. 셀 3이 이중 최소의 작업부하를 갖고 있으므로 작업자 한 명을 줄여 5 명이 되고 작업부하는 6580으로 증가한다. 셀 5가 6470으로 작업부하가 최소가 되어 작업자 1 명을 줄여 4 명이 되고 작업부하는 7987.5로 증가한다. 이 과정을 반복하면 최종작업자 할당은 [5 5 3 4 3]이 되고 작업부하는 10270, 10128, 10780, 10215, 10550이 된다.

5.4 복수 종류의 할당 수치 예

부품의 종류가 복수개인 경우에 대하여 수치 예를 보이면, 각 셀에서 3 개 종류 중 최대 병목작업 작업자가 병목 작업자로 선택된다. 그래서 병목할당은 [7 6 6 5 5]가 된다. 해법 H1이 모든 종류를 내포할 수 있도록 확대 적용되면 작업자 할당이 [4 5 4 3 4]로 구해진다. 한 셀에서 모든 종류에 대한 가공시간의 합계는 41473, 37400, 39063, 45636, 35793으로 구해진다. 이들의 평균값을 구하면 39873이 된다. 완료시간과 평균값과의 차가 계산되고 그 값의 자승의 합을 구하면 59,698,238이 구해진다.

5.5 실험 결과

본 연구에서 제시한 해법의 우수성을 보이기 위해 임의로 8 종류 유형의 문제를 각 10 가지씩 총 80 개의 문제를 만들어 실험을 하였다. 실험을 위해 임의로 선정한 8 유형는 3 종류-5개 셀(3P5C), 3 종류-8개 셀(3P8C), 3 종류-10개 셀(3P10C), 5 종류- 5개 셀(5P5C), 5 종류-8개 셀(5P8C), 5 종류-10개 셀(5P10C), 7 종류-5개 셀(7P5C), 10 종류-5개 셀(10P5C) 이다. 각 문제 유형별 기계 대수는 각 셀에 8 대로 동일하게 주었다. 복수 종류에 대한 모형 P1과 발견적 해법 H1, H2의 실험 결과는 다음 표 8과 같다. 이 표의 값은 각 유형에 대한 작업 부하량의 평균 분산값을 나타낸다.

이 표에서 알 수 있듯이 작업부하의 분산값이 모형 P1의 결과를 정수화한 근사해보다 본 연구에서 제시한 발견적 해법에서 얻은 해에서 적은 값으로 나타난 것을 알 수 있다. 즉, 본 연구에서 제시한 발견적 해법은 작업 부하량의 균형화로 좋은 해를 제공할 수 있다는 것을 알 수 있다.

유형	P1	H1	H2
3P5C	10.515	1.023	1.085
3P8C	3.293	1.153	1.285
3P10C	4.773	2.343	1.631
5P5C	1.000	1.000	1.000
5P8C	4.178	2.404	2.804
5P10C	4.713	2.011	4.713
7P5C	1.545	1.000	1.545
10P5C	1.000	1.000	1.000

표 9. 복수 종류에 대한 작업자 할당

6. 결론

본 연구에서는 조립생산 환경에서 작업시간을 최소로 하기 위해 개개 셀에 개개 작업이 있는 문제에서 셀 간의 작업부하를 최소로 하는 발견적 해법을 제시하였다. 이 문제에서 각 작업에 대한 수요와 가용한 전체 작업자 수는 주어진다. 그리고 모든 셀에 있는 각 기계의 가공시간은 정해져 있으며 모든 작업자들에게 동일하게 적용된다. 주어진 문제를 위해 먼저 정적 작업자 할당 문제를 선형계획 모형으로 수식화 하고, 이를 풀기 위해 두 가지 발견적 해법 H1과 H2를 제시하였다. 제시한 발견적 해법 H1은 점진적으로 작업자를 최대로 작업이 부하된 셀에 할당해 가는 것이고, 발견적 해법 H2에서는 병목 작업자수를 초기에 각 셀에 먼저 할당된다. 그리고 작업자의 수가 가용한 작업자의 수와 같아질 때까지 최소로 작업이 부하된 셀부터 작업자를 점진적으로 감소시켜 할당하는 방법이다.

본 연구에서 제시한 해법의 우수성을 보이기 위해 임의로 8 종류 유형의 문제를 각 10 가지씩 총 80 개의 문제를 만들어 실험을 하였다. 실험한 결과 제시한 두 발견적 해법은 선형계획 해를 정수화한 근사해 보다는 좋은 해를 보이고 있다. 제시한 두 가지 해법간에는 어느 한 방

법이 절대적 우위를 보이고 있지 않으며, 이 두 가지 해법은 서로 보완적으로 활용하는 것이 바람직하다.

본 연구에서는 정적 작업자 할당문제에 대하여 다루었으나 현장에서는 동적 작업자 할당문제도 많이 발생하므로 이에 대한 해법이 필요하다. 동적 작업자 할당문제의 해법도 본 연구에서 제시하는 발견적 해법을 응용하여 개발할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Askin, R. G., and Iyer, A., "Comparison of scheduling philosophies for manufacturing cells," European Journal of Operations Research, 69, 438-449, 1993.
2. Black, J. T., "Celluar manufacturing systems reduce setup time, make small lot production economical," Industrial Engineering, 15, 36-48, 1983.
3. Black, J. T., "The designing of manufacturing cells (step one to integrated manufacturing systems)," Proceedings of Manufacturing International, pp. 1-15, 1988.
4. Black, J.T., and Chen, J. C., "Decoupler-improved output of an Apparel Assembly Cell," The Journal of Applied Manufacturing Systems, 47-58, 1994.
5. Black, J.T., "The Designing of the Factory with a Future," New York, McGraw-Hill, 1991.
6. Burbridge, J. J., "The Introduction of Group Technology," New York, Halsted Press Wiley, 1975.
7. Chen, H. C., "Operator scheduling approaches in Group Technology cells-information request analysis," IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 25, 438-452, 1995a.
8. Chen, H. C., "Heuristics for operator scheduling in Group Technology Cells," Computers and Operations Research, 22, 261-276, 1995b.
9. Holland, J. M., "Adaptation in Natural and Artificial Systems," Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
10. Hutchins, D., "Just in Time," London, Gower, 1988.
11. Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., and Vecchi, M. P., "Optimization by simulated annealing," Science, 22, 671-680, 1983,
12. Lulum, and Black, J. T., "Analysis of manufacturing cells operate by single servers," Transactions of NAMRI/SME, 379-385, 1990,
13. Llutz, C. M., Davis, K. R., and Turner, C. F., "Development of operator assignment schedules: a DSS approach," Omega, 22, 57-67, 1994.
14. Singh, N., Aneja, Y. P., and Rana, S. P., "A bicriterion framework for operations assignment and routeing flexibility analysis in cellular manufacturing systems," European Journal of Operational Research, 60, 200-210, 1992.