

▣ 연구논문

운용가용도 제약하에서 소모성부품과 수리순환부품이 혼재된  
동시조달부품의 최적구매량 결정

- Optimal Provisioning Quantity Determination of Concurrent Spare  
Parts including Consumable Items and Repairable Items under the  
Availability Limitation -

오 근 태\*  
Oh, Geun-Tae  
김 명 수\*  
Kim, Myung-Soo

Abstract

In this paper we consider the CSP requirements determination problem of new equipment(machine) system. For the newly procured equipment systems, mathematical analyses are made for the system which is constructed with the consumable parts and the repairable parts to derive the associated CSP requirement determination model in mathematical expression. Based on these analyses, a mathematical model is derived for making an optimal CSP requirement determination subject to the constraint of satisfying any given operational availability limitation. We assume that the failure of a part follows a Poisson process and the repair time has an exponential distribution. Firstly, the operational availability concept in CSP is defined and the relation between the general system availability and the operational availability is established. Secondly, the problem is formulated as the cost minimization problem that should satisfy the operational availability limitation, and then, using the generalized Lagrange multipliers method, the optimal solution procedure is derived.

1. 개 요

일반적으로 해외 고가 장비를 도입할 경우에는 처음 몇 년 동안은 부품을 국내 생산할 수 없거나 수리가 불가능한 경우가 많기 때문에 부품의 국내 생산이 가능하거나 수리 능력을 확보할 때까지의 일정 기간 동안 부품의 재보급 없이 장비를 정상적으로 운용하기 위하여 신규장비를 도입할 때 장비와 함께 수리 및 예비부속품을 구입하게 된다. 이를 동시조달부품(Concurrent Spare Part : CSP)이라 한다.

CSP 운용상 주로 제기되는 문제는 부품소요량을 과다 책정함으로써 운용기간이 끝난 후에도 많은 수량의 재고가 사용되지 않고 남게 되어 경제적인 손실외에도 보급관리상에 많은 어려움이 발생하거나, 반대로 소요부품이 CSP로 책정되지 않았거나 보급량이 부족하여 신규장비의 운용에 막대한 지장을 초래하는 경우가 빈번하게 발생한다는 점이다.

CSP문제는 CSP대상부품을 선정하는 문제와 선정된 부품의 소요량을 산정하는 문제로

\* 수원대학교 산업공학과

구분할 수 있다. 본 논문에서는 소요량을 산정하는 문제를 다룬다. 소요량 산정 문제는 운용경험이 있는 장비를 대상으로 하는 경우와 운용경험이 없는 최신장비를 대상으로 하는 경우로 구분할 수 있다. 전자는 어느 정도 자료가 축적되어 있어서 소요량 산정이 용이하나, 두 번째 경우는 공급자로부터 보안 또는 사업상의 이유로 CSP 소요산출에 필요한 자료(고장률, 단가, 정비개념 등)의 확보가 곤란하기 때문에 대부분의 경우 공급자측에서 제시한 추천목록을 기준으로 예산 범위 안에서 조정하여 구매하는 경우가 일반적이다. 이런 경우에 업체이익이 반영된 자료가 주어지므로 과소 또는 과다구입 문제가 발생하게 된다.

부품의 종류도 소모성부품(consumable item)과 수리순환부품(repairable item)으로 구분된다. 전자는 고장이 나면 교체(replacement)를 하여야 하는 부품이고, 후자는 수리(repair)하여 재사용하는 부품이다. 수리순환부품은 고장시에 정상가동되는 부품으로 교체를 하고 탈거한 고장부품은 수리하여 재사용하는 부품을 의미한다.

본 논문에서는 CSP 운용경험이 없는 경우에 CSP 소요산출에 필요한 자료(RAM data, 정비개념 등)의 확보가 곤란하지만 공급업체로부터 부품의 단가, *MTBF*, 부품의 구분 정도의 기본적인 기술자료(technical data)는 확보할 수 있다는 가정하에서 경제적인 측면과 장비체계의 운용성 측면을 동시에 고려하여 소모성부품과 수리순환부품이 혼재해 있는 경우의 최적 소요량을 산출할 수 있는 모델을 제시하고자 한다.

이 분야의 연구 중 [1], [4], [6], [7]은 모두 비용상한이 주어져 있을 때 가용도를 최대화 하는 모델을 다루었으며, 특히 [4]에서는 부품을 수리하여 재사용하는 경우를 분석하였다. 이와는 달리 [2]에서는 모든 정보, 예를 들면 *echelon*, *indenture*, *MTTR*, *MTBF*, 수리능력, 단가, 부품별 중요도 등이 제공되었을 때 사용할 수 있는 모델을 다루었다. 운용가용도에 제약이 주어져 있는 경우에 대해서 [3]에서는 수리순환부품의 CSP 물량을 구하는 문제를 다루었고, [5]에서는 소모성부품의 CSP 물량을 구하는 문제를 다루었다.

## 2. 운용가용도의 정의

일반적인 운용가용도는 장비가 가동되어야 할 시간에 대한 실제 가동할 수 있는 상태의 시간과의 비율로 정의된다. 즉,

$$\text{운용가용도} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR + MLDT}$$

이다. 여기서 *MTTR*(Mean Time to Repair)은 평균수리시간, *MLDT*(Mean Logistic Delay Time)는 평균보급지연시간을 나타낸다.

그러나, CSP의 운용목적에 고려한다면 CSP의 운용가용도는 일반적으로 정의되는 운용가용도와 달리 정의되어야 할 것이다. 왜냐하면, CSP 운용기간 동안은 재고가 고갈된 소모성부품의 재보급이 허용되어 있지 않기 때문에 어떤 장비의 고장원인이 소모성부품에 때문인데 해당 부품의 재고가 없으면 그 장비는 CSP 운용기간 종료시까지 가동이 중지되며, 시간이 흐를수록 정상가동 상태에 있는 장비의 수는 감소하기 때문이다. 또한 일반적인 운용가용도는 기본적으로 long run을 가정하는데 반해 CSP 기간은 일정기간으로 한정되어 있으므로 본 논문에서는 일반적으로 사용되는 장비 운용가용도 대신 “CSP 기간동안 단위시간당 정상가동중인 장비에 대한 정상가동중인 장비의 평균비율”, 즉

$$\frac{E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 정상가동중인 장비수}]}{\text{전체 장비수}}$$

를 운용가용도로 정의한다.

### 3. 기본 가정 및 기호의 정의

본 논문에서 기본적으로 전제하고 있는 가정은 다음과 같다.

- 부품 고장의 발생은 Poisson process를 따른다고 가정한다. 단, 고장이 발생하는 모집단의 수(장비의 수)가 한정되어 있고, 부품 부족으로 정상 가동하는 장비의 수가 줄어들더라도 계산상 편의를 위해 무한(infinite)하다고 가정한다.
- 고장의 발생은 부품 상호간에 독립적으로 발생하며, 부품을 교체하거나 수리하는 동안에는 고장이 발생하지 않는다.
- CSP 운용기간 동안은 부품을 재보급 받지 못한다. 따라서, 고장난 부품의 교체용 재고가 결손되면 해당 장비는 가동이 중지된다. CSP 기간중 고갈된 부품은 CSP 기간이 종료되는 시점에서 모두 보충된다.
- 장비는 CSP 기간 초에 동시에 전체가 도입배치된다.
- 장비가 가동중지 상태로 될 때 하나의 장비에 둘 이상의 결손 부품은 발생하지 않는다. 즉, 장비의 가동중지는 단 하나의 부품결손으로 발생한다.
- CSP 완료시점에 수리중인 장비는 가동할 수 있는 장비로 간주한다.

이후 본 논문에서 사용될 기호는 다음과 같다.

$N$ : 장비의 총 수.

$G$ : 소모성부품 종류의 총 수.

$K$ : 수리순환부품 종류의 총 수.

$S_i$ : 소모성부품  $i$ 에 할당된 CSP 물량, 결정해야 할 값.

$S$ : ( $S_1, S_2, \dots, S_G$ )를 의미.

$R_j$ : 수리순환부품  $j$ 에 할당된 CSP 물량, 결정해야 할 값.

$R$ : ( $R_1, R_2, \dots, R_K$ )를 의미.

$c_i$ : 소모성부품  $i$ 의 단가.

$d_j$ : 수리순환부품  $j$ 의 단가.

$T$ : CSP 기간.

$\lambda_k^f$ : 부품( $f=C$ 이면 소모품,  $f=R$ 이면 수리순환품)  $k$ 의 단위시간당 고장률.

$S_i^{\max}$ : 소모성부품  $i$ 의 최대구입량(예산이나 장비의 수를 고려하거나 공급업체에 의해 제한된 양).

$R_j^{\max}$ : 수리순환부품  $j$ 의 최대구입량(예산이나 장비의 수를 고려하거나 공급업체에 의해 제한된 양).

$X_k^f(t)$ :  $t$  시점까지 고장난 부품( $f=C$ 이면 소모품,  $f=R$ 이면 수리순환품)  $k$ 의 수를 나타내는 변수, 평균  $\lambda_k^f t$ 의 Poisson 분포를 따른다고 가정.

$$P_k^f(x, t) = P\{X_k^f(t) = x\} = \frac{e^{-\lambda_k^f t} (\lambda_k^f t)^x}{x!}.$$

$$H_k^f(x, t) = P\{X_k^f(t) \geq x\},$$

$$F(x) = \sum_{k=x+1}^{N+x} H_i^f(k+1, T) = F(x-1) - \sum_{k=x+1}^{N+x} P_i^f(k+1, T).$$

#### 4. 실질고장률(Effective Failure Rate)

일반적으로 장비 제공업체가 제공하는 고장률은 실험실에서 측정된 개별 부품의 고장률이거나 고장률 보정계수를 고려한 개별 부품의 고장률이다. 부품이 단독으로 사용될 경우에는 이러한 고장률에 의하여 고장이 발생하지만, 이 부품이 다른 부품과 함께 장비에 부착되었을 경우에는 어느 부품이 고장나서 부품을 교체중이면 다른 부품도 가동이 정지되어 일정시간 동안은 고장이 발생하지 않는다. 이러한 지연효과를 고려한 개별 부품의 고장률이 실질고장률이다.

$G$ 개의 소모성부품과  $K$ 개의 수리순환부품으로 구성된 장비의 개별 부품의 실질고장률은 간단한 형태를 갖고 있다.  $D_k^f$ 를 부품( $f=C$ 이면 소모품,  $f=R$ 이면 수리순환품)  $k$ 의 고장에 의하여 장비가 정지되어 있는 시간, 즉 부품  $k$ 를 교체하는데 걸리는 시간이라고 하면, 그 장비에서의 부품  $k$ 의 실질고장률은

$$\overline{\lambda}_k^f = \frac{\lambda_k^f}{1 + \sum_{i=1}^G \lambda_i^C D_i^C + \sum_{j=1}^K \lambda_j^R D_j^R} \quad (1)$$

이다[4].

#### 5. 모형의 정식화

소모성부품과 수리순환부품이 혼재하는 경우에 해당되는 모형을 정의하고 이의 해법절차를 개발하는데 있어서 추가적으로 다음과 같은 사항들을 가정한다.

- 소모성부품과 수리순환부품의 교체시간은  $\overline{\lambda}_k^f$ 에 포함되어 있으므로 분석대상에 포함되지 않는다.
- 수리순환부품의 수리시간은 평균  $1/\mu_j$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ )인 지수분포를 따른다.
- 수리순환부품을 수리하기 위하여 필요한 장비/부품들은 충분히 준비되어 있다.
- 장비의 가동 정지는 한 종류 하나의 부품의 고장에 의하여 발생한다. 즉, 동시에 동종의 두개 이상의 부품, 또는 두 종류 이상의 부품이 고장나서 장비를 가동 정지 상태로 만들지는 않는다.
- 수리순환부품을 수리하는 수리인력은 무한히 존재한다.
- 하나의 부품은 한 장비에 한 개씩만 부착되어 있다고 가정한다.

##### 5.1 가용도의 정립

$E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 정상가동중인 장비수}]$ 는 최초 배치된 장비의 총수  $N$ 에서  $E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 소모성 또는 수리순환부품 고장 때문에 비가동중인 장비수}]$ 를 뺀 것으로 볼 수 있다.

$C(T)$ 를  $E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 소모성부품 고장 때문에 비가동중인 장비수}]$ ,  $R(T)$ 를  $E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 수리순환부품 고장 때문에 비가동중인 장비수}]$ 라 하면, 가용도는

$$\frac{N - C(T) - R(T)}{N}$$

가 된다.

### 5.2 정식화

목표운용가용도를  $A_0$  라 할 때 최적  $S$ 와  $R$ 을 구하기 위한 모형을 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \sum_{i=1}^G c_i S_i + \sum_{j=1}^K d_j R_j \\ & \text{subject to } \frac{N - C(T) - R(T)}{N} \geq A_0 \quad \text{[모형 1]} \\ & \text{단, } S_i \text{와 } R_j \text{는 음이 아닌 정수,} \end{aligned}$$

이는 다시

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \sum_{i=1}^G c_i S_i + \sum_{j=1}^K d_j R_j \\ & \text{subject to } C(T) + R(T) \leq (1 - A_0)N \quad \text{[모형 2]} \\ & \text{단, } S_i \text{와 } R_j \text{는 음이 아닌 정수,} \end{aligned}$$

로 표현할 수 있다.

이 모형은 제약조건을 하나 가지고 있는 분리가능한 비선형 최적화 문제로 정리됨으로써 라그랑즈 승수법(Lagrange Multiplier Method)을 사용하여 최적해를 찾을 수 있는 계산절차를 유도할 수 있다.

### 6. 최적 $S$ 와 $R$ 의 유도

먼저  $E$ [CSP 기간동안 단위시간당 소모성부품 고장 때문에 비가동중인 장비수]인  $C(T)$ 는 다음과 같이 유도된다.

임의의  $t$  시점에 소모성부품 부족으로 인하여 가동 중단된 상태에 있는 장비의 수는  $\sum_{i=1}^G$ {임의의  $t$  시점에 소모성부품  $i$ 의 부족으로 인하여 가동 중단된 상태에 있는 장비의 수}이며,  $\sum_{i=1}^G$ {임의의  $t$  시점에 소모성부품  $i$ 의 부족량}, 즉,  $\sum_{i=1}^G \max \{X_i^C(t) - S_i, 0\}$ 가 된다.

이를 이용하면

$$\begin{aligned} & E [ \text{CSP기간인 } T\text{시간 동안 소모성부품 때문에 가동 중단된 장비} \cdot \text{시간} ] \\ &= \sum_{k=0}^N k \{ (0, T] \text{ 동안 소모성부품 때문에 } k\text{개의 장비가 고장난 상태에 있는 시간의 기대치} \} \\ &= \sum_{k=0}^N k \int_0^T P \left\{ \sum_{i=1}^G \max \{X_i^C(t) - S_i, 0\} = k \right\} dt \\ &= \int_0^T \left[ \sum_{k=0}^N k P \left\{ \sum_{i=1}^G \max \{X_i^C(t) - S_i, 0\} = k \right\} \right] dt \\ &= \int_0^T E [ \text{임의의 } t\text{ 시점에 소모성부품 때문에 가동 중단된 장비의 수} ] dt \\ &= \int_0^T \sum_{i=1}^G E [ \text{임의의 } t\text{ 시점에 소모성부품 } i\text{의 부족에 의해 가동 중단된 장비의 수} ] dt. \end{aligned}$$

여기서 부품  $i$ 의 CSP가  $S_i$  일 때 임의의  $t$  시점까지 누적하여  $k$ 개의 부품이 고장날 확률을  $\phi_i(k, S_i, t)$  라고 하면 위의 식은

$$\int_0^T \sum_{i=1}^G \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} (k-S_i) \phi_i(k, S_i, t) dt$$

이 된다. 또, 고장의 발생은 Poisson process를 따르며, 고장이 발생되는 모집단의 수(장비의 수)가 한정되어 있지만 계산상 편의를 위해 무한(infinite)하다고 가정했으므로  $\phi_i(k, S_i, t)$ 를 다음과 같이 개략적으로 표현할 수 있다.

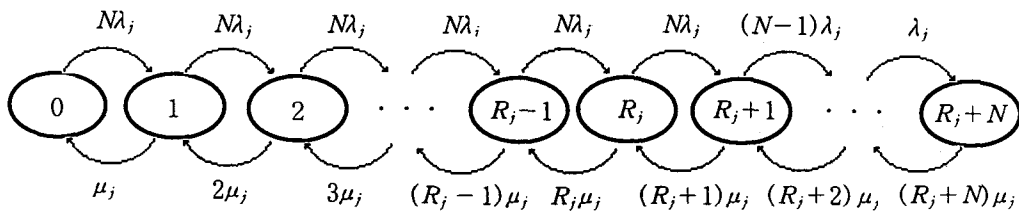
$$\phi_i(k, S_i, t) \approx \begin{cases} p_i^C(k, t), & 0 \leq k \leq N+S_i-1, \\ 1 - \sum_{k=0}^{N+S_i-1} p_i^C(k, t), & k = N+S_i. \end{cases}$$

따라서

$$C(T) = \frac{\int_0^T \sum_{i=1}^G \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i^C(k, t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i) p_i^C(k, t) \right\} dt}{T} \quad (2)$$

가 된다.

한편 수리순환부품의 경우 고장이 발생하고 이를 교체한 후 수리를 통하여 순환시키는 과정은 일종의 대기행렬모형으로 표현된다. 임의의 수리순환부품  $j$ 의 고장, 교체, 수리과정은  $R_j$ 개 예비부품과  $N$ 대의 장비에 부착되어 가동 중인  $N$ 개의 수리순환부품 중  $R_j$ 개 이상이 수리중이면 (수리중인 수리순환부품의 수 -  $R_j$ ) 만큼의 장비가 수리순환부품의 고장으로 가동을 정지하는 일종의 Machine Repair Type의 대기행렬 모형이 된다. 이 모형을 Kendall의 표기법으로 표시하면  $(M/M/N+R_j):(GD/R_j/N+R_j)$ 로 표시되며, 전이율다이아그램(rate-flow diagram)으로 표현하면 다음 [그림 1]과 같다.



[그림 1] 수리순환 부품에 대한 전이율다이아그램

$q_n(R_j)$ 를 수리순환부품  $j$ 가 총  $R_j$ 개의 예비품을 갖고 있을 때 고장으로 수리상태에 있는 수리순환부품  $j$ 의 수가  $n$ 일 확률이라고 정의하면

$$q_n(R_j) = \begin{cases} \frac{N^n}{n!} \left( \frac{\lambda_j^R}{\mu_j} \right)^n q_0(R_j), & n = 1, \dots, R_j, \\ \frac{N! N^{R_j}}{(R_j+N-n)! n!} \left( \frac{\lambda_j^R}{\mu_j} \right)^n q_0(R_j), & n = R_j+1, \dots, R_j+N, \end{cases}$$

$$q_0(R_j) = \left[ \sum_{m=0}^{R_j} \frac{N^m}{m!} \left( \frac{\lambda_j^R}{\mu_j} \right)^m + \sum_{m=R_j+1}^{R_j+N} \frac{N! N^{R_j}}{(R_j+N-m)! m!} \left( \frac{\lambda_j^R}{\mu_j} \right)^m \right]^{-1}$$

이 되므로, 수리순환부품  $j$ 에 의하여 평균적으로 가동정지된 장비의 수는

$$\sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j)$$

이며,  $E[\text{CSP 기간동안 단위시간당 수리순환부품 고장 때문에 비가동중인 장비수}]$ 인  $R(T)$ 는

$$\sum_{j=1}^K \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j) \tag{3}$$

가 된다.

식 (2)와 (3)을 이용하여 [모형 2]를 라그랑즈 승수기법으로 표현하면

$$\begin{aligned} & \text{minimize } E(S, R; \theta) \\ &= \sum_{i=1}^G c_i S_i + \sum_{j=1}^K d_j R_j \\ & \quad - \theta \left[ TN(1-A_0) - \sum_{i=1}^G \int_0^T \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i^C(k, t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i) p_i^C(k, t) \right\} dt \right. \\ & \quad \left. - T \sum_{j=1}^K \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j) \right] \\ &= \sum_{i=1}^G \left[ c_i S_i + \theta \int_0^T \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i^C(k, t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i) p_i^C(k, t) \right\} dt \right] \\ & \quad + \sum_{j=1}^K \left[ d_j R_j + \theta T \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j) \right] - \theta TN(1-A_0) \end{aligned}$$

가 된다. 여기서  $S$ 는  $(S_1, S_2, \dots, S_G)$ ,  $R$ 은  $(R_1, R_2, \dots, R_K)$ 를 의미한다.

윗식은

$$L_i(S_i; \theta) = c_i S_i + \theta \int_0^T \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i^C(k, t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i) p_i^C(k, t) \right\} dt$$

와

$$D_j(R_j; \theta) = d_j R_j + \theta T \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j)$$

라 하면

$$\text{minimise } E(S, R; \theta) = \sum_{i=1}^G L_i(S_i; \theta) + \sum_{j=1}^K D_j(R_j; \theta) - \theta TN(1-A_0)$$

로 다시 표현할 수 있다. 그러므로,  $E(S, R; \theta)$ 의 최적  $S$ 와  $R$ 은 각  $L_i(S_i; \theta)$ 를 최적화시키는  $S_i$ 와  $D_j(R_j; \theta)$ 를 최적화시키는  $R_j$ 의 집합으로 이루어진다.

$\theta$ 가 주어져 있을 때 최적  $S_i$ 를 찾기 위해  $\Delta L_i(S_i; \theta)$ 를  $L_i(S_i+1; \theta) - L_i(S_i; \theta)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} \Delta L_i(S_i; \theta) &= c_i - \theta \int_0^T \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} p_i^C(k, t) dt \\ &= c_i - \theta \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} \frac{e^{-\lambda_i^C T}}{\lambda_i^C} \sum_{j=k+1}^{\infty} \frac{(\lambda_i^C T)^j}{j!} \\ &= c_i - \frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} H_i^C(k+1, T) \end{aligned}$$

이고,

$$\begin{aligned}\Delta L_i(S_i + 1; \theta) - \Delta L_i(S_i; \theta) &= \theta \int_0^T \{p_i^C(S_i + 1, t) - p_i^C(N + S_i + 1, t)\} dt \\ &= \frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i} H_i^C(k+1, T) - \frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{k=S_i+2}^{N+S_i+1} H_i^C(k+1, T) \\ &= \frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{j=S_i+2}^{N+S_i+1} \frac{e^{-\lambda_i^C T} (\lambda_i^C T)^j}{j!} \\ &\geq 0\end{aligned}$$

이므로  $L_i(S_i; \theta)$ 는  $S_i$ 에 대해 convex이다.

또한  $\Delta D_j(R_j; \theta)$ 를  $D_j(R_j + 1; \theta) - D_j(R_j; \theta)$ 라고 하면

$$\Delta D_j(R_j; \theta) = d_j + \theta T \left\{ \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n - R_j - 1) q_n(R_j + 1) - \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n - R_j) q_n(R_j) \right\} \quad (4)$$

이므로

$$\begin{aligned}\Delta D_j(R_j + 1; \theta) - \Delta D_j(R_j; \theta) &= \theta T \left[ \left\{ \sum_{n=R_j+3}^{R_j+2+N} (n - R_j - 2) q_n(R_j + 2) - \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n - R_j - 1) q_n(R_j + 1) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \sum_{n=R_j+2}^{R_j+1+N} (n - R_j - 1) q_n(R_j + 1) - \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n - R_j) q_n(R_j) \right\} \right] \quad (5)\end{aligned}$$

가 된다. 식 (4)의 오른쪽 항의 ( )부분은 예비용 수리순환부품  $j$ 를  $R_j + 1$ 개 확보했을 경우에 예상되는 가동정지된 장비 수의 기대치와  $R_j$ 개 확보했을 경우에 예상되는 가동정지된 장비 수의 기대치와의 차이로 그 값은 당연히 0보다 작으며,  $R_j$ 값이 커질수록 그 차이는 작아지기 때문에 식 (5)의 값은 0보다 크다. 따라서, 임의  $\theta$ 가 주어졌을 때  $D_j(R_j; \theta)$ 도  $R_j$ 에 대해 convex이다.

$\theta$ 가 주어졌을 때  $L_i(S_i; \theta)$ 는  $S_i$ 에 대해,  $D_j(R_j; \theta)$ 는  $R_j$ 에 대해 convex이므로 최적  $S_i$ 와  $R_j$ 는 임의의  $\theta$ 에 대해 3개의 조건식, 즉

$$\Delta L_i(S_i - 1; \theta) \leq 0 \leq \Delta L_i(S_i; \theta) \quad (6)$$

$$\Delta D_j(R_j - 1; \theta) \leq 0 \leq \Delta D_j(R_j; \theta) \quad (7)$$

$$\begin{aligned}TN(1 - A_0) &\geq \sum_{i=1}^G \int_0^T \left\{ N - N \sum_{k=0}^{S_i} p_i^C(k, t) - \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N - k + S_i) p_i^C(k, t) \right\} dt \\ &\quad + T \sum_{j=1}^K \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n - R_j) q_n(R_j)\end{aligned} \quad (8)$$

를 동시에 만족하는 최소의  $S_i$ 와  $R_j$  값이 된다. 여기서 식 (8)은 가용도조건이다.

$\theta$ 가 주어졌을 때 관계식 (6)의 조건을 만족하는 최적의  $S_i$ 를  $S_i^*(\theta)$ 라 하면  $S_i^*(\theta)$ 와  $c_i$ 와의 관계는

$$\frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{k=S_i^*(\theta)+1}^{N+S_i^*(\theta)} H_i^C(k+1, T) \leq c_i \leq \frac{\theta}{\lambda_i^C} \sum_{k=S_i^*(\theta)}^{N+S_i^*(\theta)-1} H_i^C(k+1, T) \quad (9)$$

이고,  $S_i^*(\theta)$ 와  $\theta$ 와의 관계는



$$\frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^*(\theta)}^{N+S_i^*(\theta)-1} H_i^C(k+1, T)} \leq \theta \leq \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^*(\theta)+1}^{N+S_i^*(\theta)} H_i^C(k+1, T)} \quad (10)$$

으로 표현된다.

한편 식 (4)에서  $\Delta D_j(R_j; \theta)$ 는  $d_j + \theta T \sum_{n=1}^N n \{q_{R_j+n+1}(R_j+1) - q_{R_j+n}(R_j)\}$ 로 표현할 수 있으며, 여기서  $Q_j(R_j)$ 를  $\sum_{n=1}^N n \{q_{R_j+n}(R_j) - q_{R_j+n+1}(R_j+1)\}$ 라고 하면

$$Q_j(R_j) = -\frac{\Delta D_j(R_j; \theta) - d_j}{\theta T} \geq 0$$

이고,

$$Q_j(R_j+1) - Q_j(R_j) = -\{\Delta D_j(R_j+1; \theta) - \Delta D_j(R_j; \theta)\} \leq 0$$

이므로  $Q_j(R_j)$ 는  $R_j$ 에 대해 단조감소함수가 되며, 최대값으로

$$\begin{aligned} Q_j(0) &= -\frac{\Delta D_j(0; \theta) - d_j}{\theta T} \\ &= -\sum_{n=1}^N n \{q_{n+1}(1) - q_n(0)\} \end{aligned}$$

와 최소값으로

$$Q_j(R_j^{\max}) = -\frac{\Delta D_j(R_j^{\max}; \theta) - d_j}{\theta T}$$

를 갖는다.

$\theta$ 가 주어졌을 때 관계식 (7)의 조건을 만족하는 최적의  $R_j$ 를  $R_j^*(\theta)$ 라 하면  $Q_j(R_j)$ 를 이용하여  $R_j^*(\theta)$ 와  $d_j$ 와의 관계를 표현하면

$$\theta T Q_j(R_j^*(\theta)) \leq d_j \leq \theta T Q_j(R_j^*(\theta) - 1) \quad (11)$$

이고, 다시  $R_j^*(\theta)$ 와  $\theta$ 와의 관계로 표현하면

$$\frac{d_j}{T Q_j(R_j^*(\theta) - 1)} \leq \theta \leq \frac{d_j}{T Q_j(R_j^*(\theta))} \quad (12)$$

가 된다.

$\theta$ 값이 주어졌다는 전제하에서 위의 가용도조건 (8)을 무시했을 때 식 (10)으로부터 소모성 부품  $i$ 에 대해  $S_i^*(\theta)$ 와  $\theta$ 는 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{i) } 0 \leq \theta \leq \min \left\{ \frac{c_j \bar{\lambda}_j^C}{\sum_{k=1}^N H_j^C(k+1, T)} \right\} \text{ 일 때 } S_i^*(\theta) = 0, \\ \text{ii) } \min \left\{ \frac{c_j \bar{\lambda}_j^C}{\sum_{k=1}^N H_j^C(k+1, T)} \right\} < \theta < \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^{\max}+1}^{N+S_i^{\max}} H_i^C(k+1, T)} \text{ 일 때} \\ \quad 0 \leq S_i^*(\theta) \leq S_i^{\max}, \\ \text{iii) } \theta \geq \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^{\max}+1}^{N+S_i^{\max}} H_i^C(k+1, T)} \text{ 일 때 } S_i^*(\theta) = S_i^{\max}. \end{array} \right. \quad (13)$$

마찬가지로 가용도조건 (8)을 무시했을 때 식 (12)로부터 수리순환부품  $j$ 에 대해  $R_j^*(\theta)$ 와  $\theta$ 는 다음과 같은 관계가 있음을 알 수 있다.

$$\begin{cases} \text{i) } \theta \leq \min \left\{ \frac{d_j}{TQ_j(0)} \right\} \text{ 일 때 } R_j^*(\theta) = 0, \\ \text{ii) } \min \left\{ \frac{d_j}{TQ_j(0)} \right\} < \theta < \frac{d_j}{TQ_j(R_j^{\max})} \text{ 일 때 } 0 \leq R_j^*(\theta) \leq R_j^{\max}, \\ \text{iii) } \theta \geq \frac{d_j}{TQ_j(R_j^{\max})} \text{ 일 때 } R_j^*(\theta) = R_j^{\max}. \end{cases} \quad (14)$$

마지막으로 가용도조건인 식 (8)의 특성은 다음과 같다.  $W(S, R)$ 을 식 (8)의 우변이라 하면 첫 번째 항은  $S$ 의 함수이고 두 번째 항은  $R$ 의 함수이므로

$$W(S, R) = U(S) + V(R) = \sum_{i=1}^G U_i(S_i) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j) \quad (15)$$

로 표현할 수 있다.

$$\text{여기서 } U_i(S_i) \text{는 } \left[ GNT - \frac{1}{\lambda_i^C} \left\{ N \sum_{k=0}^{S_i} H_i^C(k+1, T) + \sum_{k=S_i+1}^{N+S_i-1} (N-k+S_i) H_i^C(k+1, T) \right\} \right]$$

이고,  $U(S)$ 를  $\sum_{i=1}^G U_i(S_i)$ 라 하자.  $U(S)$ 는 식 (8)의 좌변이 된다.  $U_i(S_i)$ 의 특성을 파악하기 위해  $\Delta U_i(S_i)$ 를  $U_i(S_i+1) - U_i(S_i)$ 라고 하면

$$\Delta U_i(S_i) = - \frac{1}{\lambda_i^C} \left\{ \sum_{k=S_i+2}^{N+S_i+1} H_i^C(k, T) \right\} \leq 0$$

이고,

$$\Delta U_i(S_i+1) - \Delta U_i(S_i) = - \frac{1}{\lambda_i^C} \{ H_i^C(N+S_i+2, T) - H_i^C(S_i+2, T) \} \geq 0,$$

$$\lim_{S_i \rightarrow \infty} \{ \Delta U_i(S_i+1) - \Delta U_i(S_i) \} = 0$$

이다. 따라서,  $U_i(S_i)$ 는  $S_i$ 가 커짐에 따라 처음에는 작아지다가 일정한 값에 수렴하게 된다.

$V(R)$ 와  $V_j(R_j)$ 를 각각  $\sum_{j=1}^K \left[ T \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j) \right]$ 와  $T \sum_{n=R_j+1}^{R_j+N} (n-R_j) q_n(R_j)$ 라고 하면

$$V(R) = \sum_{j=1}^K V_j(R_j)$$

가 된다. 여기서,

$$\Delta V_j(R_j) = V_j(R_j+1) - V_j(R_j)$$

$$= T \sum_{n=1}^N n \{ q_{R_j+n+1}(R_j+1) - q_{R_j+n}(R_j) \} \leq 0$$

이고,

$$\Delta V_j(R_j+1) - \Delta V_j(R_j) = T \sum_{n=1}^N n \{ q_{R_j+n+2}(R_j+2) - 2q_{R_j+n+1}(R_j+1) + q_{R_j+n}(R_j) \} \geq 0,$$

$$\lim_{R_j \rightarrow \infty} \{ \Delta V_j(R_j+1) - \Delta V_j(R_j) \} = 0$$

이 성립하므로,  $V_j(R_j)$ 는  $R_j$ 가 커짐에 따라 처음에는 작아지다가 일정한 값에 수렴하게 된다

따라서,  $U_i(S_i)$ 와  $V_j(R_j)$ 의 특성과 식 (13)과 (14)로부터  $W(S, R)$ 을 크게 하기 위해서는  $U(S)$ 와  $V(R)$ 을 각각 크게 하여야 하고, 그러기 위해서는  $S$ 와  $R$ 을 작게 하여야 하고,  $S$ 와  $R$ 을 작게 하기 위해서는  $\theta$ 를 작게 하여야 함을 알 수 있다.

이상의 여러 특성들로부터 최적  $S_i$ 와  $R_j$ 를 각각  $S_i^*$ 와  $R_j^*$ 라 할 때 다음과 같은 절차를 이용하여 구할 수 있다.

Step 1 : 모든  $S_i$ 와  $R_j$ 를 0으로 두고  $\sum_{i=1}^G U_i(0) + \sum_{j=1}^K V_j(0) \leq TN(1-A_0)$ 이면 모든  $S_i^*$ 와  $R_j^*$ 는 0이 되며 계산을 중지한다. 그렇지 않으면 Step 2로 간다.

Step 2 : 모든  $S_i$ 와  $R_j$ 를  $S_i^{\max}$ 와  $R_j^{\max}$ 로 두고  $\sum_{i=1}^G U_i(S_i^{\max}) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j^{\max}) \geq TN(1-A_0)$ 이면 모든  $S_i^*$ 와  $R_j^*$ 는  $S_i^{\max}$ 와  $R_j^{\max}$ 가 되며 계산을 중지한다. 그렇지 않으면 Step 3으로 간다.

Step 3 :  $\theta_M = \min \left\{ \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^{\max}+1}^{N+S_i^{\max}} H_i^C(k+1, T)}, \frac{d_j}{TQ_j(R_j^{\max})} \right\}$ 로 둔다.

Step 4 :  $\theta = \theta_M$ 으로 하여 식 (9)와 (11)을 만족하는 최소의  $S_i$ 와  $R_j$ 를 구한다.

Step 5 :  $\left| \sum_{i=1}^G U_i(S_i) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j) - TN(1-A_0) \right|$ 가 주어진 허용범위(매우 작은 수)보다 같거나 작으면 반복계산을 중지하고, 이때의  $S_i$ 와  $R_j$ 가  $S_i^*$ 와  $R_j^*$ 가 된다. 허용범위보다 크면서  $\sum_{i=1}^G U_i(S_i) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j) < TN(1-A_0)$ 이면 Step 6으로 가고, 그렇지 않으면 Step 12로 간다.

Step 6 :  $\theta$ 의 초기 하한( $\theta_L$ )과 상한( $\theta_U$ )을 다음과 같이 적용한다.

$$\theta_L = \min \left\{ \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=1}^N H_i^C(k+1, T)}, \frac{d_j}{TQ_j(0)} \right\}, \quad \theta_U = \theta_M.$$

Step 7 :  $n = 1$ 로 둔다.

Step 8 :  $\theta_n = \frac{\theta_L + \theta_U}{2}$ 로 하여 식 (9)와 (11)을 만족하는 최소의  $S_i$ 와  $R_j$ 를 구한다.

Step 9 : 현재의  $\theta_n$ 에 대한  $\left| \sum_{i=1}^G U_i(S_i^*(\theta_n)) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j^*(\theta_n)) - TN(1-A_0) \right|$ 가 주어진 허용범위보다 작으면 반복계산을 중지하고, 이때의  $S_i$ 와  $R_j$ 가  $S_i^*$ 와  $R_j^*$ 가 된다. 그렇지 않으면 Step 10을 수행한다.

Step 10 :  $\sum_{i=1}^G U_i(S_i^*(\theta_n)) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j^*(\theta_n)) < TN(1-A_0)$ 이면  $\theta_U = \theta_n$ 으로 놓고,  $\sum_{i=1}^G U_i(S_i^*(\theta_n)) + \sum_{j=1}^K V_j(R_j^*(\theta_n)) > TN(1-A_0)$ 이면  $\theta_L = \theta_n$ 으로 놓는다.

Step 11 :  $n = n+1$ 로 하고 Step 8을 수행한다.

Step 12 :  $\theta$ 의 초기 하한( $\theta_L$ )과 상한( $\theta_U$ )을 다음과 같이 적용하고 Step 7로 간다.

$$\theta_L = \theta_M, \quad \theta_U = \max \left\{ \frac{c_i \bar{\lambda}_i^C}{\sum_{k=S_i^{\max}+1}^{N+S_i^{\max}} H_i^C(k+1, T)}, \frac{d_j}{TQ_j(R_j^{\max})} \right\}.$$



<표 2> 목표운용가용도에 따른 CSP 구입량의 변화

최적부품구입량 목표가용도		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	총구입 비용
0.99	$S_i^*$	8	12	15	8	11	14	8	11	14	7	11	13	7	11	13	4745
	$R_j^*$	4	6	8	4	6	7	4	5	7	3	5	7	3	5	7	
0.95	$S_i^*$	7	11	14	7	10	13	7	10	13	7	10	12	7	10	12	4065
	$R_j^*$	3	5	7	3	5	6	3	4	6	3	4	5	2	4	5	
0.90	$S_i^*$	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	6	9	12	3600
	$R_j^*$	3	5	6	2	4	5	2	4	5	2	3	5	2	3	4	
0.85	$S_i^*$	7	10	13	6	9	12	6	9	12	6	9	12	6	9	11	3395
	$R_j^*$	3	4	6	2	4	5	2	3	4	2	3	4	1	3	4	
0.80	$S_i^*$	7	10	13	6	9	12	6	9	12	6	9	11	6	9	11	3235
	$R_j^*$	3	4	6	2	4	5	2	3	4	1	3	4	1	2	3	

소모성부품과 수리순환부품의 고장시 교체시간의 영향을 알기 위해 운용가용도를 0.9로 하고 <표 1>의 자료 중에 모든 수리순환부품의 교체시간은 1로 고정시키고 소모성부품의 교체시간을 0.4, 0.8, 1, 1.4, 1.8로 변화시켰을 때 CSP 구입량의 변화가 <표 3>에 있다.

부품의 종류에 관계없이 교체시간의 감소는 식 (1)의 분모를 감소시켜 실질고장률의 증가를, 반대로 교체시간의 증가는 실질고장률의 감소를 초래한다. 따라서 부품교체시간이 작을수록 두 종류의 부품 모두 CSP 구입량이 커짐을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 소모성부품의 교체시간을 고정하고 수리순환부품의 교체시간을 변경하여도 같은 경향을 보여준다.

<표 3> 부품교체시간의 변화에 따른 CSP 구입량의 변화

최적부품구입량 소모성 부품 평균교체시간		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	총구입 비용
0.4	$S_i^*$	7	11	14	7	10	13	7	10	13	7	10	13	7	10	12	3915
	$R_j^*$	3	5	7	3	4	6	2	4	5	2	4	5	2	3	5	
0.8	$S_i^*$	7	10	13	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	3680
	$R_j^*$	3	5	6	3	4	6	2	4	5	2	3	5	2	3	4	
1.0	$S_i^*$	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	6	9	12	3600
	$R_j^*$	3	5	6	2	4	5	2	4	5	2	3	5	2	3	4	
1.4	$S_i^*$	7	10	12	6	9	12	6	9	11	6	9	11	6	9	11	3405
	$R_j^*$	3	4	6	2	4	5	2	3	4	2	3	4	2	3	4	
1.8	$S_i^*$	7	9	12	6	9	11	6	9	11	6	9	11	6	8	11	3315
	$R_j^*$	3	4	6	2	4	5	2	3	4	2	3	4	1	3	4	

수리순환부품 수리시간의 영향을 분석하기 위해 <표 1>의 자료를 그대로 사용하되 운용가용도를 0.9로 하고 평균수리시간만 6, 8, 10, 12, 14로 변화시켰을 때의 결과가 <표 4>에 주어져 있다.

수리순환부품 평균수리시간이 길어짐에 따라 수리순환부품의 구입량은 커졌으나 소모성부품의 구입량은 변화가 거의 없음을 알 수 있다. 이는 수리순환부품의 수리시간의 증가는 단위시간당 수리율을 떨어뜨리므로 정상가동능력이 있는 수리순환부품의 재고량을 작게 하기 때문에 수리순환부품 CSP구입량을 크게 하는 영향을 미치나 소모성부품의 구입량에는 거의 영향을 못 미친다는 것을 의미한다.

<표 4> 수리순환품목의 수리시간의 변화에 따른 CSP 구입량의 변화

최적부품구입량																	총구입 비용
수리순환 부품	평균수리시간	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
6	$S_i^*$	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	6	9	12	3050
	$R_i^*$	2	3	4	2	3	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
8	$S_i^*$	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	6	9	12	3360
	$R_i^*$	3	4	5	2	3	5	2	3	4	2	3	4	1	3	3	
10	$S_i^*$	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	6	9	12	3600
	$R_i^*$	3	5	6	2	4	5	2	4	5	2	3	5	2	3	4	
12	$S_i^*$	7	10	13	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	3910
	$R_i^*$	3	5	7	3	5	6	3	4	6	2	4	5	2	4	5	
14	$S_i^*$	7	10	13	7	10	13	7	10	12	6	9	12	6	9	12	4190
	$R_i^*$	4	6	8	3	5	7	3	5	7	3	5	6	2	4	6	

## 8. 결 론

본 논문은 CSP 대상부품이 선정되었다는 가정 하에 소요량을 산정하는 문제를 다루었으며, 운용가용도를 “CSP 기간동안 단위시간당 전체 장비에 대한 정상가동중인 장비의 평균비율”로 정의하고, 제한된 목표운용가용도를 만족시키는 범위내에서 부품구입비용을 최소화하는 각 부품별 최적소요량을 구할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

소모성부품과 수리순환부품을 같이 도입하는 경우를 다루었으므로 기존에 하나의 종류만을 대상으로 한 경우보다 많이 일반화되었다고 할 수 있다. 그러나 운용가용도의 정의가 다를 경우에는 지금까지 개발한 방법과는 다른 방법으로 알고리즘을 구해야 할 것이다.

본 논문에서 개발한 최적구입량은 실제 상황에서는 완벽하게 각 부품별 최적소요량이 되지는 못한다. 왜냐하면 본 논문에서는 각 부품별 고장발생률이 시간에 관계없이 일정하다고 가정했지만 실제로는 소모성부품의 경우는 시간이 흐를수록 재고가 바닥난 부품수가 증가하면서 가동불능상태의 주장비가 증가하여 운용가능한 장비의 수가 줄어들게 되어 각 부품별 고장발생률은 감소하기 때문이다. 그러므로, 이점을 고려해 볼 때 실제소요량보다 약간 더 책정될 수

있다. 그러나, 과거의 CSP 운용 결과에서 자주 지적된 사항으로 불필요하게 소요를 과다 책정함으로써 많은 부품이 미사용되어 경제적인 손실을 초래한 점과 그 반대로 보급량이 부족하여 신규장비의 운용에 지장을 초래한 점을 들 수 있는데, 실제로 후자가 더 문제가 되며, 위 알고리즘으로부터 계산된 소요량은 안전재고를 포함한 소요량으로 볼 수 있다.

본 논문의 내용은 앞으로 수리순환부품의 폐기율을 고려한 경우나 2-Tier나 3-Tier의 구조를 가진 supply chain의 운용, 제조업의 A/S 체계 등에 응용될 수 있으리라 기대된다.

### 참 고 문 헌

- [1] 김 재원, "SYMD-515-87228", 국방과학연구소, 1987.11.
- [2] 박 삼준, "동시조달수리부속(CSP)소요산출 모델연구", 국방과학연구소, 1994.3.
- [3] 오 근태, "목표운용가용도제약하에서의 수리순환 동시조달부품의 최적 구매량 결정", 수원대학교 산업기술연구소 논문집, 제11집, pp. 7-15, 1996.
- [4] 오 근태, "자금 제약하에서의 동시조달부품의 최적 구매량 결정", 한국공업경영학회지, 제20권, 제41집, pp. 123-134, 1997.
- [5] 오 근태, 김 명수, "운용가용도 제약하에서의 소모성 동시조달부품의 최적구매량 결정", 한국공업경영학회지, 제21권, 제48집, pp. 113-122, 1998.
- [6] Daeschner, William E. Jr., "Models for Multi - item Inventory Systems with Constraints," Doctoral Dissertation, *Naval Postgraduate School*, 1975. 6.
- [7] Everett Hugh, "Generalized Lagrange Multiplier for Solving Problems of Optimum Allocation of Resources, " *Operations Research*, Vol. 11, pp. 399-417, 1963.