

▣ 연구논문

동일하지않는 병렬기계 일정계획을 위한 휴리스틱 방법
- A Hueristic Algorithm for Nonidentical Parallel Machines Scheduling-

전 태 웅
Chun Tai-Woong*
박 해 천
Park Hai-Chun*

ABSTRACT

The parallel machines scheduling problems is one of the combinatorial optimization problems that often occurs in the real world. This problem is classified into two cases, one of which is the case which processing time are identical and the other, nonidentical. Not so much researches have been made on the case that nonidentical parallel machines scheduling problem. This study proposes Tabu Search methods for solving parallel machines scheduling problems related to due dates: minimizing mean tardiness, minimizing the number of tardy jobs, minimizing the maximum tardiness.

제 1장 서론

본 연구에서 다루는 병렬기계 일정계획 문제는 제조시스템에서 병목공정, 컴퓨터 시스템에서 분산처리, 병원에서 환자처리 등에서 흔히 나타난다. 즉, 한 공정에서 복수대의 기계가 모여있고 하나의 서비스만 요구된 작업을 처리한다. 이와 같은 병렬기계 일정계획 문제는 기계의 성능정도에 따라 동일한(identical) 병렬기계와 동일하지 않는(nonidentical) 병렬기계로 구분되며 본 연구는 동일하지 않는 병렬기계 일정계획 문제를 다룬다. 동일하지 않는 병렬기계 일정계획을 위한 연구는 다른 분야의 연구에 비해 미진하다[3,9]. 본 연구의 일정계획 수행도로 평균납기지연시간[7,10](mean tardiness)와 지연작업수[11](a number of tardy jobs) 및 최대 납기지연 작업수[4](maximum tardiness)이다. 이와 같은 납기관련된 일정계획 문제는 NP-complete이므로 최적해보다는 근사 해를 제공하는 휴리스틱 해법의 적용이 현실문제를 해결하는데 바람직하다.

본 연구는 최근에 개발된 범용해법 중에서 일정계획 문제에 적용하여 좋은 해를 찾는 데 유용한 기법으로 알려지고 있는 Tabu Search 방법[2,11]을 평균작업시간과 지연작업수 및 최대 납기지연시간 문제에 적용하여 좋은 해를 얻고자 한다. 이를 위해 본 연구는 일반적으로 Tabu Search 방법을 현실문제에 적용할 경우 고려할 이동요소, Tabu 제한, Tabu tenure 등을 본 문제에 적합하도록 설계한다.

본 연구의 일정계획 문제에 대한 가정은 다음과 같다. a) 처리할 작업 수 n 과 시스템내의 기계대수 m 은 정해져 있으며, b) 처리할 작업의 가공시간(P_{ki} : 작업 k 가 기계 i 에서 가공될 때의 가공시간)과 납기시간 D_k 는 정해져 있다. c) 작업분할은 허용되지 않으며, d) 모든 작업은 시간 0에서 시작 가능하다.

제 2장 제안하는 Tabu Search 방법

* 조선대학교 공과대학 산업공학과

2.1 이동방법

병렬기계 일정계획 문제에 Tabu Search 방법을 적용할 때 이웃해 생성방법인 이동방법을 설계해야한다. 본 연구는 그림 1과 같은 현재 해 s에서 이웃해를 생성하는 이동방법으로 두 기계에 있는 작업을 교환하는 교환이동(swap move) 와 한 기계에 있는 한 작업을 다른 기계로 이동시키는 이관이동(transfer move)인 두 가지 방법을 사용한다. 그림 1에서 본 연구에서 사용하는 교환이동의 예로 J₁₁ 과 J₂₂의 교환을 보여준다. 그림 2와 같은 방법으로 n 개의 작업을 교환이동할 경우 생성될 수 있는 이웃해집단의 크기는 $n^2 - \sum_{i=1}^m n_i^2$ 이 된다.

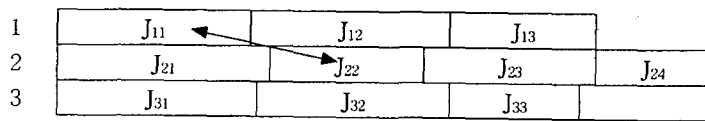


그림 1. m=3, n=10 인 병렬기계 일정계획 예(교환이동)

그림 2는 이관이동의 예로 기계 1의 J₁₁을 기계 2로 이관이동한 경우를 나타내며, n 개의 작업을 이관시켜 생성될 수 있는 이웃해의 수는 $n(m-1)$ 이 된다.



그림 2. m=3, n=10 인 병렬기계 일정계획 예(이관이동)

이와 같이 본 연구에서 사용한 이웃해집단의 크기는 교환이동과 이관이동에 의해 생성가능한 해의 수이며 이웃해집단의 크기는 식(1)과 같다.

$$\text{이웃해집단의 크기} = n^2 - \sum_{i=1}^m n_i^2 + n(m-1) \tag{1}$$

2.2 제한된 이웃해집단

이웃해 집단의 크기가 커질수록 이웃해 집단에 좋은해가 포함될 가능성은 많지만 해를 탐색하는데 소요되는 시간이 많다. 그러므로 본 연구는 이웃해 집단을 제한하여 생성하는 제한된 이웃해 집단을 구성하여 계산시간을 줄인다. 본 연구의 제한된 이웃해 집단은 현재해에서 기계 x에 배정된 작업 J_{xi}(x=1,..., m)와 기계 y에 배정된 배정된 작업 J_{yj} (y=1,..., m, y ≠ x)를 교환할 때 배정순서인 j를 고려하여 교환할 작업 하나만 선택한다(그림 3참조).

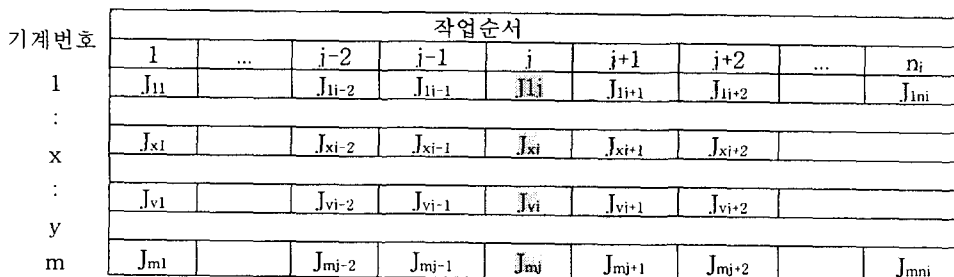


그림3. 제한된 이웃해 집단

본 연구의 제한된 이웃해집단은 교환이동에만 적용되며 이관이동에는 고려하지 않는다. 그 이유로는 교환이동에 의해 생성될 이웃해의 수가 이관이동에 의해 생성될 이웃해의 수보다 훨씬 크기 때문이다.

2.3 단일기계 일정계획 방법

교환이동과 이관이동에 의해 생성된 현재해의 진정한 해의 값은 각 기계에 배정된 작업들의 순서가 최적화되었을 때 얻을 수 있다. 그러나 단일기계에서의 최적순서 결정 또한 NP-complete 문제이므로 이 현재해에 납기 지연 문제에서는 Wilkerson and Irwin[12] 방법, Ho and Chang[7] 방법을 사용할 수 있으며, 최대납기 지연 시간 문제에서는 EDD(Earliest Due Date) 방법을 사용할 수 있다. 본 연구는 단일기계 일정계획 방법으로 위에서 논술한 방법 이외에 다음과 같은 삽입 방법을 사용한다. 그림 3에서 J_{xi} 를 기계 x 에 나열되어 있는 작업들($J_{x1}, \dots, J_{xi}, \dots, J_{xn}$) 앞에 삽입시키는 방법을 이용하여 기계 x 에서 발생가능한 n 개의 해를 얻어 그 해들 중에서 가장 좋은 해를 그 기계의 작업순서로 결정하는 방법이다.

2.4 Tabu tenure

본 연구에서 사용하는 Tabu tenure 는 동적 Tabu tenure를 사용한다. 이를 위해 평균납기 지연 시간, 납기 지연 작업수 문제에 대해 실험을 수행하고 실험결과에 따라 Tabu tenure 의 최대치 TT_{max} 와 최소치 TT_{min} 을 구해 사용한다. Tabu tenure 결정을 위한 실험은 m 과 n 을 변화시킨 문제유형을 사용하고 각 하나의 문제에 대해 20회 반복을 수행한다. 이때 Tabu tenure 의 크기를 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40으로 실험하고 평균해를 구한후 TT_{max} 와 TT_{min} 을 결정한다. 그리고 실험에 의해 구한 평균해로 $|N(s)|$ 와 Tabu tenure와의 관계를 분석하여 Tabu tenure의 범위인 TT_{max} 와 TT_{min} 을 정한다. 이때 $|N(s)|$ 를 고려하여 Tabu tenure의 크기를 $\sqrt{n \times m}$ 에 비례하도록 하고 실험결과에 따라 $\alpha \sqrt{n \times m}$, $\beta \sqrt{n \times m}$ 를 계산하여 TT_{max} 와 TT_{min} 으로 정한다. 여기서 α, β 는 TT_{max} 와 TT_{min} 의 범위를 나타내기 위한 매개변수이며, 이 값에 따라 TT_{max} 와 TT_{min} 의 범위가 달라진다. 본 문제에서 고려될 수 있는 Tabu 요소는 기계번호, 작업번호, 기계번호와 작업번호가 된다. 이 세 가지 Tabu 요소에 따라 생성된 이웃해가 Tabu 해일 확률이 다르기 때문에 선택가능한 이웃해의 수가 달라진다. 따라서 본 연구는 이 세 가지 Tabu 요소중에서 이웃해를 가장 적절히 생성시키는 작업번호로 정하여 사용한다. Tabu 리스트 갱신은 기본적으로 매 탐색과정에서 Tabu 리스트안의 원소를 하나씩 제거하는 순환적 갱신방법을 사용하며, 탐색과정에서 동적 Tabu tenure를 사용한다. 또한 최대반복 횟수는 $3n$ 을 사용한다.

2.5 실험방법

본 연구에서 사용하는 데이터는 기존연구와 비교하기 위해 Ho와 Chang[7]에서 사용한 방법으로 생성한다. 데이터 생성방법은 다음과 같다. 작업 k 가 기계 i 에서 가공될 때의 가공시간 $P_{ki} = \text{Uniform}[1, x]$, 납기시간 $D_i = \text{Uniform}[1, 2np/4.5q]$ 에 의해 생성한다. 여기서 x 는 가공시간의 최대치이며 100으로 한다. 실험에 사용한 문제의 유형은 $m=4$ 일 때 n 이 60, 80, $m=5$ 일 때 n 이 50, 100으로 한다. 본 연구의 실험을 위한 알고리즘은 FOTRAN 언어로 작성하였다.

2.6 제안하는 Tabu Search 방법

단계 0. $T_{iter} = 0$ 으로 한다.

단계 1. 초기해를 현재해로 한다.

단계 2. 현재해를 이동하여 제한된 이웃해 집단을 생성한다.

- 단계 3. 각 기계에서 단일기계 일정계획 방법을 적용한다.
- 단계 4. 만약 이웃해가 Tabu 해가 아니면 단계 6으로 간다.
- 단계 5. 만약 이웃해가 희망기준에 만족하지 않으면 단계 7로간다.
- 단계 6. 최선의 후보해인지를 결정한다.
- 단계 7. 만약 생성될 이웃해를 모두 조사하였으면 단계 8로 가고 그렇지 않으면 단계2로 간다.
- 단계 8. 최선의 후보해를 현재해로 하고 Tabu 리스트를 갱신한다. 그리고 $T_{iter}=T_{iter+1}$ 로 한다.
- 단계 9. 만약 현재 반복횟수가 최대반복횟수보다 적으면 단계 2로 간다.
- 단계 10.반복을 끝낸다.

제3장 알고리즘 수행 및 평가

3.1 Tabu tenure 결정

본 연구에서 사용하는 동적 Tabu tenure 결정을 위해 2.4에서 논술한 결정방법과 2.5의 실험 방법으로 예비실험을 한 결과로 Tabu tenure 결정하면 표1과 같다.

표1. tabu tenure 결정

문제의 유형	Tabu tenure 범위
평균납기 지연시간	$1.0\sqrt{n \times m} \sim 1.5 \sqrt{n \times m}$
납기지연작업 수	$1.1\sqrt{n \times m} \sim 1.6\sqrt{n \times m}$
최대납기 지연시간	$0.5\sqrt{n \times m} \sim 1.0\sqrt{n \times m}$

3.2 평균납기지연시간의 최소화 문제

본 연구에서 제안하는 Tabu search 방법을 평가하기 위해 단일기계일정계획방법으로 EDD 방법 및 병렬기계 일정계획방법으로 최소작업량 배정방법을 사용하는 방법(EDD-P)과 단일기계일정계획방법으로 Wilkerson and Iron[12] 및 병렬기계 일정계획방법으로 최소작업량 배정방법을 사용하는 방법(WI-P), 단일기계일정계획방법으로 EDD방법 및 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법을 사용하는 방법(EDD-Tabu), 단일기계일정계획방법으로 WI방법 및 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법을 사용하는 방법(WI-TABU)을 사용하여 2.5절의 실험방법으로 실험하였으며 분석결과는 표2와 같다.

표2. 평균납기지연시간 문제의 실험결과

m	n	EDD-P	WI-P	EDD-TABU	WI-TABU
3	30	9.27	6.56	4.49	4.58
3	60	23.38	14.49	8.64	8.78
4	60	7.25	4.98	2.96	2.55
4	80	10.55	7.86	3.60	3.83
5	50	2.09	2.17	0.82	0.83
5	100	3.57	3.11	1.47	1.44
평균해의 값		9.35	6.53	3.66	3.66
개선을		0.00	0.30	0.60	0.60

표2에서 나타나듯이 평균지연시간의 최소화문제에서 본 연구의 Tabu Search 방법은 EDD-P에 비교하여 60% 개선과 WI-P에 비하여 30% 해의 개선을 보인다.

3.3 납기지연 작업수의 최소화 문제

가공시간이 동일하지 않는 병렬기계일정계획 문제에서 납기지연 작업수를 최소화하는 해법은 아직 문헌에 보고되지 않고 있다. 따라서 본 연구는 단일기계일정계획방법으로 2.3절의 insert 방법과 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법(Insert-TABU), 단일기계일정계획방법으로 Hodgson[1] 및 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법(Hodgson-Tabu)를 최적해와 비교하여 본 연구에서 제안하는 Tabu Search 방법을 평가한다. 실험결과는 표3과 같다. 표3에서 나타나듯이 납기지연작업수 최소화문제에서 Hodgson-EDD에 비하여 본 연구의 Insert-TABU는 21%의, Hodgson-TABU는 23%의 해의 개선을 나타낸다.

표3. 납기지연 작업수 문제의 실험결과

m	n	Hodgson-EDD	Insert-TABU	Hodgson-TABU
3	30	16.65	13.50	13.15
3	60	33.10	26.30	25.75
4	60	28.30	20.05	19.55
4	80	43.05	34.30	33.90
5	50	19.75	17.35	16.65
5	100	48.65	36.75	36.45
평균해의 값		31.58	24.71	24.24
개선을		0.00	0.21	0.24

3.4 최대 납기지연시간의 최소화 문제

본 연구에서 제안하는 Tabu search 방법을 평가하기 위해 단일기계일정계획방법으로 EDD 방법 및 병렬기계 일정계획방법으로 최소작업량 배정방법을 사용하는 방법(EDD-P)와 단일기계일정계획방법으로 De-Morton[4]방법과 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법을 사용한 EDD방법 De-Morton 방법, 및 단일기계일정계획방법으로 EDD, 병렬기계 일정계획방법으로 Tabu Search 방법을사용하는 EDD-Tabu방법을 2.5절의 실험방법으로 실험하였으며 실험결과는 다음 표4와 같다.

표4. 평균납기지연시간 문제의 실험결과

m	n	EDD-P	De-Morton	EDD-TABU
3	30	354.90	332.00	325.90
3	60	687.40	653.20	632.50
4	60	522.90	497.70	477.45
4	80	686.90	659.00	628.75
5	50	364.80	329.60	323.65
5	100	684.45	658.10	620.05
평균해의 값		550.20	521.6	501.38
개선을		0.00	0.05	0.09

표4에서 나타나듯이 EDD-P에 비하여 본 연구의De-Morton 방법은 5%의, EDD-Tabu방법은 9%의 해의 개선을 나타낸다.

4. 결 론

본 연구는 병렬기계 일정계획문제에서 가공시간이 동일하지 않는 경우 납기와 관련된 평균 지연시간의 최소화문제, 납기지연작업수의 최소화문제, 최대 납기지연시간의 최소화 문제의 해법으로 Tabu Search 방법을 제안하였다. 본 연구결과로서 제안된 Tabu Search 방법은 납기와 관련된 병렬기계 일정계획 문제에 있어 기존해법에 비해 매우 좋은 해를 구할 수 있음을 알

수 있었다.

최근 제조시스템에서 납기의 중요성이 더욱 강조되고 있으며, 또한 가공시간이 동일하지 않는 경우 기존연구가 부족한 점을 고려할 때 제안된 본 연구의 해법은 병렬기계 일정계획문제의 좋은 해법이 될 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] Baker, K. R., *Introduction to Sequenceing and Scheduling*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1974.
- [2] Barnes, J. W. and M. Laguna, "A Tabu Search Experience in Production Scheduling," *Annals of Operations Research*, Vol. 41, pp. 141-156, 1993.
- [3] Chen, T. C. E. and C. C. S. Sin, "A State of the Art Review of Parallel Machine Scheduling Research," *European Journal of Operational Research*, Vol. 47, pp. 271-292, 1990.
- [4] De, P. and T. E. Morton, "Scheduling to Minimize Makespan on Unequal Parallel Processors," *Decision Sciences*, Vol. 11, pp. 586-601, 1980.
- [5] Dileepan, P. and T. Sen, "Job Tardiness in Unequal Parallel Processor Systems," *Journal of Information & Optimization Sciences*, Vol. 10, No. 3, pp. 579-590, 1989.
- [6] Hariri, A. M. A. and C. N. Potts, "Heuristics for Scheduling Unrelated Parallel Machines," *Computers & Operations Research*, Vol. 18, No. 3, pp. 323-331, 1991.
- [7] Ho, J. C. and Yih-Long Chang, "Heuristic for Minimizing Mean Tardiness for m Parallel Machines," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 38, pp. 367-381, 1991.
- [8] Ho, J. C. and Yih-Long Chang, "Minimizing the Number of Tardy Jobs for m Parallel Machines," *European Journal of Operational Research*, Vol. 84, pp. 343-355, 1995.
- [9] Horowitz, E. and S. Sahni, "Exact and Approximate Algorithms for Scheduling Nonidentical Processors," *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 23, No. 2, pp. 317-327, 1976.
- [10] Ibarra, O. H. and C. E. Kim, "Heuristic Algorithm for Scheduling Independent Tasks on Nonidentical Processors," *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 24, No. 2, pp. 280-289, 1977.
- [11] Reeves, C. R., *Mordern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1993.
- [12] Wilkerson, J. and J. D. Irwin, "An Improved Algorithm for Scheduling Independence Tasks," *IIE Transactions*, Vol. 3, pp. 239-245, 1971.