

▣ 연구논문

MRP와 JIT에 부합하는 DBR 제약일정계획문제 해법
 - Solution of the Drum-Buffer-Rope Constraint Scheduling
 Problems incorporated by MRP/JIT -

김진규*
 Kim, Jin Kyu

Abstract

The drum-buffer-rope(DBR) system is a finite scheduling mechanism that balances the flow of the production system. DBR controls the flow of materials through the plant in order to produce products in accordance with market demand, with a minimum of manufacturing lead time, inventory, and operating expenses. This paper integrates the best of MRP push system and JIT pull system with DBR system, efficiently adapts these logics to capacity constraint resources, and contributes to the evolution of synchronous manufacturing.

The purpose of this paper is, thus, threefold. The first objective is to identify the frame of theory of constraints(TOC) and the logic of DBR scheduling. The second objective is to formulate the DBR constraint scheduling problems(DBRCSP) in a job shop environments. Finally, the paper is to suggest the solution procedure of DBRCSP for embedding TOC into MRP/JIT along with an numerical expression. In addition, illustrative numerical example is given.

1. 서론

기존의 생산 계획 및 통제 시스템인 MRP(Material Requirement Planning) 시스템에 비교적 최근의 새로운 생산경영 기법인 TOC(Theory of Constraints)의 DBR(Drum-Buffer-Rope) 개념을 어떻게 연계시킬 것인가? Ptak(1991)과 Reimer(1991)에 따르면 생산 계획 및 통제 시스템 측면에서 전통적인 MRP 시스템이 JIT(Just In Time)와 TOC 시스템에 의하여 점점 대체되어 가는 추세이다. 이는 JIT와 TOC가 MRP의 많은 요소들을 공유하며, 또한 MRP 자체가 매우 유연해서 이에 JIT나 TOC를 연동해서 작동시키는 것도 그렇게 어렵지 않기 때문이다. 만약 MRP가 JIT나 TOC 처럼 작동할 수 있도록 조절 절차가 MRP 시스템에 이루어지면, JIT나 TOC에서의 변경 적용은 가능하게 된다.

MRP 시스템에서 MPS(Master Production Schedule)는 BOM(Bill of Material)의 최상위 품목을 기준으로 작성한다. 개략적 능력계획(rough cut capacity planning)에 의해 생산 가능성을 검토하고, MRP에 의한 자재소요량 계산과 CRP(Capacity Requirement Planning)에 의한 공정부하 검토를 거쳐 확정된다. 이때 모든 자재가 확보되고 생산능력에도 어려움이 없을 것으로 가정한다. 그렇지만 나중에 자재확보 상황과 CRP 결과를 보고 MPS를 변경할 필요가 생길 수 있는데, 이는 바로 MPS를 수립할 때 자재조달과 공정능력을 고려하지 않았기 때문이다.

* 주성대학 공업경영학과

그러나 TOC의 DBR은 용량제약자원(capacity constraint resource)의 유한능력을 반영하는 일정계획 기법으로서 MPS 작성에 있어서 자재확보 상태와 공정부하를 동시에 고려한다. DBR이 동기화 생산(synchronous manufacturing)을 추구한다는 점에서는 JIT와 같으며, 또한 이들은 지속적인 개선을 추구하고, 품질향상, 공정재고 감소에 큰 관심을 두는 점에서도 서로 일치한다.

그렇지만 DBR은 간판 대신 로프를 사용하여 용량제약자원 앞에 버퍼를 허용한다는 점에서 JIT와 다르다. JIT는 각 공정의 능력을 평준화시키고 생산 및 이동 배지의 크기도 모든 공정에서 동일하게 유지하지만, DBR은 공정간 능력의 차이를 인정하고 이를 잘 활용하여 각 자원의 변동요인을 흡수하면서 배지 크기도 다양하게 한다.

따라서 본 연구에서는 MRP의 푸시(push) 시스템과 JIT의 풀(pull) 시스템의 절충형으로서 DBR 제약일정계획 기법을 기업내외의 용량제약자원에 적용하여 생산현장의 동기화 생산 실현에 기여를 하고자 한다.

이를 위해 본 연구에서는 먼저 TOC의 DBR 개념과 체계, 그리고 개별공정 생산환경에서의 DBR 제약일정계획문제를 다룬다. 이 문제를 정식화한 다음, MRP와 JIT에 부합하는 체계적이고도 종합적인 해법 절차를 개발하여 제시한다. 마지막으로 해법 절차에 따른 구체적인 수치예제를 제시하고, 결론을 유도한다.

2. TOC의 개념과 체계

Spencer(1991)에 따르면, TOC는 이스라엘 물리학자 골드랏(Goldratt) 박사에 의해 개발되고 발전되었다. 이는 과거에 'OPT' 또는 'synchronous manufacturing'이라고도 불리워 졌는데, 이 OPT는 1979년 'optimized production timetables' 이라는 의미에서, 1982년에 'optimized production technology'의 의미로 변화하면서, 1984년 골드랏 박사의 책 'The Goal'에서 OPT와 TOC의 개념을 확실히 하였다.

TOC는 일종의 경영철학으로서 제약조건의 수행성과를 향상시키는 데 시스템의 자원을 집중시키는 제약이론이다. 제약으로서 물리적 한계에서 기인하여 시스템을 제약하는 자원을 애로(bottleneck)라고 하며, 경영정책과 프로세스에 기인하여 시스템의 산출을 제약하는 자원을 용량제약자원이라고 한다. 용량제약자원은 애로일 필요가 없지만, 애로는 반드시 용량제약자원이 된다. 그러므로 본 연구에서의 제약이란 용어는 애로에 상관없이 어떤 용량제약자원에 관한 의미로서 사용한다.

TOC의 체계와 내용, 그리고 관련 참고문헌을 정리하면 <표 1>과 같으며, 표에 나타난 바와 같이 TOC는 다양한 내용으로 생산 계획 및 통제 분야에서의 다방면에 적용이 가능하다.

그 밖에도 예방보전(Chakravorty and Atwater, 1994), TQM(Atwater and Chakravorty, 1995), 정보기술(Coman and Ronen, 1995), 재생산(Daniel and Guide, 1997), 전자상거래(김효용과 한영근, 2000) 등의 분야에 적용도 가능함을 보여주고 있다.

또한 최근에는 이 TOC의 DBR 유한능력계획 방법은 MRP/CRP의 무한능력계획에서 야기된 문제점을 치유하면서 APS(Advanced Planning and Scheduling)의 발전을 이끌고 있다(정남기, 1999). 이 APS는 ERP(Enterprise Resource Planning)와 여기서 확장된 SCM(Supply Chain Management)의 두뇌역할을 하면서, 의사결정 시뮬레이션도 가능하게 해준다.

<표 1> TOC 체계와 내용

체 계	내 용	특 징	참고문헌
물 류	·5단계 개선과정	·물리적 자원 응용	·Ronen and Starr(1990), Schragenheim and Ronen(1990)
	·일정계획	·DBR ·버퍼관리	·김효용과 한영근(2000), Russell and Fry(1997), Schragenheim and Ronen(1990), Simons et al.(1996) ·Schragenheim and Ronen(1991)
	·V-A-T 분석	·BOM과 작업경로에 근거한 다이어그램	·Lockamy and Cox(1991)
성 과 시스템	·산출량 ·재고 ·운영비	·산출량을 통한 금액의 창출속도 ·투자수익	·Lockamy and Spencer(1998), Ronen and Spector(1992), Spencer and Cox(1995a)
	·제품조합	·수익최대화를 위한 제약활용	·Plenert(1993), Balakrishnan(1999)
	·산출량dollar days ·재고dollar days	·기획비용	·Ronen and Starr(1990), Kee and Schmidt(2000)
문 제 해 결 및 사 고 과 정	·Effect-Cause-Effect diagram ·ECE감사 ·Cloud diagram	·Current reality tree ·Eevaporating cloud ·Future reality tree ·Prerequisite reality tree ·Transition tree	·정남기(1999), Spencer and Cox(1995a)
	·5단계 개선과정	·비물리적 자원 응용	

3. DBR

3.1 생산환경

DBR 일정계획 적용을 위한 생산환경은 개별공정(job shop)으로서, 이 환경에서의 적절한 생산 계획과 통제 기법은 바로 MRP 시스템이다. 리드타임은 가공시간, 이동시간, 검사시간, 대기시간으로 구성되며, 이 중에서 대기시간이 85~90%를 차지한다. MRP 일정계획을 성공적으로 수행하는데 결정적인 요소가 부품의 상대적인 우선 순위(priority)를 관리하는데 유연성을 제공하는 대기시간이다. 즉 MRP 시스템 아래서 부품의 우선 순위 변경 없이는 어떠한 생산계획도 실행할 수 없다. 그런데 개별공정 생산환경 하에서 이 우선 순위 변경은 바로 대기시간 관리를 통해서만 가능하다.

3.2 MRP와 JIT에 부합하는 DBR

TOC에서의 DBR은 한마디로 JIT에서 에로공정에 초점을 맞추어 전산화된 간판(computerized kanban)의 역할로 보면 된다. DBR은 시스템의 흐름을 조절하기 위해서 드럼(drum)으로 박자를 조절하고, 이를 로프(rope)로 묶는 것이다. 버퍼(buffer)는 생산공정에서 재공품 재고를 나타내며, 이 버퍼의 적절한 시간크기 결정이 중요하다. 이 시간버퍼(time buffer)를 이용하여 일정을 조절해 가는 것이다. 이 DBR의 실행을 통해서 공정으로의 원자재 투입을 위한 세부적인 일정계획을 수립한다.

드럼은 제약자원을 일정계획하는 것으로서 전 생산공정의 작업속도를 통제하여 재공품 재고를 최소한으로 유지할 수 있도록 작업의 속도를 결정한다. 이 드럼은 JIT에서 최종제품의 실제 수요량에 해당된다.

버퍼는 인접한 공정에서의 차단현상(blockage)과 기갈현상(starvation)과 같은 혼란을 방지하기 위한 시간으로서 안전재고 개념과는 다르다. 혼란으로부터 산출량(throughput)과 납기만을 보호하기 위하여 안전재고는 각 부품마다 항상 일정한 수준의 여유분을 추가로 유지하지만, 버퍼는 부품마다 매일 다른 수준으로 미리 확보한다는 점에서 서로 다르다. 이 같은 시간 버퍼의 종류에는 제약버퍼(constraint buffer), 조립버퍼(assembly buffer), 선적버퍼(shipping buffer)가 있다.

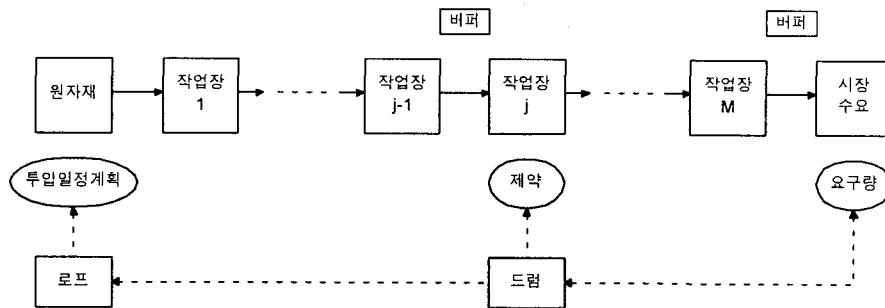
먼저 제약버퍼는 제약공정 앞의 시간버퍼로서, 제약공정의 선행공정에서 생긴 문제로 인해 투입물이 부족하여 제약공정이 유힬상태로 남게 되는 것을 방지한다. 이 버퍼는 이미 MRP의 계획단계 내에 존재하고 있다.

조립버퍼는 공장 내에서의 다양성으로부터 생산라인을 보호하기 위하여 사용된다. 어떤 제약공정을 통하지 않는 부품들의 부족으로부터 라인은 보호되어야 하며 이를 위한 버퍼가 조립버퍼다. 특히 이는 제약공정과 비제약공정이 만나는 곳에서 최종일정계획에 차질을 주지 않기 위해서 비제약공정 앞에 위치하게 된다.

그리고 선적버퍼는 예약된 선적일에서 최종조립으로부터의 납기까지를 보충해준다.

로프는 작업장에 원자재를 투입하는 일정계획으로서, 각 공정의 생산속도(능력)를 그대로 둔 상황에서 전체공정을 로프로 묶는 것이다. 로프는 제약공정과 선행작업장을 연결하는 통신망으로서, JIT의 간판과 같은 역할을 한다.

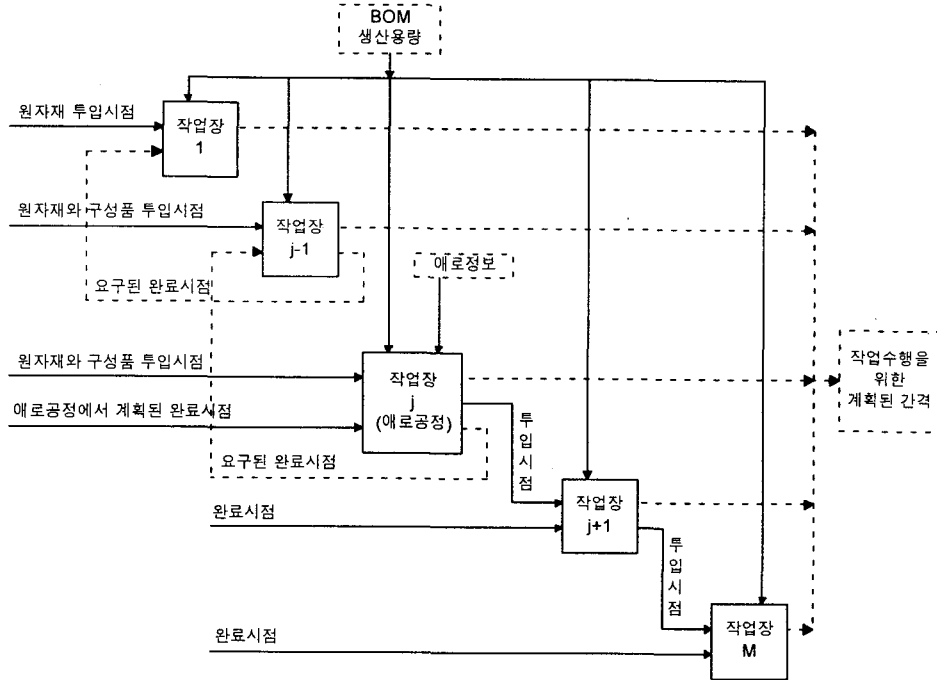
드럼, 버퍼, 로프와 시장수요, 원자재의 관계를 요약하면 다음의 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다.



<그림 1> 드럼, 버퍼, 로프와 시장수요, 원자재의 관계도

조화로운 동기화 생산에서의 목적은 각 기계에 대한 일정계획을 전부 제공하는 것은 아니며, 제약공정만을 위한 유한일정계획을 실행하는 것이다. 최초공정은 자재를 제약공정에서의 유한일정계획에 일치하도록 투입한다. 자재는 제약공정 버퍼를 지원하도록 끌어(pull) 당겨져서 요구한 작업장을 통하여 흐른다. 일단 끌어당겨져서 투입되면 후속공정으로 계속해서 진행(push)하게 된다. 이 접근방식은 JIT의 풀시스템과 MRP의 푸시시스템의 절충형인 것이다. 이 DBR의 풀-푸시시스템의 체계를 그림으로 표현하면 <그림 2>와 같다.

위와 같이 MRP의 푸시 계획체계와 JIT의 풀 통제체계를 유지하면서 DBR의 조화로운 생산기법으로 작업장을 운영 및 통제하여 동기화 생산을 실현한다. 이때 제약공정에서는 MRP에서와 달리 유한일정계획을 엄격하게 유지해야 한다.



<그림 2> DBR의 풀-푸시시스템 체계도

4. DBRCSP 문제 및 해법

4.1 개요

TOC의 5단계 개선과정과 DBR 일정계획의 개념은 크게 제품조합(product mix)과 제품흐름(product flow)의 문제로 요약 할 수 있다.

생산시스템 내부에 제약자원이 존재할 때 소비자가 요구한 모든 수요는 생산될 수가 없다. 그러므로 DBR 방법을 사용하여 제약자원이 생산할 수 있는 전시스템의 가치를 최대화할 수 있는 제품조합 선택을 하여야 한다.

DBR은 제약율에 기초하여 생산을 조화롭게 하기 위해서 각 제약자원에 대해서만 일정계획을 수립한다. 자재투입, 가공, 조립, 선적의 시점을 결정하는 제약일정계획은 바로 DBR 제약일정계획문제(DBR Constraint Scheduling Problem: DBRCSP)가 되며 이는 생산흐름에서 제약자원 그 자체의 시간표(timetable)인 것이다.

본 연구에서 다루는 제약자원은 복수제약자원인 경우로서 다음의 두 가지가 있다.

먼저 하나 이상의 제약자원이 존재할 때에는 각 제약에 대하여 일정계획을 세워야 한다. 그러나 그들의 일정계획에 영향을 미치는 제약자원들 사이에 상호작용이 존재할 수가 있다. 특별히 어떤 작업이 하나 이상의 제약자원에서 처리를 요구하는 경우의 복수제약일정계획은 서로 분리되어 세워질 수 없다. 이를 상호작용제약이라 부르며, 이는 단일제약자원 처리방법과는 완전히 다르다.

다음은 단일작업이 동일한 제약자원에서 복수공정을 요구할 경우에 비제약공정의 어떤 개입도 허락할 수 있도록 충분히 서로 떨어져서 복수공정을 위치시켜야 하는 경우이다.

이 DBRCSP 문제의 성공 여부는 Moss와 Yu(1999)가 지적했듯이 시스템 제약자원 관리에 달려있는데, 이 제약자원은 이동할 수가 있다. 제약자원이 무작위로 이동한다면 납기 준수율, 공정재고 수준, 산출량, 사이클타임 등이 용량제약자원의 위치에 따라 달라지기 때문에 당연히 혼란스럽게 된다, 공정이 제대로 통제되려면 이 위치가 안정되어 있어야 한다. 여기서 안정은 연구불변의 의미가 아니고 가시적인 조치에 의하여 이동되어야 한다는 뜻이다. 안정적 제약자원 이동은 공정간의 생산능력에 차이를 둔다는 의미이다. 그러므로 제약작업장과 비제약작업장이 확연히 구분되도록 생산능력에 차이를 두면 생산활동의 변동도 줄일 수 있고 제약자원 이동도 줄어들게 된다.

4.2 DBRCSP 문제의 정식화

DBRCSP 문제를 정식화하기 위해서는 먼저 평균흐름시간(mean flow times)을 최소로 하는 가장 일반적인 개별공정 일정계획문제(job shop scheduling problem)를 고려해 보자. 이 일정계획문제는 훨씬 더 자세하게 공정을 모델화하며, 특히 각 작업장에 대하여 모든 일정계획을 수립한다. 그러나 DBRCSP 문제는 단지 제약자원에 대해서만 일정계획을 수립하므로 이 점에서 다르다.

그러므로 이 일반적인 개별공정 일정계획문제를 자원제약의 프로젝트 일정계획문제(resource constrained project scheduling problem)로 변환시킨다. 여기에 시간지체(time lag)와 복수자원 개념을 사용하여 이 문제를 작업총처리시간(makespan)을 최소로 하는 일반적인 생산일정계획문제(production scheduling problem)로 다시 변환한다. 이 일정계획문제도 역시 모든 작업의 활동에 대하여 일정계획을 수립한다. 그러나 DBRCSP 문제는 단지 제약공정에 대하여 일정계획을 수립함으로써 비제약공정의 개입에 대한 시간을 남겨두기 위하여 로드(rod)를 사용한다.

따라서 DBRCSP 문제는 각 공정을 활동(activity)으로, 작업(job)은 네트워크를 통과하는 경로(path) 상의 활동들로 이루어진 집합으로 표현되는 네트워크에 기초로 해서 정식화한다.

정식화를 위한 전제 조건과 기호 정의는 다음과 같다.

- ① 같은 작업장에서 단일작업을 위한 복수 공정이 존재한다.
- ② 작업준비는 작업순서에 독립적이다.
- ③ 선후관계(precedence relationship)의 네트워크가 존재한다.
- ④ 공정들 사이에 요구된 시간지체가 존재한다.
- ⑤ 이송벤티가 가공벤티 보다 적다.

n : 활동 수($i=1, 2, \dots, n$)

s_i : 활동 i 의 작업준비시간

nb_i : 활동 i 의 벤티크기

p_i : 활동 i 의 단위당 가공시간

t_i : 활동 i 의 기간

f_i : 활동 i 의 완료시간

d_i : 활동 i 의 납기

x_{ij} : 활동 i 가 활동 j 를 선행하면 '1', 아니면 '0'의 값을 가지는 0-1변수

b_{ij} : 활동 i 와 j 사이의 버퍼크기

$$FS_{ii} = \max[-s_i - (nb_i - 1)p_i - 0.5b_{ii}, -s_i - (nb_i - 1)p_i + 0.5b_{ii}] \quad (1)$$

- M_k : 작업장k에서 처리를 요구하는 모든 활동들의 집합
- W : FS_{ij} 의 시간지체를 가지고 완료-출발관계를 나타내는 활동쌍의 집합
- S : 작업에서 최종공정을 나타내는 활동집합
- θ : 매우 큰 수

위의 전제조건과 기호를 이용하여 DBRCSP 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$Min [\max_{i \in S} [\max (f_i - d_i, 0)]] \tag{2}$$

$$s.t \quad f_i + FS_{ij} \leq f_j - t_j \quad \text{for all } (i, j) \in W \tag{3}$$

$$f_1 = 0 \tag{4}$$

$$f_j - f_i + \theta (1 - x_{ij}) \geq t_j \quad \text{for all } (i, j) \in M_k, k \tag{5}$$

$$f_i - f_j + \theta x_{ij} \geq t_i \quad \text{for all } (i, j) \in M_k, k \tag{6}$$

$$x_{ij} = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for all } (i, j) \in M_k$$

식(1)의 FS_{ij} 는 각 배지를 처리하는데 관련된 작업준비시간, 가공시간, 로드길이에 근거한 완료-출발 시간지체의 설정을 나타낸다. 이는 이송배지 논리를 선후제약식인 식(3)에 합치하는 완료-출발 시간지체로 전환시켜 준다. 식(1)의 괄호 안의 첫 번째 관계식은 선행공정의 단위가 공시간이 후속공정의 단위가공시간보다 클 때이며, 이는 후속공정이 언제 시작이나 완료를 할 수 있는지를 결정하는 배지에서 맨 마지막 단위를 처리하는 경우이다. 두 번째 관계식은 첫 번째와는 반대의 경우로 맨 첫 단위를 처리하는 경우를 나타낸다.

DBRCSP 문제는 납기수행에 초점을 맞추는데, 이는 납기와 제한된 용량이 합쳐져서 된 효과가 자원을 제약으로 유도할 수 있기 때문이다. 그러므로 DBRCSP 문제의 목적식(2)는 모든 작업의 최대납기지연(tardiness)을 최소화하는 것이다.

식(3)과 (4)는 선후제약식으로서 후속공정에서 처리되기 전에 더 이른 공정에서 각 단위의 처리가 완료될 수 있도록 공정이 일정계획 되어야 한다. DBRCSP 문제에서 작업시작 가능시간(ready time)은 로드 존재에 달려있다. 특히 식(4)는 각 작업의 첫 번째 공정을 선행하는 더미(dummy)활동은 시간'0'에서 완료되어야 한다.

식(5)와 (6)은 서로 이접적인(disjunctive)인 제약식이다. 각 작업장에 대하여 단지 하나의 유형만 존재하는 경우이다. 일정계획 활동을 지원하기 위해 요구된 자원의 이용가능성이 어떤 시간간격에서도 초과될 수는 없다.

4.3 MRP와 JIT에 부합하는 DBRCSP 해법

최대납기지연을 최소화하는 일정계획문제의 최적해는 분지한계법(branch and bound algorithm)으로서 깊이우선탐색(depth-first search)을 사용한 이접적인 호 해결에 의한 일정계획을 발생시키는 그래프-이론적인 방법(graph-theoretical approach)을 사용하여 구할 수 있다. 그런데 이 방법을 사용하면 DBRCSP 문제가 가지고 있는 특성을 제대로 반영할 수가 없게 된다. 따라서 골드렛의 TOC센터에서는 1994년까지 개발된 OPT소프트웨어를 중심으로 TOC의 5단계 개선과정에 기초한 발견적(heuristic) 성질의 제약일정계획 해법으로서 GS(Goal System)을 개발하였다.

DBRCSP 문제의 해법에 관한 기존 연구를 살펴보면, 먼저 제품조합 문제에 있어서 Plenert(1993)는 복수제약문제를 정수 선형계획법과 TOC를 이용하여 최적해를 제시하였다. Balakrishnan(1999)도 이 문제를 TOC와 선형계획법을 사용하여 최적해를 제시하였으며, 계산상의 TOC 단점도 지적하였다. Spencer와 Cox(1995b)는 TOC방법을 사용하여 MPS를 개발하였으나, 로프적용 시 기계대수 및 작업준비시간을 고려하지 않았다. 복합적인 연구로 Cook(1994)는 흐름생산에서 JIT와 TOC에 기초한 DBR 시뮬레이션 해법을 개발하였으며, Miltenburg(1997)는 MRP와 TOC에 기반을 둔 단일재고 생산라인의 DBR 일정계획문제를 다루었다. Russell과 Fry(1997)는 개별공정에서의 DBR 일정계획문제에 다양한 시뮬레이션 환경을 제시하였으나 구체적인 계산절차는 제시하지 않았다.

따라서 본 연구에서는 위에서의 단편적인 연구를 종합화하고 구체적이지 못한 계산절차를 구체화하면서 기존 MRP의 푸시시스템과 JIT의 풀시스템 논리를 DBR 일정계획에 잘 부합시키고자 하였다. TOC의 5단계 개선과정에 기초를 두고 DBRCSP 문제의 특징을 잘 살려서 현실적으로 사용 가능한 해법절차를 제시하면 다음과 같다.

[단계1]: [제약자원과 제품조합 결정]

각 작업장에서 계획된 부하를 산출하는데 작업경로와 개별 공정정보가 사용된다. 각 작업장에서의 계획된 부하를 이용 가능한 생산능력과 비교한다. 만약 능력을 초과하면 그 작업장은 자원제약이 된다.

각 제품에 대하여 계획된 개별공정의 수요는 선형계획법을 이용하여 제품조합이 가능한 한 최대의 수익을 내도록 제약을 활용할 수 있는 방식으로 줄어든다. 만약 충분한 용량이 각 작업장에서 이용 가능하면 어떠한 자원제약도 존재하지 않으나, 대신에 외부시장이 제약되어 시장제약이 존재하게 된다.

작업장의 부하 산출과 제품조합문제의 선형계획법 정식화를 위한 기호 정의 및 계산식은 다음과 같다.

- n : 제품 수($i=1, 2, \dots, n$)
- m : 작업장 수($j=1, 2, \dots, m$)
- C_i : 제품 i 의 한 단위 생산을 위한 직접재료비
- D_i : 제품 i 의 주문
- P_i : 제품 i 의 판매가격
- X_i : 제품 i 의 생산량
- Y_i : 제품 i 의 생산여부
- no_i : 제품 i 를 생산하기 위하여 요구되는 공정의 수
- k_i : 제품 i 의 k 번째 공정($k_i=1, 2, \dots, no_i$)
- $w(i, k_i)$: 공정 k_i 가 수행되는 작업장
- $s(i, k_i)$: 공정 k_i 의 작업준비시간
- $p(i, k_i)$: 공정 k_i 의 가공시간
- L_j : 작업장 j 의 부하
- Q_j : 작업장 j 의 생산능력

$$L_j = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k_i=1 \\ w(i, k_i)=j}}^{no_i} D_i \cdot (s(i, k_i) + p(i, k_i)) \quad \text{for all } j \quad (7)$$

$$\text{Max} \quad Z = \sum_{i=1}^n (P_i - C_i) \cdot X_i \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k_i=1 \\ w(i, k_i)=j}}^{no_i} (s(i, k_i) + p(i, k_i)) \cdot X_i \leq Q_j \quad \text{for all } j \quad (9)$$

$$X_i \leq D_i \cdot Y_i \quad \text{for all } i \quad (10)$$

$$X_i \geq 0 \quad \text{for all } i$$

$$Y_i = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for all } i$$

[단계2]: [시간버퍼 결정 및 작업경로와 리드타임 수정]

시간버퍼는 제약자원의 바로 앞과 다른 제품에 연계된 제약자원에 의하여 처리되는 작업의 작업장 바로 뒤에 위치한다. MRP에서는 시간버퍼를 나타내기 위하여 가상(phantom)의 작업장을 설치한다. 이 작업장에서의 처리시간은 버퍼크기와 같이 설정된다. 버퍼를 경유하는 모든 제품의 작업경로는 가상작업장의 공정을 추가하여 수정한다.

Moss와 Yu(1999), 그리고 Radovitsky(1998)는 기계고장, 제품조합 변경, 가공시간 변동 등과 같은 다양한 생산환경 하에서 시간버퍼의 최적크기 결정문제는 대기이론에 그 기초를 둔다. 대기라인은 시간버퍼를 서버는 제약자원을 의미하며, 고객도착은 시간버퍼에 더해지는 제품의 새로운 단위로서 단위시간당 평균치는 λ 이다. 이 버퍼 내에 있는 제품은 단위시간당 μ 로 처리된다. 그러므로 시간버퍼의 최적규모는 제약자원이 최고의 이익을 유지할 수 있도록 그 앞에 놓여있는 최대요구 수량이다.

따라서 본 연구에서의 시간버퍼 모델은 M/M/1/K의 대기행렬 모델을 사용한다. 그리고 투입원자재는 제약자원에서의 생산률과 똑 같은 율로 최초공정에 투입된다고 가정한다. 즉 활동을 $\rho=1$ 인 것이다.

[단계3]: [드럼일정계획 수립과 MPS 산출]

일정계획과 생산통제는 DBR 과정에 따른다. 이는 제약자원에서의 효율을 최대화할 수 있도록 제약자원의 공헌이익과 SPT(Shortest Processing Time) 규칙을 사용하여 드럼일정계획을 수립한다(Sule, 1997). 드럼일정계획은 제조리드타임, 즉 로프의 적용을 통하여 MPS로 변환된다. 그런 다음, 표준 MRP 계산식이 MPS, BOM, 작업경로 등에 적용되어 모든 제품에 대한 개별공정지시, 납기, 그리고 모든 작업장의 일정계획이 수립된다. 제조지시는 제일 처음의 작업장에 내려지며, 제조리드타임에 따라서 후속하는 작업장에서 도착과 원료를 위한 일정계획이 되어진다. 개별공정은 정확한 시간에 제약자원의 버퍼에 도착하게 된다.

[단계4]: [작업장 일정계획 수립과 버퍼관리]

작업장은 개별공정을 정시에 완료해야 한다. 만약 일찍 끝내면 초과재고가 쌓이며, 늦게 끝내면 제약자원은 부품의 부족으로 정지하게 된다.

DBRCSP 문제에서는 작업장에서 정시에 작업의 완료를 확신하기 위하여서는 먼저, 비제약자원은 도착하는 즉시 개별공정에서 생산하도록 하며, 만약 버퍼에서 재고가 낮아지게 되면 작업장에서 생산이 두려워도록 버퍼관리를 한다. 자원제약이 없으면 시장이 제약으로 되어 재고버퍼가 선적작업장에 위치하게 된다. MRP 유한부하계산식은 각 작업장에서 준비시간과 납기를 가진 제품의 배분리스트를 만든다. 제품은 EDD(Early Due Date) 규칙에 의하여 순서화되며, 만약 같은 납기를 가지면 고부가가치 제품이 먼저 생산된다(Sule, 1997).

작업장 일정계획을 수립하기 위한 기호 정의 및 계산식은 다음과 같다.

- w^* : 제약작업장
- I^* : w^* 에서의 시간버퍼 크기, 즉 버퍼내의 모든 부품을 처리하는데 걸린 시간
- nb_i : 제품 i 의 가공배지 크기
- LT_i : 제품 i 의 제조리드타임
- $r(i, 1)$: 작업장에서 제품 i 의 작업시작 가능시간
- $t(i, k_i)$: 제품 i 의 한 가공배지를 공정 k_i 에서 처리하는데 걸린 시간
- $f(i, k_i)$: 제품 i 의 한 가공배지를 공정 k_i 에서 처리하는 완료시간

$$f(i, k_i) = f(i, k_i - 1) + t(i, k_i) \quad \text{for all } i, k_i \tag{11}$$

$$f(i, 0) = r(i, 1)$$

$$LT_i = f(i, no_i) - r(i, 1) \quad \text{for all } i \tag{12}$$

$r(i, 1)$ 로부터 $f(i, k_i)$ 값이 계산되면, 이대로 작업수행이 이루어져 $f(i, no_i - 1)$ 시점에서 선적을 대기하여 $f(i, no_i)$ 에서 최종제품이 선적을 완료한다. 이 선적작업장이 최종 공정이 된다. 만약 작업장 내부에 어떠한 자원제약도 없게되면 외부시장이 제약이 될 것이며, 재고버퍼도 이 선적작업장에 위치하게 될 것이다.

[단계5]: [생산 통제와 수행도 평가]

작업장 수행도는 일정계획된 생산과 실제 생산을 비교하여 측정한다. 목적식은 최대의 납기를 최소화하는 것이므로 납기 내에 모든 생산을 완료하면 된다. 이는 조기완료(earliness)와 납기지연에 따른 벌과금(penalty)을 부과함으로써 가능하게 된다.

작업장 수행도 측정을 위한 기호 정의 및 평가 식은 다음과 같다.

- $W(w, t)$: 시간 $[t, t+1]$ 동안에 작업장 w 의 일정계획 집합
- $c(i, k_i)$: 제품 i 의 공정 k_i 에서 실제 처리 완료시간
- V_i : 제품 i 의 모든 공정처리 완료 후 한 배지의 가치
- C_e : 조기완료의 단위시간, 단위량 당 벌과금
- C_l : 납기지연의 단위시간, 단위량 당 벌과금

제품 i 의 공정처리 동안에 부가가치를 추정하면 다음과 같다. 조기완료인 경우는 $\frac{C_e \cdot V_i}{no_i}$ 이며, 납기지연인 경우는 $\frac{C_l \cdot V_i}{no_i}$ 이다. 그러므로 시간 $[t, t+1]$ 동안에 작업장 w 의 수행도 평가 $E(w, t)$ 는 다음과 같다.

$$E(w, t) = [1 - \frac{E'(w, t)}{E''(w, t)}] \times 100\% \tag{13}$$

$$\text{단, } E'(w, t) = \sum_{i, k_i \in W(w, t)} \frac{V_i}{no_i} \times \max[C_e(f(i, k_i) - c(i, k_i)), C_l(c(i, k_i) - f(i, k_i))]$$

$$E''(w, t) = \sum_{i, k_i \in W(w, t)} \frac{V_i}{no_i}$$

만약 모든 주문이 정시에 완료되면 $E(w, t) = 100\%$ 가 되며, $E(w, t)$ 값이 적으면 실제 생산은 부실하게 된다.

5. 수치예제

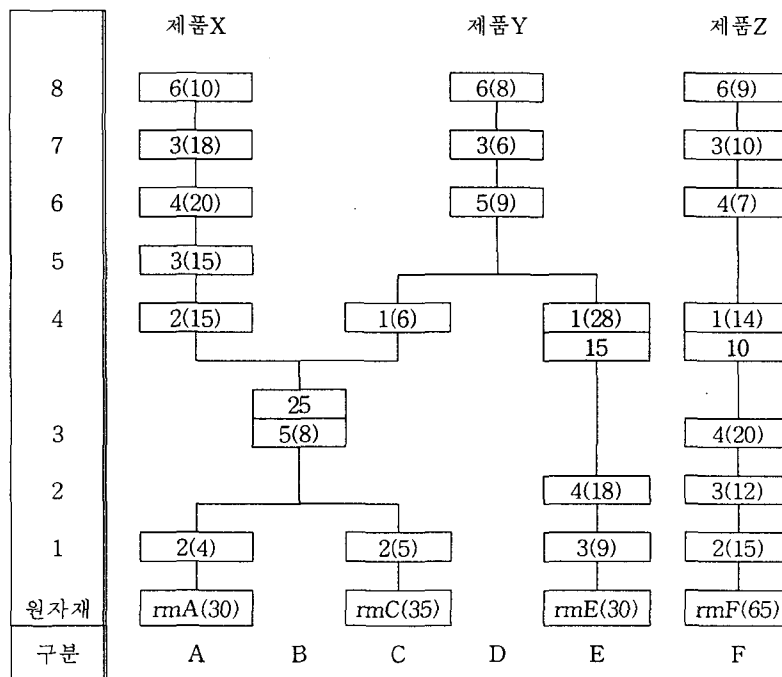
5.1 개요

MRP와 JIT에 부합하는 DBRCSP 문제의 해법 절차 적용을 위한 수치예제는 골드랫이 TOC의 개념을 설명하기 위하여 개발한 실제의 개별공정 생산라인의 축소모형(Spencer and Cox, 1995b)에 선적(shipping) 공정을 추가하여 활용한다.

생산라인의 생산조건과 기계정보, 작업준비시간은 <표 2>, <표 3>과 같으며, 기계배치는 개별공정 생산형태(job shop)로 구성되어져있다. 그리고 BOM과 공정도를 결합하여 논리적인 제품구조로 변환한 제품공정흐름도는 <그림 3>과 같다.

<표 2> 생산조건

구 분	제 품 종 류		
	X	Y	Z
주당 수요량(개)	40	80	40
개당 판매가격(원)	180	240	180



※ 기호설명

m(p) : 기계번호(가공시간)

I : 시간버퍼로서 초기보유 재공품 재고량

rmA(₩) : 원자재(직접재료비)

<그림 3> 제품공정흐름도

<표 3> 기계정보와 작업준비시간

기 계	기계대수	주당사용능력(분)*	작업준비시간(분)
1(press)	1	2400	15
2(grinder)	2	2400	120
3(polisher)	2	2400	60
4(drill)	2	2400	30
5(assembly)	1	2400	0
6(shipping)	1	2400	0

* 주당: 5일×8시간×60분

5.2 제약공정 및 제품조합 결정

작업준비시간은 생산일정계획에 독립이므로 가공시간만으로 식(7)을 이용하여 <표 4>와 같이 주당 부하율을 구한다.

<표 4> 부하-능력분석

구분 기계	주당 제품별 가공시간			주당 총부하	주당 생산능력	주당 부하율(%)
	X	Y	Z			
1	0	2720	560	3280	2400	137.0
2	960	720	600	2280	4800	47.5
3	1320	1200	880	3400	4800	71.0
4	800	1440	760	3000	4800	62.5
5	320	1360	0	1680	2400	70.0
6	400	640	360	1400	2400	58.3

따라서 TOC를 이용한 제약자원은 기계1의 프레스(press)작업이며, 이제는 이 제약자원을 최적으로 이용하여 이윤극대화를 위한 제품조합을 구한다.

제품조합을 구하기 위하여 <표 5>와 같이 제약자원 단위당 공헌도 분석을 한다. 공헌도 분석시 직접 노무비와 경비는 고려하지 않았는데, 이는 두 비용요소가 TOC 아래서 단기간 동안에 대부분 고정비로 가정되기 때문이다.

<표 5> 공헌도 분석

구 분	제품Y	제품Z
판 매 가 격	240	180
직접 재료비	95	65
단위당 공헌이익	145	115
제약자원 사용시간	34	14
제약자원 단위당 공헌이익	4.25	8.20

제약자원 단위당 공헌이익이 제품Z가 크므로 기계1에서 제품Z를 최대한 생산하고 남은 여유시간에 제품Y를 생산한다.

단위당 공헌이익을 이용한 제품조합문제는 선형계획식(8), (9), (10)을 이용하여 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & 115X + 145Y + 115Z \\
 \text{s.t} \quad & 34Y + 14Z \leq 2400 \\
 & 24X + 9Y + 15Z \leq 4800 \\
 & 33X + 15Y + 22Z \leq 4800 \\
 & 20X + 18Y + 27Z \leq 4800 \\
 & 8X + 17Y \leq 2400 \\
 & 0 \leq X \leq 40 \\
 & 0 \leq Y \leq 80 \\
 & 0 \leq Z \leq 40
 \end{aligned}$$

위의 정식화 문제를 LINDO(Schrage, 1991)를 사용하여 해를 구하면, X=40, Y=54, Z=40 이 된다.

5.3 드럼일정계획 수립과 MPS 산출

최적제품조합을 실질적으로 실현하기 위한 제약자원에 대한 세부일정계획을 수립한다. <그림 3>의 제품공정흐름도에서 기계1을 사용하는 작업은 C4, E4, F4이다. 또한 모두 재공품이 존재한다. 이 작업들의 순서는 먼저 TOC가 이익 최대화를 목적으로 하므로 제품Z가 제품Y보다 제약자원인 기계1의 단위당 공헌이익이 크기 때문에 우선한다. 그러므로 F4를 제일 먼저 생산한다. 그 다음 C4와 E4는 SPT규칙에 의하여 C4가 우선한다. 그 이유는 주내에 기계고장과 같은 만일 사태발생시에 위험을 감소시켜줄 수 있도록 산출량을 증대해야 하기 때문이다.

따라서 DBR 과정에 따른 드럼일정계획과 TOC 개념하에서의 MPS는 식(11)을 이용하여 다음 <표 6>과 같이 산출 할 수 있다.

5.2절에서의 최적제품조합에서 제품Y는 54개였으나, 작업준비시간을 고려한 기계1에서의 작업일정계획량은 51개이다. 원래보다 제품Y에서 3개 적게 생산되었다. 여기서 비제약자원인 다른 4대의 기계에 대하여서는 상세한 일정계획은 필요 없으며, 다만 이러한 기계들이 과다한 작업준비로 인하여 제약자원이 되지 않도록 하여야 한다.

<표 6> 드럼일정계획과 MPS

순번	작업	작업량	총소요시간	시작시간	완료시간	최종제품
1	F4	10	155	0:00	2:35	Z
2	C4	15	105	2:35	4:20	Y
3	E4	15	435	4:20	11:35	Y
4	F4	30	435	11:35	18:50	Z
5	C4	36	231	18:50	22:41	Y
6	E4	36	1023	22:41	39:44	Y

제약자원인 기계1이 유희시간 없이 최대로 가동되기 위한 최소한의 필요요건은 기계1이 가동될 시점에 재공품이 기계1을 필요로 하는 작업 C4, E4, F4 앞에 도착되어 있어야 한다. TOC에서는 이를 달성하기 위하여 DBR의 로프 적용을 통한 원자재 투입시점에 대한 계획을 수립하면 <표 7>과 같으며, 여기서 원자재 투입시점 계획시 제약버퍼는 1시간으로 가정했으며, 기계2, 3, 4는 두 대씩이므로 가공시간을 반으로 처리하였다.

투입시점은 제약자원의 드럼일정계획에서 버퍼크기를 빼면 된다. Spencer와 Cox(1995b)에 따르면 초기 제약버퍼는 대개 원자재 투입과 제약공정 사이의 작업준비시간과 가공시간의 5배, 또는 제약공정까지의 평균 리더타임의 3배(Schrageheim and Ronen, 1990)로 정하기도 한다.

<표 7> 원자재 투입시점 계획

순번	작업	원자재	원자재 투입시점	원자재 순구매량
1	F4	rmF	0:00	0
2	C4	rmA, rmC	0:00	0
3	E4	rmE	0:00	0
4	F4	rmF	0:00(-4:40)	30
5	C4	rmA, rmC	8:25	26
6	E4	rmE	12:05	36

5.4 작업장 일정계획과 수행도 평가

작업장 일정계획을 위한 बै지크기는 편의상 제품X의 경우 40, 제품Y의 경우 15, 36, 제품Z의 경우는 10, 30으로 하였다. <표 6>의 드럼일정계획과 MPS를 기준으로하여 제약작업장인 기계1의 프레스작업 이전의 작업은 후진일정계획(backward scheduling)을, 이후의 작업은 전진일정계획(forward scheduling)을 하였다. 기계대수와 작업준비시간을 고려하여 MRP 기본 논리 개념인 식(11)로 각 제품의 बै지당 시작시간과 완료시간을 산출하였다.

특히 비제약작업장에서 사용하는 우선순위 배정규칙은 Daniel과 Guide(1997)에 따르면, FCFS(First Come First Service), EDD 등과 같은 단순한 규칙들이 DBR을 잘 지원하는 것으로 입증되었다. 그러므로 본 예제의 비제약작업장에서 기계별 작업순서는 EDD 규칙에 의하여 순서화 하였다.

작업장 수행도 평가는 기계3(polisher)에서 계획된 부하를 생산일정계획에 맞추어서 생산한 첫째 날에 있어서 식(12)를 이용하여 수행하였다. 조기완료는 일당 부가가치의 20%, 납기지연은 80%를 벌과금으로 부가하였다. <표 8>에 나타난 바와 같이 첫째 날 기계3의 작업수행도는 식(13)에 따라서 88.81%임을 알 수 있는데, 이는 대부분의 작업이 납기지연보다는 조기에 완료되었기 때문이다. 표에서 공정의 괄호 안 숫자는 बै지 순서를 나타낸다.

<표 8> 기계3의 첫째 날 작업수행도 평가

제품	공정	부가가치 (원)	시작시간	완료시간	납기	조기완료(일) (납기지연(일))	벌과금 (원)
Z	F2	19.17	0:00	7:00	5:05	(0.24)	3.67
Z	F7(2)	19.17	7:00	13:00	24:35	1.48	5.55
Z	F7(1)	19.17	0:00	2:40	5:30	0.34	1.36
Y	D7(1)	16.11	2:40	5:10	15:35	1.30	4.20
Y	E1	16.11	5:10	11:34	15:47	0.53	1.70
총 계		147.24					16.48
수행도평가		$E = [1 - \frac{16.48}{147.24}] \times 100\% = 88.81\%$					

6. 결론

대부분의 생산현장에서는 하나 이상의 제약자원과 작업장의 불균형이 존재하며, 또한 बै지생산을 하므로, 이런 경우에 TOC의 DBR이 JIT에 비해서 적용이 유리하다. 다만 생산 계획 측면에서 기존의 MRP 계산 논리를 기초로 한다는 전제에서이다.

TOC의 DBR은 제약자원의 향상을 통한 개선과 버퍼관리를 통한 생산촉진으로 비용이 그다지 높지 않은 가운데 매우 높은 산출을 할 수가 있다. 다만 재고는 JIT에 비해서 상대적으로 높는데 이는 JIT가 모든 재고를 제거하려고 노력하는데 반해서, DBR은 제약자원에서 약간의

재고를 필요로 하기 때문이다. 수치예제에서도 살펴보았듯이 DBR은 제약자원과 그 자원의 산출을 위협하는 자원에 한해서 초점을 맞추어서 필요한 노력을 가하므로 훨씬 현실적이고, 경제적인 측면에서도 좋은 수행도를 이룩할 수가 있다. 이런 점에서 DBRCSP 문제는 앞으로 ERP, SCM, APS 등의 응용 분야에도 더 많이 활용될 것으로 기대된다.

따라서 본 연구에서는 용량제약자원의 유한능력을 반영하는 일정계획 기법인 DBR에 MRP의 푸시시스템과 JIT의 풀시스템을 잘 조화롭게 적용하여 생산현장의 동기화 생산을 실현하는데 기여를 하고자 하였다.

이를 위해 TOC의 DBR 개념과 체계를 MRP 및 JIT와 비교하여 기존 연구 고찰 차원에서 수립한 다음, 개별공정의 생산환경에서 DBRCSP 문제를 수리적으로 정식화하였다. 이를 해결하기 위하여 MRP와 JIT에 부합하는 해법 및 구체적인 수치예제를 제시하였다. 그리하여 지금까지의 단편적인 연구들을 종합화하고 구체적이지 못한 계산 절차를 수리적으로 체계화하였다. 다만 해법의 수치예제 적용 시 다양한 측면에서 기존의 생산 통제 및 수행 결과를 직접 비교·분석하지 못하였는데, 이는 향후 연구과제로서 종합적인 시뮬레이션을 통한 직접제시가 가능하다고 본다.

참고문헌

- [1] 김효용, 한영근, DBR 스케줄링을 이용한 공급체인에서의 전자상거래 방안 연구, *대한산업공학회/한국경영과학회 2000춘계공동학술대회 논문집*, pp.754-757, 2000.
- [2] 정남기, *TOC 제약경영*, 대청미디어, 1999.
- [3] Atwater, J. B. and Chakravorty, S. S., Using the theory of constraints to guide the implementation of quality improvement projects in manufacturing operations, *IJPR*, 33(6), pp.1737-1760, 1995.
- [4] Balakrishnan, J., Using the theory of constraints in teaching linear programming and vice versa advantages and caveats, *Production and Inventory Management Journal*, 40(2), pp.11-16, 1999.
- [5] Chakravorty, S. S. and Atwater J. B., How theory of constraints can be used to direct preventive maintenance, *Industrial Management*, 36(6), pp.10-13, 1994.
- [6] Coman, A. and Ronen, B., Information technology in operations management: a theory of constraints approach, *IJPR*, 33(5), pp.1403-1415, 1995.
- [7] Cook, D. P., A simulation comparison of traditional, JIT, and TOC manufacturing systems in a flow shop with bottlenecks, *Production and Inventory Management Journal*, 35(1), pp.73-78, 1994.
- [8] Daniel, V. and Guide, Jr., Scheduling with priority dispatching rules and drum-buffer-rope in a recoverable manufacturing system, *Int. J. of Production Economics*, 53, pp.101-116, 1997.
- [9] Kee, R. and Schmidt, C., A comparative analysis of utilizing activity-based costing and the theory of constraints for making product-mix decisions, *Int. J. of Production Economics*, 63, pp.1-17, 2000.
- [10] Lockamy, A. and Cox J. F., Using V-A-T analysis for determining the priority and location of JIT manufacturing techniques, *IJPR*, 29(8), pp.1661-1672, 1991.
- [11] Lockamy, A. and Spencer, M. S., Performance measurement in a theory of constraints environment, *IJPR*, 36(8), pp.2045-2060, 1998.

- [12] Miltenburg, G. J., Comparing JIT, MRP and TOC, and embedding TOC into MRP, *IJPR*, 35(4), pp.1147-1169, 1997.
- [13] Moss H. K. and Yu, W. B., Toward the estimation of bottleneck shiftiness in a manufacturing operation, *Production and Inventory Management Journal*, 40(2), pp.53-58, 1999.
- [14] Plenert G., Optimizing theory of constraints when multiple constrained resources exist, *European Journal of Operational Research*, 70(1), pp.126-133, 1993.
- [15] Ptak, C. A., MRP, MRP II, OPT, JIT, and CIM-succession, evolution, or necessary combination, *Production and Inventory Management Journal*, 32(2), pp.7-11, 1991.
- [16] Radovilsky, Z. D., A quantitative to estimate the size of the time buffer in the theory of constraints, *Int. J. of Production Economics*, 55, pp.113-119, 1998.
- [17] Reimer, G., MRP and TOC: can they coexist? A case study, *Production and Inventory Management Journal*, 32(4), pp.48-52, 1991.
- [18] Ronen, B. and Spector, Y., Managing system constraints: A cost/utilization approach, *IJPR*, 30(9), pp.2045-2061, 1992.
- [19] Ronen, B. and Starr, M. K., Synchronized manufacturing as in OPT: from practice to theory, *Computers and Industrial Engineering*, 18(4), pp.585-600, 1990.
- [20] Russell, G. R. and Fry, T. D., Order review/release and lot splitting in drum-buffer-rope, *IJPR*, 35(3), pp.827-845, 1997.
- [21] Schrage, L., *LINDO : An optimization modeling system*, The Scientific Press, 1991.
- [22] Schragenheim, E. M. and Ronen, B., Drum-buffer-rope shop floor control, *Production and Inventory Management Journal*, 31(3), pp.18-22, 1990.
- [23] Schragenheim, E. M. and Ronen, B., Buffer management: a diagnostic tool for production control, *Production and Inventory Management Journal*, 31(3), pp.18-22, 1991.
- [24] Simons, J. V., Jr., Simpson, W. P., Carlson, B. J., James, S. W., Lettiere, C. A., and Mediate, B. A., Jr., Formulation and solution of the drum-buffer-rope constraint scheduling problem(DBRCSP), *IJPR*, 34(9), pp.2405-2420, 1996.
- [25] Spencer, M. S., Using "the goal" in an MRP system, *Production and Inventory Management Journal*, 32(4), pp.22-27, 1991.
- [26] Spencer, M. S. and Cox, J. F., Optimum production technology(OPT) and the theory of constraints(TOC): analysis and genealogy, *IJPR*, 33(6), pp.1495-1504, 1995.
- [27] Spencer, M. S. and Cox, J. F., Master production scheduling development in a theory of constraints environment, *Production and Inventory Management Journal*, 36(1), pp.8-14, 1995.
- [28] Sule, D. R., *Industrial Scheduling*, PWS Publishing Company, 1997.