

적응적 웨이블릿 수축 필터를 이용한 일차원 및 영상 신호의 잡음 제거

One-dimensional and Image Signal Denoising Using an Adaptive Wavelet Shrinkage Filter

임 현*, 박 순 영*, 오 일 환*

(Hyun Lim*, Soon Young Park*, Il Whan Oh*)

요 약

본 논문은 웨이블릿 영역에서 신호성분을 보존하면서 첨가된 잡음성분을 제거할 수 있는 새로운 잡음제거 필터를 제시한다. 적응적 웨이블릿 수축(AWS) 필터라 불리는 제안된 필터는 웨이블릿 제거기와 적응적 수축기의 두 개 연산기로 구성되어 있으며 각각의 연산기는 웨이블릿 계수의 국부적 통계성을 이용하여 적응적으로 추정되는 threshold에 의존하여 선택되는데 웨이블릿 제거기는 threshold보다 작은 웨이블릿 계수들을 0으로 대신하여 웨이블릿 영역에서 잡음을 제거하게 된다. 또한 적응적 수축기는 threshold보다 큰 계수들을 적응적으로 수축하여 신호성분을 보존하면서 잡음성분을 줄이게 된다. 실험 결과, 제안된 필터는 기존의 방법들보다 잡음을 제거하면서 신호성분을 보존하는데 더욱 효과적임을 보여준다.

핵심용어: 웨이블릿 변환, 적응적 수축, 잡음 제거

투고분야: 음향 신호처리 분야(1.4)

ABSTRACT

In this paper we present a new image denoising filter that can suppress additive noise components while preserving signal components in the wavelet domain. The proposed filter, which we call an adaptive wavelet shrinkage(AWS) filter, is composed of two operators: the wavelet killing operator and the adaptive shrinkage operator. Each operator is selected based on the threshold value which is estimated adaptively by using the local statistics of the wavelet coefficients. In the wavelet killing operation, the small wavelet coefficients below the threshold value are replaced by zero to suppress noise components in the wavelet domain. The adaptive shrinkage operator attenuates noise components from the wavelet coefficients above the threshold value adaptively. The experimental results show that the proposed filter is more effective than the other methods in preserving signal components while suppressing noise.

Key words: Wavelet transform, Adaptive shrinkage, Denoising.

1. 서 론

1차원 또는 2차원 신호가 원치 않는 잡음으로 손상되었을 경우 원래의 신호성분을 보존하면서 잡음을 제거할 수 있는 필터링 기술의 개발은 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어왔다. 초창기의 잡음 제거 방법은 주로 선형필터에 의존하였는데 Wiener 필터 같은 경우 정체(stationary)신호에 대해서는 최적(optimal)으로 동작하지만 시간에 따라서 특성이 변화하는 비정체 신호에 대해서는 신호성분을 손상시키게 되었다[1]. 따라서 시간적으로 특성이 변화하는

1차원적인 음성 및 음향신호 그리고 2차원적인 공간상에서 특성이 변화하는 영상신호를 효과적으로 처리하기 위하여 적응필터링 또는 통계학적인 필터링 기술들이 연구되었다[2-4].

최근에는 원래의 신호공간에서 보다 어떤 기저함수(basis function)를 이용한 변환을 통하여 잡음을 처리하는 경우가 많이 대두되고 있는데 이것은 변환된 신호가 원래 신호와 잡음의 특징을 구분할 수 있는 성질을 나타내므로 원하는 신호로의 추정을 더욱 쉽게 할 수 있기 때문이다. 대표적인 방법으로 신호와 잡음의 주파수 성분이 서로 겹치지 않는 정체 신호에 대해서는 Fourier 변환을 통하여 주파수 영역에서 잡음을 쉽게 제거할 수 있으나 실질적으로 대부분의 신호들은 시간에 따라서 주파수

* 목포대학교 전자공학과
접수일자: 1999년 8월 23일

특성이 변화하는 비정제 신호이므로 Fourier 변환을 사용하여서는 신호성분을 보존할 수 없게 된다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 단구간 푸리에 변환 (Short-time Fourier transform) 등이 개발되었으나 기저함수의 고정된 시간-주파수 해상도 때문에 여러 문제점이 다르게 되었다. 대신에 서로 직교성이 있는 기저함수들을 사용하는 웨이블릿 해석은 시간과 주파수 분석에 의해 다해상도 해석을 가능케 하여 원래의 신호 공간에서 보다 웨이블릿 영역에서 원 신호를 더욱 효율적으로 추정할 수 있기 때문에 현재는 이러한 웨이블릿 변환을 이용하여 잡음 제거를 수행하는 많은 연구가 진행되고 있다[5-12].

특히 웨이블릿 변환을 이용한 잡음 제거 방법에서 수축 (shrinkage)은 통계적인 모델링에서 간단하면서도 강력한 성능을 보인다. 이 수축 방법은 먼저, 신호에 대한 웨이블릿 변환을 취하고 계수들에 의한 thresholding 동작으로서 계수의 절댓값이 threshold보다 작으면 그 계수들은 0으로 만들어 주는 방법을 수행한 후에 웨이블릿 역변환을 하여 원래 신호로 복원하여 주는 것을 말한다. 이와 같은 웨이블릿 수축은 1990년대 초반 Donoho와 Johnstone에 의해 처음으로 제안되었으며 이후 많은 개선된 연구가 발표되었다[5-7]. 근래에 이 웨이블릿 영역에서의 잡음 제거는 계수들의 통계적인 최적의 threshold에 의한 수축 방법 외에, Bayesian으로 접근한 방법[11], Wiener 필터를 이용하는 방법[12] 등 새로운 시각에서 많은 연구가 진행되고 있다.

본 논문에서는 기존의 웨이블릿 수축 방법을 개선한 잡음제거 방법으로서 국부적인 웨이블릿 계수들의 통계적 특성을 이용하여 적용적으로 웨이블릿 계수들을 수축할 수 있는 필터링 기술을 제시한다. 제안된 방법은 적응적 웨이블릿 수축 (adaptive wavelet shrinkage : AWS) 필터라 하며 잡음으로 손상된 1차원 및 2차원 신호에 대하여 잡음 제거와 신호성분의 뛰어난 보존능력을 보인다.

본 논문의 구성은 II장에 웨이블릿 변환 영역에서 잡음 제거 방법으로서의 수축과 III장에 본 연구에서 제안하는 방법으로서 적응적으로 threshold를 구하는 문제와 적응적 수축 기술인 AWS 필터를 기술한다. 그리고 IV장에 1차원 신호와 2차원 영상에 대한 실험 및 결과를 고찰하고 마지막으로 V장은 결론으로 구성된다.

II. 웨이블릿 변환 영역에서 잡음 제거 방법

주어진 신호 x 가 잡음 z 에 의하여 손상된 신호를 y 라 가정하면

$$y_i = x_i + z_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

이다. 여기서 잡음 z 는 시간적으로 서로 독립적이며 동일하게 분포된 (independent and identically distributed : i.i.d) 백색잡음으로서 $N(0, \sigma^2)$ 의 정규분포를 갖으며 신호 x 에 독립적이다. 이러한 신호에 대한 잡음 제거는 잡음

제거된 관측열 y_i 로 부터 최소 MSE(mean squared error) 즉, $R(\hat{x}, x) = E[(\hat{x} - x)^2]$ 의 최소 risk 함수 $R(\hat{x}, x)$ 를 갖는 추정치 \hat{x}_i 을 찾는 것이다.

본 논문은 이러한 \hat{x}_i 을 추정하기 위해 웨이블릿 변환 (wavelet transform)을 적용하는데 이 변환은 보통 신호의 다해상도 해석(MRA : multiresolution analysis)에 의한 여러가지 기저함수들의 확장과 천이로 이루어진다. 즉 주어진 신호를 mother wavelet으로 불리는 단일 기본함수 $\psi(t)$ 와 scaling 함수 $\phi(t)$ 로 표현할 수 있으며 이들은 다음 식 (2)와 같이 정의된다[13-16].

$$\begin{aligned} \psi_{j,k}(t) &\equiv 2^{j/2} \psi(2^j t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z} \\ \phi_{j,k}(t) &\equiv 2^{j/2} \phi(2^j t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (2)$$

이와 같은 정의에서 입력신호 y 에 대한 웨이블릿 분해 (decomposition)의 수식적인 표현은 식 (3)으로 나타낼 수 있다.

$$y = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j_0, k} \phi_{j_0, k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j, k} \psi_{j, k}(t) \quad (3)$$

여기서 웨이블릿 변환에 의한 scaling 계수 $c_{j_0, k}$ 와 웨이블릿 계수 $d_{j, k}$ 는

$$\begin{aligned} c_{j_0, k} &= \sum_{t \in \mathbb{Z}} y \phi_{j_0, k}(t) \\ d_{j, k} &= \sum_{t \in \mathbb{Z}} y \psi_{j, k}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 한편 Mallat은 웨이블릿의 MRA에 의한 'pyramid' 알고리즘의 해석을 통하여 웨이블릿 변환의 효율적인 방법을 제시하였는데 이산 lowpass와 highpass에 대한 filter bank로써 간단히 이산 웨이블릿 변환(DWT : discrete wavelet transform)을 얻을 수 있다[14,16].

원래의 신호공간에서의 벡터 y 의 이산 웨이블릿 변환은

$$w = [w_{j_0}^*, w_{j_0}, w_{j_0+1}, \dots, w_J] = W y \quad (5)$$

이다. 여기서 우변항의 W 는 웨이블릿 변환기(wavelet transform operator)로 직교성(orthogonality)을 가지고 있으며, $w_{j_0}^*$ 은 scaling 함수의 계수가 되고 나머지 계수 $w_{j_0}, w_{j_0+1}, \dots, w_J$ 은 level $j = j_0, \dots, J$ 에서의 웨이블릿 계수로서 벡터 w_j 는 $(w_{j,k}, k=0, \dots, 2^j-1)$ 의 성분들로 구성되어 있다. 또한 식 (5)에서 j_0 은 웨이블릿의 저 분해 차단(low resolution cutoff) level로서 본 논문에서 목표한 웨이블릿 영역에서 잡음 제거를 위해 잡음에 의한 웨이블릿 계수들의 가우시안(Gaussian) 분포특성이 유지되는 최저 level로 선택되며 최상위 level J 는 입력데이

터의 샘플 수를 n 이라 할 때에 $n=2^{J+1}$ 의 관계를 갖는다.

본 논문의 웨이블릿 수축 과정을 설명하기 위하여 그림 1은 신호처리 분야에서 자주 모델링되어지고 있는 원래의 Blocks 신호와 $\sigma=1$ 로 잡음화된 신호를 보여주는 데 여러 종류의 에지성분들로 구성되어 있음을 알 수 있다. 그리고 그림 2는 Blocks 신호에 대한 $j_0=5$ 에서 $J=10$ level 까지 웨이블릿 변환된 계수를 나타낸다. 이 웨이블릿 계수를 보면 원래 신호 영역에서 에지가 존재하는 부분에 대해서는 큰 계수 값으로 나타나며 잡음으로 인한 영향은 모든 웨이블릿 영역 내에서 작은 계수들로 나타남을 관찰할 수 있다.

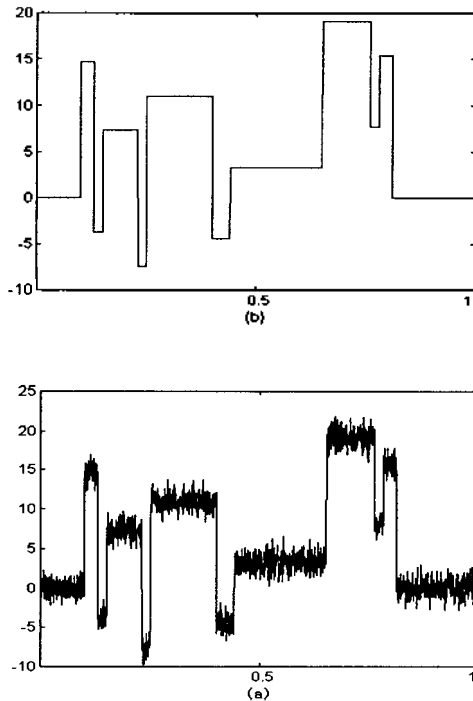


그림 1. 공간적인 변화 특징을 갖는 1차원 신호
(a) Blocks 신호
(b) 잡음화된 ($\sigma=1$) Blocks 신호, $n=2048$
Fig. 1. The examples of one dimensional signal;
(a) Blocks,
(b) Noisy Blocks, $n=2048$.

위와 같이 관찰된 사실을 식으로 정리하기 위하여 식 (1)의 양변에 웨이블릿 변환을 취하여서 신호 x 에 대한 웨이블릿 계수를 $\{s_{j,k}\}$, 잡음 z 에 대한 웨이블릿 계수를 $\{e_{j,k}\}$ 라 하면 식 (6)과 같이 웨이블릿 영역에서 잡음화된 신호 $w_{j,k}$ 를 원래 신호 $s_{j,k}$ 와 웨이블릿 영역에서도 백색잡음의 특성이 유지되는 잡음 $e_{j,k}$ 의 합으로 표현할 수 있다.

$$w_{j,k} = s_{j,k} + e_{j,k}, \quad \text{for } j = j_0, \dots, J; k = 0, \dots, 2^j - 1 \quad (6)$$

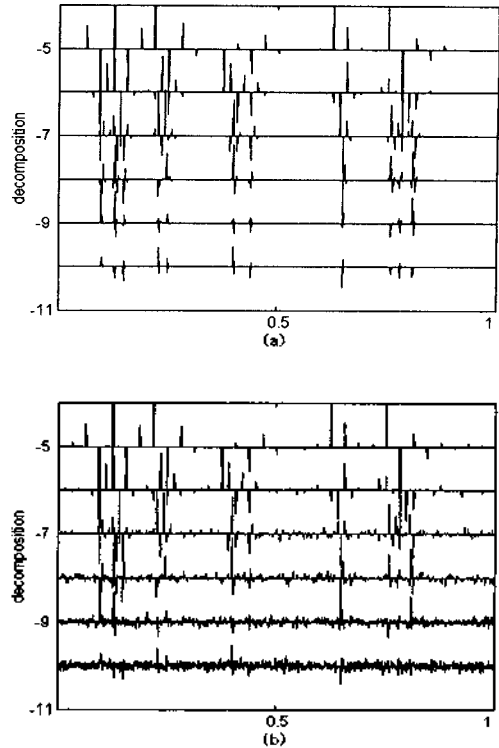


그림 2. (a) Blocks 신호에서 웨이블릿 변환 계수
(b) 잡음화된 Blocks 신호의 웨이블릿 변환 계수
 $w_{j,k}, j = j_0, \dots, J; j_0 = 5$
Fig. 2. (a) DWT coefficients of original blocks,
(b) DWT coefficients of noisy blocks
 $w_{j,k}, j = j_0, \dots, J; j_0 = 5$.

식 (1)에서 최소 risk 함수 $R(\hat{x}, x)$ 를 갖는 추정치 \hat{x}_i 을 찾는 문제는 신호와 잡음의 특성이 잘 분리된 웨이블릿 영역에서 최소 risk 함수 $R(\hat{s}, s)$ 를 갖는 추정치 $\hat{s}_{j,k}$ 를 구하는 문제로 전환되며 식 (6)과 그림 2의 웨이블릿 계수를 관찰하면 웨이블릿 영역에서 잡음 제거 방법으로 잘 알려진 Donoho와 Johnstone의 hard-와 soft-thresholding 방법 [5]을 쉽게 이해할 수 있다. 이 방법을 수식적으로 표현하면 웨이블릿 계수 $w_{j,k}$ 와 threshold λ 에 대해, soft-thresholding은

$$\hat{s}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} - \lambda & \text{if } w_{j,k} > \lambda \\ 0 & \text{if } |w_{j,k}| \leq \lambda \\ w_{j,k} + \lambda & \text{if } w_{j,k} < -\lambda \end{cases} \quad (7)$$

이 되고 hard-thresholding은

$$\hat{s}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k} & \text{if } |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & \text{if } |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (8)$$

이다. 위와 같은 thresholding 알고리즘에서는 threshold λ 를 효과적으로 선택하여야 하는데 Donoho와 Johnstone

은 고정된(universal) threshold $\lambda = \sigma\sqrt{2\log n}$ 과 soft-thresholding을 적용한 VisuShrink 방법[5], 그리고 soft-thresholding을 기본으로 하고 각각의 분해 level에 대한 적용적인 threshold $\sigma\sqrt{2\log 2^j}$ 를 선택하는 SureShrink 방법[7]을 제안하였다. 여기서 σ 는 MAD(median absolute deviation)로

$$\sigma = \frac{\text{med}\{|w_{j,k} - \text{med}(w_{j,k})|\}}{0.6745}, \quad (9)$$

for $j = j_0, \dots, J; k = 0, \dots, 2^j - 1$

이다.

III. 적응적 웨이블릿 수축

그림 3은 제안된 적응적 웨이블릿 수축(AWS) 필터의 전체적인 블록도를 보여주는데 이 AWS 필터는 웨이블릿 변환 후, 각 level j 에서 계수들에 의한 threshold를 구하고 이들을 이용하여 신호와 잡음의 웨이블릿 영역을 판단하여서 잡음에 의한 계수는 제거하고 신호에 해당하는 계수는 적응적인 수축동작을 수행하는 구조이다. 마지막으로 이렇게 추정된 $\hat{s}_{j,k}$ 을 이용하여 웨이블릿 역변환을 수행하면 원래 신호의 추정치 \hat{x}_j 를 구하게 된다. 즉, AWS 필터의 동작원리는 II장에서 관찰한 것처럼 신호와 잡음성분에 대한 웨이블릿의 분해특성을 이용한 것으로 가우시안 분포특성을 유지하며 작은 값들로 이루어진 잡음영역과 에지성분과 같이 공간적 변화가 큰 신호위치에 나타나는 웨이블릿 계수들을 신호영역으로 구분하여서 각각 특성에 맞는 필터링을 수행하여 신호성분의 보존과 잡음제거의 효과를 동시에 얻을 수 있게 된다.

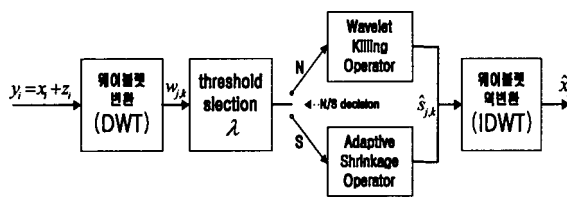


그림 3. 제안된 적응적 웨이블릿 수축 필터의 블록도
Fig. 3. Block diagram of a proposed adaptive wavelet shrinkage filter.

3.1. Threshold 설정

AWS 필터의 첫 번째 단계로 웨이블릿 영역에서 잡음 성분과 신호성분을 구분하기 위한 threshold 값의 선택이 필요한데 잡음성분에 해당하는 웨이블릿 계수들은 전반적으로 작은 값으로 이루어져 있기 때문에 큰 값으로 이루어진 웨이블릿 계수들을 제거한 후에 나머지 웨이블릿 계수들의 평균과 분산을 이용하여 threshold 값을 추정한다.

먼저 level j 의 웨이블릿 영역에서 계수들의 전반적인 통계적 특성을 식 (10)과 같이 평균과 분산을 구하여 얻을 수 있다.

$$m_{w_j} = \frac{1}{2^j} \sum_{k=0}^{2^j-1} w_{j,k}$$

$$v_{w_j} = \frac{1}{2^j} \sum_{k=0}^{2^j-1} (w_{j,k} - m_{w_j})^2 \quad (10)$$

for $j = j_0, \dots, J$

다음으로 가우시안 분포특성을 유지하고 있는 것으로 가정된 잡음성분에 해당하는 웨이블릿 계수들만을 추출하기 위하여 식 (10)에서 구한 평균 m_{w_j} 을 중심으로 2배의 표준편차 범위 내에 있는 계수들을 취하고 이 범위밖에 있는 계수들은 신호성분으로 가정하여 잡음성분에 해당하는 계수들의 평균과 분산을 식 (11)과 같이 구한다.

$$\mu_j = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{2^j-1} w_{j,k}$$

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{2^j-1} (w_{j,k} - \mu_j)^2 \quad (11)$$

for $m_{w_j} - 2\sqrt{v_{w_j}} \leq w_{j,k} \leq m_{w_j} + 2\sqrt{v_{w_j}}$

여기서 L 은 m_{w_j} 을 중심으로 2배의 표준편차 범위 내에 있는 계수들의 개수이다. 이러한 각각의 웨이블릿 분해 level j 에서 잡음성분에 의한 평균과 분산을 이용하여 적응적으로 threshold를 구하게 되는데 최종적으로 유도된 결과는 식 (12)와 같다.

$$\lambda_j^+ = \mu_j + k\sigma_j$$

$$\lambda_j^- = \mu_j - k\sigma_j \quad (12)$$

여기서 k 는 웨이블릿 영역에서 level j 에 따른 웨이블릿 계수들의 통계적인 크기와 scaling 함수들에 의한 smoothness의 영향을 고려하여 적응적으로 threshold를 조정하기 위한 파라미터로서 $\frac{\log 2^j}{\log n} \times \sqrt{2\log 2^j}$ 이 된다.

이것은 SureShrink[7]에서의 threshold 조건 $\sqrt{2\log 2^j}$ 을 개선한 값으로서 전체 입력데이터의 크기 n 에 대한 분해 영역의 크기 2^j 의 대수적 비율을 적용함으로써 잡음 성분의 웨이블릿 계수 $e_{j,k}$ 의 통계적인 분포특성을 잘 반영하기 위함이다. 결국 이렇게 구하여진 threshold를 이용하여 웨이블릿 계수들은 그림 3의 웨이블릿 제거기(wavelet killing operator)에 의해 $\lambda_j^- \leq w_{j,k} \leq \lambda_j^+$ 의 범위 내에 계수들을 0으로 만들게 된다. 그리고 threshold의 범위를 벗어나는 대부분의 계수들은 신호성분으로 가정할 수 있으나 아직까지 잡음성분이 완전히 제거되지 않았기 때문에 기존의 수축 알고리즘에 의한 선행적인 수축방법이 아닌 웨이블릿 계수들의 국부적인 통계특성을 이용한 적응적 수축필터를 설계할 수 있다.

3.2. 국부적 통계특성을 이용한 적응필터

Lee가 제안한 알고리즘[17]은 국부적인 창(window)에

있는 데이터들로 부터 얻어진 평균과 분산을 이용하여 필터의 가중치를 조절함으로써 시간적으로 통계적 특성이 변화하는 신호에 대한 효율적인 잡음처리를 가능케 하였다. 본 논문에서는 Lee의 알고리즘을 기반으로 하여 웨이블릿 영역에서 적용적으로 잡음을 제거할 수 있도록 식 (13)을 유도하였다.

$$\hat{s}_{j,k} = \frac{\sigma_{s_{j,k}}^2}{\sigma_{s_{j,k}}^2 + \sigma_{e_{j,k}}^2} [w_{j,k} - \bar{w}_{j,k}] + \bar{w}_{j,k} \quad (13)$$

여기서 $\sigma_{s_{j,k}}^2$ 은 웨이블릿 영역에서 신호성분의 국부적인 분산이며 $\sigma_{e_{j,k}}^2$ 은 잡음성분의 국부적인 분산이고 $\bar{w}_{j,k}$ 는 웨이블릿 계수 $w_{j,k}$ 의 국부적 평균이다. 위 식에서 볼 수 있는 바와 같이 신호성분의 분산이 잡음성분의 분산에 비하여 상대적으로 클 경우에는 신호성분으로 간주되는 계수 $w_{j,k}$ 에 근접한 값이 출력되며 반대의 경우에는 출력으로 잡음성분의 국부적 평균값이 나타나게 되어 잡음의 영향이 줄어들게 된다. 따라서 이를 바탕으로 한 적응 수축기는 웨이블릿 제거기에 의하여 처리하지 못한 잡음들을 추가적으로 제거할 수 있다.

식 (1)에서 가정한 바와 같이 잡음의 기대값은 0이므로 웨이블릿 변환 후에도 그 특성이 유지된다고 가정하면 신호성분의 국부적인 평균값은 $w_{j,k}$ 의 국부적인 평균과 같게 되며 식 (14)와 같이 크기가 $2M+1$ 의 이동 윈도우 내에서 구할 수 있다.

$$\bar{w}_{j,k} = \bar{w}_{j,k} = \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M w_{j,k+i} \quad (14)$$

그리고 신호성분의 국부적인 분산은 웨이블릿 계수들의 국부적인 분산과 잡음의 국부적인 분산의 차를 이용하여 구할 수 있는데 이들은 식 (15)와 같다.

$$\sigma_{s_{j,k}}^2 = \begin{cases} \sigma_{w_{j,k}}^2 - \sigma_{e_{j,k}}^2 & \text{if } \sigma_{w_{j,k}}^2 > \sigma_{e_{j,k}}^2 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \quad (15)$$

여기서 $\sigma_{w_{j,k}}^2 = \frac{1}{2M+1} \sum_{i=-M}^M (w_{j,k+i} - \bar{w}_{j,k})^2$ 이며 $\sigma_{e_{j,k}}^2$ 은 웨이블릿의 적교성을 이용하여 식 (10)에서 구한 level J 의 분산값인 v_{w_j} 를 사용한다.

이와 같은 결과로서 식 (13)을 이용한 적응적 웨이블릿 수축기와 웨이블릿 제거기를 적용하여 웨이블릿 영역에서의 AWS 필터는

$$\hat{s}_{j,k} = \begin{cases} 0 & \text{if } \lambda_j^- \leq w_{j,k} \leq \lambda_j^+ \\ Q_{j,k}(w_{j,k} - \bar{w}_{j,k}) + \bar{w}_{j,k} & \text{o.w.} \end{cases} \quad (16)$$

이 된다. 여기서 $Q_{j,k} = \frac{\sigma_{s_{j,k}}^2}{\sigma_{s_{j,k}}^2 + \sigma_{e_{j,k}}^2}$ 으로서 원 신호공간에서 에지성분과 같이 공간적 변화가 큰 신호위치에 나타나는 웨이블릿 계수들은 상대적으로 잡음의 분산에 비하여 신호의 분산이 증가하여서 $Q_{j,k}$ 가 1로 접근하게 된다. 따라서 출력으로는 신호성분으로 간주되는 계수 $w_{j,k}$ 가 그대로 나타날 확률이 증가하게 된다. 반면에 계수들의 작은 값들로 이루어진 잡음영역에서는 신호의 분산이 상대적으로 감소하여서 $Q_{j,k}$ 는 0으로 접근하게 되며 출력으로는 잡음성분의 국부적 평균값이 나타나게 되어 잡음의 영향이 줄어들게 된다. 따라서 적용적 웨이블릿 수축기를 통과한 웨이블릿 계수들은 신호성분을 잘 유지하고 있으며 잡음성분으로 간주되는 계수들은 잡음 영향의 감소 때문에 더 작은 계수 값으로 분포하게 된다. 마지막으로 이렇게 구한 웨이블릿 영역에서의 추정치 $\hat{s}_{j,k}$ 는 수축을 행하지 않은 scaling 함수를 이용하여 원 신호의 추정치 \hat{x} 으로 역변환하게 된다.

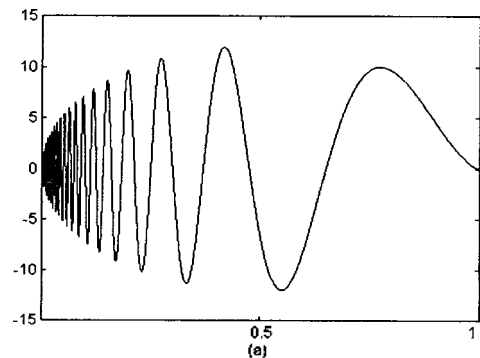
$$\hat{x} = \sum_{j=0}^J W^T w_{j,k} + \sum_{j=1}^J W^T \hat{s}_{j,k} \quad (17)$$

IV. 실험 및 결과

이 장에서는 1차원 신호와 2차원 영상에 대해 본 논문에서 제안한 AWS 필터의 잡음제거 효과 및 세밀한 성분 보존능력을 분석하며 기존의 수축 방법들과 비교한다. 본 논문에서의 웨이블릿 변환은 영상에 존재하는 에지와 평탄한 영역의 성분을 잘 구분할 수 있는 Daubechies 8-tap wavelet[14]을 적용한다.

4.1. 1차원 신호 실험 및 비교

본 논문에서는 1차원 신호로 식 (18)과 같은 함수를 이용하여 Doppler, Blocks, Bumps, Heavisine을 발생하였으며 $n=2048$ 로 샘플링된 결과가 그림 4에 나타나 있다. 이러한 신호들은 $\sigma=1$ 인 가우시안 잡음에 의하여 손상된 후에 VisuShrink, SureShrink, 그리고 AWS 필터에 입력되어서 각 잡음제거 방법들의 특성을 분석하는데 이용된다.



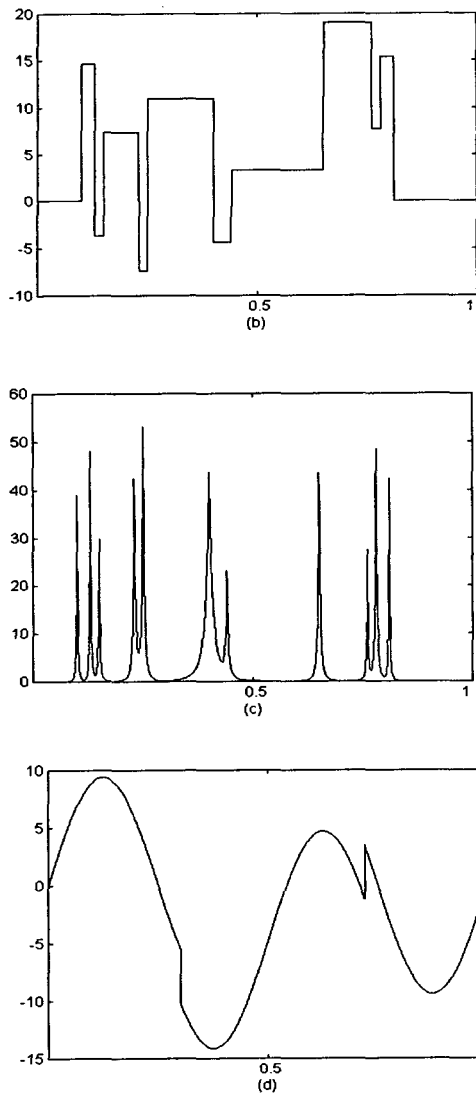


그림 4. 4개의 실험 신호
 (a) Doppler (b) Blocks (c) Bumps (d) Heavisine
 Fig. 4. The four test signals;
 (a) Doppler, (b) Blocks, (c) Bumps, (d) Heavisine.

• Doppler :

$$x(t) = (t(1-t))^{1/2} \sin(2\pi(1-\epsilon)/(t+\epsilon)), \epsilon = 0.05$$

• Blocks : $x(t) = \sum h_j K(t-t_j)$, $K(t) = (1 + \text{Sgn}(t))/2$

$$(t_j) = \{.1, .13, .15, .23, .25, .40, .44, .65, .76, .78, .78, .81\}$$

$$(h_j) = \{4, -5, 3, -4, 5, -4, 2, 2, 1, 4, 3, -3, 1, 2, 1, -4, 2\}$$

• Heavisine :

$$x(t) = 4 \sin 4\pi t - \text{sgn}(t - .3) - \text{sgn}(.72 - t) \quad (18)$$

• Bumps :

$$x(t) = \sum h_j K((t-t_j)/w_j), K(t) = (1 + |t|)^{-4}$$

$$(t_j) = t_{\text{Blocks}}$$

$$(h_j) = (4, 5, 3, 4, 5, 4, 2, 2, 1, 4, 3, 3, 1, 2, 1, 4, 2)$$

$$(w_j) = (.005, .005, .006, .01, .01, .03, .01, .01, .005, .008, .005)$$

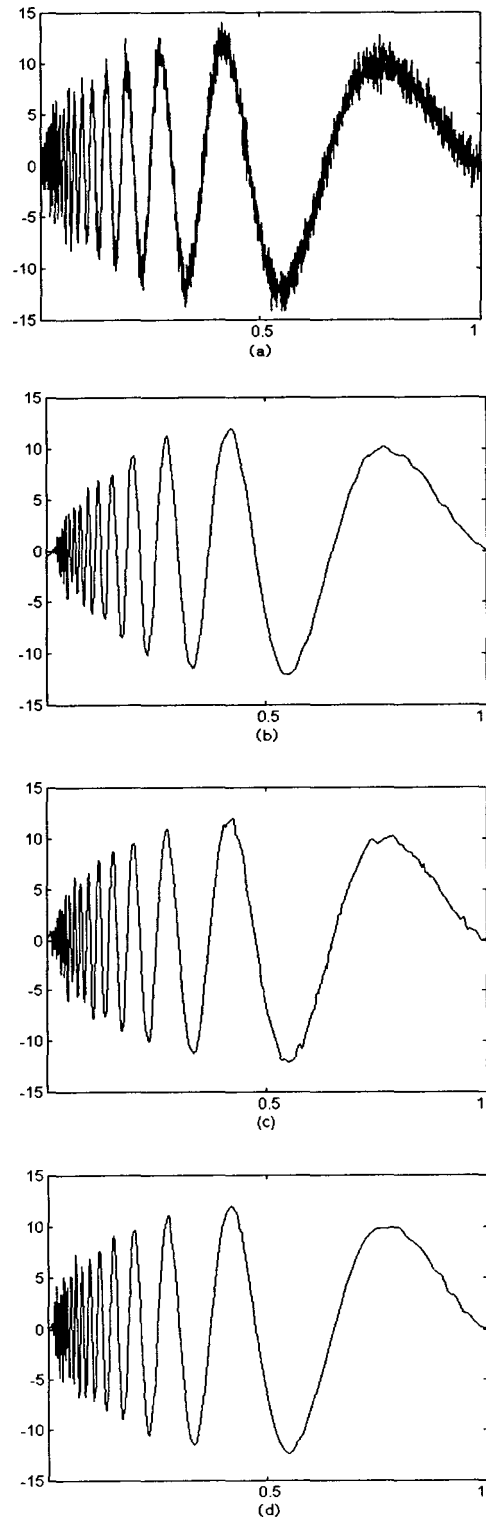


그림 5. 잡음화된 Doppler 신호의 필터링 결과
 (a) 잡음화된 신호 (b) VisuShrink
 (c) SureShrink (d) AWS 필터
 Fig. 5. The filtered results of noisy Doppler;
 (a) Noisy Doppler, (b) VisuShrink,
 (c) SureShrink, (d) AWS Filter.

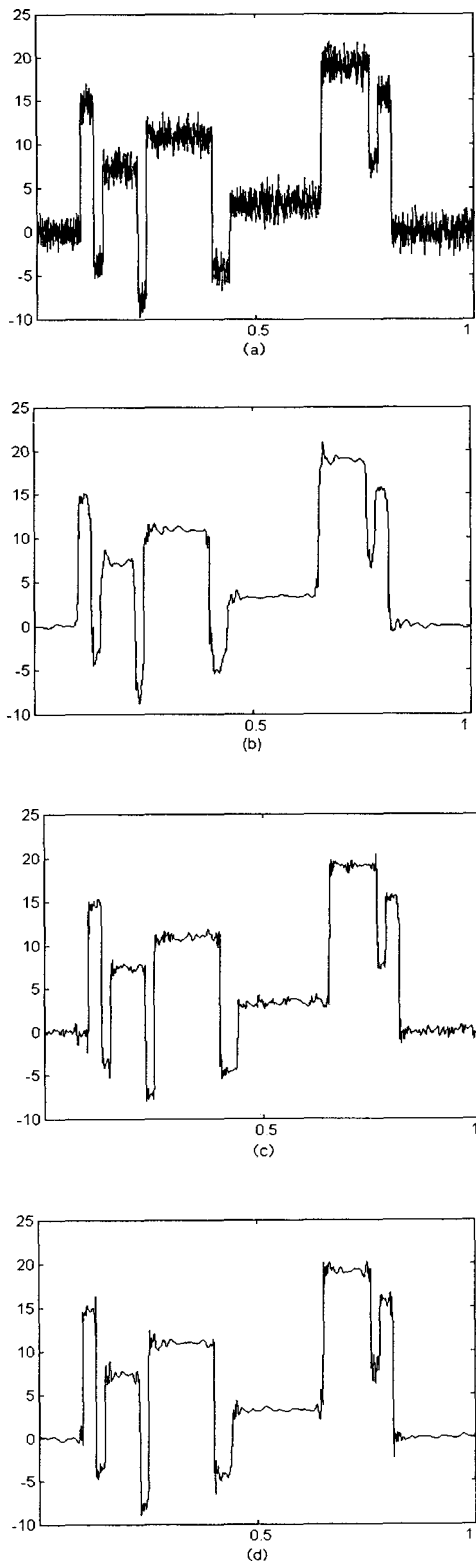


그림 6. 잡음화된 Blocks 신호의 필터링 결과
(a) 잡음화된 신호 (b) VisuShrink
(c) SureShrink (d) AWS 필터

Fig. 6. The filtered results of noisy Blocks;
(a) Noisy Doppler, (b) VisuShrink,
(c) SureShrink, (d) AWS Filter.

그림 5와 6은 각각 Doppler와 Blocks에 대해 잡음으로 손상된 신호, VisuShrink, SureShrink, AWS 필터의 실험 결과를 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 VisuShrink는 고정된 threshold에 의해 Doppler의 저주파 영역과 Blocks의 평탄한 영역에서의 높은 잡음제거에도 불구하고 Doppler의 좌측 고주파 영역과 Blocks의 에지에서 과도한 잡음 제거로 인해 신호가 많이 손상됨을 알 수 있다. 또 SureShrink는 웨이블릿 분해 level에 따른 적응적인 threshold와 Sure's(Stein's unbiased risk estimate) 조건에 의해 Doppler의 좌측 고주파 영역과 Blocks의 에지 영역 부분의 신호 복원은 VisuShrink보다 향상된 결과를 나타내었지만 Doppler의 저주파 성분과 Blocks의 평탄한 영역에서의 잡음성분을 제거하는데는 더 미흡한 결과로 나타났다. 하지만 AWS 필터는 Doppler와 Blocks의 모든 신호 구간에서 robust한 결과를 보여주고 있으며 특히, 고주파와 저주파 영역, 에지와 평탄한 영역 모두에서 잡음제거와 에지성분의 보존 측면에 있어서 우수한 결과를 이끌었다. 객관적인 비교를 위하여 표 1에 4개의 1차원 신호에 대한 NMSE(normalized mean square error) 결과를 보여준다. 전반적으로 AWS 필터가 가장 작은 NMSE 결과를 나타내었으며 주관적인 실험 결과와 비슷한 특성을 갖고 있음을 관찰할 수 있다.

표 1. 1차원 신호에 대한 NMSE 결과
Table 1. The NMSE results of the one dimensional signal.

잡음제거방법 실험 신호	VisuShrink	SureShrink	AWS Filter
Doppler	0.38	0.20	0.11
Blocks	0.73	0.35	0.33
Bumps	0.94	0.25	0.38
Heavisine	0.09	0.08	0.06

다음은 1차원 실제 신호에 대한 제안된 필터의 성능을 분석하기 위하여 지진 신호를 사용하였다. 이 지진 신호는 PROMAX 지진처리 시스템에서 사용되는 시험 데이터로서 1024개의 샘플로 구성되어 있으며 강한 진동을 의한 임펄스성 고주파 성분이 앞부분에 많이 포함되어 있다. 그림 7(a)는 원래의 지진 신호의 앞부분을 보여주고 있으며 7 dB의 가우시안 잡음을 부가한 후에 각각의 필터들에 의하여 처리된 결과가 그림 7의 (b), (c), (d)에 나타나 있다. 예측한 바와 같이 VisuShrink는 과도한 잡음 제거로 인하여 전반적으로 고주파 신호성분을 감소시켰으며 SureShrink는 크기가 상대적으로 작은 신호성분을 제거하는 경향이 있었지만 AWS 필터는 고주파 신호성분을 잘 보존하면서 잡음을 제거함을 볼 수 있다. SNR 측면에서 비교한 결과, VisuShrink는 신호성분이 많이 손상된 결과 2.3 dB로 SNR이 더 나빠졌으며 SureShrink는 9.0 dB, 그리고 AWS 필터는 11.7 dB로 개선된 결과를 보였다.

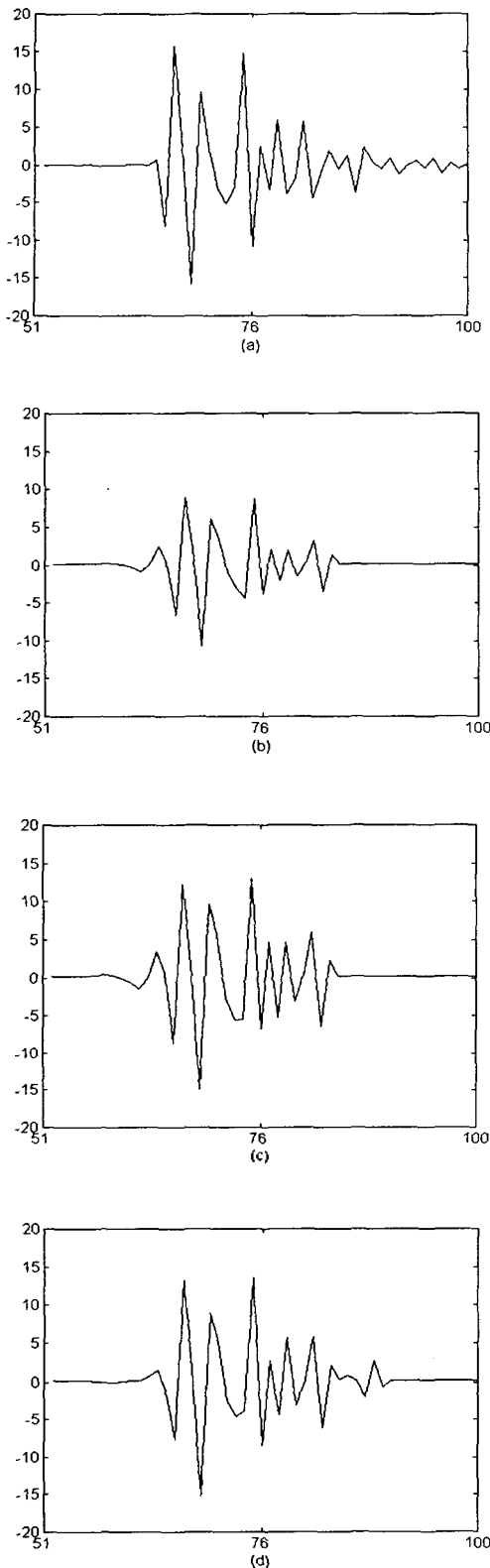


그림 7. 지진 신호의 필터링 결과
 (a) 원래 신호 (b) VisuShrink
 (c) SureShrink (d) AWS 필터
 Fig. 7. The filtered results of seismic signals;
 (a) Original, (b) VisuShrink,
 (c) SureShrink, (d) AWS Filter.

결론적으로 1차원 신호의 비교에서 AWS 필터는 웨이블렛의 국부적인 통계성을 이용하여 적응적으로 웨이블렛 계수를 수축하고 thresholding 한 결과, 신호성분을 잘 보존하고 잡음도 잘 제거하는 결과를 나타내었다.

4.2. 2차원 영상 실험 및 비교

2차원 영상의 실험을 위하여 256×256 크기의 “Lena”와 “goldhill” 영상을 이용하였으며 여기에 $\sigma = 15, 20, 25$ 의 다양한 가우시안 잡음을 부가하였다. 영상정보의 보존능력과 잡음제거 효과를 살펴보기 위하여 위와 같은 잡음화 영상에 이상적인 oracle threshold에 의한 수축 방법[10], VisuShrink 수축 방법, 원래 신호영역에서 필터링을 수행하는 LLMSE(local linear minimum mean square error) 필터[18], 그리고 제안된 AWS 필터를 적용하였다. 여기서 oracle threshold에 의한 수축 방법은 실제 환경에서는 불가능한 soft-thresholding의 가장 이상적인 경우로서 $s_{j,k}$ 가 알려졌다고 가정하였을 때 $\lambda_{opt} = \arg \min_{\lambda} \sum_{j,k} (\eta_{\lambda}(w_{j,k}) - s_{j,k})^2$ 에서 추정된 값을 threshold로 이용하는 방법으로서 $\eta_{\lambda}(\cdot)$ 은 식 (7)과 같은 soft-thresholding을 적용한 함수이다. LLMSE 필터는 3×3의 윈도우를 사용하였으며 AWS 필터는 영상의 크기와 잡음의 가우시안 분포 특성으로 인해 $j_0 = 5$ 부터 잡음 제거를 실행하였고 level j 에 의한 웨이블렛 영역의 윈도우 크기 $(2M+1)$ 은 적응적으로 $j = 5, 6, 7$ 에 대해 $M = 4, 3, 2$ 의 윈도우를 사용하였다.

그림 8과 9는 “Lena”와 “goldhill” 영상에 대하여 잡음을 $\sigma = 15$ 로 하였을 때의 실험결과를 보여준다. 두 실험 영상에서 보듯이 oracle threshold에 의한 수축 방법은 전체적으로 좋은 잡음 제거 성능을 보였지만 영상 정보의 중요한 요소인 에지 성분의 보존은 미흡하여 영상의 퍼짐(blurring) 현상이 나타났으며 VisuShrink는 적응적으로 잡음제거가 이루어지지 않아 잡음제거와 에지성분의 보존 모두에서 뒤떨어지는 결과를 나타냈다. 반면에 원래 영상 신호영역에서 좋은 결과를 이끄는 LLMSE 필터는 잡음제거 효과는 우수하지만 세밀한 구조 보존능력은 약간 부족함을 관찰할 수 있고, 제안한 AWS 필터는 잡음제거와 영상정보 보존측면에서 가장 우수함을 볼 수 있다. 그림 10은 “Lena” 영상에 대한 실험을 6배로 확대한 결과로서 다른 방법들에 비하여 얼굴 아래부분과 입술에 대한 에지 성분을 잘 보존하면서 효과적으로 잡음제거를 수행하는 AWS 필터의 특성을 잘 관찰할 수 있다.

객관적으로 각 필터의 성능을 평가하기 위하여 복원영상에 따른 NMSE 결과 값을 표 2에 나타내었다. NMSE 값에서도 AWS 필터는 잡음의 정도에 상관없이 가장 우수한 잡음제거 능력을 갖고 있음을 알 수 있으며 다음으로는 이상적인 threshold를 사용한 oracle 수축 방법과 원래의 신호영역에서 필터링을 수행한 LLMSE 필터가 뒤따른 결과를 보이고 있다.

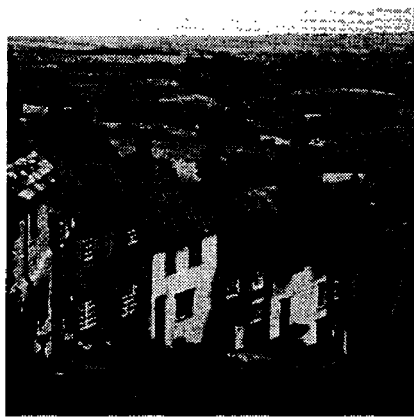


그림 8. 잡음화된 "Lena" 영상에 대한 실험결과

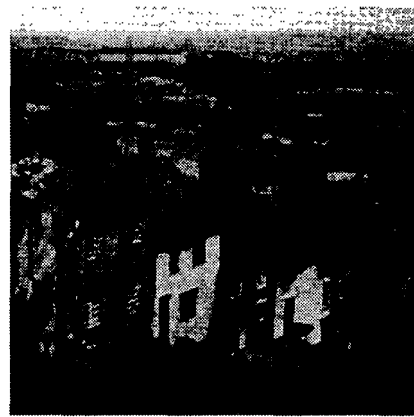
(a) 원 영상 (b) 잡음 영상($\sigma=15$) (c) Oracle 수축 방법 (d) VisuShrink (e) LLMMSE 필터 (f) AWS 필터

Fig. 8. The filtered results of noisy "Lena" image;

(a) Original image, (b) Noisy image($\sigma=15$), (c) Oracle shrinkage, (d) VisuShrink, (e) LLMMSE Filter, (f) AWS Filter.



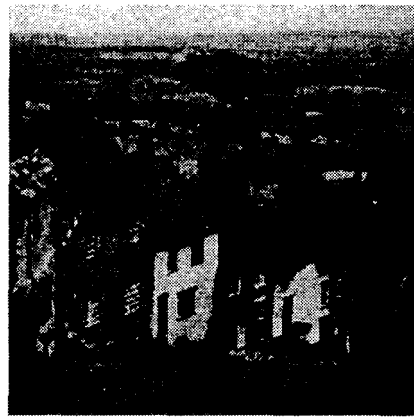
(a)



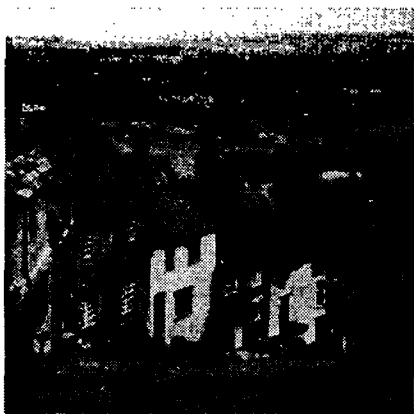
(b)



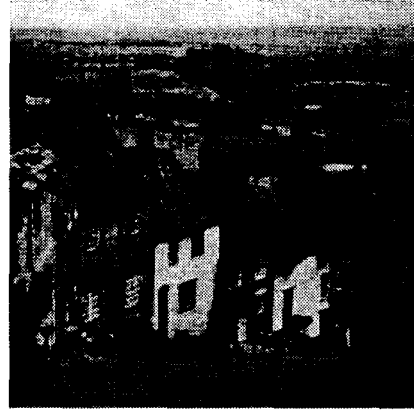
(c)



(d)



(e)



(f)

그림 9. 잡음화된 "goldhill" 영상에 대한 실험결과

(a) 원 영상 (b) 잡음 영상($\sigma=15$) (c) Oracle 수축 방법 (d) VisuShrink (e) LMMSE 필터 (f) AWS 필터
 Fig. 9. The filtered results of noisy "goldhill" image;

(a) Original image, (b) Noisy image($\sigma=15$), (c) Oracle shrinkage, (d) VisuShrink, (e) LMMSE Filter, (f) AWS Filter.

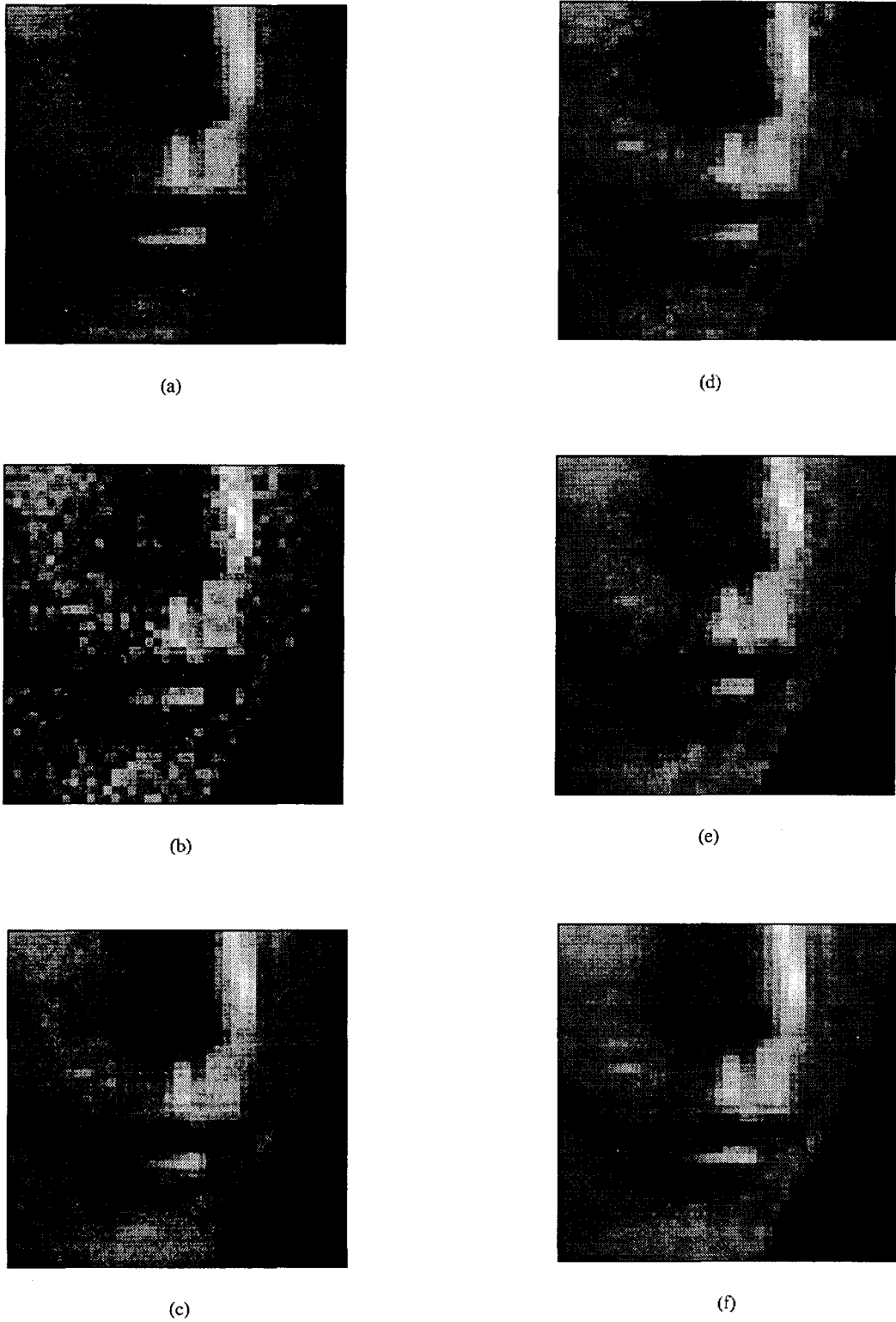


그림 10. 6배 확대된 영상의 일부분

(a) 원래 영상 (b) 잡음 영상($\sigma=15$) (c) Oracle 수축 방법 (d) VisuShrink (e) LMMSE 필터 (f) AWS 필터
Fig. 10. The blown-up results at 6 times;
(a) Original image, (b) Noisy image, (c) Oracle shrinkage, (d) VisuShrink, (e) LMMSE Filter, (f) AWS Filter.

표 2. 2차원 영상에 대한 NMSE 결과
Table 2. The NMSE results of two dimensional image.

잡음제거방법 실험 영상		Oracle shrinkage	VisuShrink	LLMMSE	AWS Filter
Lena	$\sigma=15$	0.33	0.40	0.32	0.30
	$\sigma=20$	0.26	0.36	0.28	0.25
	$\sigma=25$	0.23	0.35	0.25	0.22
goldhill	$\sigma=15$	0.43	0.48	0.42	0.42
	$\sigma=20$	0.34	0.41	0.35	0.33
	$\sigma=25$	0.27	0.37	0.29	0.27

V. 결 론

본 논문은 웨이블릿 변환을 이용하여 백색 잡음으로 손상된 신호 및 영상에서 뛰어난 잡음 제거 성능과 영상의 세밀한 성분을 잘 보존시킬 수 있는 AWS 필터를 제안하였다. 제안한 AWS 필터는 웨이블릿 영역에서 계수들의 국부적인 특징을 이용하게 되며 실제로 가우시안 잡음에 의해 손상된 신호에서 웨이블릿 계수들의 통계적인 threshold 값을 이용하여 잡음과 신호성분을 구분하게 된다. 이렇게 구분된 웨이블릿 계수들에 웨이블릿 제거기와 수축기를 적용하여 적용적으로 잡음성분을 제거하면서 신호성분을 효율적으로 보존하는 수축 필터를 구현하였다. 또한 다양한 잡음으로 손상된 1차원 신호 및 영상 신호에 대한 실험 결과, AWS 필터는 NMSE의 수치를 통해 알 수 있듯이 뛰어난 잡음 제거 성능을 보였으며 필터링된 영상에 대한 주관적인 비교에서도 다른 방법들에 비해 영상의 세밀한 성분을 잘 보존하면서 좋은 잡음 제거 성능을 관찰할 수 있었다. 향후 연구로 웨이블릿 변환을 이용하여 인간의 시각 시스템에 더욱 접근한 영상 향상 방법과 칼라 영상에서의 잡음처리를 위한 방법의 개발이 필요할 것이다.

참 고 문 헌

1. H. C. Andrews and B. R. Hunt, *Digital Image Restoration*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1977.
2. L. R. Rabiner, M. R. Sambur and C. E. Schmidt, "Applications of a nonlinear smoothing algorithm to speech processing," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-23, pp. 552-557, 1975.
3. C. A. Pomalaza and C. D. McGillem, "An Adaptive, nonlinear edge-preserving filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32, pp. 571-576, 1984.
4. A. C. Bovik, T. S. Huang and D. C. Munson, "A generalization of median filtering using linear combinations of order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-31, pp. 1342-1349, 1983.

5. D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage," *Biometrika*, vol. 81, pp. 425-455, 1994.
6. A. G. Bruce, D. L. Donoho, H-Y Gao, R. D. Martin, "Denoising and robust non-linear wavelet analysis," *Proceedings SPIE Conference*, 1994.
7. D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," *Journal of the American Statistical Association*, 90, 1200-1224, 1995.
8. S. G. Chang, M. Vetterli, "Spatial adaptive wavelet thresholding for image denoising," *Proceedings ICIP Conference*, Oct. 1997.
9. A. Bruce and H-Y Gao, "WaveShrink: Shrinkage functions and thresholds," *Proceedings of SPIE*, 1995.
10. S. G. Chang, B. Yu, M. Vetterli, "Image denoising via lossy compression and wavelet thresholding," *Proceedings ICIP Conference*, Oct. 1997.
11. F. Ruggeri, and B. Vidakovic, "A Bayesian Decision Theoretic Approach to Wavelet Thresholding," *Statistica Sinica*, 9, to appear, 1999.
12. S. P. Ghael, A. M. Sayeed, and R. G. Baraniuk, "Improved wavelet denoising via empirical wiener filtering," *Proceedings of SPIE, Mathematical Imaging*, San Diego, Jul. 1997.
13. A. Cohen, I. Daubechies, and P. Vial, "Multiresolution analysis, wavelets and fast algorithms on an interval," *Appl. Comput. Harmon. Anal.* 1, 54-81, 1993.
14. I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, SIAM, New York, 1992.
15. B. Jawerth, and W. Sweldens, "An overview of wavelet based multiresolution analysis," *SIAM Review*, 36, 377-412, 1994.
16. S. Mallat, *A Wavelet Tour of signal processing*, Academic Press, 1998.
17. J. S. Lee, "Digital Image Enhancement and Noise Filtering by Use of Local Statistics," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-2, Mar. 1980.
18. D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand, and P. Chavel, "Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-7, No. 2, Mar. 1985.

▲ 임 현(Hyun Lim)



1992년 2월 : 목포대학교 전자공학과
학사
1994년 4월 : 목포대학교 전자공학과
석사
1998년 3월 ~ 현재 : 목포대학교 전자
공학과 박사과정
※ 주관심분야 : 영상신호처리, 웨이블릿,
영상압축

▲ 박 순 영(Soon-Young Park)



1982년 2월 : 연세대학교 전자공학과
학사
1984년 2월 : 연세대학교 전자공학과
석사
1989년 1월 : State Univ. of New
York at Buffalo, 전기
및 컴퓨터공학과 박사

1989년 ~ 1990년 : State Univ. of New York at Buffalo,
전기 및 컴퓨터공학과, Post Doctor

1990년 ~ 현재 : 목포대학교 전자공학과 부교수

※ 주관심분야 : 디지털신호 및 영상처리, 멀티미디어 정보
검색, 컴퓨터 비전

▲ 오 일 환(Il-Whan Oh)



1982년 2월 : 연세대학교 전기공학과
학사
1985년 2월 : Univ. of Texas, 전기전자
공학과 석사
1988년 1월 : Univ. of Rhode Island,
전기전자공학과 박사
1990년 ~ 현재 : 목포대학교 전자공학과
부교수

※ 주관심분야 : 광신호처리, 광통신