

Spur Gear의 미끄럼 마멸률에 관한 연구

김태완 · 문석만 · 구영필* · 조용주**

부산대학교 대학원 정밀기계공학과

*부산대학교 기계기술연구소

**부산대학교 기계공학부

A Study on the Sliding Wear Rate Calculation in Spur Gears

Tae-Wan Kim, Seok-Man Moon, Young-Pil Koo* and Yong-Joo Cho**

Graduate School, Pusan National University

*Research Institute of Mechanical Technology, Pusan National University

**School of Mechanical Engineering, Pusan National University

Abstract – In this study, the sliding wear in spur gears, using Archard's wear model, is analyzed. Formulas of tooth sliding wear depth along the line of action are derived. The tooth profile is modified to make a smooth transmission of the normal loads and the cylinder profile for reducing the pressure spike is suggested. The sliding wear rate is calculated with these profiling results. We expect these modification methods to contribute to the reduction of sliding wear not only in the root, but the tip of tooth and tooth edge.

Key words – spur gear, sliding wear, elastic deformation, tooth profile modification, tip relief, scuffing, edge effect.

1. 서 론

동력전달 시스템에서 가장 널리 사용되고 있는 기어의 마멸에 대한 문제는 전체 기계시스템의 손상을 가져올 수 있기 때문에 이 기어의 마멸을 예측하는 것은 매우 중요한 것으로 알려져 있다. 그러나 복잡한 마멸 메카니즘 자체의 특성상 아직까지 확실하게 신뢰할 수 있을 만한 연구결과가 미흡한 실정이며 아직까지도 많은 학자들에 의해 그 연구가 진행되어지고 있다.

Dudley[1]는 기어작동시 발생할 수 있는 마멸모드를 분석하였으며 마멸을 줄일 수 있는 방법에 관해서도 연구하였다. 그리고 Godfrey[2]에 의해서는 좀더 다양한 마멸 메카니즘을 밝히기 위해서 해석 기법을 개발하였다. 이러한 노력들에 의해 기어 손상(Gear Failure)에 있어 일반적인 분류가 체계화 되었는데 즉, 기어 손상은 주로 이끝과 이뿌리 부분에 발생하는 스킵핑(Scuffing), 피치선의 주위에서 발생하는 피팅(Pitting), 그리고 치의 절손과 같은 강도와 관련된 파

괴형태로 분류되어지고 있다[1,3,4]. 스킵핑은 주로 고하중하에서 윤활막이 파괴되고 미끄럼에 의한 마찰열에 의해 늘어붙은 현상으로 발생되며 피팅은 하중의 이동시 미끄럼과 마모가 발생하여 이로 인한 마모입자에 의해서 표면피로가 발생함으로 기인하는 것이다[3,5,6].

특히 기어의 스킵핑은 돌기의 직접적인 접촉에 의한 것으로 윤활성능의 중요성이 인식되었는데[7] 최근에 Cheng과 Wu에 의해서는 스퍼기어에서의 동적상태와 부분 EHL을 고려한 슬라이딩 마모에 관한 연구가 있었다[8].

본 연구에서는 맞물린 기어 접촉부의 돌기 접촉상태를 Archard's Wear Model[6]로 가정하여 슬라이딩 마멸에 의한 치면의 마멸량을 계산하고자 하였다. 그리고 탄성변형량을 고려한 작용선 방향, 즉 치 높이 방향의 치형수정결과와 실린더 프로파일링을 통한 치폭방향의 치형을 수정한 결과를 마멸량 계산에 적용시켰는데, 치높이 방향의 치형수정은 하중분배 원리에 근거하여 이끝과 이뿌리부분의 전달하중을 줄이기

위한 최적의 치형수정량을 결정하였으며 치폭방향의 치형수정은 치면의 모서리 부분의 압력 스파이크를 제거할 수 있도록 새로운 실린더 형상을 결정하였다. 이러한 치형의 수정결과로부터 이끝부분과 이뿌리부분 그리고 치면의 모서리 부분에서의 미끄럼 마멸량을 상당히 줄일 수 있음을 보일 것이다.

2. 미끄럼 마멸률의 계산

2-1. 미끄럼 마멸률

슬라이딩 마모율은 등가실린더에 대한 국부 슬라이딩 속도(local sliding velocity)와 하중 그리고 반경에 대한 함수로써 나타낼 수 있고 작용선을 따라서 국부적으로 단일 접촉동안의 슬라이딩 마모 모델을 적용 시킬수 있다. 그러나 등가실린더에 대한 슬라이딩 속도와 하중 그리고 반경이 작용선을 따라서 변하기 때문에 슬라이딩 마모율은 극단적으로 접촉위치(ξ)의 함수로써 나타낼 수 있다. 즉, 극소시간동안 작용선을 따른 접촉위치에서의 슬라이딩에 의한 극소마멸체적은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta(v_m) = w \cdot |U| \cdot \delta\tau \quad (1)$$

여기서, $\delta(v_m)$: 단위 면적당 마멸률

w : 미소시간 $\delta\tau$ 동안 작용선상의 접촉위치

(ξ)에서의 단위면적당 마멸량

ξ : 접촉 위치

$\delta\tau$: 극소 시간

U : 슬라이딩 속도

이 식에서 $|U| \cdot \delta\tau$ 는 극소 이동거리가 되며 여기에 w 을 곱해주면 극소 마모체적이 된다.

2-2. 단위 면적당 마멸량 (w)

식(1)에서 단위 면적당 마멸량을 계산하기 위해서 Archard's Wear Model을 적용하였다. Fig. 9는 다음과 같은 가정하에 Archard Wear Model을 도식한 것이다.

- ① 마모입자는 반구형이다.
- ② 원형모양의 접촉면적을 갖는다.
- ③ 각 접촉점이 완전히 분리되었을 때 바로 새로운 접촉점이 형성된다.

Fig. 1에 접촉부에 작용하는 총 하중(F)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

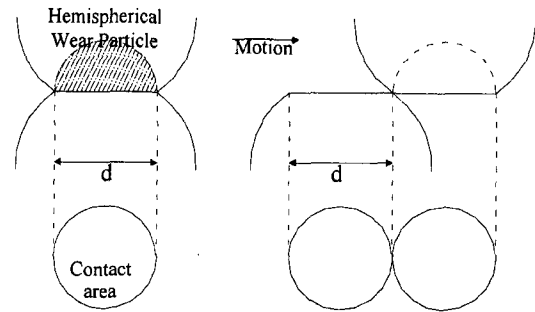


Fig. 1. Archard's wear model.

$$F = np \frac{\pi d^2}{4} \quad (2)$$

(p = yield pressure of material)

$$n = \frac{4F}{\pi p d^2} \quad (3)$$

여기서, F : 총하중

n : 접촉개수

d : 접촉반경

반구의 마멸체적 ($\pi d^3/12$)을 고려하여 단위길이당 마멸량은 다음과 같이 구할 수 있으며,

$$\frac{V}{L} = \frac{n(\pi d^3/12)}{d} = n \frac{\pi d^2}{12} \quad (4)$$

여기서, V : 제거된 마멸체적

L : 슬라이딩 길이

식 (3)와 (4)로부터 다시 표현될 수 있다.

$$\frac{V}{L} = \frac{4F}{\pi p d^2} \frac{\pi d^2}{12} = \frac{F}{3p} \quad (5)$$

마모계수(wear coefficient) k 를 고려하면 단위길이당 마멸량은 다음과 같다.

$$\frac{V}{L} = k \frac{F}{3p} \quad (6)$$

$$w = \frac{V}{vt} = \frac{V}{L} = k \frac{F}{3p} = k \frac{F}{H} \quad (7)$$

여기서, $H(= 3p)$: 재료경도

k : 마모계수

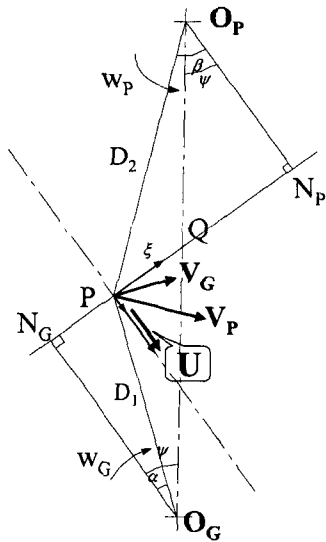


Fig. 2. Sliding velocity.

2-3. 슬라이딩 속도 (U)

슬라이딩 속도(U)는 Fig. 2에서 접촉점(P)에서의 상대속도의 차를 의미하는 것이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 U &= V_s = V_p \sin \theta_p - V_g \sin \theta_g \\
 &= (w_p + w_g) \overline{PQ} \\
 &= w_g (\overline{PQ} + \overline{QN_g}) - w_p (\overline{QN_p} + \overline{PQ}) \\
 &= w_g \overline{PN_g} - w_p \overline{PN_p} \\
 &= \left(\frac{U_p}{\frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2}} \right) \cdot |\xi|
 \end{aligned}$$

따라서,

$$U = V_s = 2U_p \cdot |\xi| \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \tag{8}$$

여기서, U: 슬라이딩속도
 D₁: Pinion 지름
 D₂: Gear 지름

2-4. 극소시간 (δτ)

슬라이딩 마모율은 접촉위치(ξ)의 함수로 나타내기 위하여 극소시간(δτ)을 작용선을 따른 공간인터

벌(dξ)로 변환하여야 하는데, 시간(τ)에 대해서 접촉 위치(ξ)의 속도($\frac{d\xi}{d\tau}$)는 $U_p \cos \Psi$ 이므로, 극소시간(δτ)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\xi}{d\tau} = U_p \cos \Psi \tag{9}$$

$$\delta\tau = \frac{1}{U_p} \cdot \sec \Psi \cdot d\xi \tag{10}$$

여기서, Ψ: 압력각
 U_p: 피치라인속도(피치점속도)
 ξ: 피치점을 원점으로하여 작용선상의 접촉위치

2-5. 치면상에서의 슬라이딩 마모 깊이

2.2, 2.3, 2.3절에서 논의한 각각의 단위 면적당 마멸률 (w), 슬라이딩 속도 (U), 극소시간 (δτ)로부터 식 (1)의 극소마모체적은 다음과 같으며,

$$\delta v_m = 2 \cdot \sec \Psi \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \cdot k \frac{F}{H} \cdot |\xi| \cdot d\xi \tag{11}$$

작용선상의 어느 접촉위치 ξ에서의 슬라이딩 마모 깊이는 치폭 b를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \frac{\delta v_m}{b \cdot d\xi} \\
 &= 2 \cdot \sec \Psi \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \cdot w \cdot \frac{|\xi|}{b} \\
 &= 2k \cdot \sec \Psi \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \cdot \frac{PA}{H} \cdot \frac{|\xi|}{b}
 \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, b: 치폭(face-width)

식 (12)에서 보는 바와 같이 슬라이딩 마모깊이는 단지 접촉 압력 P와 접촉위치 ξ에 의해서 결정될 수 있음을 알 수 있다.

이상과 같은 슬라이딩 마모깊이를 작용선상에서 3차원적으로 나타내기 위해서는 우선, 기어의 기하학적인 분석을 통해서 작용선상의 접촉위치의 파악과 함께 작용선상의 전달하중의 분포를 파악하여야 한다. 그리고 이 전달하중의 분포로써 기어와 피니언이 접촉할 때 치면상에서 발생하는 접촉압력을 계산하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 스퍼기어에서 원활한 하중전달을 위한 최적 치형수정을 구하여 이리

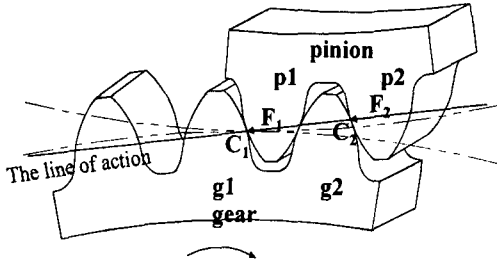


Fig. 3. Tooth contact in high-contact ratio gear.

한 전달하중으로부터 접촉해석 프로그램을 이용하여 접촉압력을 구해 마멸량 계산에 적용하였다.

3. 치높이 방향의 치형수정

3-1. 스퍼기어의 접촉구간

탄성변형에 의한 최적의 치형수정을 위해서는 우선, 기어의 기하학적 분석을 통해 접촉하는 치에 대한 하중분배를 파악하여야 한다.

Fig. 3은 일반적인 스퍼기어의 치 접촉시 작용선 방향으로 최대 수직 하중의 분배를 도시한 것인데, 기어 치 g1과 g2가 두 접촉점 C₁과 C₂에서 만나고 있다. 치 g2의 접촉점이 기어 치의 이끝이 되었을 때, 두 쌍의 접촉이 한 쌍의 접촉으로 변화되면서 작용선 위의 총 수직 하중은 한 개의 치에 총 수직 하중이 집중되어 전달되기 때문에 급격한 힘의 변화를 야기시키게 된다. 이러한 접촉상태를 기어치면상에 나타낸 것이 Fig. 4인데, 즉 a~b구간에는 2개의 접촉점이 맞물리고, b~c구간에는 1개의 접촉점이 맞물리며, c~d구간에는 다시 2개의 접촉점이 맞물리면서 반복 회전하게 되는 것이다. Table 1은 본 연구에서 수행한 기어의 데이터를 나타낸 것이다.

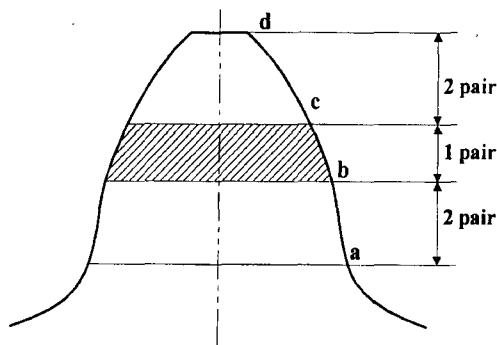


Fig. 4. Tooth contact zones.

Table 1. Gear data

Gear Data		
Item	DRIVER	DRIVEN
Number of teeth	42	49
Pressure angle, degrees		17.50°
Module		2.25
Face width		20.00 mm
Torque		28640.00 kg _f · mm
Young's modulus		21000 kg _f /mm ²
Poisson's ratio		0.3
Contact ratio		1.88

3-2. 변형량의 계산

Fig. 5에서 각각의 접촉점에서 작용선 방향으로 분배된 수직하중 F_i에 의한 접촉점에서의 변형량의 계산은 Nakada[9]의 연구에 근거하였는데, 즉 총 변형량(δ)은 굽힘 변형(δ_b), 전단 변형(δ_s), 기초 변형(δ_c), 그리고 접촉 변형(δ_H)의 합으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \delta_b + \delta_s + \delta_c + \delta_H \tag{13}$$

여기서, 각각의 변형량의 계산은 부록 1에 나타내었다.

3-3. 치형 수정량(Tip relief)의 결정

앞 절에서 계산한 변형량을 기준으로 하여 작용선의 위치에 따른 구동기어와 피동기어의 접촉점에서 작용선 방향에 대한 치형 수정량을 포물선형으로 치형 수정량을 결정하여 도시한 것이 Fig. 6이다. 이

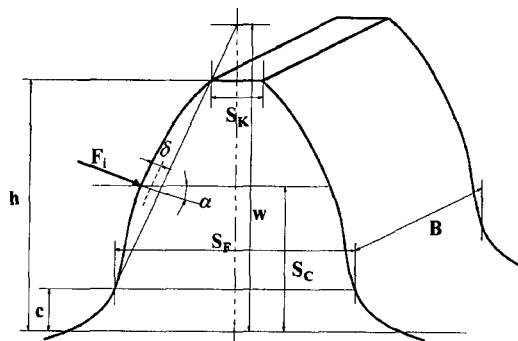


Fig. 5. Tooth deformation.

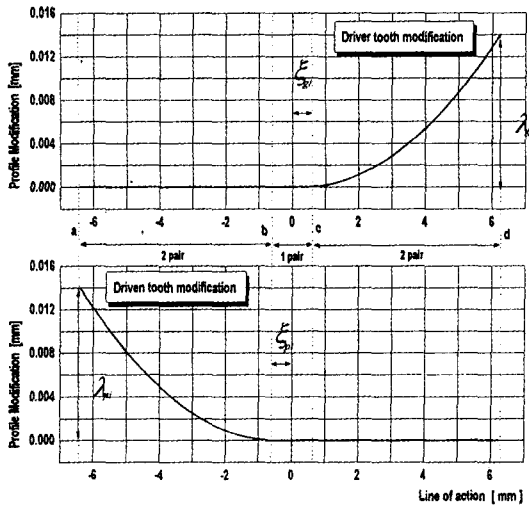


Fig. 6. Tooth profile modification.

두 기어의 치형 수정량의 합이 접촉점의 치형 수정량이 되는 것이다. 치형 수정은 두 가지 기준하에서 수행하였는데 즉, 두 접촉점의 치형 수정량 합은 접촉점의 변형량보다 작아야 한다는 것과 한 개의 접촉점이 될 때의 급격한 하중 변화를 원활히 제거하기 위하여 접촉점의 최대 치형 수정량을 최대 변형량과 동일하게 한다는 것이다.

여기서, 각 접촉점에서의 치형 수정량(ϵ_i)은 다음과 같다.

$$\epsilon_i = \lambda_{gi} + \lambda_{pi} \quad (14)$$

여기서, λ_{gi} , λ_{pi} : 작용선방향으로의 구동기어와 피동기어 치형수정량

ϵ_i : 접촉점 i에서의 치형수정량

ξ_{gi} : 작용선방향으로 피치점으로부터 구동기어의 수정 시작점(작용선)

ξ_{pi} : 작용선방향으로 피치점으로부터 피동기어의 수정 시작점(작용선)

Fig. 7는 작용선 방향에 대하여 치형 수정량을 도시한 Fig. 6를 인벌류트 기어 치면의 치각각방향으로 치형 수정을 도시한 것이다.

3-4. 치형 수정된 전달하중 분포

Fig. 8은 수정되기 전의 전달하중의 분포와 기어 치의 치형 수정 시작점, 최대 치형 수정량, 포물선

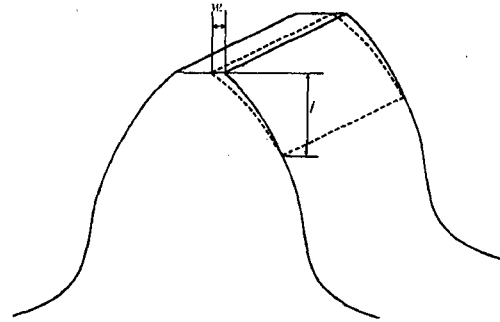


Fig. 7. Tip relief.

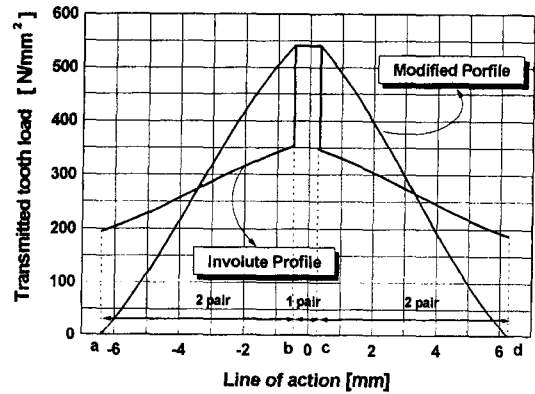


Fig. 8. Modified transmitted tooth load.

형 치형 수정을 토대로 치형수정한 전달하중의 분포를 나타낸 것이다. 각 접촉점에서 치형 수정량을 고려하기 전후의 하중 분배에 관한 식은 다음과 같다.

치형수정전 ;

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} F \quad (15)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} F \quad (16)$$

치형수정후 ;

$$F_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} [F - K_2(\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (17)$$

$$F_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} [F - K_1(\epsilon_1 - \epsilon_2)] \quad (18)$$

여기서, F_1 , F_2 = 분배하중

K_1 , K_2 = 강성 (부록 2 참고)

Fig. 8에서 보는 바와 같이 수정되기 전의 치형에서의 전달된 하중 분포는 작용선 위의 *b*와 *c*에서 급격한 하중의 변화가 있었으나, 치형수정후의 전달하중의 변화는 *ab*구간에서는 전달 하중이 “0”에서 최대 접촉 하중까지 원활히 증가되었다가 다시 *cd*구간에서 원활히 감소되는 특성을 보임을 알 수 있다. 즉 탄성변형량을 고려한 치형수정을 통해서 이끝부분과 이뿌리부분의 전달하중을 저감시킴으로써 슬라이딩에 의한 마멸을 상당히 줄일 수 있다.

4. 치폭 방향의 치형수정

슬라이딩 마멸율을 계산하기 위해서는 앞절에서 논의한 각 접촉점에서의 하중에 대해 치면에 작용하는 압력분포를 파악하는 것이 중요한데, 치가 맞물리는 동안에 인벌류트 스퍼기어는 접촉상태가 일정하게 변화하는 실린더 접촉으로 모델링할 수 있다. 즉, 접촉상태에 있는 두 개의 순간적인 실린더를 한 개의 등가 실린더와 한 개의 평면으로 등가시킨 다음, Influence Matrix 이용한 접촉해석 방법[10]을 적용시켜 치면상의 압력분포를 계산하였다.

본 연구에서는 일반적인 실린더 형상과 실린더의 가장자리에 응력집중이 발생하지 않도록 수정된 실린더형상에 대해서 압력분포를 계산해서 마멸량계산에 적용하였다.

여기서, 실린더 형상을 프로파일링하는 과정은 다음과 같다. 우선, 프로파일링을 하지 않은 실린더에 대하여 Hertzian 접촉해석을 수행하여 탄성변형량과 수직 압력분포를 구하여 실린더의 가운데 부분의 압력을 접촉영역에 걸쳐 대체시킨다. 즉, 가장자리의 피크 압력이 없는 변경된 압력분포를 만드는 것이다. 다음에는 변경된 압력분포로서 다시 Hertzian 접촉해석을 수행하여 탄성변형량을 계산한다. 최종적으로 원래의 실린더형상에기존의 탄성변형량과 변경후의 탄성변형량의 차를 감함으로써 수정된 실린더 형상을 얻을 수 있었다.

Fig. 9는 원래의 실린더 형상과 수정후의 실린더 형상을 보인 것이며, Fig. 10은 같은 하중을 가했을 때 각각의 접촉압력을 도시한것인데, 원래의 실린더형상에 비해 프로파일링한 실린더의 가장자리부분의 압력스파이크가 현저히 감소되어 있음을 알 수 있다.

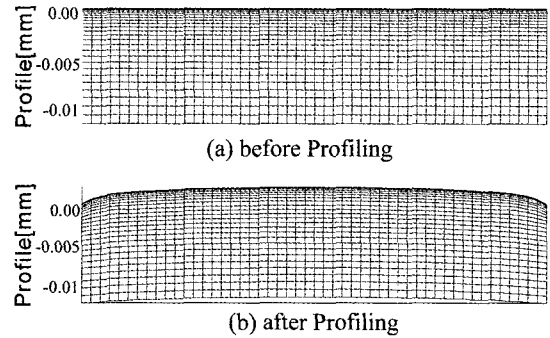


Fig. 9. Cylinder geometry.

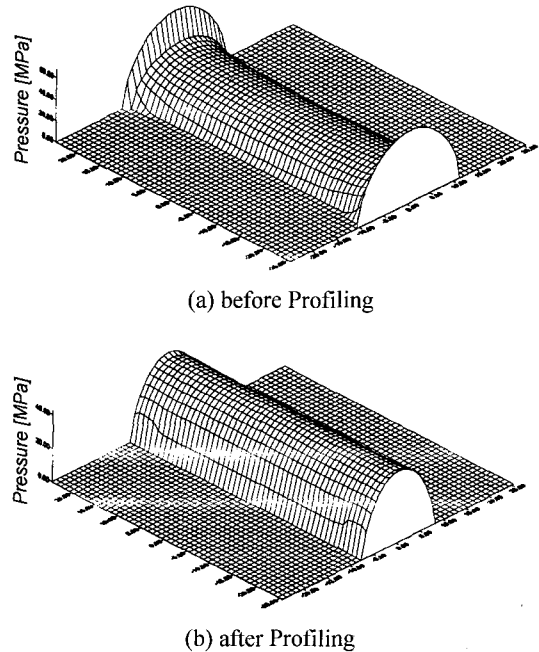


Fig. 10. Contact pressure of cylinders.

5. 해석 결과 및 고찰

스퍼기어의 치높이 방향으로 치형수정 전후의 결과와 치폭 방향의 치형을 수정한 경우를 적용시켜 기어의 1회전시 작용선상에서 발생하는 마멸량을 3차원적으로 도시한 것이 Fig. 11과 Fig. 12 그리고 Fig. 13이다.

Fig. 11은 치형수정 전의 치면상에서 발생하는 마멸량을 도시한 것으로 이끝면과 이뿌리면에서 가장 많은 마멸량이 나타나고 치면의 중심에서는 슬라이딩속도가 0이 되는 관계로 슬라이딩 마멸은 발생되

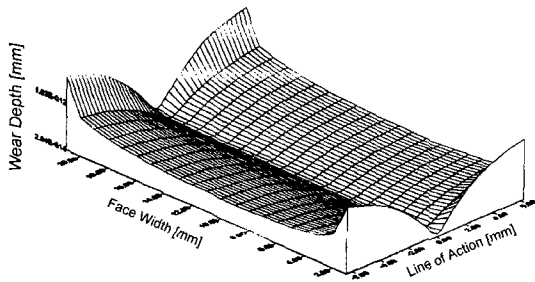


Fig. 12. Wear depth before tooth modification.

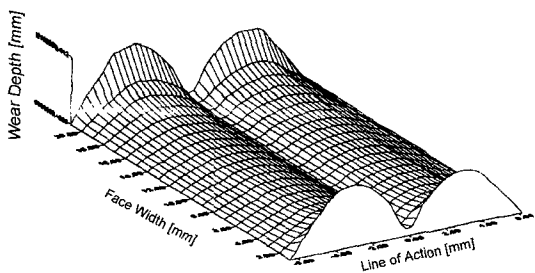


Fig. 13. Wear depth after tooth modification.

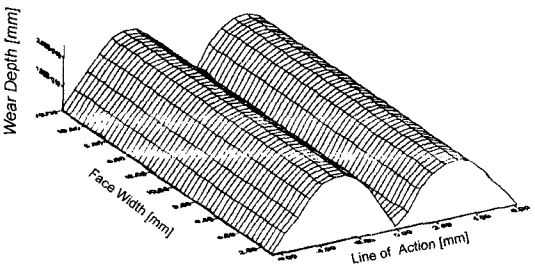


Fig. 14. Wear depth after tooth modification and cylinder profiling.

지 않음을 알 수 있다.

Fig. 12는 치높이 방향의 치형수정을 한 후의 치면상에서 발생하는 마멸률을 도시한 것으로써 치형수정후 전달하중의 완만한 증가에 따라 addendum의 중심부위와 dedendum의 중심부위에서 가장 많은 마멸량이 나타남을 알 수 있으며, 이끝부분과 이뿌리부분의 전달하중을 저감시킴으로써 이끝부분과 이뿌리부분의 마멸량이 현저히 감소되어있음을 알 수 있다. 이러한 치높이 방향의 치형수정을 통해 이끝부분과 이뿌리부분의 윤활막 파손에 의한 스키핑(Scuffing)의 발생을 미연에 방지할 수 있으며 아울러 새 기어를 사용할 때 소요되는 길들이기(Running-In) 시간을 줄일 수 있을 것이다.

그리고 Fig. 11과 Fig. 12의 치면의 모서리 부분에서는 Edge Effect에 의한 현상이 나타나고 있다. 이는 만일 두 치면이 치폭방향으로 정확히 맞물리지 않을 경우, 발생할 수 있는 현상으로 치폭방향의 치형 수정을 하는 것이 중요하다. 따라서 이러한 Edge Effect를 없애기 위해 앞서 논의한 압력 스파이크가 나타나지 않도록 수정한 실린더형상을 마멸량 계산에 적용한 결과를 Fig. 13에 도시하였다.

Fig. 13에서 보는 바와 같이 실린더 프로파일링을 통해 치폭방향의 양 끝단부위의 마멸량이 현저히 줄어 치폭방향으로 일정한 마멸량이 나타나 있음을 알 수 있다. 이렇게 치폭방향의 치형을 수정함으로써 기어가 치폭방향으로 정확히 맞물리지 않을시 끝단부위의 이상마멸에 의한 기어 손상을 줄일 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 Archard's Wear Model을 기초로 하여 스퍼기어 치면의 슬라이딩에 의한 마멸률을 계산하는 프로그램을 개발하였으며 스퍼기어의 치높이 방향의 치형수정결과와 실린더 프로파일링을 통해 치폭방향의 치형을 수정한 경우를 마멸량 계산에 적용시킨 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 스퍼기어의 치높이 방향의 치형수정을 통해서 이끝부분과 이뿌리부분의 전달하중을 저감시킴으로써 슬라이딩에 의한 마멸을 상당히 줄일 수 있었다.
- (2) 실린더 프로파일링을 통해 Edge Effect를 제거시켜 치폭 방향으로 일정한 마멸률을 얻을 수 있었다.
- (3) 이상과 같은 치형수정방법을 통해 이끝부분과 이뿌리 부분 그리고 치면의 모서리부분에서 발생할 수 있는 이상마멸에 의한 기어손상을 줄일 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원(과제번호 96-0200-09-01-3)에 의해 수행되었으며, 관계자의 많은 도움에 감사드립니다.

참고문헌

1. Dudley, D. W., "Gear Wear," *ASME Wear Control Handbook*, ed. M. B. Peterson and W. O. Winer, pp.

- 755-830, 1980
2. Godfrey, D., "Diagnosis Wear Mechanics," *ASME Wear Control Handbook*, ed. M. B. Peterson and W. O. Winer, pp. 283-311, 1980
 3. Ku, P. M., "Tribology of Gears and Spline," *Proc. Tribology Workshop*, NSF, pp. 402-427, 1974
 4. AGMA Standard, "Nomenclature of Gear Tooth Failure Modes," *American Gear Manufacturer Association, ANSI/AGMA*, 110.04., 1980
 5. Littmann, W. E., "The Mechanism of Contact Fatigue," *Interdisciplinary Approach to the Lubrication of Concentrated*, NASA Special Pub. 237, pp.309-368, 1970
 6. Archard, J. F., "The Wear Theory and Mechanism," *ASME Wear Control Handbook*, ed. M. B. Peterson and W. O. Winer, pp. 35-80, 1980
 7. Rowe, C. N., "Lubricated Wear," *ASME Wear Control Handbook*, ed. M. B. Peterson and W. O. Winer, pp. 143-160, 1980
 8. Wu, S. and Cheng, H. S., "Sliding Wear Calculation in Spur Gears," *Journal of Tribology*, Vol. 115, pp. 493-500, 1993
 9. Nakada, T., and Utagawa, M., "The Dynamic Loads on Gear Caused by the Varying Elasticity of the Mating Teeth," *Proceeding of the 6th Japanese National Congress for Applied Mechanics*, pp. 43., 1956
 10. Tian, X. and Bhushan, B., "A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Rough Surfaces by Variational Principle," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 199, pp. 481-485, 1996

부 록 1

$S_F, S_w, S_K, W, C, h, B$: Tooth geometry from Fig. 5, mm

δ_B = Dending deflection

$$\delta_B = \frac{12F_i \cos^2 a}{EBS_F^3} \left[S_c^2 + \frac{C^2}{3} - CS_c \right] + \frac{6F_i \cos^2 a (W-C)^3}{EBS_F^3} [Z(4-Z) - 2 \log_e (Z-3)] \quad (26)$$

δ_s = Deformation due to shearing

$$\delta_s = \frac{2(1+\nu)F_i \cos^2 a}{EBS_F} [C + (W-C) \times \log_e Z^{-1}] \quad (27)$$

$$\text{여기서, } W = \frac{(hS_F - CS_K)}{(W - S_K)} \quad (28)$$

$$Z = \frac{(W - S_M)}{(W - C)} \quad (29)$$

δ_G = Deformation due to the inclination of foundation under load

$$\delta_G = \frac{24F_i S_c^2 \cos^2 a}{\pi EBS_F^2} \quad (30)$$

δ_H = Hertzian deformation

$$\delta_H = \frac{4F_i(1+\nu^2)}{\pi EB} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (31)$$

여기서, ρ_1, ρ_2 = Contact radius

부 록 2

K_1, K_2 = Combined~Stiffness

$$K_1 = \frac{K_{g1} \cdot K_{p1}}{K_{g1} + K_{p1}} \quad (32)$$

$$K_2 = \frac{K_{g2} \cdot K_{p2}}{K_{g2} + K_{p2}} \quad (33)$$

여기서,

$$K_{g1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{g1B}} + \frac{1}{K_{g1S}} + \frac{1}{K_{g1G}} + \frac{1}{K_{g1H}} \right)} \quad (34)$$

$$K_{p1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{p1B}} + \frac{1}{K_{p1S}} + \frac{1}{K_{p1G}} + \frac{1}{K_{p1H}} \right)} \quad (35)$$

$$K_{g2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{g2B}} + \frac{1}{K_{g2S}} + \frac{1}{K_{g2G}} + \frac{1}{K_{g2H}} \right)} \quad (36)$$

$$K_{p2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_{p2B}} + \frac{1}{K_{p2S}} + \frac{1}{K_{p2G}} + \frac{1}{K_{p2H}} \right)} \quad (37)$$