

베어링 윤활 필름층의 비뉴튼성 거동에 대한 수치적 해석

김준현 · 김주현

국민대학교 기계 자동차공학부

Numerical Analysis of Non-Newtonian Behavior in the Fluid Film Layer of Bearing Lubrication

Joon Hyun Kim and Joo-Hyun Kim

School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University

Abstract – The study reported in this paper deals with the development for parametric investigation of the influence of the rheological properties of the lubricant in the thermohydrodynamic (THD) film conditions which occur in slider and journal bearings. A parametric investigation based on a Bingham model with a shear yield stress which best fit the experimental pressure is performed for predicting the thickness of the shear zone in lubricating films with fixed geometry between the stationary and moving surfaces. The results suggest that the shear yield stress for the lubricating film is proportional to the pressure developed in the film within the range of the investigated cases and the shear zone thickness which is of the same order of magnitude as that obtained by the empirical formula is significantly smaller than the fluid film thickness in the lubrication zone.

Key words – thermohydrodynamics (THD), rheology, Bingham model, lubrication, shear yield stress, bearing. Non-Newtonian.

1. 서 론

베어링과 같은 고속회전체에서 고부하 용량을 받는 윤활층 필름내의 유체가 보여주는 shear 특성은 최근 까지 연구의 대상이 되고 있다. 이는 초기 Osborne Reynolds가 유체 (hydrodynamic) 윤활 이론의 개념을 도입한 이후로 Ezzat의 슬라이더 베어링에서 shearing에 의한 열 발생의 영향을 설명하는 THD 이론을 거쳐 근래에는 극한 운전조건에서 윤활층의 유체가 rheological shearing 거동을 하게 됨에 따라 이러한 현상을 뒷받침 하는 shear이론과 비뉴튼적인 성향을 갖는 윤활유체에 대한 다양한 형태의 연구가 이루어지고 있는 실정이다[1-2]. 현재 많은 연구가 윤활 접촉시 베어링의 성능을 올바르게 평가하기 위해 비뉴튼성의 윤활특성에 주안점을 두고 있으며[3] 특히 탄성유체(Elastohydrodynamic: EHD) 윤활 조건에서 수행된 연구에서는 경계적 조건의 복잡성으로 인한 윤

활 거동이 일반적인 뉴튼 모델로서는 해석의 한계가 있음을 보여주고 있다[4]. 또한 최근 수년간 수행된 이러한 탄성유체(EHD) 윤활 거동상태에 대한 실험 결과에서도 독특한 rheological shearing 거동이 관찰되고 있는 점이 이러한 사실을 뒷받침 하고 있다[5,6]. 더욱이 탄성유체 윤활 접촉에서 rheological 거동과 shearing 작용에 의하여 변화하는 윤활 필름층의 온도에 영향을 갖는 점도의 열적인 효과를 모사하는 모델들이 실험적인 결과에 맞게 제시되고 있으며, 또한 이러한 거동에서 윤활층 내부 중앙에 형성되는 매우 좁은 shear 밴드로부터 발생되는 높은 온도의 열흐름을 가시화한 실험에서도 발견되고 있다[6].

이러한 현상의 윤활 접촉을 갖는 시스템에서 거동을 표현하기위해 간단한 방법들이 실험적 결과로부터 얻은 실험식 형태로 제시되고 있는데, 특히 Wang과 Seireg은 윤활층의 필름에서 shear 거동을 예측하기

위한 한 방법을 제시하였다[7]. 그들은 뉴턴 윤활 필름층에서 외부 고정자와 회전자에 각각 일정 부분 인접한 층과 나머지 중앙에 위치한 층이 shearing 성질을 갖는다는 3종류의 거동 특성을 갖는 영역을 설정하여 rheological 효과를 모사하였다. 그들의 결과는 설정된 중앙의 얇은 shear 영역에서 괄목할만한 열적인 효과를 보였으며 간접적으로 실험결과와의 관계를 통하여 이러한 중앙의 얇은 shear 영역의 존재를 증명했으며 균일한 shear 영역의 두께를 예측할 수 있는 실험식을 세웠다. 그러나 윤활유의 흐름에 따라 균일하게 shear의 두께비율이 형성됨을 가정하기 때문에 그들의 모델에서는 완전히 rheological 효과가 설명되지 않는다. Tichy는 Bingham 유체의 거동과 유체 윤활에 있어서 yield stress의 효과를 조사하였다[8]. 그는 보편적인 윤활문제를 해석하기 위해 구성하는 법칙과 일반적인 레이널즈 방정식에 shear stress 변수를 포함하는 연속적인 함수를 사용하여 영향을 증명한 바 있다.

따라서 본 연구에서는 베어링 구동 시 윤활층의 유체 거동을 위한 비뉴턴적인 rheological 모델의 포괄적인 특성에 의해 나타나는 수정된 내부 속도 분포식과 관련되어진 윤활문제의 THD 해석을 고려하며, Bingham 모델이 궁극적으로 윤활유의 shear rheological 반응을 묘사하기 위해 사용된다. 연구의 목적은 주어진 외부 부하조건에 따라 rheological적으로 거동하는 Bingham 모델을 이용하여 THD 윤활작용에 있어서 shear 영역의 크기를 예측하기 위한 수치적 계산 방법을 개발하고자 하는데 있다. 실험적으로 구해진 데이터는 윤활층내의 측정된 최대압력 실험값과의 관련된 무차원적인 shear yield 변수를 결정하기 위해 사용되었다.

2. Rheological shearing 모델 설정

전술한 바와 같이 극심한 운행조건을 갖는 베어링 내의 윤활 접촉에서 Bingham plastic으로서 모델화되어질 수 있는 shear 거동이 나타난다. Bingham plastic 거동 모델은 두 매개 변수인 stress에 따른 yield stress와 점도로서 특성화 된다[8]. 이 모델에서 유체의 속도 분포에 결정되는 stress의 크기가 yield stress 보다 작을 때 강체와 같이 거동한다. 이러한 성질에 기인하여 Fig. 1에서 보여지는 것처럼 고정자쪽의 정체영역과 회전자쪽의 동일한 이동흐름 영역을 갖는

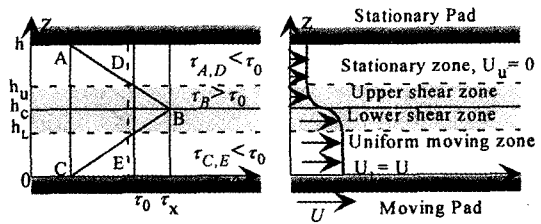


Fig. 1. Rigid layers attached to upper and lower surfaces for explaining the Non-Newtonian behavior in fluid film.

층이 형성될 수 있다. 따라서 이 경우에 일반적인 뉴턴성 유체의 속도분포를 위한 운동식은 유효성을 상실하게 된다.

이러한 비뉴턴성 유체 특성을 설명하기 위한 기본적인 출발점은 속도 분포의 기울기가 극도로 높게 형성되는 고정자와 회전자 사이의 윤활 필름층 중앙 부분에 매우 얇게 shear 영역이 존재하는 데서 시작한다. 이러한 영역의 존재는 확실히 비뉴턴성의 유체에서는 일어나고 있는 것으로 알려져 있다[3,6]. 이러한 현상은 뉴턴성의 경우를 다루는 기존의 방법으로는 쉽게 해석되지 않는다. 따라서 이러한 해석 상에서 제시된 방법은 3 종류의 다른 점성 형태를 가지는 영역의 구분 설정과 두 형태의 비대칭 속도 분포 형태가 rheological 거동을 반영하기 위해 윤활층 필름 세로방향의 중앙부분에 속도 기울기가 급격히 일어나는데 기인하고 있다. 이와 관련한 주요 가정은 다음과 같다.

1. shear stress는 필름의 세로방향으로 형성되는 속도분포의 기울기에 비례한다.
2. 윤활유체는 어떤 극한 조건 하에서 비뉴턴성의 거동을 보일 수 있다.
3. 유체의 흐름은 고정자와 회전자의 표면에서 No Slip 현상을 갖는다.
4. 윤활 필름층의 수직 방향으로 작용하는 압력은 일정하다.
5. 필름두께는 매우 얇은 관계로 유체의 흐름은 층류상태로 본다.
6. 속도 기울기는 윤활 필름층내 중앙부위에서 변하는 것으로 한다.
7. 주어진 온도에서 같은 점도를 가진 두 종류의 윤활유가 각기 shear 영역의 상부와 하부에 존재하는 것으로 본다.

8. 중앙 shear 영역의 상부쪽은 하부쪽의 속도분포에 비해 비대칭 모양을 갖는다.

3가지 다른 점성의 특색을 갖춘 영역에서의 유체 흐름은 다음의 속도, $u_{upper}=0$, $u_{central}=f(\tau, \dot{\gamma})$, 그리고 $u_{lower}=U$ 로 움직이는 것으로 본다. x - y 면에서 속도분포와 상응되는 shear stress는 Fig. 1에서 보여주고 있다. 윤활층내 유체 흐름의 속도분포에 따른 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u|_{z=0} = U \quad v|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=h} = 0, \quad v|_{z=h} = 0 \\ u|_{z=h_1} = U, \quad u|_{z=h_2} = 0, \quad u|_{z=h_1=h_2} = \frac{U}{2}, \quad v|_{z=h_1} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 u 와 v 는 각각 x 와 y 방향의 속도이다.

3. Rheological 거동의 지배 방정식

뉴턴 법칙의 일반적인 형태는 다음과 같이 표현되어진다.

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (2)$$

여기서 τ 는 shear stress이고 점도 η 와 shear율 $\dot{\gamma}$ 의 곱으로 나타내어진다. 이것은 윤활 필름층의 형성 구조적 특성인 $w \ll v$ 와 $\partial/\partial y \ll \partial/\partial z$ 의 해석이 가능함에 따라 Bingham 모델에서 점도를 나타내는 식은 다음과 같이 표현된다[9].

$$\eta(\dot{\gamma}) = \mu + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \quad (3)$$

$$\text{여기서 } \dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}$$

Fig. 1에서 제시하고 있는 윤활 유체의 흐름 특성으로부터 이론전개와 계산을 위한 각 영역에서의 좌표계의 표현은 Fig. 2에 나타냈다. 윤활 필름층 중간 영역에서 유효한 shear stress를 구성하는 요소식은

$$\tau_{x,z} = \eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \tau_{y,z} = \eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4)$$

이고 그 밖의 두 영역에서 적용되는 식은 다음과 같다.

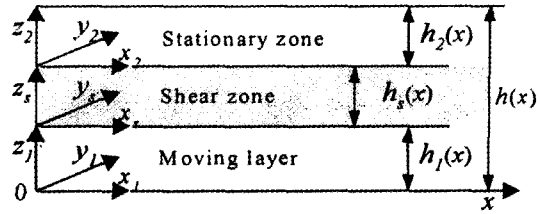


Fig. 2. The computational domain of the multi-layer lubrication film in the finite bearing.

$$\tau_{x_1 z_1} = \tau_{y_1 z_1} = \tau_{x_2 z_2} = \tau_{y_2 z_2} = 0 \quad (5)$$

윤활 필름층의 중앙 shear 영역의 하단부 ($0 \leq z_s \leq h_s/2$)에 적용되는 속도 분포를 위한 식은 다음과 같이 연속 함수식으로 표현된다;

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{2}U + \frac{1}{2} \frac{U}{F_0^a} F_0^c - \frac{1}{2} \frac{U}{F_0^a} \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz + \frac{dp}{dx_s} \left[\int_0^{z_s} \frac{z}{\eta} dz \right. \\ \left. - \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz + \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) (F_0^c - F_1^c) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$v = \frac{dp}{dy_s} \left[\int_0^{z_s} \frac{z}{\eta} dz - \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz + \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) (F_0^c - F_1^c) \right] \quad (7)$$

$$\text{여기서 } F_0^a = \int_0^{h_s/2} \frac{1}{\eta} dz, \quad \text{그리고 } F_1^a = \int_0^{h_s/2} \frac{z}{\eta} dz,$$

$$\left(F_0^c = \int_0^{h_s/2} \frac{z}{\eta} dz, \quad F_1^c = \int_0^{h_s/2} \frac{z}{\eta} dz \right),$$

$$\begin{aligned} w = - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_s^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y_s^2} \right) \int_0^{z_s} \left[B^a + \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) (F_0^c - F_1^c) \right] dz \\ + \frac{1}{2} U \int_0^{z_s} \frac{\partial A^a}{\partial x_s} dz - \frac{\partial p}{\partial x_s} \int_0^{z_s} \frac{\partial B^a}{\partial x_s} dz - \frac{\partial p}{\partial y_s} \int_0^{z_s} \frac{\partial B^a}{\partial y_s} dz \end{aligned}$$

$$\text{여기서 } A^a = \frac{1}{F_0^a} \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz, \quad B^a = \int_0^{z_s} \frac{z}{\eta} dz - \left(\frac{F_1^a}{F_0^a} \right) \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz.$$

윤활 필름층 중앙 shear 영역의 상단부 ($h_s/2 \leq z_s \leq h_s$)에 적용되는 속도 분포를 위한 식은 다음과 같이 표현된다.

$$u = \frac{1}{2}U + \frac{1}{2} \frac{U}{F_0^b} F_0^c - \frac{1}{2} \frac{U}{F_0^b} \int_0^{z_s} \frac{1}{\eta} dz - \frac{dp}{dx_s} \left[\int_0^{z_s} \frac{z}{\eta} dz \right.$$

$$- \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \int_0^{z_1} \frac{1}{\eta} dz + \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \right) F_0^c - F_1^c \right) \quad (9)$$

$$v = - \frac{dp}{dy_s} \left[\int_0^{z_1} \frac{z}{\eta} dz - \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \right) \int_0^{z_1} \frac{1}{\eta} dz + \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \right) F_0^c - F_1^c \right] \quad (10)$$

$$\text{여기서 } F_0^b = \int_{h/2}^{h_1} \frac{1}{\eta} dz, \text{ 그리고 } F_1^b = \int_{h/2}^{z_1} \frac{z}{\eta} dz$$

$$w = - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_s^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_s^2} \right) \int_0^{z_1} \left[B^b + \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \right) F_0^c - F_1^c \right] dz \\ + \frac{1}{2} U \int_0^{z_1} \frac{\partial A^b}{\partial x_s} dz - \frac{\partial p}{\partial x_s} \int_0^{z_1} \frac{\partial B^b}{\partial x_s} dz - \frac{\partial p}{\partial y_s} \int_0^{z_1} \frac{\partial B^b}{\partial y_s} dz \quad (11)$$

$$\text{여기서 } A^b = \frac{1}{F_0^b} \int_0^{z_1} \frac{1}{\eta} dz, \quad B^b = \int_0^{z_1} \frac{z}{\eta} dz - \left(\frac{F_1^b}{F_0^b} \right) \int_0^{z_1} \frac{1}{\eta} dz,$$

그리고 균일한 흐름의 영역 $0 \leq z_1 \leq h_1$ 에서 속도는 다음과 같이 간단하게 수식으로 표현된다,

$$u = U, \quad v = \frac{\partial u}{\partial z_1} = \frac{\partial v}{\partial z_1} = 0. \quad (12)$$

정체흐름 영역인 $0 \leq z_2 \leq h_2$ 에서는 다음과 같다,

$$u = 0, \quad v = \frac{\partial u}{\partial z_2} = \frac{\partial v}{\partial z_2} = 0. \quad (13)$$

압력분포를 위한 레이놀즈 (Reynolds)식은 윤활 필름층상에서 2차원 평면구조로 적용되어진다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(F_2^a + F_2^b) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(F_2^a + F_2^b) \frac{\partial p}{\partial y} \right] \\ = (U_1 - U_2) \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{F_3^a}{F_0^a} + \frac{F_3^b}{F_0^b} \right) \int_0^h \frac{\partial p}{\partial t} dz \right] \quad (14)$$

$$\text{여기서 } F_2^a = \int_0^{h_c} \frac{\rho z}{\mu} \left(z - \frac{F_1^a}{F_0^a} \right) dz, \quad F_2^b = \int_{h_c}^h \frac{\rho z}{\mu} \left(z - \frac{F_1^b}{F_0^b} \right) dz,$$

$$F_3^a = \int_0^{h_c} \frac{\rho z}{\mu} dz, \quad F_3^b = \int_{h_c}^h \frac{\rho z}{\mu} dz,$$

얇은 중앙 영역에서 매우 높은 shear율을 가지는 단열적 밴드인 $0 \leq z_s \leq h_s$ 부분에서 적용되는 에너지식은 다음과 같이 나타내어진다;

$$\rho c \frac{\partial T_s}{\partial t} = -\rho c \left[u \frac{\partial T_s}{\partial x_s} + v \frac{\partial T_s}{\partial y_s} + w \frac{\partial T_s}{\partial z_s} \right] + \beta T_s \left[u \frac{\partial p}{\partial x_s} + v \frac{\partial p}{\partial y_s} \right]$$

$$+ k \left[\frac{\partial^2 T_s}{\partial x_s^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y_s^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z_s^2} \right] + \eta \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z_s} \right)^2 \right] \quad (15)$$

그리고 중앙 shear 영역을 위한 에너지 식인 식 (15)과 그 주변 경계조건은 아래와 같이 주어진다.

$$T_s(0, y_s, z_s) = T_0$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial z_s} \Big|_{z_s=0} = \frac{\partial T_1}{\partial z_1} \Big|_{z_1=h_1}, \quad \frac{\partial T_s}{\partial z_s} \Big|_{z_s=h_1} = \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \Big|_{z_2=0}$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial x_s} \Big|_{x_s=B} = \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=0} = \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=L} = 0 \quad (16)$$

균일 속도 흐름을 가지는 영역인 $0 \leq z_1 \leq h_1$ 에서 적용되는 에너지 식은 다음과 같이 된다.

$$\rho c \frac{\partial T_1}{\partial t} = -\rho c U \frac{\partial T_1}{\partial x_1} + k \left[\frac{\partial^2 T_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z_1^2} \right] \\ + \beta T_1 \left[U \frac{\partial p}{\partial x_1} \right] \quad (17)$$

그리고 이 영역에서의 경계조건은 아래와 같다.

$$T_1(0, y_1, z_1) = T_1(x_1, y_1, 0) = T_0$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial z_1} \Big|_{z_1=h_1} = \frac{\partial T_s}{\partial z_s} \Big|_{z_s=0}$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=B} = \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=0} = \frac{\partial T_1}{\partial y_1} \Big|_{y_1=L} = 0 \quad (18)$$

정체 흐름의 영역인 에서 에너지 식과 관련된 경계조건은 다음과 같다,

$$\rho c \frac{\partial T_2}{\partial t} = k \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z_2^2} \right] \quad (19)$$

$$T_2(0, y_2, z_2) = T_0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial z_2} \Big|_{z_2=0} = \frac{\partial T_s}{\partial z_s} \Big|_{z_s=h_1-h_2},$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=h} = \frac{\partial T_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=B} = \frac{\partial T_2}{\partial y_2} \Big|_{y_2=0} = \frac{\partial T_2}{\partial y_2} \Big|_{y_2=L} = 0 \quad (20)$$

윤활유의 점도 변화는 다음과 같이 온도만의 변화에 따라 이루어진다고 본다[1].

$$\mu = \mu_0 e^{-\delta T_s (T - T_0)} \quad (21)$$

여기서 δ 는 온도/점도의 관계 변수이고 그리고 T_0 는 윤활유의 주입시의 온도이다.

고려되는 모델을 위하여 지배 방정식과 경계조건

{식 (3)-식 (21)}들은 다음의 무차원 변수를 도입하여 무차원화가 된다;

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{ph_0^2}{\mu_0 UB}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \bar{h} = \frac{h}{h_0}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U}, \\ \bar{v} &= \frac{v}{U}, \quad \bar{w} = \frac{w}{U}, \quad \bar{x} = \frac{x}{B}, \quad \bar{y} = \frac{y}{B}, \quad \bar{z} = \frac{z}{h}, \\ \bar{T} &= \frac{T}{T_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{(B/U)}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\dot{\gamma}h}{U}, \quad \bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0 h_0}{\mu_0 U}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\mu_0}. \end{aligned} \quad (22)$$

4. 수치적 계산방법

4-1. 지배방정식의 이산화

앞에서 해석된 지배방정식들은 이산화되어 유한차분법에 의해 풀어진다. 식 (14)의 레이놀즈 방정식은 타원형 편미분 방정식으로서 무차원화 하여 정리하면 다음의 대체식으로 표현된다.

$$\bar{\Phi}_1 \bar{p}_{i+1,j} + \bar{\Phi}_2 \bar{p}_{i-1,j} + \bar{\Phi}_3 \bar{p}_{i,j+1} + \bar{\Phi}_4 \bar{p}_{i,j-1} + \bar{\Phi}_5 \bar{p}_{i,j} = \bar{\Phi}_6 \quad (23)$$

식(23)에서 $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_2, \bar{\Phi}_3$ 그리고 $\bar{\Phi}_4$ 는 각각 절점에 적용되는 계수이고 $\bar{\Phi}_5$ 와 $\bar{\Phi}_6$ 는 소스항이 된다. 이러한 형태의 이산화식 (23)은 Successive Over Relaxation (SOR) 방법을 사용하여 계산 하였다.

윤활 필름층의 각 영역에서 적용되어지는 식 (15, 17, 19)들의 무차원화한 에너지 방정식들은 ADI 방법 적용을 위하여 다음과 같은 형태의 요소식으로 표현 된다.

$$\bar{T}_i = A_1 \bar{T} + A_2 \bar{T} + A_3 \bar{T} + f \quad (24)$$

여기서 A_i ($i = 1, 2, 3$)는 선형 계산자이다.

4-2. 계산 과정

Bingham 모델을 근간으로 윤활 필름층의 비뉴턴성 거동을 예측하기 위해 가장 중요한 것은 윤활 필름층이 shear stress에 의해 구분되어지는 흐름의 정

체영역, 균일흐름의 영역과 그리고 이 영역들 사이에 존재하게 되는 shear 영역의 경계를 결정짓는 것이다. 첫 계산 사이클은 임의의 속도 분포는 초기상태에서 윤활 필름 전체가 shear 영역을 갖는 조건으로부터 시작한다. 이에 상응하는 압력 분포와 열발생에 의한 온도 분포 또한 순차적으로 계산되고, 각 절점에서 shear율의 크기는 앞서 구한 속도, 압력 그리고 온도 분포로부터 계산되어진다. 이렇게 매 사이클 마다 압력, 온도, 그리고 속도에 의하여 shear율과 합성 shear stress가 결정된다. 따라서 전체 윤활 필름층에서 이들 합성 shear stress와 yield stress의 균형이 이루어지는 각각 두 비점성 영역의 경계 지점인 h_u 과 h_l 이 존재하는 윤활 필름층의 가로방향으로 절점들을 결정하면서 정상상태에 도달할 때까지 반복 수행된다.

4-3. 계산 영역의 격자구조

제시한 모델에 의한 윤활 시스템의 수치계산을 위해 필름의 가로방향으로 $N_x = 60$, 필름의 넓이방향으로 $N_y = 10$ 그리고 세로방향으로 $N_z = 60$ ($N_x = 60, N_y = 60$, 그리고 $N_z = 60$)에 의해 결정되는 격자의 절점을 두어, 매 사이클마다 결정되는 계산영역의 격자의 크기에 따른 중앙shear 영역의 안과 주위에 매우 급경사의 기울기를 갖는 이유로 야기될 수 있는 수치상 에러를 줄이고자 사용되었다. 또한 이러한 이유로 수치적 계산 지배의 안정성과 정확도를 주기위해 충분히 작은 시간 증가분 (일반적으로 ($\Delta t = 2.5 \times 10^{-5}$ 초)이 사용되었으며, 여기서는 여러 테스트 경우에 따라 1×10^{-5} 에서 1×10^{-3} 초의 범위에서 선택되어 CPU 시간을 줄이기 위해 사용되었다.

5. 해석 결과 및 고찰

수치적 계산적용을 위한 기본적 데이터는 Seireg등

Table 1. Design Parameters for Investigated Journal Bearings[7]

Case #	Diameter D (mm)	Width L (mm)	C (mm)	ϵ	Speed (rpm)	SAE oil #	T (°C)	$P_{max,exp}$ $10^6 (N/m^2)$
A	80.112	50.800	0.3404	0.90	1050	10	53.3	0.917
B	80.112	50.800	0.3404	0.90	2100	10	53.3	1.255
C	80.112	50.800	0.3404	0.60	1000	30	41.7	0.331
D	80.112	50.800	0.3404	0.60	2000	30	41.7	0.476
E	80.112	50.800	0.3404	0.90	0500	10	53.3	0.634
F	80.112	50.800	0.3404	0.87	2400	50	71.1	1.393

Table 2. Design Parameters for Investigated Slider Bearings [7]

Case #	Length B (mm)	Width L (mm)	h_{\min} (mm)	h_{\max} (mm)	Speed (m/sec)	SAE oil #	T (°C)	$P_{\max \text{exp}}$ $10^6, (N/m^2)$
G	76.200	76.200	0.1016	0.2032	12.192	10	37.8	0.424
H	76.200	76.200	0.1016	0.2032	06.096	10	37.8	0.310
I	76.200	76.200	0.1016	0.2032	03.048	30	37.8	0.669
J	76.200	76.200	0.1016	0.1016	06.096	10	37.8	1.520
K	76.200	76.200	0.1524	0.1524	06.096	10	37.8	0.440
L	76.200	76.200	0.2032	0.2032	06.096	10	37.8	0.120

Table 3. Summary Results for the Considered Cases $\bar{\tau}_0 = \frac{\tau_0 \mu_0 U}{h_0}$, and $h_0 = C(1-\epsilon)$ for Journal Bearing)

Bearing Type	h_0 mm	Oil SAE #	T_{in} °C	μ_0 $N/s \cdot m^2$	U m/sec	$P_{\max}(\text{cal})$ $10^6 N/m^2$	Empirical shear zone	$P_{\max}(\text{exp})$ $10^6 N/m^2$	$\bar{\tau}_0$	τ_0 N/m^2
A Journal	0.03404	10	53.3	0.01964	4.404	0.9598	0.01	0.917	20	50819
B Journal	0.03404	10	53.3	0.01964	8.809	1.2774	0.0245	1.255	15	76229
C Journal	0.13614	30	41.7	0.09073	4.195	0.3701	0.0576	0.311	8	22364
D Journal	0.13614	30	41.7	0.09073	8.389	0.4371	0.0631	0.476	7	39137
E Journal	0.03404	10	53.3	0.01964	2.202	0.5409	0.003	0.634	30	38114
F Journal	0.13614	50	71.1	0.05385	10.068	1.5046	0.038	1.393	8	98126
G Slider	0.10160	10	37.8	0.03178	12.192	0.4300	0.06096	0.424	8	30513
H Slider	0.10160	10	37.8	0.03178	6.096	0.2397	0.06356	0.310	8	15257
I Slider	0.10160	30	37.8	0.10582	3.048	0.6216	0.04988	0.669	12	38093

에 의해 수행된 저널베어링과 슬라이더 베어링의 실험 결과에서 선택되었다[2,7]. 적용된 베어링의 종류와 재원 그리고 테스트 조건은 Table 1과 2에 제시하였다.

계산 과정은 실험 측정된 최대 압력값과 상치되는 정상상태의 수치계산 결과와의 비교에서 최적으로 일치되는 shear yield stress 변수 ($\bar{\tau}_0$)를 구하기 위해 반복 수행되었다. Table 3의 수치계산결과에서 보듯이 $\bar{\tau}_0$ 변수는 최대 압력 형성에 크게 영향을 주고 있으며 중앙 좁은 shear 영역에서 열발생에 팔목만한 증가를 가져오게 하는 shear 영역의 두께를 결정하는 인자로서 작용했다.

정상상태에서 얻어진 저널 베어링의 성능테스트 결과는 Fig. 3에서 Fig. 7까지 그리고 슬라이더 베어링의 경우는 Fig. 8부터 Fig. 11까지 주어진다. Fig. 3는 변수인 $\bar{\tau}_0$ 가 실험 최대값으로 상치하는 값들로부터 계산되어지고 운전조건 A와 B를 가질 때 압력 분포를 나타낸다. 동일한 베어링의 기하학적 구조,

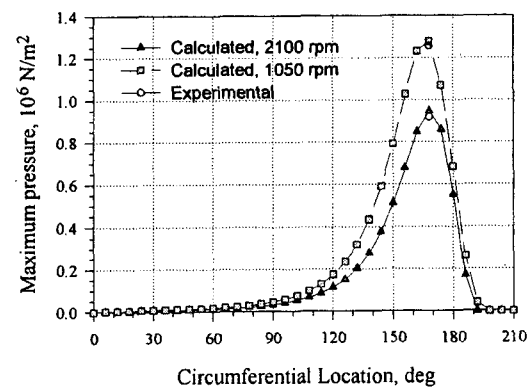


Fig. 3. Pressure distribution for various bearing running speed along the centerline of the journal bearing in the direction of sliding motion, $D = 80.112$ mm, $L = 50.8$ mm, $C = 0.3404$ mm, $\epsilon = 0.9$, SAE 10, $T_0 = 53.3^\circ\text{C}$, $-\blacktriangle-$ $\bar{\tau}_0 = 15$, $-\square-$ $\bar{\tau}_0 = 20$.

윤활 종류 그리고 주입시 온도를 가지는 조건에서 최대 압력분포가 회전자의 속도에 따라 달리 형성됨

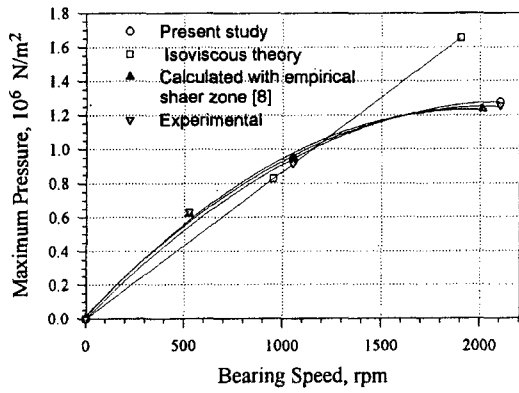


Fig. 4. Journal bearing pressure speed characteristics, $D = 80.112$ mm, $L = 50.8$ mm, $C = 0.3404$ mm, SAE 10, $T_0 = 53.3^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0.9$, $N = 1050$ rpm: $\bar{\tau}_0 = 20$, $N = 2100$ rpm: $\bar{\tau}_0 = 15$.

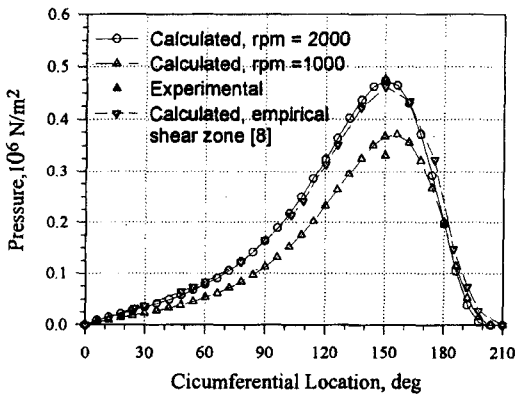


Fig. 5. Pressure distribution for various shear yield parameters along the centerline of the journal bearing in the direction of sliding motion, $D = 80.112$, $L = 50.8$ mm, $C = 0.3404$ mm, SAE 30, $T_0 = 41.7^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0.6$, $\bar{\tau}_0 = 7$, $\bar{\tau}_0 = 8$.

을 알 수 있으며, 필름층에 따라 균일한 두께로 형성됨을 전제로 한 shear 영역 두께의 비율을 나타내는 실험식을 사용해서 얻어진 결과와 거의 일치하고 있음을 Fig. 4에서 볼 수 있다. 최대 압력값이 회전자 속도의 제곱근 관계로 증가한다는 사실을 알 수 있다. 이러한 사실은 Seireg등에 의해 밝혀진 바가 있다[7]. Fig. 5는 운전조건 C와 D와 같이 다른 종류의 윤활 종류, 주입시 온도 그리고 간극이 적용되었을 때 보여주는 결과로서 이전 결과와도 유사한 경향을 보여내고 있다. 운전조건 B에서 윤활층 필름의 중앙영역에 형성되는 shear 영역의 두께비율에 따라 상응하는 온도 분포는 Fig. 6에서 보여진다. 이

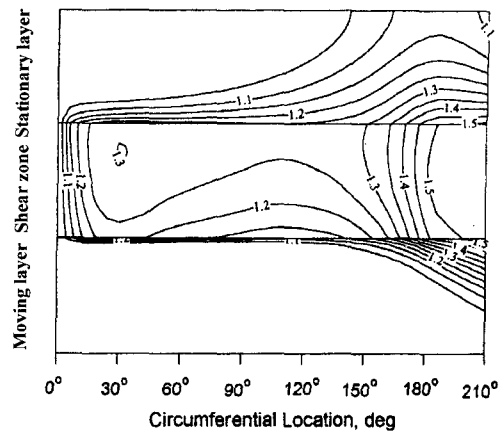


Fig. 6. Dimensionless film temperature distribution at the journal bearing mid plane in the sliding direction, $D = 80.112$ mm, $L = 50.8$ mm, $C = 0.3404$, $\varepsilon = 0.9$, SAE 10, $T_0 = 53.3^\circ\text{C}$, $\bar{\tau}_0 = 10$, $N = 2100$ rpm.

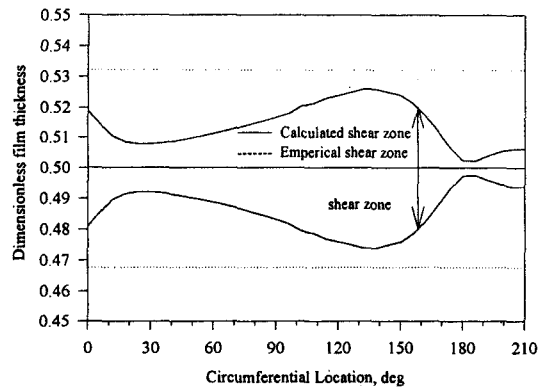


Fig. 7. Shear zone ratio along film flow direction, $D = 80.112$, $L = 50.8$ mm, $C = 0.3404$ mm, SAE 30, $T_0 = 41.7^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0.6$.

결과에서 보듯이 비례차원에서 확대되어진 중앙 shear 영역에서 팔목만한 열발생 요인에 의해 온도가 상대적으로 높음을 알 수 있다. 운전조건 D에서의 shear 영역 두께에 대한 계산 결과는 Fig. 7에서 보여주고 있다.

동일한 계산과정은 슬라이더 베어링의 여러 운전 조건에서 시도되었다. 이 경우의 운전 조건인 G, H, J, K 그리고 L에 대한 정상상태의 수치 계산 결과들은 Fig. 8에서 Fig. 11에 걸쳐 보여주고 있다. Fig. 8에서 슬라이더 베어링의 경우도 제곱근에 의한 관계로 압력이 증가하고 있음을 볼 수가 있으며, 또한 이러한 매우 좁은 shear 영역에서 점성에 의한 열발생

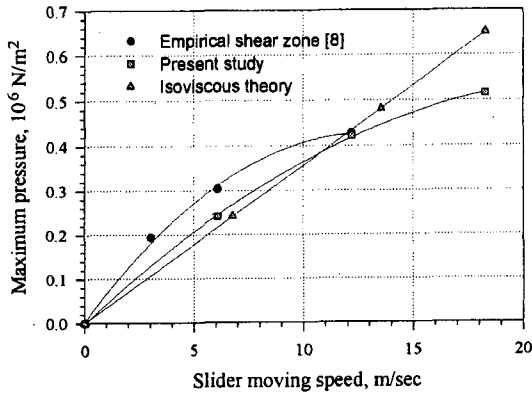


Fig. 8. Slider bearing pressure-speed characteristics, $B = L = 76.2$ mm, $h_{min} = 0.1016$ mm, $h_{max} = 0.2032$ mm, SAE 10, $T_0 = 37.8^\circ\text{C}$, $\bar{\tau}_0 = 7$.

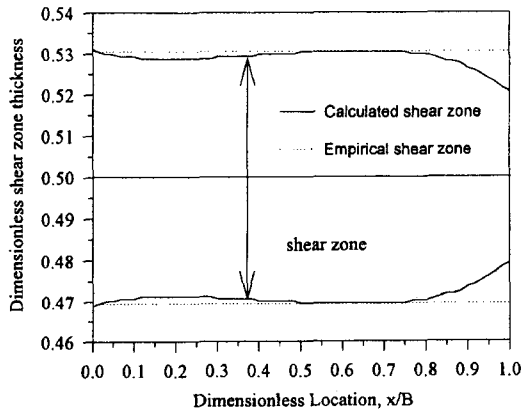


Fig. 9. Shear zone ratio along film flow direction, $B = L = 76.2$ mm, $h_{min} = 0.1016$ mm, $h_{max} = 0.2032$ mm, $T_0 = 37.8^\circ\text{C}$, $t = 0.2$ s, $U = 6.096$ m/s; $\bar{\tau}_0 = 8$, SAE 10.

적인 요인이 압력분포 형성을 보아 의미가 있음을 Isoviscous 이론 채택에 의한 결과와의 비교에서 알 수 있다. 계산되어진 shear 영역 두께에 대한 결과들이 Fig. 9에서 보여주고 있다. 현재 높은 압력을 받는 부분의 shear 영역 두께가 실험식을 통해 계산한 결과와의 비교에서 대략적으로 같은 수준임을 알 수 있다. 이 결과에서 높은 압력이 형성되는 영역에서는 같은 두께를 보여주고 있으나 윤활 필름층의 출구부분처럼 낮은 압력이 형성되는 영역에서는 불합리적인 면을 보여주고 있다. 이것은 이들 영역에서 shear 특성을 갖는 영역의 경계를 결정하기 위해 사용된 $\bar{\tau}_0$ 값이 최대 압력과 상치되는 것으로부터 결정되기 때문에 계산되어진 shear 영역 두께가 낮은 압력이 형성되는 부분에서 작은 이유를 설명 할 수

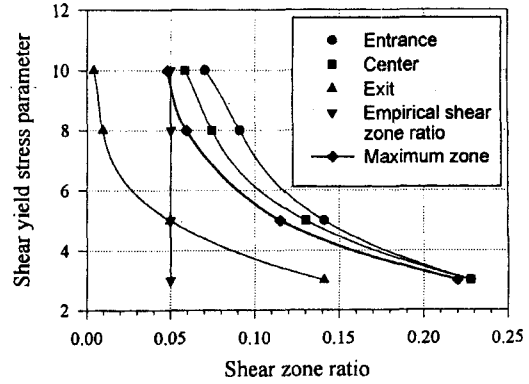


Fig. 10. Shear zone ratio based on thermohydrodynamic analysis for various shear yield stress parameters, $B = L = 76.2$ mm, $h_{min} = 0.1016$ mm, $h_{max} = 0.2032$ mm, $T_0 = 37.8^\circ\text{C}$, $t = 0.1$ s, $U = 3.048$ m/s, SAE 30.

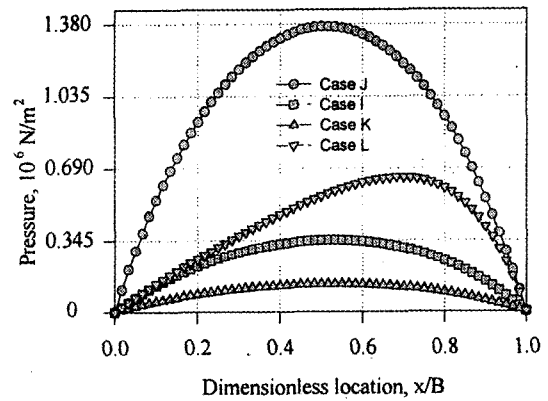


Fig. 11. Pressure distribution along the central line of the slider bearings in the direction of motion, $B = L = 76.2$ mm, $T_0 = 37.8^\circ\text{C}$, $t = 0.2$ s, $U = 3.048$ m/s, SAE 30.

있다. 이는 수치 계산상의 경계조건의 영향으로 보여지나 이러한 변화는 압력이 미미한 곳에서 압력 분포에 있어서 실제적으로 매우 작은 영향을 가진다. Fig. 10에서 또 다른 결과인 shear yield stress 변수에 따라 형성되는 윤활 두께에 대한 shear 영역 두께비율의 변화과정을 알 수 있으며 최대 압력 분포지역에서 대략적으로 실험식에 의한 결과와 $\bar{\tau}_0 = 10$ 에서 일치됨을 알 수 있다. Fig. 11은 단지 슬라이더 베어링의 구조와 간격의 차이가 주어졌을 때 성능에 따른 결과들이다.

rheological 모델 적용에 의한 예측들이 실험식에 의해 계산되어진 shear 두께 비율 결과와도 보편적

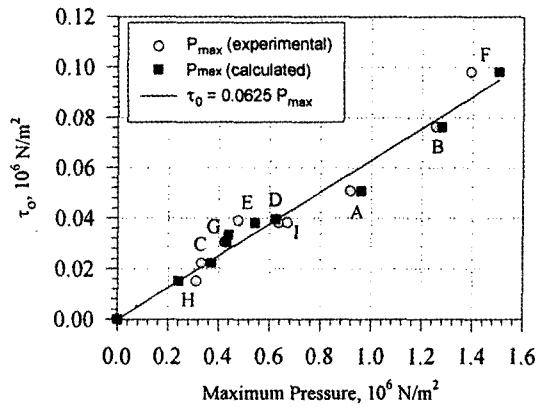


Fig. 12. Shear yield stress versus maximum pressure for the considered cases.

으로 좋은 일치성을 갖는다는 것은 모든 계산 결과를 통해 알 수 있지만, 최대압력에 대비한 shear yield stress τ_0 와 상치되는 관계의 결과가 Fig. 12에서 보여주고 있는 것처럼 여기서 고려된 모든 운전 조건에서 수행된 결과들이 베어링의 구조, 윤활유종류, 주입시 윤활 온도 그리고 속도에도 무관하게 매우 좁은 shear 영역에서 shear yield stress에 따라 형성되는 최대 압력과의 선형 관계가 형성된다는 매우 흥미로운 사실에 주목할 필요가 있다. 조사되어진 모든 조건에서 형성되는 이러한 선형관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다;

$$\tau_0 = 0.0625p_{max} \quad (25)$$

여기서 무차원 값인 shear 영역 두께의 비율은 압력의 증가와 함께 감소된다는 사실을 식(25)의 shear yield stress의 증가로부터 나옴을 알 수 있다.

Zang 등에 의해, 5P4E 합성 윤활유를 사용하여 일반적인 압력조건에서 나타난 최대 shear 스트레스와 선형의 관계를 발표한 점 또한 본 연구와 관련하여 흥미로운 사실이다. 그들의 결과 중 Fig. 8에서 보여준 관계는 다음과 같이 상대적으로 전체 평균값들을 나타낸다[10].

$$\tau = 0.0925p \quad (26)$$

6. 결 론

윤활 필름층내의 shear 영역의 두께와 압력분포를

계산하기 위한 과정들을 소개하였다. 부하를 받는 윤활 필름층내의 유체가 과도한 shearing 과정을 가짐으로써 나타나는 이러한 rheological 거동에 대한 THD 해석을 위해 Bingham 모델을 사용하였다. 윤활층 내부 중앙 가로방향을 기준으로 비대칭 속도분포가 이루어지는 것 또한 전제되었다.

수치계산 방법은 저널베어링과 슬라이더 베어링의 실험 평가에서 얻어진 최대 압력값과 비교되어 얻어지는 관련성을 갖기 위해 무차원 값인 shear yield stress변수 $\bar{\tau}_0$ 를 반복 계산을 통하여 구하고 아울러 shear 두께가 설정된 후 베어링의 수치적 평가가 이루어졌다. 따라서 이 과정에서 얻어진 결과들은 본 연구목적에서 제시한 매우 좁은 shear 영역의 존재를 고려한 접근 방법에 의해 윤활층 내에서 열발생 영역을 예측할 수 있고 베어링의 성능을 위해 뉴턴성향을 갖는 유체의 THD 평가를 할 수 있는 가능성을 제시하였다.

실험치와의 비교 계산을 거쳐 얻어진 shear yield 변수 $\bar{\tau}_0$ 는 shear yield stress τ_0 와 윤활층 필름의 형성 형태, 윤활유 종류, 주입시 점도 그리고 회전 속도에 무관한 압력 사이에 대략적인 선형관계가 형성되고 있음을 보여주었다. 이러한 관찰을 확인하고 일반적 적용을 위한 수치적 해석상의 연구결과를 결부하기 위해 추가적인 조사가 필요하다.

참고문헌

1. Reynolds, O., "On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil," *Phil. Trans. Roy. Soc. London* A177, p157, 1886
2. Seireg, A., and Ezzat, H., "Thermohydrodynamic Phenomena in Fluid Film Lubrication," *J. Lubr. Tech.*, Vol.95, p187, 1973
3. Feng, R., and Ramesh, K. T., "The Rheology of Lubricants at High Shear Rates," *J. Trib.*, Vol.115, p640, 1993
4. Pinkus, O., "The Reynolds Centennial: A Brief History of the Theory of Hydrodynamic Lubrication," *J. Trib.*, Vol.109, p2, 1987
5. Bair, S., and Winer, W. O., "The High Pressure, High Shear Stress Rheology of Liquid Lubricants," *J. Trib.*, Vol.114, p1, 1992
6. Bair, S., Qureshi, F., and Khonsari, M., "Adiabatic Shear Localization in Liquid Lubrication Under Pressure," *J. Trib.*, Vol.116, p705, 1994

7. Wang, N. Z., and Seireg, A. A., "Empirical Prediction of the Shear Layer Thickness in Lubricating Films," *J. Trib.*, Vol.117, p444, 1995
8. Tichy, J. A., "Hydrodynamic Lubrication Theory for the Bingham Plastic Model," *J. Rheol.*, Vol.35, p477, 1991
9. Tanner, R. I., *Engineering Rheology*, Clarendon Press, Oxford, 1985
10. Zhang, Y., and Ramesh, K. T., "The Behavior of an Elastohydrodynamic Lubricant at Moderate Pressures and High Shear Rates," *J. Trib.*, Vol.118, p162, 1996

Notation

B	: length of bearing in the direction
C	: radial clearance of journal bearing
c	: specific heat of lubrication
D	: journal diameter
F	: functions obtained in integration
h	: film thickness
h_0	: minimum film thickness
k	: thermal conductivity of lubrication
L	: length of bearing in the direction perpendicular to the bearing
N	: journal bearing rotating speed
p	: pressure

T	: temperature
t	: time
U	: bearing velocity in the x-direction
α	: lubricant thermal expansion coefficient
β	: lubricant bulk modulus
δ	: temperature-viscosity coefficient
ε	: eccentricity ratio of journal bearing
$\dot{\gamma}$: shear rate
η	: Non-Newtonian lubricant viscosity
μ	: Newtonian lubricant viscosity
ρ	: lubricant density
τ_{xy}	: shear stress
τ_0	: shear yield stress

Subscript

a, b	: lower and upper layers in shear zone
s	: shear zone of lubricant film
1	: moving layer of the lubricant film
2	: stationary layer of the lubricant film
0	: inlet status
min	: minimum value
max	: maximum value