

탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 탐구 활동에 따른 초등학교 5학년 학생들의 상호작용 분석

류희찬* · 하경미**

I. 서론

최근 수학교육의 동향은 여러 현상이나 문제를 수학적으로 분석하고 학생들로 하여금 해결하는 능력을 육성키 위해 수학적 지식을 의미 있게 구성할 수 있도록 돕는데 초점이 맞춰지고 있다. Balacheff(1991)는 학생들에게 의미있는 학습기회를 제공하기 위해서는 상호작용을 풍부하게 할 수 있는 학습 환경을 만들어 주어야 한다고 하였다.

이러한 학습 환경은 경험적이고 탐구적인 수학 활동을 강조하는 초등 기하 교육에서 더욱 중요하다. 그러나 기존의 탐구 환경으로는 학생들의 역동적인 상호작용을 통한 귀납적 탐구 활동을 이끌어내는데 어려움이 있었으며, 이를 보완하고 기하 교육을 보다 풍요롭게 하기 위한 방안으로 탐구형 기하 소프트웨어의 활용이 제기되었다(Noss & Hoyles, 1996; Eisenberg, 1995; 신동선 & 류희찬, 1999). 이러한 연구를 토대로 탐구형 기하 소프트웨어를 활용하기 위한 자료 개발 연구가 활발하게 이루어지고 있다(장훈, 1998; 임근광, 1999; 유공주, 2000; 오연중, 1997; 황의태, 2000).

그러나 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경이라는 특정 상황을 이해하기 위한

연구는 미비한 실정이다. 즉, 컴퓨터 환경이 지필 환경과 어떠한 차이가 있고, 왜 풍부한 상호작용의 장이 되는지에 대한 구체적이고 심층적인 연구가 부족하다.

이에 본 연구는 탐구형 기하 소프트웨어의 활용에 대한 관심이 증가하는 현 시점에서 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경과 지필 환경의 상호작용을 비교 분석하고, 컴퓨터 환경이 학생들의 상호작용에 어떠한 영향을 주는지를 살펴봄으로써 탐구 활동에 대한 이해와 탐구형 기하 소프트웨어를 수업에 활용에 바람직한 방향을 모색하고자 한다.

II. 초등 기하 교육과 탐구 활동

수학은 인간의 생활이나 지적 활동에서 수량과 관련된 사실이나 관계를 연구하는 학문이다. 또 기하는 실제적이고 물리적인 공간세계를 다루는 수학의 한 분야이다. Hershkowitz, Parzysz, & Von Dormolen(1996)는 기하가 다음과 같은 측면에서 중요한 역할을 한다고 하였다.

첫째, 실세계에서의 시각적 정보를 해석하는데 도움이 된다. 실제 도형에 대한 연구는 우리를 둘러싸고 있는 시각적 세계를 이해하고

* 한국교원대학교

** 철보초등학교

설명하며, 이 세계에 만연해 있는 시각적 정보를 부호화(encoding)하고 번역(decoding)하는데 필수적이다.

둘째, 수학적 이론을 구성하는데 도움이 된다. 기하는 눈으로 볼 수 있는 것에서 시작되어 점차 추상화 되어진 것이다. 즉, 도형은 구체적 표상이 아닌 이론적 표상으로 도형과 성질사이의 관계에 대한 연구를 통해 학생들은 정의와 정리의 역할을 이해하고 그들 스스로 증명을 구성하는 능력을 알게 된다.

셋째, 수학, 과학을 비롯한 여러 분야에서 개념, 과정, 현상을 보다 잘 이해하기 위한 수단이라는 점이다. Freudenthal은 “왜 죽은 것처럼 보이는 기하학적 직관이 기하와는 아무런 상관이 없는 것처럼 보이는 영역에서 활기차게 살아 움직이고 있는가?”에 대한 답으로, 기하학적 직관은 무엇이 중요하고 무엇이 흥미로우며, 또 무엇이 얻기 쉬운 것인지를 말해 주기 때문이라고 하였다. 또한, 기하학적인 다양한 문제, 아이디어, 방법이 황막한 사막에서 길을 잃고 헤맬 때 우리를 구원해 줄 수 있다고 하였다(우정호, 1998, 재인용, p.286).

이러한 역할에 비추어 초등 기하 교육은 어떠한 방식으로 이루어져야 하는가? 많은 연구들은 그 해답으로 탐구 활동을 통한 귀납적 접근을 제시하고 있다. 귀납적 탐구 활동은 기하학적 직관과 논리적 사고력을 함양하는데 가장 기본적인 출발점이기 때문이다.

그러나 기존의 기하교육은 구체물이나 시각적 자료를 활용하는데 있어서 시간적·공간적 제약으로 인하여 귀납적 탐구 활동이 잘 이루어지지 못하였다. 학생들이 접할 수 있는 자료는 수적인 면에서나 질적인 면에서 학생들의 요구 수준에 미흡하다(남승인, 1994).

이러한 문제점을 해결하기 위한 방안으로 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경이

제안되고 있다. 탐구형 기하 소프트웨어는 다양한 도형을 쉽고 정확하게 작도할 수 있으며, 도형을 마우스로 변환시키는 가운데 불편인 성질이 무엇인지를 쉽게 탐구할 수 있다.

이 때 중요한 문제는 도형의 특징과 도형사이의 관계를 탐구하는데 탐구형 기하 소프트웨어를 적극 활용할 수 있는 교사의 능력이다. 즉, 탐구형 기하 소프트웨어를 수학 교육에서 활용함으로써 학생들의 탐구 활동을 어떻게 유도할 것인가에 대한 연구가 선행되어야 한다. 또한, 새로운 탐구 환경이 지필이나 구체물을 이용한 기존의 탐구 환경과 어떤 차이가 있는가에 대한 분석적 연구가 필요하다.

III. 연구 방법 및 절차

본 연구는 컴퓨터와 지필 탐구 환경에서 학생들의 상호작용의 행태가 어떻게 다른가를 관찰, 발견, 해석에 초점을 두고 질적 사례 연구를 실시하였다.

연구 대상¹⁾으로 수학에 관심 있고, 방과후 시간이 자유로우며 자신의 생각을 적극적으로 표현할 수 있는 학생을 표집하였다. 각각의 탐구 환경에서 2명의 학생이 협동으로 활동하게 하였다. 컴퓨터 환경의 학생은 컴퓨터에 관심을 가지고 있는 학생이었다.

1. 연구 설계

각각의 탐구 활동에서 6회의 탐구 활동을 실시하였다. 각 활동은 탐구 과정에서 나타나는 전반적인 상호작용에 초점을 두었다.

탐구 활동 과제는 <표 1>과 같고, 탐구 활동지는 부록에 제시되어 있다. 실험기간은 2000년 6월 24일부터 7월 5일까지였다.

<표 1> 탐구 활동별 과제

탐구 활동	과 제	탐구 활동	과 제
1	선대칭도형의 성질	4	점대칭의 위치에 있는 도형
2	선대칭의 위치에 있는 도형	5	도형의 닮음
3	점대칭도형의 성질	6	닮음비

2. 연구 절차

탐구 활동을 계획하는데 있어 교육과정과 교과서 및 교사용 지도서를 참조하였으며, 관찰 자료로는 관찰일지와 비디오와 오디오를 이용한 녹화·녹음 자료이다. 관찰일지에는 연구자가 학생들의 탐구 활동에 직접 참여하면서, 경험하고 느낀 점, 그리고 학생들과 잠깐씩 주고 받은 대화 등을 기술하였다. 녹화·녹음 자료는 학생들의 탐구 활동 전 과정이 포함된 것으로 본 연구 자료 중 가장 핵심이다. 이 외에도 탐구 활동 사이사이에 행해지는 연구자와 학생 사이의 비공식적인 면담 이외에 담임교사와 학생에 대한 공식 면담²⁾이 있었다.

수집된 자료는 모두 전사하였으며, 전사된 자료를 토대로 Wood(1999)가 활용한 집약적 상호작용분석(intensive interactional analysis)의 틀 내에서 분석하였다. 먼저 분석 절차는 6차시의 탐구 활동에 따른 탐구 활동 구조를 살펴보고, 귀납적 논리화에 의존하여 상호작용 패턴을 분석하고, 이에 따른 전형적인 예를 토대로 한 장면 분석을 하였다. 이때 전형적인 사례를 추출하여 서술하는 해석적 미량 분석 방법을 적용하였다.

발췌문의 제시는 다음과 같이 하였다. ① 학생들의 말에 번호를 붙인다. ② 괄호(())는 학생들의 비언어적 행동이다. ③ 꺾쇠묶음([])은 학생들의 탐구 활동을 관찰하거나, 학생과의 면담을 통한 연구자의 해석이다. ④ . . . 은 학생들의 대화가 잠시 중단되었음을 나타낸다.

IV. 분석

1. 컴퓨터 환경과 지필 환경에서의 상호작용에 대한 비교·분석

1) 탐구 활동 구조

컴퓨터 환경과 지필 환경에서 학생들의 탐구 활동에 따른 상호작용을 비교·분석하는데 있어서 학생들에게 주어진 6회에 걸친 탐구 활동은 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두 동일한 수학적 주제를 다루고 있으며 각 탐구 활동의 4가지 하위 활동 또한 동일한 내용으로 이루어져 있다. <활동 1>은 추측·가설 형성 활동이며, <활동 2>는 탐구 활동에서의 핵심 과정으로 조작 활동이다. <활동 3>은 <활동 2>를 토대로 한 공통된 기하학적 성질을 찾는 활동이며, <활동 4>는 선행 지식과의 비교를 통하여 관계를 탐색하도록 구성되어 있다³⁾.

연구자가 학생들에게 제공한 탐구 활동지의 기본 구성이 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두 동일하기 때문에, 컴퓨터 환경과 지필 환경에서의 탐구 활동은 각각의 하위 활동에 대한 학생들의 활동 과정상의 흐름을 중심으로 하여 분석하였다. 조작 활동을 통한 성질 탐구에 있어

2) 본 연구에서 실시한 면담은 '반구조화된 면담'으로 연구자가 기본 질문지를 작성하되, 연구자가 질문지의 내용을 미리 외워서 비구조화된 대화 형식으로 면담을 진행하였다.

3) 탐구 활동 6은 활동 자체가 비교 활동으로 3개의 하위 활동만으로 구성되어 있다.

서 <활동 2>와 <활동 3>은 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두에서 동시에 발생하였다. 이에 연구자는 <활동 2>와 <활동 3>을 묶어서 활동 구조를 분석하였다. 6회 걸친 탐구 활동을 토대로 컴퓨터 환경과 지필 환경의 탐구 활동 구조를 살펴보면 다음과 같다.

먼저 <활동 1>을 살펴보면, 컴퓨터 환경과 지필 환경에서 추측 및 가설 형성 활동은 조작 활동에 대한 사전 활동으로 시각적 관찰과 직관을 토대로 하였으며, 추측과 가설 형성에 따른 필요한 조작 활동이 무엇인지에 대한 논의가 주를 이루었다. 그러나 지필 환경에서는 조작 활동에 앞서 보다 자세하고 구체적인 추측 활동이 이루어진 반면에 컴퓨터 환경에서는 추측 및 가설 형성 활동이 아주 간단하게 이루어졌다. 이는 추측 및 가설 형성 활동에 따른 논의 시간 비교를 통해서도 알 수 있다(<표 2>). 지필 환경에서의 추측 및 가설 형성 활동 시간은 컴퓨터 환경에 비하여 적게는 1.2배에서 많게는 2.3배나 되었다. 또한 컴퓨터 환경에서는 추측 및 가설 형성 활동보다는 조작을 통한 탐구에 비중을 두었음을 확인할 수 있었다.

<활동 2·3>은 탐구 활동의 핵심으로서 조작 활동은 측정 활동 즉, 각의 크기와 길이 측정이 주류를 이루었으며, 이러한 조작 활동을 토대로 기하학적 성질을 논의하였다. 그러나 지필 환경에서는 추측 활동에 의존한 조작 활동으로 1~2개의 도형에 적용하였으며, 조작 활동을 한 다음에 수학적 사실에 대한 기록을 하였다. 반면에 컴퓨터 환경에서는 끝기를 중심으로, 측정 도구 이외에 변환, 작도, 보기, 그리기 등 다양한 도구를 활용하였다. 그럼에도 불구하고, 컴퓨터 환경에 비하여 지필 환경에서 더 많은 시간이 사용되어졌는데 이는 지필 환경의 측정 활동 자체에 많은 시간이 필요하기 때문이다(<표 2>).

<표 2> 탐구 활동에 따른 논의 시간(단위: 분)

구분	탐구활동1		탐구활동2		탐구활동3	
	지필	컴퓨터	지필	컴퓨터	지필	컴퓨터
활동 1	8	4	7	3	5	4
활동 2·3	22	19	28	26	21	14
활동 4	7	9	5	13	4	12
구분	탐구활동4		탐구활동5		탐구활동6	
	지필	컴퓨터	지필	컴퓨터	지필	컴퓨터
활동 1	5	3	10	5	6	4
활동 2·3	23	20	20	27	26	24
활동 4	5	7	10	18	.	.

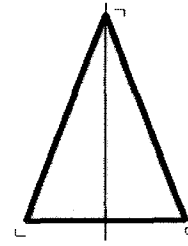
<활동 4>에서는 기본적으로 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두 시각적인 관찰과 앞선 조작 활동을 토대로 한 비교 활동이 이루어졌다. 그러나 지필 환경에서의 비교 활동이 <활동 2·3>에서 알게 된 성질을 토대로 사전 지식과의 관계를 탐색한 반면에, 컴퓨터 환경에서는 조작 활동이 병행되었다. 특히 끝기 기능을 통한 조작 활동은 학생들이 주어진 도형사이의 관계를 이해하고, 확장하는데 중요한 도구가 되었다. 컴퓨터 환경에서의 보다 적극적인 비교 활동에 대한 탐색은 <활동 4>에 따른 논의 시간의 비교를 통해서도 확인할 수 있다.

2) 상호작용 패턴

연구자는 탐구 활동 구조를 토대로 가설 형성, 조작 활동, 인지적 갈등, 정당화와 일반화, 피드백 5개항의 분석 목록에 따라 상호작용을 분석하고, 이에 따른 전형적인 예를 토대로 장면 분석을 실시하였다.

(1) 가설 형성

컴퓨터 환경과 지필 환경의 추측 및 가설 형성 활동은 탐구 활동 구조에서 살펴본 바와 같이 시각적인 관찰과 직관을 토대로 하였으며, 필요한 조작 활동에 대한 논의가 있었다. 그러나 지필 환경은 컴퓨터 환경에 비하여 보다 면밀한 추측 활동이 이루어진 반면에, 컴퓨터 환경에서는 자세한 추측 활동을 하기보다는 조작 활동의 도입을 서두르는 경향이 있었다.



<그림 1> 탐구 활동1

이러한 컴퓨터 환경에서의 추측활동은 지필 환경과 마찬가지로 시각적인 관찰에서 시작되었으나(1-3), 직접적인 조작 활동의 도입을 서둘렀다(5). 또한 지필 환경에서는 추측 활동이 연역적 추론을 토대로 이루어졌다.

● 발췌문 1 : 컴퓨터 환경에서의 추측 활동 I (탐구 활동 1)

- 1 선: 이쪽 각(각 α 과 각 β)의 크기가 같아 보이지?
- 2 한울: 이쪽(선분 γ 과 선분 δ) 길이도 같아 보이잖아.
- 3 선: 맞아. 이등변삼각형인가 봐. 그렇지?
- 4 한울: 다른 뭐가 있을까?
- 5 선: 끝기를 해 보면, 다른 것도 알 수 있겠지? 그냥 해보자.

● 발췌문 2 : 지필 환경에서의 추론 활동 (탐구 활동 1)

- 1 도혁: (손가락으로 이등변삼각형 위를 이리저리 움직이더니) 그런데, 정삼각형도 이등변삼각형이지?
- 2 나루: 그렇지.
- 3 도혁: 그림, 잠깐만. . . (색종이를 반으로

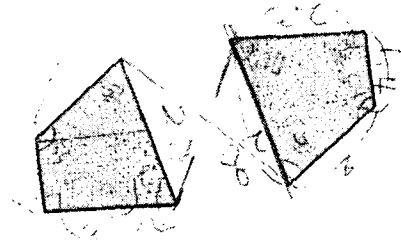
<표 3> 컴퓨터 환경과 지필 환경의 탐구 활동 구조 비교

	공 통 점	차 이 점	
		지필 환경	컴퓨터 환경
활동 1	<ul style="list-style-type: none"> · 시각적 관찰과 직관을 토대로 하였다. · 필요한 조작 활동에 대해 논의하였다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 조작에 앞서 자세한 추측 활동이 이루어졌다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 추측 활동이 전체 탐구 활동에 분산되어 있으며, 초기 추측 활동은 간단히 이루어졌다.
활동 2·3	<ul style="list-style-type: none"> · 조작 활동을 토대로 수학적 사실에 대해 논의하였다. · 조작활동의 대부분은 측정 활동이다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 계획한 조작 활동을 모두 마친 다음에 발견한 수학적 사실을 기록하였다. · 1-2개의 도형에 대하여 조작 활동이 이루어졌다. · 조작 활동의 대부분이 측정 활동으로 이루어져 있으며 이중 각의 크기에 대해서는 연역적인 확인을 하였다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 조작 활동과 병행하여 그때그때 발견한 수학적 사실을 기록하였다. · 끝기 기능을 중심으로 조작 활동이 이루어졌다. · 측정 도구를 비롯하여 변환 도구, 그리기 도구 등 다양한 도구들이 적극 활용되었다.
활동 4	<ul style="list-style-type: none"> · 시각적인 관찰과 사전 조작 활동을 토대로 수학적 지식을 연결하였다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 논의를 하는데 있어서 시각적인 관찰과 사전 조작 활동이 주된 요소이다. 	<ul style="list-style-type: none"> · 논의에 있어서 시각적인 관찰과 사전 조작 활동이외에 조작 활동이 병행되었다.

접어서 정삼각형 모양을 눈짐작으로 오려낸다)
나루야, 봐라. 정삼각형도 이렇게 하면(한 번에
서 반을 접어보이면서) 접어지지 않을까?

4 나루: 그래서?

5 도혁: 그러니까, 정삼각형은 어디서나 접어
진다는 거잖아. 아니야?



<그림 2> 지필 환경의 측정 활동

이등변삼각형을 이용하여 수직이등분에 대한
개념을 이해하는 과정에서 도혁은 정삼각형을
끌어들였다(1). 이는 정삼각형이 이등변삼각형
의 일부라는 사전 지식을 토대로 한 연역적 추
론으로서, 이등변삼각형의 성질을 정삼각형에
적용하였다(3). 이는 컴퓨터 환경에서 정삼각형
의 도입이 끌기 과정을 통해서 이루어지는 것
(발췌문 6)과는 대비되었다.

(2) 조작 활동

탐구 활동에 있어서 측정 활동은 그 기본이
되는 활동이다. 그러나 측정 활동에 있어서 지
필 환경의 학생들은 소극적이었으며, 측정 활
동을 상대방에게 미루거나 측정 활동 없이 기
하학적 성질에 대한 연역적인 방법을 토대로
논의하였다.

● 발췌문 3: 지필 환경에서 측정 활동 (탐 구 활동 4)

1 도혁: (두 개 중 한 개의 사각형만 변의
길이를 측정한다) 1.4, 2.3, 2, 2.7, 아니 2.8cm.
[도혁이 측정하는 동안 나루는 지켜본다. 두 학
생사이에 아무런 대화가 없다]

2 나루: 다 재어봤어?

3 도혁: (두 도형 중 한쪽만 측정하여, 같은
값을 다른 사각형에 기록한다) 어. 다 잰어. 똑
같애 . . .

4 나루: 그림, 정리 좀 해 보자.

탐구 활동 4에는 점대칭의 위치에 있는 두
개의 사각형이 제시되어 있다. 이 상황에서 도
혁은 두 개 중에서 한 개의 사각형에서만 변의
길이를 측정하고(1), 사전 지식과 직관을 토대
로 다른 도형의 변에 같은 값을 기록하였다(3).
<그림 2>에서 오른쪽의 도형에서만 길이 측정
이 이루어지고, 왼쪽의 도형은 오른쪽의 측정
값을 기록한 것이다. 이 때 나루는 도혁이 오
른쪽 사각형에 대해서만 측정 활동을 하였음을
알고 있었지만 아무런 언급 없이 다음 활동이
이어졌다. 이는 측정 활동의 부분 생략에 대해
두 학생사이에 암묵적인 동의가 있음을 알 수
있었다. 또한 도혁이 측정 활동을 하는 동안에
는 두 학생사이에 아무런 대화가 일어나지 않
음을 확인할 수 있었다(1).

반면에 컴퓨터 환경에서의 측정 활동은 상호
작용이 계속적으로 이루어졌다.

발췌문 4: 컴퓨터 환경에서 측정 활동 (탐구 활동 4)

1 한울: 합동이 되는가 봐야지.

2 선: 그림, 각도랑 길이를 봐야겠네.

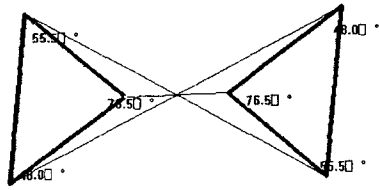
3 한울: 먼저, 각을 비교해 봐 . . .

4 선: 내가 할게. 여기는 55.5° , 여기도 . . .
같고, 여기는 76.5° , 여기도 . . . 같고,

5 한울: 다 같겠지?

6 선: 그렇겠지? 여기도, 48.0° . 같지?

7 한울: 그래. 끌기 해 볼래?



<그림 3> 컴퓨터 환경에서 측정 활동

컴퓨터 환경의 측정 활동은 지필 환경과 같이 길이와 각의 크기에 대한 측정이 대부분이었다(1-3). 그러나 컴퓨터 환경에서는 지필 환경과 달리 측정 활동이 이루어지는 동안에도 도형의 성질에 대한 지속적인 상호작용이 이루어졌으며(4,6), 끝기를 활용하여 성질을 확인하고자 하였다(7).

이 외에도 지필 환경에서 각의 측정은 70° , 140° , 88° , 65° 와 같이 일의 자리를 0과 5로 어렵히는 것을 볼 수 있었다(그림 4). 또한 어렵값이 올바른가에 대해서는 사각형 내각의 합이 360° 라는 사전 지식을 토대로 이루어졌으며 이는 다음의 조작 활동에 대한 정당화의 근거가 되었다. 또한 하나의 사각형의 내각을 측정하는데 있어서 도척과 나루가 두 부분씩 나누어 측정하였음을 확인할 수 있었다.

또한 탐구 환경의 차이는 조작 활동을 적용하는데 있어서 뚜렷하게 나타났다.

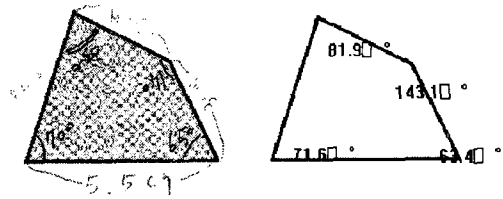
● 발췌문 5 : 지필 환경에서의 대칭축 그리기 (탐구 활동 1)

- 1 도척: 이렇게 반질 접으면, 두 삼각형이 합동이 되잖아. 그렇지?
- 2 나루: 그런데, 이것을 여기에 그려야 되는 것 아냐?
- 3 도척: 그려야 돼?
- 4 나루: 그럼?
- 5 도척: 어떻게 해?
- 6 나루: 접었으니까, 가운데 표시해서 위에

꼭지점하고 연결하면. . .

7 도척: 그럼 되겠다.

8 나루: 자 대고. (자를 대보면서) 여기가 3.2니까 1.6에다 점을 찍고, 쪽 그으면 . . . 됐다.



<그림 4> 탐구 활동 2의 탐구 환경에 따른 측정값

지필 환경에서는 조작 활동에 대한 이중의 활동을 야기하였다. 선대칭도형에서 대칭축을 그리는데 있어서, 이등변삼각형의 밑각을 완전히 포개어 대칭축을 찾은 다음, 탐구 활동지의 이등변삼각형에 작도하여 발견한 기하학적 성질을 표현하였다(2-5). 또한 대칭축을 그리는데 있어서 접어서 포개어 보는 활동은 학생들에게 ‘수직이등분’ 개념보다는 ‘이등분’ 개념이 강하게 인식됨을 확인할 수 있었다(6). 따라서 학생들은 대칭축을 찾는 활동에서 수직이라는 개념이 배제된 채 이등분점의 연결로서 대칭축을 찾았다(8).

그러나 컴퓨터 환경에서 대칭축 그리기 활동은 이와 달랐다.

● 발췌문 6 : 컴퓨터 환경에서의 대칭축 그리기 (탐구 활동 1)

- 1 선: 수직이등분선으로 하니까 이점, 점 두을 지나지 안잖아. 지나야 되는데..
- 2 한울: 점 ㄱ을 끌기해 봐. (선이 점 ㄱ을 끌기한다) 천천히 해!
- 3 선: 알았어. (화면을 지켜보다가) 봐라, 여기가 이렇게 정삼각형이 되면, 이거랑(점 ㄱ에서

의 수직이등분선) 똑같다!

4 [변 bc 에 점 g 에서 수직이등분이 되는 것처럼 점 c 에서 변 bc 에 수직이등분이 된다]

5 한울: 수직인가 재봐.

6 선: 당연히 같아야겠지? 짤!

7 한울: 어휴, 그럼, 어떻게 된 거야? 뭐라고 적어야 돼?

8 선: 야, 여기 보면, 이등변삼각형에서는 이쪽만 수직이등분이 되었는데, 정삼각형이 되니까 모든 변에서 수직이등분이 되는 거잖아.

컴퓨터 환경에서 학생들은 작도 도구 상자의 수직이등분선 기능을 이용하여 이등변삼각형에서 대칭축을 그리고, 이것을 다른 변에도 적용하는 다각적인 적용 패턴이 나타났다(그림 5). 컴퓨터 환경에서 선은 도혁에게 발견한 사실을 설명하는 과정에서 수학적 기호를 자연스럽게 사용하였다(1). 점 g 을 끌기하면서 학생들은 이등변삼각형에서 정삼각형으로 변화 과정을 관찰하였고, 이러한 과정에서 정삼각형에서의 대칭축에 대한 관찰을 할 수 있었다(2-4). 이는 동적 과정에서 기존의 수학적 지식과 자연스럽게 연결되었으며, 이는 지필 환경에서 연역적 추론을 토대로 한 것과 대비되었다. 이를 토대로 선대칭도형에서 대칭축이 다양하다는 개념 확장을 가져왔다(8). 또한 이등분선이 아니라 수직이등분선임을 명확히 하였다(5-8)

또한 컴퓨터 환경은 발췌문 4와 6에서 볼 수 있듯이 끌기 기능이 조작 활동의 핵심이 되었다. 이는 조작 과정에서 도형에 대한 불변의 성질을 탐구하게 하는 기회를 제공하였으며, 보다 흥미로운 탐구를 하도록 하였다.

(3) 인지적 갈등

탐구 활동에 있어서 학생들의 인지적 갈등은 조작 활동에서 주로 발생하였다. 그러나 인지적 갈등이 유발되는 상황은 컴퓨터 환경과 지필 환경사이에 차이를 보였다. 지필 환경에서의 인지적 갈등은 기존의 수학적 지식을 토대로 한 의식적인 사고 활동에서 발생하였다.

● 발췌문 7 : 지필 환경에서의 점대칭도형과 선대칭도형 (탐구 활동 3)

1 도혁: 참, 지난번에는 이렇게 지나는 곳이 [대응점을 연결한 선분과 대칭축] 90° 였잖아. 이것도 재볼까?

2 나루: 그래.

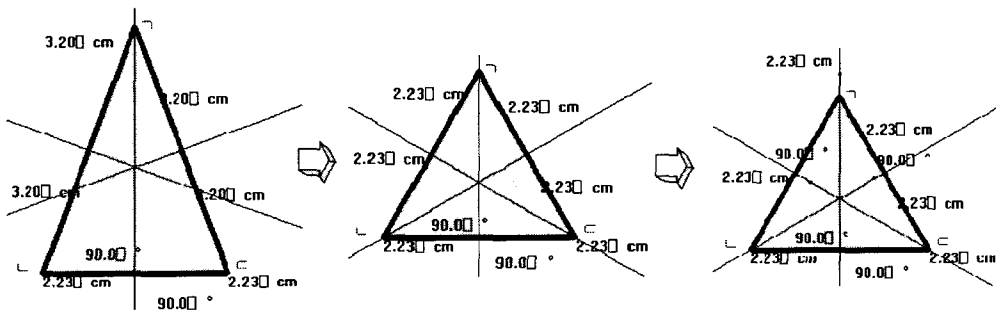
3 도혁: 어? 여기는 90° 가 아니야.

4 나루: 아닐 수도 있겠다. 이걸 그때처럼 선대칭도형이 아니잖아.

5 도혁: 정말.

6 나루: 그런데 마주보는 작은 갈에.

7 도혁: 뭐가 다른 거지? 선대칭도형하고



<그림 5> 컴퓨터 환경에서의 대칭축 그리기

점대칭도형하고.

8 나루: 뭐가?

9 도혁: 아니, 대응점을 연결해서 선대칭도형은 90° 인데, 이것은 아니잖아.

10 나루: 선대칭도형이 아니니까 그렇지.

11 도혁: 아, 맞다. 선대칭도형하고, 점대칭도형하고 다르지.

지필 환경에서 도혁은 대응점을 연결한 선분과 대칭의 중심이 만나는 부분이 90° 가 아님에 주목하였다(1). 이는 선대칭도형과 점대칭도형에 대한 논의로 이어졌으며(4), 차이점을 탐구하면서(7) 그 성질을 분명히 하였다(9-11). 물론 이러한 논의는 선대칭도형에 대한 기존의 수학적 지식을 토대로 한 것이다.

그러나 컴퓨터 환경에서의 인지적 갈등 상황은 끝기를 하는 조작 과정에서 발생하였다.

● 발췌문 8 : 컴퓨터 환경에서의 점대칭도형과 선대칭도형 (탐구 활동 4)

1 선: 봐. 이렇게 그어야 여기에 대칭의 중심을 그을 수가 있지 . . .

2 한울: 내가 한번 해볼게. 보라. 이렇게 다각형을 움직이면, 이렇게 점대칭의 위치에 있는 도형에서 선대칭도형이 될 때도 있다!

3 선: 이것이[그림 6의 오른쪽 도형] 선대칭이라고?

4 한울: 오른쪽하고 왼쪽 모양이 같잖아.

5 선: 아니잖아. 대칭축으로 수직이어야 되는데, 이것은 아니잖아.

6 한울: 어. 선대칭하고 모양이 비슷해서 그런 줄 알았어..

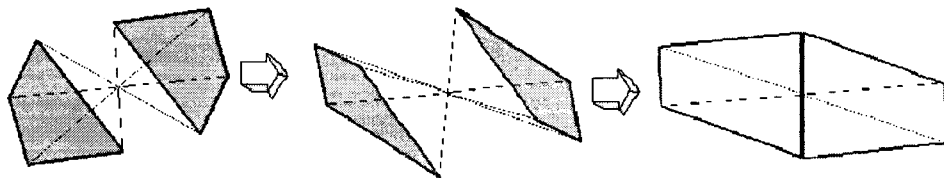
7 선: 봐. 이것은 이쪽하고 대응점이잖아. 그러면 맞아. 이것은 한 점에서 만나는 거지?

한울은 끝기를 함으로써 점대칭의 위치에 있는 도형을 점대칭도형으로 전환됨을 확인하였다(2). 그러나 한울은 선대칭도형으로 오인하였으며, 조작 과정에서 나타난 시각적인 유사성으로 인지적 갈등 상황이 발생하였다(2-4). 이에 선은 선대칭도형의 성질을 토대로 설명하였다(5). 이처럼 컴퓨터 환경에서의 인지적 갈등은 주로 끝기를 통한 조작 과정에서 발생하였다. 물론 지필 환경과 마찬가지로 이러한 인지적 갈등 상황은 학생들의 수학적 지식에 대한 이해를 도모하는 기회가 되었다(6).

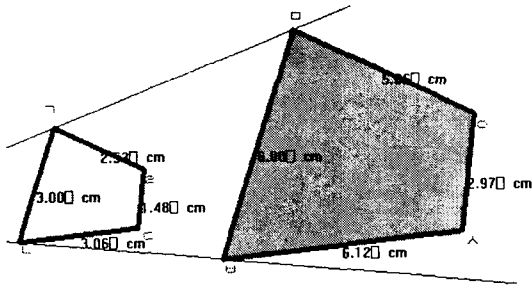
또 다른 갈등 상황은 측정 활동에서 발생하였는데, 지필 환경에서는 두 학생 사이의 상이한 측정 결과로 인한 것이다. 이는 측정 활동이 학생들의 탐구 활동에 토대가 되기보다는 오히려 기존의 수학적 사실과 추측에 맞도록 측정 결과를 조작하도록 하였다. 반면에 컴퓨터 환경에서는 탐구형 기하 소프트웨어의 옵션에 따른 차이를 학생들이 이해하지 못하는 상황에서 발생하였다(그림 7)⁴⁾.

(4) 정당화와 일반화

학생들이 수학적 사실을 발견하기 위한 탐구 활동에서의 정당화와 일반화는 자연스러운



<그림 6> 조작 과정에서의 인지적 갈등 유발



<그림 7> 대응변의 길이의 비(답음비)

과정이며, 초등학교 수학 교육과정에서는 경험적, 귀납적 방법을 주로 다루고 있다. 이는 탐구 활동에서도 드러났는데, 특히 지필 환경에서는 발췌문 5와 같이 활동적 정당화 중심으로 이루어졌으며 컴퓨터 환경에서는 발췌문 6과 같이 활동과 시각적 표현을 통한 정당화가 동시에 이루어졌다.

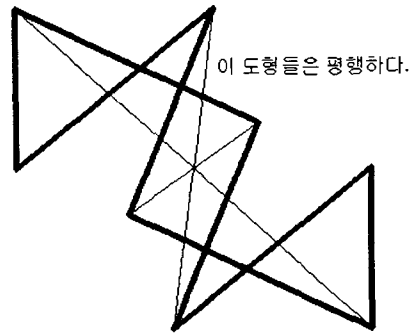
그러나 정당화를 요구하는 발생 상황은 지필 환경에서는 조작 결과를 살펴보는 정적인 관찰에서 출발한 반면에 컴퓨터 환경에서는 끌기 하는 동적인 관찰에서 출발하였다.

● 발췌문 9 : 컴퓨터 환경에서 정당화와 일반화 (탐구 활동 3)

- 1 한울: 아직. 좀 더 점을 끌어보고 . .
- 2 선: 보라, 그런데, 이 대응변하고, 이것하고 나란히 움직인다?
- 3 한울: 뭐라고?
- 4 선: 나란히 움직인다고.
- 5 한울: 그러면 평행하다는 거야?
- 6 선: 잠깐만, 이것 보라. 여기에 평행한지 아닌지 확인해 주는 것이 있다!
- 7 (속성 확인 도구에서 '평행'을 클릭하고, 도형에서 대응변을 택하여 확인한다)

8 한울: 멋지다.

9 선: 끌기 해도 계속 평행이지?



<그림 8> 컴퓨터 환경에서 평행에 대한 검증

컴퓨터 환경에서 정당화의 출발점은 끌기를 통한 동적 관찰이다(2). 끌기를 통한 움직임에서 기하학적인 성질을 찾고(4-5), 이에 대한 확인은 속성 확인 도구를 활용하였다(6-7). 이러한 끌기 기능은 불변의 기하학적 성질을 시각화함으로써 일반화하였다.

반면에 지필 환경에서 일반화는 비약적이었다.

● 발췌문 10 : 지필 환경에서의 일반화 (탐구 활동 3)

- 1 나무: 먼저 대응점을 연결해 보아야겠지?
- 2 도혁: 내가 할게 . . (막대자를 이용하여 대응점을 연결한다)
- 3 [도혁은 주어진 3개의 도형 중에서 하나의 도형만 대응점을 연결하고 나머지는 그대로이다]
- 4 나무: 지난번에는(선대칭도형과 선대칭의 위치에 있는 도형) 서로 안 만났는데. 그렇지?

4) 이는 계산기의 축약적인 성질에 의한 것이다. 예를 들어 0.1666666666666666...의 경우 계산기에서 보여 주는 숫자의 크기는 정해져 있기 때문에 그 이상의 수에 대해서는 축약이 일어난다. 어떤 계산기는 반올림을 하고, 어떤 계산기는 버림을 하게 된다. 본 연구에서 활용한 탐구형 기하 소프트웨어는 반올림 형태를 띠고 있다.

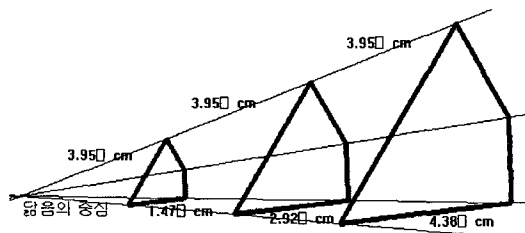
5 도혁: 다른 것도 이렇게 한 점에서 만나 겠지?

도혁은 대응점을 연결하는데 있어서 주어진 3개의 도형 중 하나만을 연결하였다(2-3). 이는 측정 활동에 대한 부담감이 조작 활동 전반으로 확장되어 조작 활동에 대한 생략을 야기하였다. 이는 하나의 도형만을 조작하여 발견한 수학적 사실을 일반화하도록 하였다(5).

또한 컴퓨터 환경에서는 그림 10과 같이 발견한 수학적 사실을 정당화하고 일반화하는데 있어서 새로운 도형을 작도하기도 하였다.

(5) 피드백

수학적 탐구 활동에 있어서 구체물은 수학적 지식을 발견하는 매체이다. 지필 환경에서는 모눈종이나 모형, 막대자와 각도기 등 여러 가지 구체물이 사용된 반면에 컴퓨터 환경에서는 탐구형 기하 소프트웨어라는 조작적 구체물이 사용되었다. 이러한 상이한 성질의 구체물에 따르는 피드백은 탐구 활동에 참여하는 학생들의 상호작용에 큰 영향을 주었다.



<그림 9> 새로운 도형 작도

● 발췌문 11 : 지필 환경에서의 구체물에 대한 학생들의 반응 (탐구 활동 5)

- 1 나루: 그럼 재볼까?
- 2 도혁: 90° , 110° , 65° , 95°
- 3 나루: 나도 됐어.

4 도혁: 360° ?

5 나루: 아니 180° . 나는 삼각형이잖아. 90° , 40° , 50° .

6 나루: 왜 그래?

7 도혁: 이것이(사각형) 자꾸 움직이잖아.

8 나루: 그럼, 자꾸 움직이니깐 풀로 붙이고 하면 되잖아. (풀로 사각형을 A4 위에 붙여 준다)

지필 환경에서 나루와 도혁은 접어서 합동이 되었음에도 이를 수치적인 표현을 나타내고자 하였다(1-5). 합동임을 다른 사람에게 정당화하는데 있어서 학생들은 포개어보는 활동만으로 불충분하다고 생각하였다. 이는 발췌문 5와 사후 면담을 통해서도 확인할 수 있었다. 그리고 시각적 표현을 위한 측정 활동을 하는데 있어서, 색종이 도형의 움직임은 학생들의 측정 활동에 장애가 되었다(7). 학생들의 탐구 활동에서 색종이 도형을 종이 위에 붙이는 조작 활동을 필요로 하였다(8). 이는 학생들이 모형을 사용하지 않는 이유이기도 하였다.

그리고 이러한 구체물 조작에 있어서 측정 결과는 학생들의 활동에 중요한 요소로써 잘못된 측정 결과는 학생들의 전체적인 탐구 활동에 부정적인 영향을 주었다.

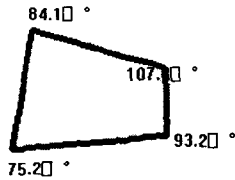
● 발췌문 12 : 지필 환경에서 도구 사용 (탐구 활동 5)

- 1 도혁: 70° [본래 측정값은 오른쪽 도형과 같이 107.4° 인데 각도기를 거꾸로 읽고 있다]
- 2 나루: 그러면, 95° , 75° , 85° , 70° ?
- 3 도혁: 뭐야. 계산이 틀리잖아[계산기로 합을 구하는데 330° 가 되었다]. 뭘 잘못했지?
- 4 나루: 왜?
- 5 도혁: 아니, 여기 각도를 잰는데, 틀리잖아.

6 나무: 정확히 재봐. 어휴. . . 잠깐만, 너하고 틀린다. 나는 107° 인데, 다시 해봐.(도혁이 계산기로 합을 구한다) 얼마야?

8 도혁: 362° . 그래도 뭐가 잘못 됐나보다.

9 나무: 105° 인가 보다



<그림 10> 컴퓨터 환경에서의 측정값

도혁은 각도기를 사용하는데 있어서 오류가 발생하였다(1). 이는 사각형 내각의 합이 360° 라는 기존의 수학적 지식을 토대로 연역적 방법에 의하여 확인되었다(3). 자신이 무엇인가 잘못 했음을 알았으나 자신의 오류 원인이나 재측정 활동은 이루어지지 않았다. 대신 나무의 측정 결과와 비교하여 수정하였다(6-9).

반면에 컴퓨터 환경의 특징에 따른 역동적이고 즉각적인 반응은 학생들의 탐구 활동에 있어서 호기심을 일으켰다.

● 발췌문 13 : 컴퓨터 환경의 역동적인 반응 (탐구 활동 6)

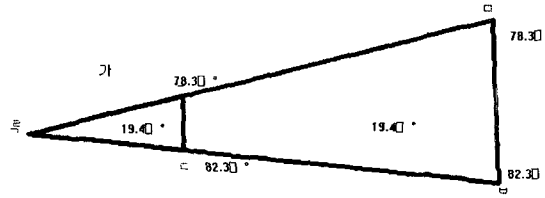
1 선: 어? 이것도 겹쳐진 삼각형이 된다. 지난번에도 이렇게 되었잖아.

2 한울: 그러고 보니까 지난번에 우리가 . . . 봐? 이것도 만나다! 그렇지? 신기하다.

3 선: 이거 가지고 무엇인가 성질을 찾을 수 있을 것 같기도 한데... 뭔지 모르겠어...

4 (한울이 조작을 하면서 일직선으로 만든다. 그리고 선이 마우스를 가지고 이 과정을 다시 끌기하여 본다)

5 한울: 이것을 알아내면, 해결될 거야.



<그림 11> 컴퓨터 환경의 역동적인 반응

탐구 활동 6에 제시된 도형은 닳음의 중심이 도형의 바깥쪽에 있는 경우와 도형 사이에 있는 경우이다. 끌기 과정에서 <그림 11>과 같이 도형이 변화하였다. 이러한 도형의 변화는 한울에게 긍정적인 호기심을 유발하였다(1-2). 선은 새로운 형태의 닳음에 관하여 어떠한 수학적 사실이 내재되어 있음을 추측하고 이를 이끌어 내고자 하였다(3). 한울 또한 수학적 사실이 숨겨져 있다는 사실을 인식하고 끌기하였다(4). 이러한 컴퓨터 환경의 즉각적이고 역동적인 반응은 학생들에게 수학적 사실의 발견에 대한 의욕을 고취시켰다.

이와 같은 분석을 토대로 컴퓨터 환경과 지필 환경의 상호작용 패턴을 정리하면 <표 4>와 같다.

2. 컴퓨터 환경이 학생들의 상호작용에 주는 영향

학생들의 상호작용을 분석하는 과정에서 탐구형 기하 소프트웨어 자체의 제한점에도 불구하고 지필 환경에 비하여 보다 다양하고 적극적인 조작 활동이 이루어지고, 조작 과정에서의 새로운 가설 형성과 함께 이에 대한 다양한 방법의 검증 활동을 확인할 수 있었다. 특히 지필 환경에서의 가설 형성이 초기에 구체적으로 이루어진 것에 반하여 컴퓨터 환경에서는 조작 과정에서 이루어짐으로써 탐구 활동 전반에 걸쳐서 나타났으며, 조작 활동에서는 지필

<표 4> 컴퓨터 환경과 지필 환경의 상호작용 패턴 비교

	공 통 점	차 이 점	
		지필 환경	컴퓨터 환경
가설형성	· 시각적 관찰과 직관을 토대로 하여 설명하였다. · 추측 활동에 따른 필요한 조작 활동에 대하여 논의한다..	· 추측 활동이 구체적이다 · 사전 지식을 토대로 하여 추측, 가설 활동이 이루어진다.	· 시각적 관찰 이외의 추측 활동이 활발하지 않고 즉각적인 조작 활동으로의 도입을 선호한다.
조작활동	· 조작 활동에서 측정 활동이 주류를 이루었다.	· 측정활동을 서로에게 미루거나 생략하기도 하며, 분담하기도 한다. · 측정값을 0, 5 단위로의 어림값을 사용하고 일부는 계산값을 사용하기도 한다. · 측정 활동을 할 때에는 학생 사이에 상호작용이 일어나지 않았다.	· 측정 활동에 적극적이며 '감추기' 기능을 사용함으로써 탐구에 필요한 요소가 무엇인지를 논의한다.
인지적 갈등	· 발견한 수학적 지식과 사전 지식사이에 연결을 도모한다. · 설명을 하는데 있어서 수학적 용어보다는 일상적 용어를 사용하며 기호화에는 소극적이다.	· 사전 지식과 연역적 사고 활동을 통해 연결된다. · 활동적 조작 결과에 대한 수학적 표현 활동으로 이종의 조작 활동이 발생하였다. · 수학적 용어와의 연결이 부분적이다.	· 조작 과정에서 사전 지식과 연결된다. · 한 상황에 여러 가지 도구를 사용하기도 하고, 하나의 조작 방법을 다른 상황에 적용하기도 하였다. · 용어 사용이 자연스럽게 '도형의 이름'을 사용한 기호화 활동이 이루어진다.
정당화/일반화	· 관찰을 토대로 하여 정당화의 상황이 발생한다. · 조작 활동을 토대로 일반화하였다.	· 기존의 수학적 지식을 토대로 발생한다. · 측정 결과와 수학적 지식사이의 불일치에서 발생한다.	· 끝기를 하는 조작 과정에서 발생한다. · 탐구형 기하 소프트웨어의 특징에 따른 갈등 상황이 발생한다.
피드백	· 학생들은 조작하는 구체물의 반응에 대하여 민감하였다.	· 정적인 관찰을 통한 정당화 상황이 발생하였다. · 1-2개의 조작 활동을 통한 일반화가 이루어진다.	· 동적인 관찰을 통한 정당화 상황이 발생하였다. · 발견한 사실을 적용하여 작도함으로써 정당화와 일반화를 하였다. · 측정활동과 끝기를 통한 불변의 성질을 찾아 일반화하였다.
		· 모형이나 색종이의 사용에 있어서 이종의 조작 활동이 필요하게 됨으로써 활용을 기피한다. · 조작 도구 사용에서 오류가 발생하였고, 이는 계산값을 사용하거나 생략하도록 하였으며, 이는 탐구 활동에 있어서 부정적인 영향을 주었다.	· 역동적인 반응은 학생들의 탐구활동에 대한 호기심과 의욕을 고취시킨다.

환경이 학생들의 사전 지식을 토대로 단편적인 적용 패턴이 나타났다. 이러한 다각적인 적용 패턴을 보였지만, 컴퓨터 환경에서는 하나의 조작 방법을 다양하게 적용하는 다각적인 하였다. 또한 도형의 꼭지점, 변, 각 등에 대한

기호화가 미약하기 하지만 자연스럽게 행해지고, 수학 학습에 대한 즐거움을 만끽할 수 있다는 사실을 확인할 수 있었다.

탐구 활동에서 컴퓨터 환경이 지필 환경에 비하여 풍부한 상호작용을 야기한 원인은 바로 탐구형 기하 소프트웨어의 활용에서 찾을 수 있다.

1) 컴퓨터 환경과 가설 형성

가설 형성은 탐구 활동을 하는데 있어서 출발점이다. <활동 1>은 본격적인 조작 활동 이전에 시각적인 관찰과 직관을 토대로 한 추측 및 예상 활동으로 지필 환경이 적극적이고 정교한 활동이 이루어진 반면에 컴퓨터 환경에서는 직접적인 조작 활동의 도입을 서두르는 대화 패턴을 자주 볼 수 있었다.

이러한 원인은 본 연구의 탐구 활동 상황이 교사의 개입이 최소한으로 설정된 상황으로, 탐구 활동의 주체인 학생들의 자발적인 의지에 따라 탐구 활동이 이루어지는 자율적 탐구 활동 상황이라는 점에서 그 맥을 찾을 수 있다. 한울과 선은 컴퓨터를 활용한 사전 경험에서 측정 기능이나 작도 기능, 끌기 기능, 그리기 기능 등의 활용을 만끽하였다. 이러한 경험은 학생들이 추측 활동보다는 직접적인 조작 활동에 매력을 갖도록 하였다. 특히, 그리기 기능의 색깔, 색채우기, 선굵기 등에 따른 개성적이고, 창의적인 표현 효과는 한울과 선의 수학학습에 새로운 활력소가 되었으며 이는 조작 활동의 촉구를 야기하였다.

또한 측정 활동은 탐구 활동에 있어서 학생들의 수학적 아이디어를 확인하기 위한 기본 활동이다. 그러나 지필 환경에서 측정 활동에 대한 부담은 측정 활동에 앞서서 추측 활동이 이루어졌으며 또한, 구체적이었다. 추측 활동이

구체적인 것에 대해서는 측정 활동을 포함한 조작 활동에 따른 부담을 조금이라도 줄이고자 하는 의도였음을 면담을 통해 확인할 수 있었다. 그러나 컴퓨터 환경에 참여한 한울과 선에게서는 조작 활동에 대한 심리적 부담을 엿볼 수가 없었다. 이러한 학생 심리는 탐구 활동 구조와 상호작용의 패턴에 영향을 주었다. 조작 활동에 대한 심리적 자유로움은 학생들에게 측정 결과에 의존한 추측 활동과 동시에 즉각적인 조작 활동을 통한 확인 활동이 뒤따르도록 하였다. 이로 인하여 <활동 1>에서의 추측 활동이 다소 소극적이었다. 그러나 탐구 활동 구조에서 살펴보았듯이 컴퓨터 환경에서의 추측 활동은 <활동 2·3·4> 전반에 걸쳐 활발하게 이루어졌다. 조작 과정에서 추측 활동과 그에 대한 확인 활동이 동시에 발생한 것이다. 이는 <활동 1>에서의 추측 활동이 한울과 선의 조작 활동에 대한 적극성으로 인하여 분산되었음을 보여주는 것이다.

2) 컴퓨터 환경과 조작 활동

조작 활동에 따른 학생들의 탐구 활동 구조를 살펴보면 조작 활동의 대부분이 측정 활동으로, 지필 환경에서는 측정에 따른 시간이 많이 소요되었으며 측정 활동이 이루어지는 동안에는 학생사이에 대화가 이루어지지 않았다. 그리고 상호작용 패턴에서는 지필 환경이 측정 활동을 분담하거나 때로는 상대방에게 미루고, 일부는 생략하는 패턴을 보인 반면에 컴퓨터 환경에서는 측정 활동이 적극적으로 이루어졌으며, 측정 활동을 하는 동안에도 측정 결과에 대한 논의가 계속 이어졌다. 또한, 하나의 조작 방법을 여러 측면에 적용하는 다각적인 적용 패턴을 보였다. 조작 과정에서 도형이나 도형의 꼭지점, 그리고 선분에 이름을 붙이는 기호

사용을 확인할 수 있었다.

먼저, 다각적인 적용 패턴의 원인은 탐구 활동에 대한 강력한 내적 동기에서 찾아볼 수 있다. 탐구 활동이란 시각적 관찰이나 직관, 그리고 사고 활동을 통해 추측한 수학적 사실에 대한 확인 과정을 필요로 한다. 수학적 사실에 대한 확인을 하는데 있어서 지필 환경의 측정 활동은 학생들에게 심리적 부담이 되었다. 그러나 컴퓨터 환경에 참여한 한울과 선은 측정 활동에 대한 심리적 부담에서 벗어남으로써 조작 활동에 적극성을 가져왔고, 오히려 측정 활동을 포함한 조작 활동을 즐기게 되었다.

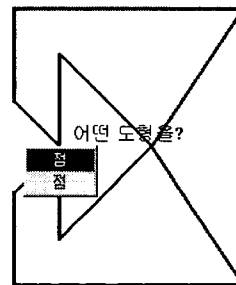
또한 집약적인 작도 도구는 조작 활동을 편리하고 신속하게 할 수 있도록 하면서 조작 활동에 대한 부담감을 없애 주었다. 지필 환경에서는 수직이등분선의 작도를 이등변삼각형의 한 변에 대해서만 적용한 반면에 컴퓨터 환경은 이등변삼각형의 세 변 모두에 수직이등분선을 작도함으로써 보다 깊이있는 탐구 활동을 이끌어 내었다(발췌문 6). 이러한 다각적인 적용 패턴은 작도 활동과 측정 활동을 포함한 여러 가지 조작 활동의 신속·정확성과 적용의 용이함에서 기인한 것이다.

컴퓨터 환경은 또한 끝기를 통한 역동적인 도형의 움직임일 수 있는 기회를 제공하였다. 도형의 움직임을 관찰하면서 수학에 대한 새로운 시각을 갖게 되었으며, 수학학습의 즐거움 또한 맛보게 되었다. 이러한 탐구 과정에서의 심미적 감흥은 탐구 활동에 대한 강력한 동기 유발 요인이 되었다. 이는 한울의 일기를 통해서도 확인할 수 있었다(<그림 12>).

지식(그러고는 개념보다 현상에서 방법을 가르치
주셔서 적당해보였다. 정말 신기했다.
끝고 클릭만 하면 도형이 축척(그러고 색으로
도형을 채울수 있어 더욱더 재밌었다

<그림 12> 한울(컴퓨터 환경)의 일기 중에서

기호화에 있어서는 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두 미약한 부분이었다. 컴퓨터 환경과 지필 환경 모두에서 학생들은 가리키는 말과 함께 손가락이나 연필 등을 사용하였다. 특히 지필 환경은 학생들이 상대방에게 설명을 하는데 있어서 모형보다는 종이 위에 제시된 도형을 많이 사용하기 때문에 연필을 도구로 하여 일상 용어로 수학적 사실을 설명하는데 아무런 제약이 없었다. 컴퓨터 환경도 이와 같은 상황이었다. 하지만, 탐구형 기하 소프트웨어의 ‘도형의 이름’ 기능을 이용하여 기호를 제시하기도 하였다. 학생들이 컴퓨터 화면상에 손가락을 사용하는데 있어서 대상을 정확히 지적하기가 어려웠으며, 또한 끝기를 하는 과정에서 <그림 13>과 같이 여러 개의 점이 있을 경우 “어떤 도형을?”이라는 컴퓨터의 피드백으로 어느 점 인지를 정확히 명시해야만 하였다. 이처럼 자연스러운 필요에 의하여 학생들은 기호화를 조금씩 다루었다.



<그림 13> 기호화

3) 컴퓨터 환경과 인지적 갈등

탐구 활동에서 인지적 갈등은 주로 새로운 수학적 지식과 기존의 수학적 지식사이에 발생하였다. 지필 환경의 인지적 갈등은 조작 결과에 대한 연역적 추론에 의하여 발생하였다. 반면에 컴퓨터 환경에서는 끝기 기능을 활용하여

도형의 불변의 성질을 탐구하는 조작 과정에서 발생하였다. 발췌문 8에서 알 수 있듯이 점대칭의 위치에 있는 도형이 끌기를 통하여 점대칭도형으로 전환되었고, 이 과정에서 시각적인 유사성으로 인하여 선대칭도형과의 인지적인 갈등이 발생하였다.

이러한 상호작용의 원인은 무엇보다도 끌기 기능에서 찾아볼 수 있다. 지필 환경은 정적인 상태에서 탐구 활동을 경험하는 반면에 컴퓨터 환경은 끌기 기능을 활용함으로써 동적인 상태에서 탐구 활동을 경험하였다. 끌기 기능은 기하학적 성질을 역동적으로 시각화하여 귀납적 탐구를 가능하게 하였으며, 그 속에서 사전 지식과의 자연스러운 연계가 이루어진 것이다.

또 다른 인지적 갈등 상황으로는 탐구형 기하 소프트웨어의 옵션에 의한 것이다. 한울과 선이 참여하고 있는 탐구형 기하 소프트웨어의 측정에 따른 정보 처리 방식에 있어서 소수 둘째 자리까지를 나타내었다. 측정에 따른 정확도가 소수 둘째 자리까지라는 것은 소수 셋째 자리에서의 반올림을 의미하는 것이다.

4) 컴퓨터 환경과 정당화/일반화

탐구 활동에서 한 학생이 자신이 발견한 사실에 대하여 설명을 하면, 다른 학생은 보다 자세한 설명이나 정당화를 요구하였다. 설명하는 사람 또한 여러 가지 방법으로 정당화하고자 하였다. 이러한 정당화된 사실을 토대로 학생들은 일반화하였으며, 이러한 과정에서 기하 개념에 대한 이해를 가져왔다.

정당화와 관련하여 지필 환경의 상호작용 패턴을 살펴보면, 활동적인 정당화만이 아니라 시각적인 정당화를 필요로 하였으며, 컴퓨터 환경에서는 활동과 동시에 시각적인 정당화가 이루어졌다. 또한 지필 환경에서의 측정 결과

는 도형 성질(예를 들어 삼각형 내각의 합)에 의존한 정당화를 필요로 한 반면에, 컴퓨터 환경에서는 측정 활동에 대한 정당화는 이루어지지 않았다. 그리고 컴퓨터 환경에서는 발견한 수학적 사실을 적용하여 새로운 도형을 작도하여 정당화하기도 하였다.

정당화와 더불어 탐구 활동에서 요구되는 중요한 요소는 발견한 수학적 사실에 대한 일반화이다. 지필 환경의 상호작용 패턴을 살펴보면, 일반화라는 것이 추측 활동에 대하여 주어진 도형 중 하나의 도형을 택하거나 한 도형 내에서 1-2가지 요소만을 택하여 조작·확인한 것을 확장하는 것이다. 반면에 컴퓨터 환경에서는 측정 활동을 한 뒤 끌기를 통하여 불변의 성질을 확인하는 과정을 거치면서 일반화하는 것이다.

이러한 상호작용의 원인은 탐구형 기하 소프트웨어의 집약적인 작도 기능과 측정 기능 그리고 끌기 기능에서 찾을 수 있다. 특히 지필 환경에서 학생들이 모형이나 색종이의 활용을 기피하는 것은 정당화를 하는데 다른 조작 활동을 필요로 하며, 반면에 컴퓨터 환경에서는 집약적인 작도 기능으로 활동과 동시에 시각화가 이루어지기 때문이다. 또한 집약적인 작도 기능은 학생들이 세운 가설에 대한 검증용 용이하게 하였다. 이처럼 집약적인 작도 기능은 학생들이 조작 활동에 적극적일도록 하였다. 조작 활동에 대한 부담이 없어지면서, 학생들의 정당화에 큰 영향을 준 것이다. 뿐만 아니라 측정 기능은 지필 환경의 측정에 따른 시간 소요와 측정 결과에 따른 논란의 여지를 없애 주었다.

끌기 기능 또한 기하 개념을 형성하는데 도형을 다양하게 변형함으로써 핵심부분이 아닌 부분을 변화시키는 과정에서 불변의 성질이 무엇인지를 한층 더 부각시키게 된다.

5) 컴퓨터 환경과 수학 학습 태도

학생 조작에 따른 컴퓨터 환경의 피드백은 전반적으로 학생들에게 수학학습에 대한 호기심과 즐거움을 주었다. 이는 발췌문 13을 비롯하여 다음과 같은 사례에서도 확인할 수 있다.

●발췌문 14 : 컴퓨터 환경에서 학습 활동의 즐거움 II (탐구 활동 2)

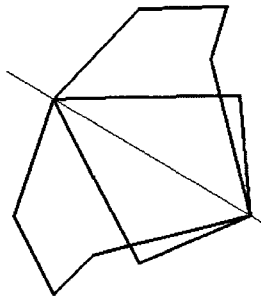
1 한울: 맞아. 도형이 이렇게 움직일 때, 이 선분이 만나잖아. 이 만나는 점을 이으면 선대칭이 안될까?

2 선: 히히. 재밌다. 이 점을 끌면, 이점하고 부딪히잖아. 그리고, 이점도 여기서 만나고... 그러면, 내 생각에도 여기가 대칭축일 꺼야.

3 한울: 여기다 직선을 긋는다.

4 선, 한울: 역시! (하이파이브를 한다) 다른 것도 해보자.

특히 끌기 기능에 따른 즉각적인 피드백은 발췌문 14에서 확인할 수 있듯이 수학 활동에 대한 즐거움을 제공하였다. 특히, 끌기 과정에서의 새로운 추측에 대한 확인은 학생들의 수학적 탐구 활동을 활기있게 하였다.



<그림 14> 대칭축 찾기

다음은 선이 탐구 활동을 마친 후 자신의 홈페이지에 올린 활동 소감의 일부분이다.

복잡한 도형을 그릴 때, 각도를 잴 때, 길이를 잴 때, 색을 채울 때, 선대칭도형이나 점대칭도형을 그릴 때, 이러한 것들을 손으로 그리면 한 7분 정도 걸릴 것을 캐브리라는 프로그램으로 하면 3~4분이면 푹! 하고 도형이 완성된다. 캐브리를 하면서 우리가 직접 그림을 보고 도형을 성질 등을 추측하고 맞나 확인도 해보고 확인을 해서 맞는 것은 우리가 도형의 성질을 확인한 것이었다. 대부분 캐브리는 도형을 하였다. 수의 개념이나 수를 더하고 빼고 곱하고 구하는 것은 잘하지만 도형부분에선 너무나 약한 나였다. 그래서 전에 할 땐 별로 할 말이 없었다. 하지만 언제부턴가 나도 말이 많아졌다. ...

선은 그 동안의 수학 활동에서 자신이 소극적이었음을 말하였다. 그러나 컴퓨터 환경에서 자신의 추측 활동에 대한 직접적인 조작과 즉각적인 확인 활동을 통하여 수학 학습에 보다 적극적으로 참여하게 되었음을 말하였다.

V. 결론 및 제언

지금까지의 연구 내용을 토대로 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경은 지필 환경에 비하여 지각 효과와 인식 효과로 인한 학생들의 자율적인 탐구 의욕이 강화됨으로써 적극적인 탐구 활동을 이끌었으며 이는 학생사이의 풍부한 상호작용을 가져왔다.

집약적인 작도 도구의 지각 효과는 학습자의 주의를 모으고, 보다 심화된 수준의 호기심을 유발하도록 하였다. 특히 측정 기능이나 끌기 기능으로 인한 도형의 역동적인 움직임은 학생들의 탐구 활동에 대한 내적 동기를 형성하게 함으로써 보다 풍부한 상호작용을 야기하는데 핵심적인 역할을 하였다.

그러나 초기 추측 활동이 탐구 활동 전반에 미치는 중요성을 고려할 때, 컴퓨터 환경에서 초기 추측 활동이 미약하다는 점은 컴퓨터를 도입한 탐구 활동 수업시 교사들이 유념해야 할 사항으로 판단된다. 컴퓨터 환경에서는 조작 활동이나 측정 활동에 대한 부담 경감으로 측정 결과나 조작 결과를 토대로 한 추측 활동을 선호함으로써 학생들의 조작 활동의 도입을 더욱 서두르게 되었다. 따라서, 본격적인 조작 활동을 하기에 앞서서 추측 활동을 보다 적극적으로 할 수 있도록 교사의 의도적인 노력이 필요하다고 본다.

또한 측정 활동에 있어서도 측정 자체보다는 측정 결과의 활용에 비중을 두고 있음을 확인할 수 있었다. 특히, 측정 결과의 적극적인 활용 이면에는 필요 없는 부분까지 측정하는 모습을 볼 수 있었다. 바람직한 탐구 활동 방향을 설정하고 측정 기능이나 조작 도구 등을 효과적으로 활용하기 위한 지도가 요구된다.

둘째, 측정 기능은 컴퓨터 환경이 풍부한 상호작용의 장이 되도록 할뿐만 아니라 탐구 활동에서의 상호작용 패턴에도 큰 영향을 주었다. 지필 환경에서는 측정 활동이 이루어지는 동안에 측정 자체에 집중함으로써 학생사이의 대화가 단절된 반면에 컴퓨터 환경에서는 측정 활동이 신속·정확하게 이루어짐으로써 학생들 간의 연속적인 상호작용이 이루어졌다. 또 측정 활동 자체보다는 측정한 결과가 무슨 의미인지, 어떻게 활용할 수 있는가 하는 측면에서 논의가 이루어졌다.

셋째, 끌기 기능은 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경에서 적극적인 학생들의 상호작용을 이끌어 내는데 핵심 요소임을 확인할 수 있었다. 끌기 기능은 학생들의 상호작용에 있어서 원천이었으며 '의미있는' 일반화를 이끌어내기 위한 모태가 되었다. 지필 환경에

서 일반화가 도형 하나의 경우만을 택하거나, 1-2가지의 측정 결과에 의존한 비약적인 일반화임에 비하여 도형을 다양하게 변화시킴으로써 불변의 성질을 찾아 일반화하고자 하는 노력을 확인할 수 있었다. 결과적으로 컴퓨터 환경은 보다 강력하고 의미있는 수학적 탐구 활동의 장이 되었다.

이는 학생들의 기호화 활동에서도 드러났다. 학생들의 기호화가 탐구 활동 전반에서 다소 미진하였지만, 컴퓨터 환경에서의 기호화는 지필 환경에 비하여 보다 적극적이었다. 컴퓨터 환경의 "어떤 도형을?"이라는 피드백을 통해 수학적 기호의 사용이 요구되었기 때문이다. 기호화는 중등 기하 교육에서 논증 기하를 도입하는데 있어서 핵심 요소 중의 하나이다. 따라서 자연스러운 기호화의 경험은 논증 기하에 보다 친밀하게 다가설 수 있도록 할 것이다. 결과적으로 탐구형 기하 소프트웨어를 활용한 컴퓨터 환경은 '도형의 이름' 기능을 활용하여 기호화에 익숙해지도록 함으로써 논증 기하에의 자연스러운 연결고리 역할을 하였다.

넷째, 컴퓨터 환경에서의 탐구 활동은 모든 학생을 위한 수학적 탐구 활동의 장이 되었다. 수학적 탐구 활동에 있어서 학생들은 발견한 수학적 사실과 기존의 수학적 지식사이에 연결을 도모하였으며, 이는 수학적 지식을 이해하는데 있어서 반영적 사고를 통한 탐구 활동을 유도하였다. 지필 환경에서는 기존의 수학적 지식을 토대로 하는 연역적 접근 방식에 의한 연결인 반면에 컴퓨터 환경에서는 끌기 기능을 토대로 하는 조작 과정에서의 시각적 관찰을 토대로 하는 귀납적 접근 방법이었다. 연역적 접근 방식은 기존의 수학적 지식을 토대로 하는 만큼 학생들의 인지적 부담이 큰 반면에 조작 과정에서 드러나는 시각적 관찰을 토대로 하는 귀납적 접근 방법에 있어서는 인지적 부

답을 떨어줄 수 있음을 엿볼 수 있었다. 이는 성취도가 낮은 학생들도 탐구 활동에 적극적으로 참여할 수 있는 기회를 제공할 수 있음을 의미한다. 결과적으로 끌기 기능을 통한 수학적 지식의 연계는 학생들의 인지적 부담을 덜어줌으로써 모든 학생을 위한 수학적 탐구 활동의 기회를 제공할 수 있을 것이다.

다섯째, 컴퓨터 환경의 역동적이고 즉각적인 피드백은 학생들이 수학 학습의 즐거움을 경험하게 하였으며, 특히 수학의 아름다움을 시각적으로 느낄 수 있는 계기를 제공하였다. 컴퓨터 환경에 참여한 학생들은 이러한 경험을 토대로 논의를 하였으며, 수학적 사실에 대해 적극적인 논의를 하였다. 그 결과 수학 학습과 탐구 활동에 대한 긍정적인 태도 변화를 가져왔다.

끝으로 본 연구의 제한점을 토대로 탐구형 기하 소프트웨어의 활용에 따른 앞으로의 연구 방향에 대한 몇 가지 제언을 하고자 한다. 본 연구는 의도적 표집에 의한 실험 수업 상황에서 이루어졌다. 이러한 실험 수업은 정규 수업과 비교하여 많은 차이가 있으므로 정규 수업에서 컴퓨터 환경의 협동 조직과 관련된 학생들의 상호작용에 대한 연구가 필요하다. 또한 본 연구는 컴퓨터 환경의 탐구 활동에서 교사의 역할에 초점을 두지 않았다. 그러나 연구 결과에서 드러난 것처럼 학생들의 탐구 활동에 있어서 교사의 적절한 개입이 필요하였고, 이는 탐구 활동의 중요한 변수가 될 것이다. 이에 컴퓨터 환경에서 바람직한 탐구 활동을 위한 교사 역할에 대한 연구가 뒤따라야 할 것이다.

참고문헌

- 강완, 백석윤, 장경윤, 류희찬 (1997). Cabri Geometry에 대하여. 수학교육 프로시딩, 한국수학교육학회, 6, 223-227.
- 남승인 (1994). GET를 이용한 평면도형의 성질과 학습에 관한 연구. 박사학위 논문. 한국교원대학교 대학원.
- 신동선, 류희찬 (1999). 수학교육과 컴퓨터. 서울: 경문사.
- 오연중 (1997). Geometers Sketch Pad. 수학교육 프로시딩, 한국수학교육학회, 6, 252-257.
- 우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.
- 유공주 (2000). 탐구형 소프트웨어 활용한 기하학습내용의 구성방안 탐색. 석사학위 논문. 한국교원대학교 대학원.
- 임근광 (1999). 초등기하학습에서 Cabri II의 활용에 대한 연구. 석사학위 논문. 한국교원대학교 대학원.
- 장훈 (1998). GSP를 이용한 평면기하의 지도. 수학교육 프로시딩, 한국수학교육학회, 7, 361-372.
- 황의태 (2000). 초등기하학습에서 Geometer's Sketchpad 활용에 관한 연구 -초등학교 6학년을 중심으로-. 석사학위 논문. 한국교원대학교 대학원.
- Balacheff, N. (1991). Artificial intelligence and real teaching. In C. Keitel, & K. Ruthven (eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp.131-158). NY: Springer-Verlag.
- Eisenberg, M. (1995). Creating software applications for children: Some thoughts about design. In A. diSessa, C. Hoyles, & R. Noss (eds.), *Computers and exploratory learning* (pp.175-196). Berlin: NATO.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B., & Von

- Dormolen, J. (1996). Space and shape. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & C. Laborde (eds.), *International handbook of mathematics education* (pp.469-501). Dordrecht: KAP.
- National Council of Teachers Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Noss, C., & Hoyles, R. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning culture and computers*. Dordrecht: KAP.
- Wood, T. (1999). Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 171-191.

A Study on 5th Graders' Interaction in Exploration Using Dynamic Geometry Software

Hee-Chan Lew (Korea National University of Education)
Kyoung-Mi Ha (Chil-Bo Elementary School)

This research investigated students' interaction in the environment with dynamic geometry software such as Cabri II, and GSP in order to understand and analyze why computer environment is a richer interaction field for developing children's explorative ability than other traditional paper-and-pencil environments.

This research focused on 5th graders' interaction with topics of transformational geometry and similar figure and analyzed

children's learning process and their interview results gotten through audio and video recording.

Computer exploration with a dynamic software seems to be very helpful for elementary students to learn geometry. However, the effectiveness of the computer should be discussed with respected to its methodological validity of teachers to guide students' explorative activities with a dynamic software.

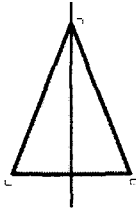
[탐구 활동 1]

< 활동 1 >

· 오른쪽 이등변삼각형을 보고 알 수 있는 성질을 추측하여 보세요.

< 활동 2 >

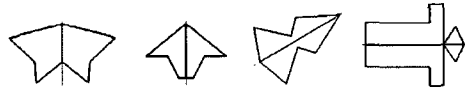
· 이등변삼각형의 성질을 알기 위한 필요한 조작을 해 보세요. 이등변 삼각형은 어떠한 성질이 있습니까? 탐구 활동 결과를 토대로 이야기하여 봅시다.



< 활동 3 >

· 다음도형을 조작하여 이등변삼각형에서 찾은 성질과 비교하여 보세요. 공통점은 무엇인가요?

[도형 1] [도형 2] [도형 3] [도형 4]



< 활동 4 >

· 선대칭도형에는 어떠한 성질이 있을까요? 탐구 활동 결과를 토대로 말하여 봅시다.

[탐구 활동 2]

< 활동 1 >

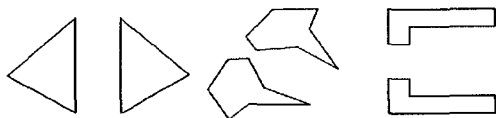
· 다음 도형을 보고 알 수 있는 것은 무엇인가요?



< 활동 2 >

· 주어진 도형에서 성질을 탐구하는데 필요한 조작을 해 보세요.

[도형 1] [도형 2] [도형 3]

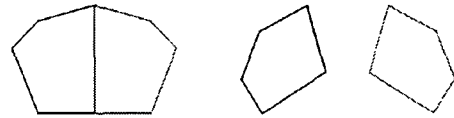


< 활동 3 >

· 탐구 활동 결과를 토대로 위의 도형에는 어떠한 성질이 있는지 말하여 보세요.

< 활동 4 >

· 다음 두 도형을 비교하여 보세요.



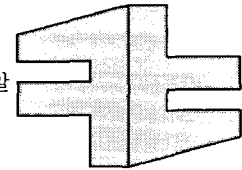
[탐구 활동 3]

< 활동 1 >

· 오른쪽 도형을 보고 알 수 있는 것은 무엇인가요?

< 활동 2 >

· 주어진 도형의 공통된 성질을 탐구하는데 필요한 조작을 해 보세요.



[도형 1] [도형 2] [도형 3]



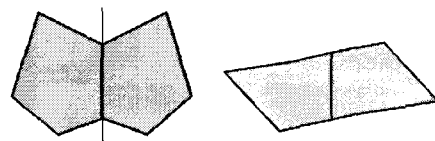
< 활동 3 >

· 탐구 활동 결과를 토대로 공통된 성질을 이야기하여 봅시다.

< 활동 4 >

· 다음 두 도형을 비교하여 보세요.

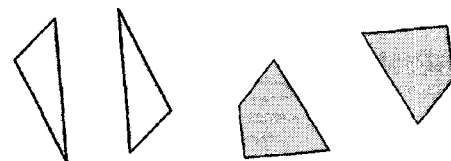
[도형 1] [도형 2]



[탐구 활동 4]

< 활동 1 >

· 다음 도형을 보고 공통적으로 나타나는 성질이 무엇인지 추측하여 보세요.



< 활동 2 >

· 도형의 공통된 성질을 탐구하는데 필요한 조작을 해 보세요.

< 활동 3 >

· 탐구 활동 결과를 토대로 공통된 성질을 이야기 하여 봅시다.

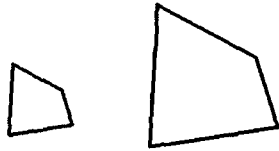
< 활동 4 >

· 점대칭의 위치에 있는 도형을 그리는 방법은 무엇일까요? 탐구 활동 결과를 토대로 말하여 보세요.

[탐구 활동 5]

< 활동 1 >

· 다음 도형 사이에는 어떠한 관계가 있을까요?



< 활동 2 >

· 주어진 두 도형에 여러 가지 조작 활동을 해 보세요.

< 활동 3 >

· 탐구 활동을 하면서 알게 된 점은 무엇인가요?

< 활동 4 >

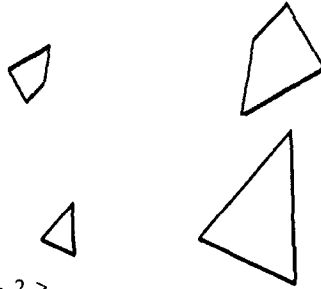
· 다음 두 도형사이의 관계를 비교하여 보세요.



[탐구 활동 6]

< 활동 1 >

· 닮은 도형에서 대응점, 대응각, 그리고 대응변을 찾아보세요.



< 활동 2 >

· 닮은 도형에서의 대응점, 대응각, 대응변을 알아보기 위해 필요한 조작 활동을 해 보세요.

< 활동 3 >

· 조작 활동 결과를 토대로 닮은 도형에서 대응점, 대응각, 그리고 대응변에 대하여 이야기하여 봅시다.

< 활동 4 >

· 닮음의 중심과 대응변사이에는 어떠한 관계가 있는지 알아보시다.