

컴퓨터공학의 도입을 위한 수학교육연구의 방향

조 완 영 (충북대학교)

권 성 룡 (한국교원대학교 대학원)

1. 서 론

컴퓨터 공학이 급속히 발전하면서 컴퓨터를 수학교육에 활용하려는 시도가 다양하게 이루어지고 있다. 이런 시도는 컴퓨터가 현재의 수학교육에 긍정적인 영향을 미치리라는 기대를 반영하고 있으며, 실제로 대부분의 수학교육자들과 연구자들은 컴퓨터가 지속적으로 수학교육에 영향을 미치고 있다는 것에 동의하고 있다(Olson, 1988; Kaput, 1992; Pateman, 1996).

프로그래밍언어인 LOGO, 기하학적 도형을 직접 조작하고 탐구할 수 있는 환경을 제공하는 Cabri II와 GSP, 대수적인 문자식의 처리 능력을 가진 MathView, Maple 등은 다양한 영역에서 현재의 수학 교수-학습 과정에 영향을 미치고 있다. 무엇보다도 표상들간의 번역과 표상 내의 변형 능력을 갖춘 다양한 컴퓨터 소프트웨어가 개발됨으로써 CAI와 같은 예전의 컴퓨터 활용과는 전혀 다른 차원에서 컴퓨터를 활용할 수 있게 되었다(Kaput, 1992). 이와 더불어 컴퓨터에 비해서 간편하게 휴대할 수 있다는 장점을 가진 계산기를 도입하여 활용하려는 연구도 활발히 이루어지고 있다.

컴퓨터 공학이 미치는 영향력은 다른 어떤 교육의 변화보다 수학교실에 포괄적이고 지속적인 잠재력을 가지는 것으로 보인다. 이런 잠재력은 한편으로는 학생들이 수학학습에서 가지는 어려움을 덜어주고, 다른 한편으로는 지필 환경이 제공해 주는 학습의 기회를 넘어서 줄 수 있도록 해 줌으로써 수학학습을 도와줄 수 있는 가능성을 가지고 있기 때문이다.

이 글에서는 먼저 수학학습에서 가지는 어려움을 극복하는데 컴퓨터가 어떤 역할을 할 수 있는지를 알아본

후에, 컴퓨터가 수학학습에 활용되기 위해서는 어떤 전제가 필요하며, 컴퓨터 공학을 수학학습에 도입하기 위해서는 이후로 어떤 연구가 필요한지에 대해서 알아본다.

2. 수학학습에서의 컴퓨터 공학의 역할

수학을 학습하면서 학생들이 겪게 되는 어려움은 다음의 몇 가지로 나누어 볼 수 있다.

첫 번째는 근본적으로 수학 자체의 추상화되고 형식화된 특성 때문이다. 수학의 추상화는 수학적 대상의 이상화와 대상으로부터의 추출을 통한 추상화로 나누어 볼 수 있다(Davis & Hersh, 1981). 수학적 대상의 이상화의 예는 폭을 가지며 구불구불한 현실의 직선을 이상화하여 수학적 추상화의 심적 개념인 폭이 없고 곧바른 이상적인 직선을 생각하는 것이다. 이것은 이상화된 대상들의 세계에 대한 플라톤의 개념과 밀접하게 관련되어 있다. 다른 한편으로 대상으로부터의 추출을 통한 추상화는 네 개의 사과, 네 마리의 고양이로부터 공통된 특성인 '4'를 추상하는 것이다. 추상화의 측면에서 비교해볼 때, 수학은 다른 학문과 달리 실제로 존재하는 물리적 대상을 다루는 학문이 아니라는 특징을 가진다. 이런 추상성 때문에 학생들은 수학을 이해하는데 어려움을 겪는다. 추상화와 함께 형식적인 특성은 아동들의 수학학습을 더 어렵게 만든다. 수학의 형식적인 특성은 수학적 체계의 무모순성과 완전성을 보장받으려 했던 형식주의의 영향을 받았다. 이들은 수학을 의미 없는 기호들을 규칙에 따라 조작하는 게임으로 생각하였다. 형식성은 수학을 간결하게 기술하는데 큰 기여를 한 반면, 학생들에게는 수학이 의미 없는 기호들의 조작으로 여기게 되고 이런 이유로 의미 이해에 소홀하거나 어려움을 가지게 되었다.

두 번째로 수학의 논리-연역적인 측면만을 지나치게 강조하고 있기 때문이다. 수학에서 논리-연역적인 측면

* 2000년 4월 투고, 2000년 11월 심사 완료.

이 강조되게 된 것은 유클리드에서 그 기원을 찾을 수 있다. 유클리드는 그때까지 알려졌던 여러 가지 수학적 사실들을 연역적인 체계로 정립해서 '원론(Elements)'을 저술하였고, 19세기말까지 서구사회에서 수학의 교과서로서 굳건하게 자리잡음으로써 '수학은 논리적이고 연역적인 학문이다'라는 생각을 심어주는데 절대적인 공헌을 했다. 이런 수학의 논리-연역적인 특성은 플라톤의 절대주의 수리철학으로부터 기인된 것으로 Lakatos에 의해서 비판을 받았다. Lakatos(1976)는 수학적 지식은 오류가능한 인간의 창조적 활동의 산물이라고 주장하였다. 수학은 절대적인 진리에서 출발하여 연역적인 추론에 의해서 절대적인 진리를 얻어내는 것이 아니라 나중에 잘못된 것으로 판명될 수도 있는 잠정적으로 참인 가설에서 추측을 연역하는 가설-연역적인 체계로서, 수학적 지식은 절대적으로 참인 진리가 아니라 언제나 반박될 가능성이 있는 추측에 불과하다. 이런 측면에서 수학자들이 무오류적이고 연역적으로 수학의 개념과 정리를 발견한 것이 아님에도 불구하고 학생들에게는 연역적 방법에 따르는 사고를 하도록 요구하는, 교육적으로 정적하지 못한 행위로 인해 수학교육의 비인간화가 초래되었다고 할 수 있다(강문봉, 1993). Lakatos에 따르면, 수학의 Euclid적인 연역적 전개양식은 개념의 정의와 정리를 그것을 탄생시킨 '논리'인 문제상황과 추측, 증명, 반례, 증명-분석, 새로운 이론적 개념의 도입과 정리의 출현이란 발생과정을 숨길뿐 아니라, 수학자가 수학을 발견해 나가는 사고과정을 감추고 추측의 발표와 비판적 논의를 막음으로써 교육적으로 수학에 대한 수용적인 성향을 조장하고 독립적이고 비판적인 사고와 대화, 발견적인 사고 능력의 개발을 저해해 왔다(우정호, 1998). 이런 결과로 교실에서는 학생의 능동적인 활동을 통한 의미의 구성보다는 교사 주도의 설명식 수업이 이루어져 왔다. 교사 주도의 설명식 수업에서 수학의 추상적이고 형식적인 특징을 고려하여 수학적 내용을 학생의 직관과 관련지어려는 시도는 이루어지기 어렵다. 또 학생들의 탐구적인 사고활동은 물론 학습자가 나름대로의 의미와 이해를 구성하는 것 역시 어렵다.

수학학습에서 학생들이 가지는 이런 어려움은 컴퓨터가 가지는 다양한 기능에 의해서 덜어질 수 있는데, 공학의 발달과 더불어 컴퓨터의 기능은 더욱 강력하고 다

양해짐에 따라 그 가능성은 더 크고 넓게 보여진다. 컴퓨터는 추상적이고 형식적인 수학적 대상을 구체적인 표현형태로 제시할 수 있을 뿐만 아니라, 그 대상의 조작이 학생들의 통제 내에서 일어날 수 있다는 점에서 수학교육의 중요한 도구로 등장할 수 있다(신동선·류희찬, 1998). 이런 측면에서 컴퓨터는 추상화된 수학적 대상들을 학생들의 직관과 관련지어 줌으로써 구체와 추상을 연결해 주는 매체가 된다. Papert가 개발한 LOGO는 바로 이런 추상적인 수학과 구체적인 수학을 연결시키려는 시도였다. LOGO환경 내에서 아동들은 신체 동조적인 거북을 움직이면서 수학을 학습하게 된다.

다른 한편으로 컴퓨터는 지필 환경에서 경험할 수 없는 다양한 경험을 할 수 있게 함으로써 학생들이 나름대로의 가설을 세우고 이를 바탕으로 추측을 연역할 수 있는 환경을 제공해 준다. 이것은 연역주의적인 양식을 배격하고 수학의 역사적 발달을 받아들이고 수학의 개념이 점진적으로 발달한다고 보는 준경험주의의 입장에서 아동의 귀납적이고 가설-연역적인 활동을 제공해주는 것이라 볼 수 있다. 예를 들면, Geometric Supposer, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad와 같은 탐구형 소프트웨어는 평면도형에 대한 학생들의 경험을 풍성하게 해주며, 다양한 예들을 쉽게 만들고 이들의 중요한 성질은 유지한 채로 조작을 통해서 도형들을 다양하게 변화시킴으로써 탐구와 추측활동을 할 수 있다. 이런 환경에서 학생들은 다양한 도형들을 작도하고 관찰함을 통해서 나름대로의 가설을 형성하고, 이 가설을 바탕으로 연역적인 결론을 이끌어내며, 이를 정당화하는 경험을 할 수 있다. 또, 마우스를 이용해서 도형을 직접 조작해 봄으로써 지필 환경에서 경험할 수 없었던 역동성을 경험할 수 있다.

컴퓨터 학습환경이 다른 유형의 학습 자료와 비교되는 것은 바로 컴퓨터 환경의 인지적인 특성이다. 컴퓨터 학습환경에서는 수학적 대상에 대한 형식적인 표상을 제공해 주며 관계를 탐구할 수 있다. 이런 인지적인 특성은 컴퓨터가 직접적이고 깊이 있는 수학적 경험을 제공해 줌으로써 형식적이고 추상적인 특징으로 인한 어려움을 덜어줄 것으로 기대된다. 이런 교육적 기대는 CAI에 거는 기대와는 다르다. 왜냐하면 특정한 교수학적인 양식을 촉진하고 자동화하기보다는 학습자의 경험을 인식

론적인 수준에서 변화시키기 때문이다(Balacheff & Kaput, 1996).

수학학습에서 컴퓨터 공학은 다음과 같은 역할을 할 수 있다.

먼저, 선수학습의 결손으로 인해서 학습이 이루어지지 못하는 경우에 선수학습의 결손을 보상해 주는 역할을 함으로써 학습이 계속적으로 이루어질 수 있게 해준다. 수학은 학문의 특성상 계통성이 강한 학문이다. 따라서 선수학습이 결손되었을 경우 그 이후에 이루어지는 학습은 제대로 이루어지기 어렵다. 그런데 결손된 선수학습을 보충하기 위해서 시간을 투자하게 되면 그때 이루어져야 할 학습은 다시 결손되게 되는 악순환을 겪게 된다. 이런 경우 컴퓨터 공학은 결손된 선수학습을 보상하는 디딤돌의 역할을 함으로써 학습이 계속적으로 이루어지게 해 준다. 예를 들면, 이차함수의 최대, 최소값을 구하는 경우 인수분해를 이해하고 함수의 일반형을 표준형으로 고칠 수 있어야만 문제를 해결할 수 있다. 그러나 인수분해에서 결손이 있는 학생의 경우 함수의 표준형을 구할 수 없게 되고 결과적으로 최대, 최소값을 구할 수 없게 된다. 이런 경우에 컴퓨터 공학은 아동들이 입력한 대수식에 대한 그래프를 제공해 줌으로써 인수분해를 하지 못하는 학생도 이차함수의 최대, 최소값을 구하는 문제를 해결할 수 있게 해 준다.

두 번째로 수학수업에서 정상적인 학습이 가능한 아동들에게는 보다 많고 다양한 경험을 제공해줌으로서 이해의 폭을 넓고 깊게 해 준다. 수학적 지식의 특성 가운데 하나가 바로 일반화이다. 그러나 지필 환경의 경우, 아동들에게 구체적인 사례를 제시한다고 해도 제한적일 수밖에 없다. 반면에 컴퓨터환경에서는 좀 더 다양하고 풍부한 사례를 직접 경험해 볼 수 있다. 예를 들어, GSP와 같은 탐구형 기하 소프트웨어를 활용할 경우, 임의의 삼각형의 세 각의 이등분선은 항상 한 점에서 만나게 된다는 것을 아동들이 직접 작도하고 마우스를 통해서 도형을 조작해 봄으로써 다양한 삼각형의 사례를 눈으로 확인할 수 있다. 물론 이 경우에 다양한 사례에서 성립한다는 것이 기하학적인 증명을 의미하지는 않는다. 또, 대수적인 것과 기하적인 것을 연결시켜 줌으로써 다양한 표상들을 역동적으로 연결시켜 경험할 수 있으며, 이를 통해서 수학의 내적인 연결성을 길러줄 수 있다. 예를

들면, TI-92와 같은 그래픽 계산기의 경우 대수적인 것과 기하적인 것을 연결시켜 줌으로써 아동들의 수학적인 이해를 도울 수 있다.

세 번째로 다른 아동들보다 능력 있는 아동들에게는 지필 환경에서 제공해 주지 못하는 학습 경험을 제공함으로써 아직 학습하지 않은 수학적인 내용들에 대해서 스스로 탐구할 수 있게 해 준다. 예를 들어, 이차함수의 그래프를 학습한 아동들에게 삼차함수와 그 이상의 고차함수들에 대해서 스스로 탐구하고 이런 경험을 바탕으로 나름대로 추측하고 이를 직접 확인해 보는 경험을 제공할 수 있다. 또 다양한 도형들을 스스로 탐구해 보고 이런 경험으로부터 자신의 추측을 기술하고 다양한 사례를 찾아보는 등의 활동을 할 수 있다. 이런 활동을 통해서 자신의 경험을 통해서 추측을 하고 이를 정당화하기 위해서 다양한 예를 찾으며 자신의 추측이 참임을 보이기 위해서 연역적 정당화의 필요성을 인식하는데 도움이 될 것이다.

이것과 더불어 단순한 계산에 투자되는 시간을 줄여 줌으로써 문제해결능력과 같은 좀 더 고등의 수학적 기능을 기르는데 더 많은 시간을 투자할 수 있게 해 준다. 수학에서 계산 기능은 매우 중요하다. 산업화가 이루어지면서 많은 사람들이 노동자가 되어 공장에서 일하게 되었을 때 필요했던 기초기능이 바로 계산 기능이었다. 그러나 오늘날은 계산 기능을 넘어서는 고등의 사고 기능을 기를 것이 요구된다. NCTM(1989)에서는 수학학습을 통해서 문제해결능력, 의사소통능력, 추론능력을 기르고 이를 통해서 자신의 수학적 능력에 확신을 가지고 수학의 가치를 인식함으로써 아동들의 수학적 힘을 길러줄 것을 강조하고 있다. 이렇듯 단순한 계산기능이 아닌 문제해결력, 추론능력, 의사소통능력과 같은 고등 사고 기능을 기르는 것이 필요하다. 이런 경우 컴퓨터 공학은 반복적이고 복잡한 산술계산을 대신해 줌으로써 더 많은 시간을 고등 사고 기능의 학습에 투자할 수 있게 해 준다.

3. 수학수업에서 컴퓨터 공학을 활용하기 위한 전제

수학학습에서 컴퓨터를 이용하는 것은 학습자가 어떤 수학을 학습하는지 더 나아가 수학을 어떻게 학습하는

가에도 중대한 영향을 미친다(Pateman, 1996). 그러나 컴퓨터를 활용하여 학습에서의 어려움을 덜어주고 수학교육을 변화시키려면 무엇보다 수학교육의 목표를 명확히 할 필요가 있다. 그것은 목표에 따라서 수학학습이 실재가 달라질 것이며, 컴퓨터의 활용방법도 달라질 수 있기 때문이다. 이런 측면에서 NCTM(1989)의 'Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(이하 Standards)'는 중요한 시사점을 제공해 준다. NCTM은 Standards에서 1990년대의 수학교육의 목표를 수학을 소중히 여길 줄 알고, 수학하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통할 수 있고 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고 초·중·고를 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 시킬 것을 요구하고 있다. 특히 탐구하고 추측하며 검사하고 오류를 수정하면서 도전적인 문제를 해결하고, 수학에 대해 읽고 쓰고 말하고 토의하며, 수학적으로 추론하는 경험을 통해 수학적 사고 능력과 태도를 함양할 것을 강조하고 있다. 이것은 이전까지 교사가 제시하는 알고리즘을 적용해서 연습문제를 해결하는 계산기능 위주의 학습에서 벗어나 학습자의 능동적인 참여를 통해서 수학적 문제해결력, 의사소통능력, 추론능력과 같은 고등사고기능의 함양을 90년대의 수학교육의 목표로 규정한 것으로 학습자를 능동적으로 의미와 이해를 구성하는 주체로 보는 구성주의 패러다임을 바탕으로 하고 있다.

이런 구성주의 패러다임으로의 변화는 다음과 같은 몇 가지의 사실을 반영하고 있다. 첫 번째, 과학 기술의 발달로 인해 지식·정보가 빠른 속도로 팽창하는 정보화 사회에서는 기술, 지식, 정보와 같은 지적자본이 경제의 주요 요소라는 것, 두 번째, 폭발적으로 증가하는 정보를 접하고 지속인 변화에 대응하기 위해서는 학생들로 하여금 지식·정보를 검색, 평가하고 다양한 사고를 통해 다양한 해결 방법을 제시할 수 있게 해 주어야 한다는 것, 세 번째로 한 걸음 더 나아가 가치 있는 새로운 지식을 창출할 수 있는 능력을 길러주어야 한다.

Lakatos의 준경험주의와 아동들의 능동적인 구성을 강조하는 구성주의를 바탕으로 컴퓨터 공학은 그래픽, 애니메이션, 계산기능, 시뮬레이션, 문자 처리 등의 다양한 기능을 통해서 수학학습의 동기유발에서부터 추상적

이고 형식적인 수학적 대상을 구체적으로 탐구할 수 있는 환경을 제공하는 데까지 다양한 역할을 한다. 그러나 컴퓨터가 가지는 여러 가지 가능성에도 불구하고 교사들이 수학수업에서 컴퓨터를 거의 활용하고 있지 않으며(Becker, 1991), 사용한다고 해도 미미한 수준이다(Manoucherhri, 1993). Manoucherhri는 Missouri주의 중·고등학교 수학교사들을 대상으로 컴퓨터가 얼마나 이용되는지, 수업에서 컴퓨터에 관한 교사들의 의사결정이 어떻게 이루어지는지를 알아보기 위한 조사를 실시하였다. 조사결과에 따르면, 교사들은 연습과 훈련을 제외한 목적으로 컴퓨터를 이용하는 경우는 거의 없었는데, 이것은 주로 언제, 어떻게 수학 수업에서 컴퓨터를 활용해야 하는지에 대한 지식이 부족하기 때문이었다. 우리 나라의 상황도 크게 다르지 않는 듯 하다. 학교 현장에서 이용할 수 있는 컴퓨터 하드웨어, 소프트웨어의 부족, 구체적인 방법론의 부재, 무엇보다도 컴퓨터 또는 수학교육에 대한 교사들의 전통적인 신념, 태도 등은 수학교육에 컴퓨터를 도입하는데 장애가 된다(류희찬·조완영, 1998). 또, 컴퓨터공학이 도입되었을 때 전통적인 학교교육으로서의 학문적 수학이 손실되지 않을까 하는 걱정 때문에 컴퓨터공학의 도입을 꺼리는 경우도 있다. 따라서 학교교육 현장에서 컴퓨터가 더 많이 활용되도록 하기 위해서는 몇 가지가 선행될 필요가 있다.

먼저, 컴퓨터가 충분히 보급되어야 한다. 통계청 자료에 따르면 97년을 기준으로 보았을 때, 우리 나라 인구 1000명당 컴퓨터 보급대수는 417대로 아직 부족한 상태이지만 점차적으로 증가하고 있는 실정이며, 컴퓨터의 가격인하로 보급율은 점차 늘어날 전망이다. 또 각 학교에 컴퓨터가 보급되고 있기 때문에 상황은 점차 호전될 것으로 기대된다.

두 번째로, 좋은 소프트웨어가 부족하다. 지금까지 개발된 소프트웨어는 주로 학생들에게 낮은 차원의 계산기능이나 문자변환에 초점을 두거나 교과서에 나오는 내용을 보다 쉽게 풀어 쓴 것이 주종을 이루고 있다(신동선·류희찬, 1998). 따라서 지금의 수학교육의 문제점을 개선해 줄 수 있는 소프트웨어를 개발하는 것이 시급하다. 이런 소프트웨어가 가져야 할 특징으로 직접 조작 인터페이스와 상호작용 프로그래밍 환경을 들 수 있다. 직접 조작 패러다임은 학습가능성, 탐구가능성, 심미적

호소력을 가지는 것으로 Cabri II, GSP, MathView, CAS 등이 있다. 상호작용 프로그래밍 패러다임은 사용자가 자신이 학습하고자 하는 지적 영역의 절차들을 개발할 수 있는 언어 매체를 제공하는 것으로서 대표적인 예가 LOGO이다. 최근에는 이런 두 가지 특징을 통합하려는 시도가 이루어지고 있는데 그 대표적인 예가 Sendow와 Sendova에 의해서 만들어진 Geomland이다. Geomland는 LOGO로 작성된 것으로서 마우스조작이 가능하며 프로그래밍의 장점과 직접 조작할 수 있는 특징을 모두 가지고 있다.

세 번째로, 기존에 있는 교육용 소프트웨어를 어떤 내용을 지도할 때 어떻게 효과적으로 활용할 수 있는지 알아야만 한다. 컴퓨터가 완벽되어 있고 훌륭한 교육용 소프트웨어를 알고 있는 교사라고 해도 수학의 여러 내용 영역에서 창의적으로 소프트웨어를 활용하기란 쉽지 않다. 따라서 유망한 소프트웨어가 교육과정의 어떤 영역에서 어떻게 활용되는 것이 효과적인지에 관해서 알 필요가 있다.

네 번째로, 교사들이 컴퓨터와 소프트웨어에 능숙해질 필요가 있다. 교사가 컴퓨터와 소프트웨어를 능숙하게 활용하지 못하기 때문에 시설이 갖추어져 있음에도 불구하고 활용하지 못하는 경우가 있다. 최근에는 현장의 컴퓨터 연수 등을 통해서 컴퓨터와 소프트웨어에 대한 인지도가 높아지고는 있으나, 이런 연수를 통해서 얻은 지식으로 수학교육에서 효과적으로 컴퓨터와 소프트웨어를 활용하기에는 부족하다. 따라서 좀 더 체계적인 교사교육이 이루어져야 한다.

따라서 학습상황에서 컴퓨터를 효과적으로 활용하기 위해서는 교사들이 컴퓨터와 교육용 소프트웨어를 활용하는 다양한 경험을 통해서 컴퓨터의 유용성을 인식할 수 있는 기회를 제공해 주어야 한다. 그것은 수학 수업의 변화를 촉진하는 교사의 능력이 특정한 수업 내용에 컴퓨터를 어떻게 통합해야 하는지에 관한 경험을 바탕으로 하기 때문이다. 이런 사실은 Vanderbilt University에서 실시한 Adventure of Jasper Woodbury나 다른 연구에서도 알 수 있었다(Manouchertri, 1993).

4. 앞으로의 연구 방향

컴퓨터공학은 수학교육에 큰 도움이 될 수 있지만 그

것만으로 아동들의 효과적인 학습을 보장하지는 못한다. 앞에서 살펴본 것과 같이 컴퓨터공학이 가지는 잠재적인 효과에도 불구하고 여러 가지 이유로 현장에서는 제대로 활용되고 있지 못하다. 따라서 컴퓨터 공학이 가지는 잠재성을 수학교육에 활용하기 위해서는 다양한 연구가 선행되어야 할 필요가 있다.

먼저 컴퓨터공학과 교육과정 내용에 관한 연구이다. 지금의 수학 교육과정의 내용편제는 지필 환경을 전제로 한 것이다. 따라서 컴퓨터공학이 수학교육에 도입될 경우 교육과정의 내용은 상당한 변화가 불가피하다. 어떤 내용은 상대적으로 더 중요해져서 강조되는 반면에 어떤 내용은 축소되거나 약화되어야만 한다. 그러나 어떤 내용을 더 강조하고 어떤 부분을 덜 강조할 것인가? Standards가 발표되던 1989년 이전부터 이미 컴퓨터와 계산기 등의 공학을 수학교육과정에 어떻게 반영할 것인가에 대한 논의가 필요하다고 했었지만, 우리 나라에서는 지금까지 교육과정에서 구체적으로 컴퓨터와 계산기를 어떻게 반영할 것인가에 대한 명시적인 논의가 이루어지지 못했다. 수학교육과정에 어떤 내용들이 포함되어야 할 것인가에 대한 연구는 Zero-based approach를 바탕으로 이루어져야만 할 것이다. 즉, 기존의 교육과정에 포함되어 있던 내용이기 때문에 컴퓨터공학이 도입된 후에도 수학교육과정의 내용으로서 지위를 확보하는 것이 아니라, 컴퓨터공학이 수학교육에 도입되었을 때 어떤 내용들을 학습하는 것이 바람직하며 효과적인지를 무(無)의 상태에서 고려해서 교육과정의 내용이 선정될 필요가 있다.

두 번째, 교육과정의 내용이 선정되고 나면 각 내용들 간의 계열을 어떻게 조정할 것인가에 관한 연구가 이루어져야 한다. 컴퓨터 공학은 기존의 지필 환경이 제공해주지 못했던 여러 가지 다양한 표상과 경험을 제공해줄 수 있다. 따라서 이런 기능을 활용할 경우에 지도 계열을 여러 가지로 조정할 수 있을 듯하다. 예를 들면, 인수분해를 학습하고 그 후에 이차함수의 일반형을 표준형으로 고치는 것을 학습하고 이차함수의 최대, 최소값을 학습하던 것을 그래픽 계산기를 활용하면 이차함수의 최대, 최소값을 곧바로 학습할 수도 있을 것이다. 이런 학습이 이루어지고 난 후에 필요한 경우에 인수분해를 학습하는 것도 한 가지 방법이 될 듯 하다.

세 번째, 컴퓨터공학이 도입되었을 때의 아동들의 수학학습이 구체적으로 어떻게 이루어지는지에 관한 연구가 필요하다. 컴퓨터는 수학학습을 개선할 수 있는 잠재력을 가진 도구이지만, 컴퓨터가 수학학습에 도입되는 것 자체가 수학학습의 성공을 보장해주지는 못한다. 컴퓨터는 학생들의 비판적, 분석적, 고등사고기능, 생활 문제해결능력을 길러줄 수 있는 학습 실체로의 변화를 촉진시킬 수 있다(Heinecke et al., 1999). 따라서 컴퓨터를 활용한 수학학습의 실체는 컴퓨터를 활용하지 않는 학습과 달라질 수 있다. 따라서 컴퓨터환경에서 아동들이 수학학습을 하는 경우에 아동들은 어떻게 수학적 지식을 획득하고 이해를 하게 되는지에 대해서 연구가 이루어질 필요가 있다.

네 번째, 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 경우에도 기존과 같은 평가를 실시해서는 컴퓨터가 가지는 취지를 살리기 어려우므로 컴퓨터를 활용한 수학학습의 평가에 관한 연구가 필요하다. 지금까지 컴퓨터를 활용해서 이루어진 연구들의 대부분이 주로 학생들의 성취도의 개선여부에 초점을 맞추고 있다. 이런 경우 기존의 지필 환경에서 이루어진 학습결과와 비교하기 위해서는 기존의 평가를 활용할 수밖에 없다. 이런 경우에는 컴퓨터를 활용함으로써 학생들의 학습이 어떻게 이루어지는가에 대해서는 알기 어렵다. 컴퓨터를 활용한 수학학습의 실체는 컴퓨터를 활용하지 않는 학습과 달라질 수 있다. 학습과정에서 이루어진 활동이 달라질 경우 이런 학습에 대한 평가도 달라져야만 한다. Schoen(1993)도 마찬가지로 교육과정의 내용, 학교의 수업, 교사교육이 조화를 이루면서 발전되는 것이 수학교육을 발전시키는 핵심이 된다는 것을 강조하고 있다. 그는 교육과정, 수업, 교사교육 외에도 학생들의 수학적 성취도를 평가하는 방법이 새로운 교육과정의 목표에 비추어서 재평가되어야 함을 강조한다.

NCTM(1989)은 학생들의 학습에 대한 평가 방법과 과정은 교육과정의 목적, 목표, 수학적 내용과 일관성이 있어야 함을 지적하고 있다. 또한 교육과정에서 강조한 다양한 주제와 그들간의 관계에 맞는 평가가 이루어져야 하며, 더 나아가서 계산기, 컴퓨터, 조각물의 활용을 포함하는 수업방법과 활동에 맞는 평가가 이루어져야 함을 지적하고 있다. NCTM(1998)의 'Principles and Standards for School Mathematics'에서도 수학 교수 프

로그랩은 모든 학생들의 수학학습을 점검하고 강화하며 평가하고 교수에 정보를 주기 위한 평가를 포함할 것을 권고하고 있다. 컴퓨터를 활용한 수학학습의 평가를 위해서는 먼저 교육과정의 목적과 목표, 수학적 내용을 알아야 한다.

90년대의 수학교육의 목표를 제시한 Standards에서 제시한 것과 같이 수학적 힘을 기르는 것이라고 할 때, 컴퓨터를 도입했을 때의 수학학습의 목표 역시 수학적 문제해결력, 의사소통능력, 추론 능력과 같은 고등 수학적 사고기능이 되어야 한다. 이런 고등사고기능의 학습에 있어서 가장 중요한 것은 적절한 평가 전략의 개발이다(Romberg et al., 1990; Lesh, 1990). 컴퓨터를 활용해서 학습활동이 이루어진 경우, 학습과정에서 학생들의 학습상황을 보다 잘 기술하기 위한 평가의 목적에 비추어 볼 때 평가의 실체도 변화되어야 한다. 특히 초·중등학교에서 현재의 평가를 계속 사용할 경우 수학학습에서의 변화는 기대하기 어렵다. 컴퓨터를 활용한 학습에 대한 평가는 이런 수학적 고등사고기능에 대한 평가가 되어야 한다. 컴퓨터를 활용할 경우 학생들은 컴퓨터를 활용하지 않는 경우와 다른 방법으로 학습을 하거나 다른 종류의 수학을 학습할 수도 있고, 특히 컴퓨터를 활용할 경우 기존의 지필 환경에서 할 수 없었던 다양한 활동을 할 수 있으므로 이런 활동들을 고려한 평가가 이루어져야 한다.

일반적으로 수학적 아이디어는 다양한 측면-Vygotsky와 Wertsch의 외적인 것으로부터 내적인 것으로, Gagne의 간단한 것에서 복잡한 것으로, Piaget와 Beth의 구체적인 것에서 추상적인 것으로, Van Hiele의 직관적인 것에서 형식적인 것으로-에서 개발된다. 따라서 평가도구가 이런 다양한 측면에서의 발달을 모니터할 수 있어야 하며 학생간 또는 학생과 구체물 간의 상호작용 유형의 근본적인 특징들을 포착하는 것이 중요하다. 또한 이런 평가에서는 학생들의 비판적, 창의적 사고능력을 개발하는데 컴퓨터가 어떤 도움을 주는지를 알아보기 위해서 교실의 조직, 교사의 교수학적인 방법, 학교의 사회-문화적 환경 등도 고려해야만 한다(Honey et al., 1999).

5. 결 론

컴퓨터공학을 수학교육에 활용하기 위해서는 많은 것

들이 선행되어야 한다. 이런 것들 가운데 무엇보다 먼저 교사들이 컴퓨터와 소프트웨어에 능숙해지도록 하는 기회를 제공하는 것이 무엇보다 시급하다. 이것은 교육에서의 어떤 혁신도 교사의 노력 없이는 달성될 수 없기 때문이다. 교사들이 컴퓨터나 소프트웨어에 능숙하도록 하기 위해서는 적절한 연수기회나 교사교육의 기회가 주어져야 한다. 물론 가장 바람직한 것은 교사교육기관-사범대학이나 교육대학-의 교사양성과정에서 컴퓨터와 소프트웨어를 활용할 수 있을 정도로 경험하는 것이 가장 효과적인 방법이다. 그러나 컴퓨터가 교사양성기관에서 가르쳐지기 위해서는 무엇보다 먼저 해당 학교급의 교육 과정에 포함되는 것이 필요하다. 컴퓨터와 소프트웨어를 활용하는 활동이 교육과정에 포함될 경우, 교사가 될 사람들은 기본적으로 컴퓨터와 소프트웨어에 능숙해야만 하기 때문에, 교사가 능숙하지 못하거나 인지도가 낮아서 컴퓨터를 활용하지 못하는 경우는 방지할 수 있다.

또, 교육과정의 내용과 계열에 관한 명시적인 논의가 이루어지지 않았다고 해도 기존 교육과정에 포함된 교과 내용 가운데 컴퓨터를 활용해서 효과적으로 지도할 수 있는 것들에 대해서는 과감하게 컴퓨터를 도입하는 것이 필요하다. 이를 위해서는 먼저 현재 교육과정의 어떤 영역에서 어떻게 활용하는 것이 효과적인지에 관한 연구가 선행되어야 하며, 이런 연구결과들을 바탕으로 바람직한 방향으로의 교육과정의 개정이 이루어져야만 한다.

참 고 문 헌

- 강문봉 (1993). Lakatos의 수리철학의 교육적 연구, 서울대학교 교육학 박사 학위 논문.
- 류희찬·조완영 (1999). 수학적 창의성 신장을 위한 탐구형 소프트웨어의 활용. 첨삭수학교육 8, pp.127-181.
- 신동선·류희찬 (1998). 수학교육과 컴퓨터, 서울: 경문사.
- 우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부.
- Balacheff, N. & Kaput, J. J. (1996). Computer-based learning environment in mathematics. In Alan J. Bishop, Ken Clements, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick, & Colette Laborde(Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*. Kluwer academic publishers.
- Becker, H. J. (1991). When powerful tools meet conventional beliefs and institutional constraints. *The Computing Teacher*, 18(8), pp.6-9.
- Choi, S. S. (1996). *Students' learning of geometry using computer software as a tool: Three case studies*. Doctoral dissertation, University of Georgia.
- Davis, P. J. & Hersh, R. (1981). *The Mathematical Experience*. Birkhäuser Boston.
- Heinecke, W. F.; Blasi, L.; Milman, N., & Washington, L. (1999). *New directions in the evaluation of the effectiveness of education technology*. The Secretary's Conference on Educational Technology - 1999.
- Honey, M.; Culp, K. M. & Carrigg, F. (1999). *Perspectives on technology and education research: Lessons from the past and present*. The Secretary's Conference on Educational Technology-1999.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and mathematics Education. In Douglas A. Grouws(Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Macmillan Publishing Company.
- Kissane, B.; Kemp, M. & Bradley, J. (1996). Graphics calculators and assessment. In Gomez, P. & Waits, B.(Eds.), *Roles of Calculators in the Classroom*.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery*. Cambridge University Press.
- Lesh, R. (1990). Computer-based assessment of higher order understandings and processes in elementary mathematics. In Gerald Kulm(Ed.), *Assessing Higher Order Thinking in Mathematics*. American Association for the Advancement of Science.
- Manoucherhri, A. (1993). *Computers and School Mathematics Reform: Implications for Mathematics Teacher Education*.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School*

- Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1998). *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft*. Reston, VA: Author.
- Olson, J. (1988). *Schoolworlds/Microworlds: Computer & the Culture of the Classroom*. Pergamon Press.
- Pateman, N. A. (1996). Future research directions in young children's early learning of Mathematics. In Helen Mansfield, Neil A. Pateman, & Nadine Bednarz(Eds.), *Mathematics for Tomorrow's Young Children*. Kluwer Academic Publishers.
- Romberg, T. A.; Zarinnia E. A. & Collis K. F. (1990). A new world view of assessment in mathematics. In Gerald Kulm(Ed.), *Assessing Higher Order Thinking in Mathematics*. American Association for the Advancement of Science.
- Schoen, H. L. (1993). *Assessment Issues From a Mathematics education Perspective*.

Directions for Future Research for Introducing Computer Technology into Mathematics Education

Cho, wan young

Department of Mathematics Education Chungbuk National University 48 Gaesin-dong,
Cheongju Chungbuk, Korea, 361-763; E-mial: matheduhead@yahoo.co.kr

Kwon, sung lyong

Department of Mathematics Education Graduate School of Korea National University of Education
7 Daraki Gangnaemyon Chongwonkun Chungbuk, Korea, 363-791; E-mail: xenolord@chollian.net

Although computer technology has a great potential for improving mathematics learning practice, it rarely used in mathematics classroom. The purpose of this study is to suggest the future direction for research in mathematics computer technology.

First, there has to be a research on mathematics curriculum that take computer technology into account.

Second, research on teaching sequence for certain content area is needed. Because computer technology would change the order of teaching sequence.

Third, how students would learn with computer technology? how do they acquire knowledge and make sense of it?

Fourth, how could we assess the learning with computer technology?

Most of all, because teachers play a key role to succeed in educational reform, they have to be familiar with computer technology and software to introduce it into mathematics learning and to use it properly.