韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2000, 11. 제 39권, 제 2호, 81-99.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
Nov. 2000, Vol. 39, No. 2, 81-99.

창의적 문제해결력 중심의 수학 교육과정 적용 및 효과 분석*

권 오 남 (이화여자대학교)
김 정 효 (이화여자대학교)

I. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

급변하는 사회의 요구로 우리는 이미 산업사회에서 전기, 전자사회 또는 정보사회라 부르는 시대로 진행해 가고 있으며, 이에 따라 지식의 양은 폭증하고 있고 동시에 지식이 무용하게 되어버리는 소위 지식의 반감기는 크게 단축되고 있다. 아이디어가 지배하는 현대와 같은 사회에서는 단순 지식암기나 계산위주가 아닌 추리, 문제해결, 창의적 비판적 사고와 같은 고차적 사고와 과학적 및 기술적 활용 능력 등이 보다 기본적으로 요구될 것이다(김영채, 1995). 이러한 요구는 수학교육에서 고차적 사고 중심의 창의적 문제해결에 대한 관심에서도 찾아 볼 수 있다.

이러한 관심에서 시작된 이 연구는 심리학, 교육과정, 초등교육 그리고 수학교육과 과학교육 등 다양한 학문영역에서의 전문가와 교사들이 공동으로 참여하는 대학부설연구소 과제인 "사고력 신장을 위한 교육과정모형 연구"의 일부로서 1997년부터 3년간 진행되었다. 1차년도에는 기초 연구과제로 창의적 문제해결의 개념 모형을 설정하였고, 수학과 과학 교과에서도 교육과정개발의 기초연구로서 초·중등 교육과정의 문서 분석, 초·중등교과서 및 교사용 지도서 분석, 수업 분석, 교사 면담을 통하여 총체적으로 초·중등수학 및 과학교과에서 창의적 문제해결력 신장과 관련된 문제점을 진단하였다. 2차년도에는 수학·과학 교육과정 기본 구성체제와 이를 적용한 개념적 지식의 재구성 즉, 창의적 문제해결력 신장을 위한 교육과정 개발모형을 설정하고, 이에 바탕을 둔 초·중등 수학 및 과학 교육과정을 개발하였다.

이 연구는 연구팀이 자체적으로 개발한 창의적 문제해결력 신장을 위한 주제 중심의 교육과정을 실시하여 그 효과를 바탕으로 수학 교과에서 창의적 문제해결력을 충족시켜줄 수 있는 교육과정 재편성에 그 방향을 제시하고자 한다. 즉, 2차년도에 개발된 교육과정을 바탕으로 수학 교과의 단원 중 규칙성과 함수, 확률과 통계, 도형, 측정 단원을 선택하여 각 소단원을 설정하고, 단원명, 영역, 주제, 학습목표, 학습기술이 제시된 지도안과 그 지도안을 바탕으로 이루어진 각 수업의 필요한 활동지를 개발하여 수업을 실시하였다. 창의적 문제해결력, 학습 동기 및 학습기술, 학교에서의 학업 성취도를 측정하여 창의적 문제해결력 신장을 위한 주제 중심의 교육과정에 기반한 프로그램의 효과를 분석하는 것이 본 연구의 목적이다.

2. 연구문제

이 연구에서는 2차년도에 개발된 교육과정의 효과를 검증하기 위해서, 실험집단에 창의적 문제해결력을 위해 개발한 교육과정에 기반한 지도안에 따라 수업을 실시하고 비교집단에서는 현행 교육과정에 기반한 교과서에 따라 수업을 실시한 후 그 차이를 분석하고자 하였다. 이를 위해 구체적으로 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

1) 실험집단과 비교집단간의 창의적 문제해결력에 통계적으로 유의한 차이가 있는가?

2) 실험집단과 비교집단간의 학습 동기 및 학습 기술 향상에 유의한 차이가 있는가?

3) 실험집단과 비교집단간의 학업 성취도에 유의한 차이가 있는가?

---

* 2000년 7월 투고, 2000년 11월 심사 완료.
* 이 논문은 1997년도 한국학술진흥재단 대학부설 우수연구 연구비 지원에 의하여 이루어짐. 본 연구과제에 참여한 연구보조원 박재희, 태혜경, 윤태숙, 윤희선에게 감사드립니다.

Ⅱ. 수학 교과에서의 창의적 문제해결력

1. 창의성

창의성이란 "주어진 문제나 감지된 문제로부터 통찰력을 동원하여 새롭고, 신기하고, 독창적인 산출물을 내는 능력"이라고 정의한다(조석희 역, 1996). 또한 일정한 틀이나 규칙에만 얽매이지 않고 때때로는 엉뚱하거나 기발한 생각 속에서 자기 나름대로 아이디어나 작품을 독창적으로 생각해 내고, 그것이 일상적이고 관습적인 사고과정에서 벗어나 보다 유용한 아이디어가 되도록 하는 지적인 능력과 이를 가능하게 하는 정의적인 태도와 성향을 말한다(송상헌, 1998). 이러한 창의성의 구체적 요소로 Guilford(1959)는 유창성, 융통성, 정교성, 독창성의 4요소를, Torrance는 유창성, 정교성, 독창성, 추상성, 제한에 대한 저항성의 5요소를 인지적 측면의 범주에 속하는 요인으로, 용기, 호기심, 사고와 판단에서의 독자성, 자신이 하고 있는 일에 대한 몰두, 직관 이용, 사물을 당연한 것으로 받아들이지 않음, 직관적 태도, 모험심을 정의적 측면의 범주에 속하는 요인으로 제시하였다. 최근 연구자들은 창의성의 구성 요소를 크게 인지적 요소(확산적인 사고와 행동, 일반적 지식과 사고 기반, 구체적 지식 기반과 특정 영역의 기능 등)와 정의적 요소(과제 집착력, 동기화 및 충동, 새로운 것에 대한 개방성, 애매모호함에 대한 참을성)로 구분하여 제시한다(김경자 외, 1997).

수학적 창의성에 대한 연구들은 수학교육에서의 수학영재아의 특성에 대한 연구로부터 비롯되었다. Krutetskii(1976)는 수학적으로 뛰어난 재능을 보인 학생들의 심리적 특성에 관한 사례를 연구한 결과, 수학적 능력을 정보를 처리하는 능력으로 보고 추론을 단축하는 능력, 유연한 사고를 하는 능력, 세련된 답을 얻으려는 노력, 사고 과정의 가역성 등이 영재가 갖는 주요한 수학적 능력이라고 보았는데, 이는 창의적 사고를 내포하고 있는 것으로 여겨졌다. 또한 최근 수학적 창의성에 대한 연구들을 메타 분석한 Haylock(1987)에 따르면, 수학적 창의성이란 무엇인가에 대한 분명한 개념 정의는 내리기 힘들지만 이러한 검토를 토대로 수학적 창의성을 사고의 고착화를 극복하고 정신적 틀을 벗어나는 능력, 즉 개방된 수학적 상황에서 다양하고 독창적인 반응을 할 수 있는 능력이라고 정의하고 있다. 송상헌(1998)은 수학적 창의성에 발현되어지는 원동력은 개념에 대한 깊이 있는 이해, 추측을 바탕으로 한 직관, 새로운 지식을 만들어 내는 추진력 있는 통찰, 장차 무엇이 중요하게 될는지를 예견하는 것과 관련된다고 보고, 창의성은 현 상황을 예전에는 생각지 못했던 방법으로 확장시킬 것을 요구하며, 새로운 아이디어를 만들어 내고 더 나아가 기존의 아이디어를 새로운 방법으로 결합시킬 것을 요구한다고 하였다.

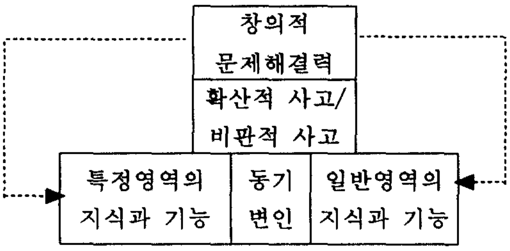
2. 문제해결

대부분의 문제해결에 관한 모델들은 문제해결이 창의성과 밀접한 관계가 있음을 보여준다. 왜냐하면 최근 문제해결과 관련한 연구들에서는 문제란 학습자가 해를 구할 수 있는 방법을 모르는 익숙하지 않은 문제 사태를 의미하고 있고, 따라서 그 해결이란 학습자의 편에서 보았을 때 새로운 방식으로 자신이 알고 있던 개념, 기능 그리고 사고전략을 문제사태에 적절하게 연결짓는 창의적인 과정을 의미하고 있기 때문이다(김정효·권오남, 1999). Polya(1957)는 수학적 문제해결의 과정을 문제 이해, 계획 수립, 계획의 실행, 반성의 4단계로 설정하였고, Hadamard(1945)는 수학에서의 발견적 사고의 과정을 준비기, 부화기, 계시기, 검증기의 네 단계로 구분하였으며, 문제를 풀려고 애쓰는 학생들의 활동과 창조의 활동 사이에는 오직 정도와 수준에만 차이가 있을 뿐이고, 두 가지 활동은 본질적으로 유사하다고 보았다. 또한 Husen은 문제해결 과정이 입장에 따라 그 특성이 다르다고 할 때, 문제해결을 위해 제시되는 문제에 대한 해석 또한 달라지게 된다. 문제의 종류는 흔히 정보처리적 입장에서 잘 정의된(well-defined) 문제와 잘 정의되지 않은(ill-defined) 문제, 익숙한(routine) 문제와 생소한(nonroutine) 문제, 수렴적 사고(convergent)의 문제와 확산적 사고(divergent)의 문제로 구분된다(김경자 외, 1997).

3. 창의적 문제해결력

창의성과 문제해결력은 이와 같이 별도로 논의되기보다는, 대부분 '창의적 문제해결력'으로 문제해결력을 정의하는 것이 일반적이다. 1997년도에 실시되었던 1차년도 연구에서는 창의성과 문제해결력에 관한 심리학적, 교육

학적 연구들을 분석, 종합한 결과 창의적 문제해결력을 "일반적인 영역의 지식과 기능, 동기적 요인, 특정영역의 지식과 기능을 토대로 확산적 사고와 비판적 사고가 역동적으로 상호작용하여 새로운 산출물 혹은 해결책을 만들어내는 능력"이라고 정의하였다(김경자 외, 1997). 이 모형은 아래 <그림 Ⅱ-1>처럼 창의적 문제해결을 위해서는 확산적 사고 뿐 아니라 비판적 사고 등 사고변인이 직접적으로 관여하지만 동기화, 과제집착력 등의 창의성 관련 정의적 요소 기반과 일반적인 영역의 지식과 기능 기반도 필요하며 특정영역(수학교과)의 창의성을 위해서는 특정영역(수학)의 지식과 기능의 기반이 필요함을 보여준다.



<그림 Ⅱ-1> 김경자 외(1997)의 창의적 문제해결 개념 모형

위에서 제시된 창의적 문제해결력의 다섯 가지 요소들은 역동적인 관계 속에서 서로 상호작용하며, 이 과정을 통하여 학습자는 창의적으로 문제를 해결해 나간다. 이 모형에서는 문제해결의 시작 단계에 들어오는 학습자에게 일반적인 능력과 기능 기반이 있음을 인정함으로써 학습자의 현재 상태를 문제해결의 시발점으로 보고, 특정영역의 지식과 기능 및 동기적 요소가 기반이 되어, 확산적 사고와 비판적 사고가 일어나게 되어 창의적 문제해결이 되는 것으로 되어 있다. 또한 이러한 창의적 문제해결이 일회적인 것이 아니라 계속해서 학습자를 관찰하여 각 하위요소에 대한 숙의가 가능하도록 하였다(김경자 외, 1997).

위의 여러 가지 연구를 종합하여 본 연구에서는 창의적 문제해결력을 크게 확산적 사고와 비판적 사고로 나누어서 측정해보기로 하였다. 확산적 사고는 주어진 문제를 민감한 눈으로 지각하거나, 통찰력과 민감성을 가지고 발견한 문제를 해결한 결과, 새롭고 평범하지 않으며 놀랄만한 산출물을 만들어 내는 능력(조석희 역, 1996)으로, Guilford(1959)가 제시한 유창성(수학적으로 유의미한 반응의 개수), 융통성(반응 유형의 가짓수), 독창성(반응의 희귀성)의 세 요소로 나누어서 살펴볼 것이다. 비판적 사고는 문제를 분석함으로써, 해결을 목적으로 하면서도 매우 융통성 있게 처리하고, 광범위하고 종합적인 지식기반과 자료의 도움을 얻어서 이들 자료, 요소들, 구조를 종합하고 구조화하여 새로운 해결구조로 만들어 냄으로써 감각적 또는 상징적 표상을 통해서 다른 사람들에게 의사소통을 함으로써 다른 사람들이 그 산출물을 의미 있고 중요한 것으로 경험하게 하는 것(조석희 역, 1996)이라고 본다. 이에 본 연구에서는 비판적 사고의 요소를 타당성과 신뢰성으로 나누어서 살펴 볼 것이다. 타당성은 입증을 위한 일반적인 필요의 적절성을 조사하는 태도와 타당한 추론, 추상화, 일반화의 지식으로 정의하고, 신뢰성은 명백하게 설명하고, 분석하고, 평가하고, 논의를 확장하는 능력으로 정의하였다.

Ⅲ. 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학과 교육과정

1. 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학과 교육과정 개발을 위한 기초 연구

본 교육과정 개발 연구는 1차 년도의 기초 연구를 통하여 창의성과 관련한 현행 수학 교육 과정의 문제를 다음과 같이 지적한 바 있다(권오남 · 김정효, 1997, 김정효 · 권오남, 1999).

첫째, 6차 수학과 교육과정은 대부분 단편적인 개념적 지식과 계산 기능중심으로 창의적 사고와 관련된 내용이 드러나 있지 않으며 7차 수학과 교육과정도 문제해결력과 깊은 개념적 이해의 강조라는 의도가 실현되기에는 미흡하다. 둘째, 교육현장에서 사용되고 있는 교과서에는 다양한 답과 절차를 요구하거나 실생활 혹은 다른 교과 및 다른 내용영역간의 연결을 고려한 문제가 극히 부족하다. 셋째, 수업현장에서의 교사 활동은 주로 전형적인 문제풀이 설명과 단순한 적용과 회상을 요구하는 발문에 집중되어 있어서 학생들이 확산적 사고나 비판적 사고를 할 수 있는 기회가 거의 없다. 넷째, 초 · 중등 교사들은 이상적으로는 수학 교과에서도 창의성이 중요하게 취급

되어야 한다고 알고는 있으나 이를 실천할 수 있는 교육적인 여건이 되지 못한다고 지적하였으며 특히 과다한 교육과정 내용과 입시를 포함한 기타 평가들이 이에 대한 장애요소가 된다고 하였다.

이상의 분석 결과를 통해 대체로 현행 수학 교육 과정은 문서 수준에서나 실행 수준에서 창의적 문제해결력을 수용하기에는 총체적으로 많은 문제점을 안고 있다고 지적한 바 있으며 그에 대하여 다음과 같은 점을 제안하며 본격적인 교육과정 개발에 착수하였다.

첫째, 교육과정 문서 수준에서 수학에서의 창의적 문제해결의 개념 정립과 이에 따른 구체적 교수·평가 방법이 필요하다. 둘째, 창의적 사고를 신장시키기 위해서는 교육과정의 내용을 경감시킬 필요가 있다. 셋째, 교육과정 개발 시 그 내용을 실용성이나 실생활에 근거한 교재로 구성하는 것이 바람직하다. 넷째, 교사교육 프로그램에서는 교사의 사고력 계발과 학생들의 창의적 사고를 유발할 수 있는 활동을 효과적으로 구사할 수 있도록 실천력을 배양하는데 필요한 과목을 비중 있게 다룰 필요가 있다.

이와 관련하여 창의적 문제해결력을 특히 강조하고 있는 외국의 수학교육의 동향을 참고하였다. 외국의 수학교육의 동향은 문제해결을 강조한다는 점에서 창의적 사고를 도모하고 있다고 볼 수 있는데, 캘리포니아주(1992), 캐나다 알버타(1996), 호주 학교교육과정 평가기준(1990), 뉴질랜드(Howson, 1994), 영국(1997), NCTM(1989)의 교육과정이 문제해결을 특히 강조하고 있어 이들을 중심으로 수학 교육과정의 편제를 검토하여 몇 가지 특징을 찾아내었다(김정효·권오남, 1999).

첫째, 수학적 개념으로 구성된 개념적 지식과 이러한 개념을 얻고 사용하는데 필요한 과정적 지식이 구분되어 있는 경우가 많았다. 둘째, 과정적 지식의 내용을 계산기능 뿐 아니라 사고력을 포함하여 구체적으로 명시하고 있다. 셋째, 개념적 지식은 심층적인 개념적 이해를 생각하여 진술되어 있거나 하위내용간의 관계를 강조하기 위하여 수학적 주제(theme)를 하나의 연결 고리로 하여 상호 관련되어 있었다.

2. 교육과정 개발의 과정

이 연구의 총 연구진은 기초 연구팀과 교과교육 개발팀을 합하여 초·중등 교사 8명, 연구조원 8명, 연구교수 7명 등 총 23명의 전문가들로 구성되었다. 기초연구팀과 교과교육 개발팀들은 연구의 기본틀이나 방향을 정할 때에는 전체 숙의 과정을 거쳤으며, 교과별로 내용 선정 및 구성 작업을 할 때는 각 교과팀으로 나뉘어서 연구를 진행하였다.

본 교육과정의 개발 절차는 크게 두 단계였는데, 첫 번째 단계는 관련 문제 현상의 인식을 토대로 기본적인 교육과정의 틀을 구축하는 과정이었고 두 번째 단계는 실제로 개발된 구성체제에 맞추어 교육과정의 개념적 지식을 재구성하는 과정이었다.

교육과정 구성의 틀을 구축하는 과정에서는 중등의 현장 학교에서 적용할 수 있는 현실적 교육과정을 구성하는 것을 목적으로 하여, 앞서 언급했듯이 6차와 7차 국가수준의 수학교육과정, 그리고 개념 체계가 비교적 잘 드러나 있다고 판단되는 3차 교육과정내용들을 검토하여 문제점을 규명하고, 미국 캘리포니아 주 정부의 수학 교육과정 지침(California Dept. of Education, 1992), 미국의 국가 수학교육 규준(NCTM, 1989), 영국, 캐나다, 뉴질랜드 등 외국의 수학 교육과정들을 참고로 창의성을 신장시키기 위하여 교육과정의 내용을 어떻게 구성하여야 하는가를 탐구하였다. 또 개발된 이원화 구성체제의 인식론적 타당성과 연결개념의 적절성을 검증 받기 위하여 기초 연구팀 및 초등 수학 교과연구팀, 과학 교과연구팀과 검토를 하였고 협의진 회의도 거쳤다.

개념적 지식의 구성은 미국 캘리포니아주의 교육과정을 참고로 하여 연결 주제를 중심으로 내용을 다음의 절차에 따라 재구성하였다.

첫째, 개발된 교육과정의 기본 틀에서 개념적 지식구성에서의 강조점은 현장 적용의 용이성과 수학개념간의 관계를 통한 심층 구조의 학습 가능성에 두기로 결정하였다. 둘째, 교과의 구조와 개념의 상호관계를 드러내주며 다양한 학문영역의 개념들을 연결시켜주는 응집력 있는 수학개념간의 연결 주제를 결정하였다. 셋째, 3·6·7차 초·중등 교육과정을 연결주제를 중심으로 분석·분류·종합하여 각 하위영역의 내용요소를 결정하였는데 우선 학습자에게 최종으로 기대되는 개념인 총괄개념을 결정하였다. 넷째, 연결주제와 총괄개념에 따라 학년별로 학습해야 할 학년별 개념을 결정하였는데, 이는 각 영역

의 총괄개념을 지지하는 동시에 연결주제 속에서 파악되는 것으로 하였다. 다섯째, 학년별 개념을 결정하고 나면, 그것을 다시 하위개념들로 진술하고 해당되는 연결주제로 분류하였는데 이는 학년별 개념을 지지하는 것임과 동시에 구체적인 사실이기보다는 개념적 성격을 가지도록 하였고 이것은 단원의 교수학습활동의 내용을 구성하는 기초가 되었다.

3. 개발된 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학과 교육과정

이상의 과정에 따라 개발된 수학과 교육과정의 기본적인 구성 체제는 개념적 지식과 과정적 지식으로 이분화되었다. 개념적 지식은 하위영역간의 연결관계를 보여주기 위한 것으로 수학의 본질과 관련된 문헌을 참고로 4개의 연결주제 즉 알고리즘, 관계, 패턴과 일반화, 다양한 표상을 선정하여 각 영역의 개념진술에 적용하였고 이 4가지의 주제에 대한 정의는 다음과 같다(김정효 · 권오남, 1999).

첫째, 알고리즘은 연산의 개념과 지식, 연산의 기능과 관련되는 사고, 더 나아가 새로운 알고리즘을 분석하고 개발하여 기존의 알고리즘과 비교하는 등 수학적 의사소통의 방식으로서의 알고리즘과 관련된 생각으로 정의하였다. 둘째, 패턴과 일반화는 모든 수학적 현상에 대하여 '다양한 패턴을 이해하고, 발견하며, 새롭게 확장하여 일반화'하는 것을 하나로 통합하기 위한 아이디어이다. 셋째, 관계는 수나 도형 혹은 변수나 식 등의 관계를 구하고 이들 사이의 성질을 기술하며 한 변수가 다른 변수에 미치는 영향력을 예측할 수 있도록 하는 것에 관한 것으로 이는 수학을 하는 또 하나의 목적이 되기도 한다. 넷째, 다양한 표현은 수학이 식, 말, 그림, 도표, 차트, 다이어그램 등의 다양한 방법으로 표현되는 것과 관련이 있으며, 최근에 들어서는 같은 식일지라도 여러 가지 다양한 표현(representation)방법으로 변환될 수 있다는 것을 강조하고 있다.

과정적 지식은 계산 기능 요소, 수학적 도구와 기술 관련 요소, 사고 요소 등의 하위영역으로 구성되었으며, 구체적으로, 암산 · 어림셈 · 알고리즘, 계산기와 컴퓨터의 활용 · 구체물의 조작 · 의사소통 · 수학적 기호와 상징, 분석 · 분류 · 계획 · 비교 · 조사 · 예상 · 전략사용 · 시각화 · 적용 · 일반화 등의 과정 기술로 분류하였다.

이상의 기본 구성 체제를 기반으로 재구성 과정을 거쳐 개발된 교육 과정은 세 가지 유형으로 정리되었는데, 하나는 교육과정 체계로서 중학교 전 학년과 전 영역에 걸친 교육과정을 학년 개념 수준까지 수록한 것이고 두 번째는 그것을 학년별로 분류한 학년별 교육과정 체계이며 세 번째는 영역별로 분류한 영역별 교육과정 체계이다. 그 중에서 1학년의 교육과정 체계를 <부록>에 수록하였고 자세한 교육과정체계는 김정효 · 권오남(1999)을 참고하기 바란다.

이 교육과정의 틀은 개념적 지식과 절차적 지식을 이원화하여 개념간의 연결을 도모하는 한편 절차적 지식의 한 요소로서 사고력을 강조하여 교육과정에서 사고력 변인의 중요성을 가시화 하였다. 특히 개념적 지식은 수학의 본질과 관련한 연결 주제를 선정하여 이를 중심으로 개념간의 관계 이해를 도모함으로써 수학이란 학문의 지식구조에 대한 깊은 이해를 가지도록 하였다. 이는 수학적 문제상황에서 학습자가 확산적 사고와 비판적 사고에서 사용할 수 있는 지식기반을 풍부히 가질 수 있도록 하려는 의도에서였다. 수학의 본질에 대한 개념간의 연결은 수학이 무엇인가 하는 의미를 알도록 한다는 점에서 학습자 중심의 교육과정과도 성격을 같이 한다고 볼 수도 있다. 이상의 개발되어진 수학 교육과정 틀을 통해 구체적인 중등 수학과 교육과정을 재구성하여 제시하였는데 이는 정보화 사회에서 요구되는 창의적인 문제해결력을 신장하기 위한 체계적이고 실질적인 중등 수준의 수학과 교육과정이 될 수 있을 것으로 기대된다.

Ⅳ. 연구 방법 및 절차

1. 대상 및 기간

이 연구를 위한 현장에서의 실험 수업은 1999년 5월부터 12월까지 8개월 동안 이루어졌다. 대상은 서울시 소재 사립 J중학교 1학년 남학생들로 실험집단이 2개반(66명), 비교집단 1개반(33명)이었다. 이 지역은 사회경제적으로 안정된 중산층 이상 가정의 학생들이 대부분으로 교육열 또한 높은 편이다. 또한, 이 학생들은 중학교 입학시 반 배치고사가 없어짐으로써 이름순 반배치로 인해 각 반의 수준차가 있는 상태였고, 실험기간 동안 전입 ·

전출 등의 이동이 있었던 학생들은 결과분석에서는 제외시켰다.

2. 지도안 및 활동지 개발

이 연구에서는 1차년도의 기초 연구와 2차년도에 있었던 연결 주제와 탐구과제 요소 등으로 이루어진 교육과정 개발에 기반하여 수업을 위한 지도안과 활동지를 개발하였다. 수학과에서의 창의적 문제 해결력은 특정 영역의 지식과 기능, 일반 영역의 지식과 기능, 확산적 사고 기능, 비판적 사고 기능, 동기적 요소를 기반으로 길러진다고 보고 규칙성과 함수, 확률과 통계, 도형, 측정 영역에서 소단원을 설정하여 단원명, 영역, 주제와 함께 학습 목표를 개념적 지식과 절차적 지식으로 제시하고 동기와 학습 기능을 덧붙인 구체적인 학습 활동을 제시한 지도안을 개발하였다. 활동 내용을 구성하는데 있어서 모든 단원은 수학의 전 영역을 다루는 주제 중심으로 이루어져 단편적으로 끊어지지 않고 지속적으로 연결되도록 하였다. 또한, 실제수업의 대부분의 시간은 3~4명의 조별 활동으로 이루어지게 함으로써 협의, 다양한 문제해결법의 탐색, 문제해결의 검증 등을 통해 적극적 의사소통을 가능하게 하였다. 아래 <그림 IV-1>과 같이 수업 시간에 제시한 활동지는 가능한 한 많은 답을 내도록 함으로써 유창성을, 여러 유형의 반응을 하도록 함으로써 융통성을, 다른 학생들이 자주 반응하지 않는 독특한 반응을 유도함으로써 독창성을, 문제를 이해하고 문제에 적절한 반응을 하도록 하는 타당성을, 정확히 자신의 의견을 표현하도록 함으로써 신뢰성을 기르도록 구성되었다.

3. 실험 및 실시

실험집단과 비교집단은 모두 조별 활동을 하였으며 활동지를 사용하여 수업이 이루어졌다. 실험집단은 본 연구에서 개발한 창의적 문제해결력 신장을 위한 교육과정을 기반으로 구성된 지도안과 활동지를 중심으로 수업이 이루어졌다. 이 학생들에게는 수학적 의사소통, 수학적 발견, 일반화, 분석, 예측, 다양한 표현 등을 통해 확산적 사고, 비판적 사고를 할 수 있는 기회가 충분히 주어졌다. 비교집단에서도 조별 활동을 실시하고 학습지를 사용하였으며 6차 교육 과정에 기반한 교과서 중심의 수업으로 진행되었다.

4. 검사 도구

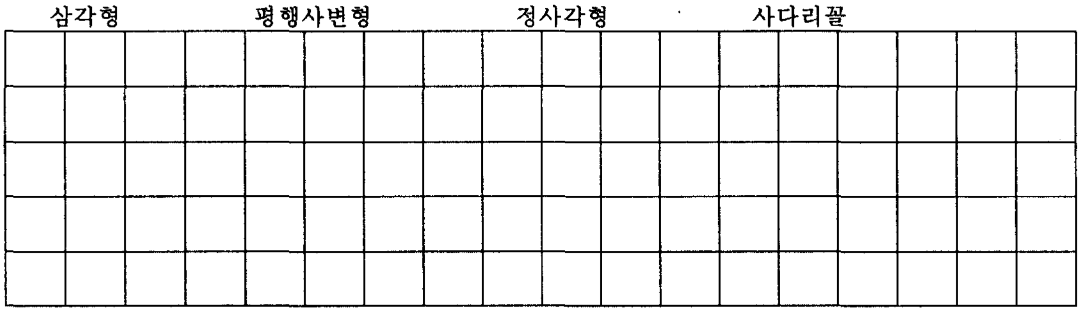
1) 수학 창의적 문제해결력 사전·사후 검사

현행 교육과정에서 수학적 능력을 측정하기 위해 사용되고 있는 검사 도구는 수학적 지식이나 계산 능력과 같은 인지적 능력에 초점을 맞춘 것이 대부분이며 정의적 능력이나 비정형적인 문제 해결력의 측정을 위한 부분은 매우 부족하다. 따라서 이 연구에서는 창의적 문제해결력 신장을 위해 개발된 교육과정 및 그에 따른 수업의 효과를 검증하기 위해 <수학 창의적 문제해결력 검

3. 여러분에게 나누어 준 일곱 조각들을 칠교판이라고 합니다.

(2) 이 일곱 개의 조각들 중 두 개만 가지고 다음 도형을 만들어보세요.

삼각형 평행사변형 정사각형 사다리꼴



<그림 IV-1> 활동지 문항 예시(도형 10차시의 일부)

<표 IV-1> 사전 · 사후 검사 문항 분석

	1번 문항	2번 문항	3번 문항	4번 문항	5번 문항
내용영역	규칙성과 함수	규칙성과 함수	확률과 통계	측정	도형
주제	패턴과 일반화	관계, 다양한 표현	다양한 표현	관계, 알고리즘	패턴과 일반화
교과서 단원	함수 (함수값의 변화)	함수 (함수의 그래프)	통계 (자료의 관찰)	입체도형 (직선, 평면의 위치관계)	평면도형 (다각형)
사고요소	적용, 조사	분석, 예상, 추론, 비교	분석, 문제 만들기	예상, 공간적 추론	분석, 비교, 예상, 추론, 시각화, 적용
문항해설	주어진 규칙을 적용하여 그 규칙에 맞는 대상을 찾는 능력을 측정	다양한 그래프로 표현된 실생활의 함수적 상황을 해석하고 독립변수와 종속변수와의 관계를 분석하고 두 그래프를 비교하여 미래를 예상하는 능력을 측정	실생활에서 수집된 자료를 다양한 방법으로 정리, 표현하고 그것을 바탕으로 자료의 특성을 해석하는 능력을 측정	주어진 도형의 위치관계를 파악하여 겉넓이를 정확하게 구하게 함으로써 공간적 추론 능력을 측정	여러 가지 다각형의 성질을 분석하여 실생활에 적용하는 능력을 측정

사> 문항을 개발 · 실시하였다. 이 검사 도구는 사전과 사후 모두 국내 · 외 자료를 참고하여 제작하였으며 5개의 서술형 문항으로 구성하였다(표 IV-1, 그림 IV-2 참조).

이러한 검사 도구를 통하여 창의적 문제해결력의 구성 요소인 확산적 사고력과 비판적 사고력을 측정하고자 하였는데 확산적 사고력의 측정을 위해서는 다양한 반응을 요구하는 문제 상황을 제시하여 검사 문항은 실험에 포함된 특정 영역의 지식과 기능 분석, 예상, 적용, 조사, 비교 등의 일반 영역의 지식과 기능을 기반으로 한 확산적 사고와 비판적 사고에 의해 해결할 수 있는 것으로 구성하였다.

2) 학습 동기 및 학습 기술 검사

창의적 문제해결력의 개념 모형에는 학습자의 일반적 영역의 지식과 기능 기반, 특정 영역의 지식과 기능 기반, 그리고 동기적 요소를 포함하고 있다. 동기적 요소는 학습자의 정의적 특성 중에서 학습 활동의 원동력을 제공하는 요소로서 학습활동을 이야기할 때는 빼놓지 않고 논의되어 왔다. 학습자가 학습 장면에 들어올 때 가지고 들어오는 동기적 속성은 일반적 지식과 기능 기반이나 특정 영역의 지식과 기능기반이 제 기능을 발휘할 수 있고, 새로운 학습활동에 능동적으로 참여하고 주도하게 하는 원천을 제공해 주는 것이기 때문에 창의적 산출물을 내고 문제해결을 하게 하는데는 더욱 중요한 요소라고 볼 수 있다. 따라서 이 연구에서는 학습자의 동기적 특성을 파악하고 그러한 특성들을 창의적 문제해결력을 증진시키는데 어떻게 고려할 수 있을지 알아내기 위하여 학습자의 동기적 속성을 측정하기 위한 측정도구가 제작되었다. 이 측정도구는 크게 내재적 동기와 학업적 자기효능감, 학습기술을 측정한다.

최근 창의성과 관련된 동기적 특성의 연구에서 초점이 되고 있는 문제해결자의 내재적 동기화(Csikzentmihalyi, 1996)와 자기효능감(Bandura, 1997; Sternberg & Williams, 1996)을 포괄하는 자기조절학습 이론을 근거로 다음과 같은 학습자의 동기적 요소를 측정하는 질문지를 제작하였다.

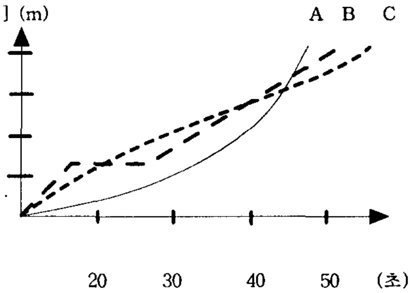
내재적 동기는 강조하는 측면에 따라 정의가 달라질 수 있지만, 대체적으로 한 개인이 스스로 과제 수행을 시작하고, 과제를 수행하는 자체를 보상으로 지각하여 몰두하고, 만족감과 흥미를 느끼고, 잘 풀리지 않는 과제에 끈기있게 매달리고 집착을 보일 때, 그 사람은 내재적으로 동기화되었다고 말한다. 또한 내재적으로 동기화된 사람은 결과보다는 과제 수행 자체를 목적으로 지각하고 몰두하며(Csikszentmihalyi, 1975; Kruglansky, 1975; Lepper & Greene, 1978), 과제를 수행할 때 자율성 혹은 자기 결정감과 개인적 유능감을 느끼고(Deci & Ryan, 1985; Harter, 1978; White, 1959), 적당히 도전적

[사후1번] 다음 보기를 보고 기호 ⟨a⟩(b) 가 의미하는 것이 무엇인지 설명하고 그 규칙을 적용하여 값이 7이 되는 다른 예들을 만들어 보세요.

<보기> ⟨4⟩(3) =4-5+6-7=-2

⟨3⟩(5) =3-4+5-6+7-8=-3 ⟨2⟩(4) =2-3+4-5+6=4

[사후2번]

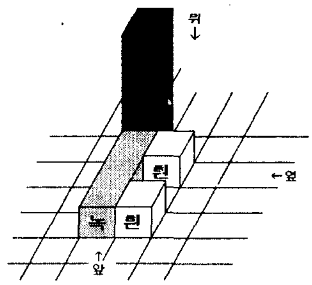


옆의 세 그래프는 400m 장애물 경주에 출전한 세 선수에 대한 기록을 나타낸 그래프로, 시간에 따른 거리의 변화를 나타낸 것입니다. 이 세 그래프를 자세히 살펴보고 알 수 있는 사실을 있는 대로 쓰세요.

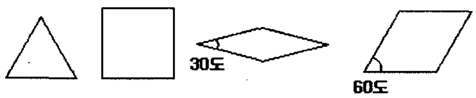
[사후3번] 옆의 자료는 20명의 고등학교 1학년 학생에게서 그들이 일주일에 전화를 몇 분이나 하는지를 조사한 결과입니다. 이 자료를 학교 신문에 실으려고 하는데 그것을 보는 독자들이 쉽게 이해할 수 있도록 정리해야 합니다. 누구나 자료의 특징을 쉽게 알아볼 수 있도록 자기 나름대로의 방식으로 정리하고 그 자료가 설명하는 내용을 있는 대로 쓰세요.

17	81	206	140	259
42	133	220	190	303
57	128	278	189	328
98	112	293	175	352

[사후4번] 옆 그림은 밑면은 모두 넓이가 1인 정사각형이고 높이가 1인 흰색 막대 두 개와 높이가 3인 녹색 막대 한 개, 높이가 4인 보라색 막대 한 개로 이루어진 입체도형입니다. 이 도형 전체의 겉넓이를 구하는데 바닥의 넓이는 포함시키되 두 도형이 닿아 있는 부분의 넓이는 빼야 합니다. 가능한 한 다양한 방법을 사용하여 겉넓이를 구하세요. (각 풀이 방법을 식이나 말로 구체적으로 설명하고 답을 쓰세요.)



[사후5번] 옆과 같은 각 변의 길이가 1인 정삼각형, 정사각형, 마름모, 평행사변형 모양의 도형을 사용하여 벽지의 문양을 만들려고 합니다. 벽지의 무늬는 연속적이어야 합니다. 즉 무늬와 무늬 사이에 빈틈이 남아서는 안됩니다. 가능한 한 많이 생각하여 그림으로 나타내세요.



<그림 Ⅳ-2> 사전 · 사후검사문항 일부 예시

인 과제를 추구하고 수행한다(Berlyne, 1960; Csikszentmihalyi, 1975; Deci & Ryan, 1985). 이와 같은 이론적 근거를 바탕으로 내재적 동기를 가장 잘 반영한다고 생각되는 몰입 경험, 과제 흥미, 과제 집착과 관련된 문항을 제작하였다.

자기조절학습 이론의 자기조절체계 안에는 자기효능감, 자기조절과정, 목표설정 등이 모두 포함되는데, 자기효능감이란 학습자가 수행을 위해 요구되는 행위를 조직하고 실행해 나가는 자신의 능력에 대한 판단으로 지각된 효능감, 효능기대, 혹은 자기 효능성에 대한 신념을 의미한다. 성취상황에서 자기 효능감은 활동을 선택하고, 노력하고, 어려운 상황에서도 끈기를 보이는 동기적 기제이다. 그러나 자기효능감은 동기를 설명하기 위한 독립적인 개념이라기보다는 자기조절체계 속에서 자기조절의 하위기능에 영향을 주는 매개요인으로 볼 수 있다. 따라서 자기효능감에 대한 이해는 학습자의 학습과정 자체인 자기조절의 전체과정 속에서 진행되어야 한다. 이러한 자기효능감을 포괄하는 자기조절체계란 인간의 모든 의도적인 성취행동을 설명하는 일반적인 틀로서 성취목표의 설정으로부터 시작하여 수행을 마칠 때까지의 자기관찰, 자기 평가, 자기 반응 등 전과정을 포함하는 체계이다. 이러한 이론들을 근거로 하여 자기조절 효능감, 과제난이도 선호, 자신감에 관한 문항들로 구성하였다.

학습 전략 또는 학습기술은 특정영역의 지식이나 일반적 지적능력과는 구별되는 것으로 동기적 측면과 밀접한 관계를 갖고 있다. 자기조절학습 전략은 수행에 대한 자기평가, 주의와 기억된 정보의 조직, 계획과 목표설정, 정보와 조언 추구, 과제와 학점의 기록 유지, 자기감시, 환경의 구조화, 시연(rehearsing), 기억, 자기강화, 통찰, 언어적 정교화, 교재의 이해에 대한 감시 등으로 구성되어 있다고 본다(Zimmerman, 1990). 자기조절학습 전략의 이용은 학습자의 전반적인 능력과 관계없이 학업성취에 직접적인 공헌을 하며, 자기조절적 학습자는 조절과정과 학습결과 간의 전략적 관계를 알며, 학업 목표를 성취하기 위해 전략을 체계적으로 사용한다. 따라서, 학습기술을 인지적 전략과 초인지적 전략으로 구분하여 문항을 제작하였다.

이 검사 도구는 이 연구에서 개발된 프로그램의 효과가 학습자의 동기적 속성에까지 영향을 줄 것이라는 가설을 검증하기 위하여 창의적 문제해결력 신장 프로그램 실시 전과 후에 사용되었다. 이 도구의 구성 내용은 학업적 효능감 25문항, 내재적 동기 11문항, 학습 기술 16문항이었으나, 신뢰도 분석 결과 문항-총점간 상관이 .20 이하인 문항들이 발견되어 이들을 제거하고 학업적 자기효능감 24문항, 내재적 동기 7문항, 학습기술 14문항이 분석에 실제 사용되었다. 또한, 학습자의 동기적 속성에 해당하는 학업적 자기효능감, 내재적 동기 및 학습자의 학습 기술에 대한 검사의 신뢰도(내적합치도)를 구하기 위해 Cronbach α값을 산출해 본 결과, 학업적 효능감은 .83, 내재적 동기는 .70, 학습기술은 .87이었다. 검사의 신뢰도와 더불어 학업적 자기 효능감, 내재적 동기, 학습기술간의 상관 분석을 한 결과, 내재적 동기와 학업적 자기 효능감 간의 상관은 .61, 내재적 동기와 학습기술간의 상관은 .60, 학업적 자기 효능감과 학습기술간의 상관은 .64였다.

3) 학교 성취도 검사

이 연구에서 개발되는 프로그램의 실험이 학교에서 이루어지는 성취도 검사에 영향을 주는지를 검증하기 위하여 창의적 문제해결력 증진 프로그램 실시 전인 1학기 중간고사와 실시 후인 2학기 기말고사의 성취도를 비교하였다. 이 성취도 검사는 70%의 5지 선다형 문항과 30%의 단답형 문항으로 구성되었으며 대부분 개념 중심적이고 계산 중심적인 내용으로 이루어졌다.

5. 검사의 실시 및 채점

1999년 5월에 수학 창의적 문제해결력 사전 검사와 학습 동기 및 학습 기술 사전 검사를 실험집단과 비교집단 3개 반을 대상으로 실시하였고, 그 중 실험집단 2개 반을 대상으로 창의적 문제해결력 신장을 위해 개발한 교육과정에 따른 규칙성과 함수, 확률과 통계, 도형, 측정 영역의 수업을 실시하였다. 1999년 12월 수학 창의적 문제해결력 사후 검사와 학습 동기 및 학습 기술 사후 검사를 실험집단과 비교집단 3개 반을 대상으로 실시하였다. 사전 검사는 45분 동안 실시하였으나, 사후 검사는 학교에서의 단축수업으로 인하여 실험집단과 비교집단 모두 35분 동안 실시하였다.

채점은 각 문항에 대한 반응을 분석하면서 채점 기준표를 완성하여 확산적 사고력과 비판적 사고력의 척도에

따라 채점하였다. 특히, 비판적 사고력은 총괄적 평가(holistic scoring) 방법으로 이루어졌다. 채점의 객관성을 확보하기 위하여 3명의 채점자가 채점에 참여하였는데 모두 교육과정의 개발과 검사지 개발 및 채점기준 마련에 같이 참여한 교사들로 구성되어 있어서 충분한 채점자 훈련을 거쳤다고 볼 수 있다. 그 결과 채점자간 신뢰도는 .95~.99로 매우 높게 나타났다. 이 3명의 채점자가 각각 채점을 한 이후 합의를 통하여 최종 점수를 부여하였다. 다음 <표 IV-2>는 사후검사의 확산적 사고력의 채점기준표로 예의 개수에 따라 유창성의 점수를, 유형의 개수에 따라 융통성의 점수를 부여하였다. <표 IV-3>과 <표 IV-4>는 비판적 사고력의 타당성과 신뢰성의 채점기준을 나타낸 것이다.

<표 IV-2>는 수학 창의적 문제해결력 사후 검사 중 확산적 사고력에 해당되는 채점 기준표로 유창성 점수는 각 문항에 대한 반응의 개수에 2배한 점수를 부여하였고, 융통성 점수는 각 유형의 가지 수에 2배하여 점수를 부여하여 계산하였다. 독창성 점수는 반응의 수학적인 의미와 가치, 아이디어의 독특성, 유용성 또는 희소성을 고려하고 반응의 빈도 수를 확인하여 전체 반응의 4%이상~6%이하는 1점, 2%이상~4%미만은 3점, 0%이상~2%미만은 5점으로 차등화 하여 부여하였다. 이렇게 채점한 유창성·융통성·독창성 점수를 그대로 합하면 20점을 넘을 수도 있는데 비판적 사고력 점수와의 균형을 맞추기 위해서 최고 점수를 20점으로 제한하였다.

비판적 사고력은 타당성과 신뢰성을 반응의 적절성과 정교성을 따져 <표 IV-3>과 <표 IV-4>의 기준에 따라서 각각 10점 만점의 5단계 점수를 부여하였다. 비판적 사고력의 점수도 최고 점수가 20점이다. 따라서, 한 문항의 최고 점수는 40점이고 총 5문항으로 이루어졌으므로 한 검사의 최고 점수는 200점이 된다

V. 연구 결과의 분석

1. 수학 창의적 문제해결력 검사

실험집단(N=66)과 비교집단(N=33)의 창의적 문제해결력 사전, 사후검사에 대한 서술 통계는 <표 V-1>과 같다.

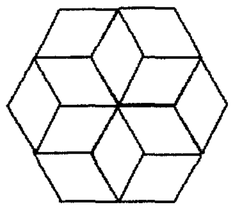
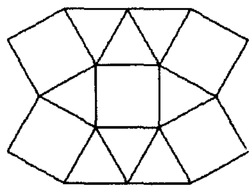
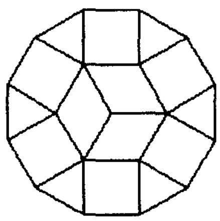
<표 V-1>의 결과를 근거로, 창의적 문제해결력 검사에 대하여 실험집단과 비교집단 간의 유의한 차이가 있는지를 알아보기 위하여 이원변량분석(혼합설계)을 시행하였다. 이 분석 방법을 사용한 이유는 피험자내 변인과 피험자간 변인간의 상호작용 효과가 있는지를 확인하기 위해서이다. 분석 결과는 <표 V-2>와 같다. 여기에서 집단유형이란 실험집단과 비교집단을 말하는 것이고, 검사유형이란 사전검사와 사후검사를 의미한다.

<표 V-2>에서 알 수 있듯이, 창의적 문제해결력 검사 총점에 있어서 검사유형(사전·사후검사)과 집단간(실험집단과 비교집단)의 상호작용 효과가 유의하다. 즉, 사전검사와 사후검사간 평균의 차이가 실험집단과 비교집단에서 비슷한 양상으로 나타나지 않았다.

실험집단과 비교집단이 사전검사와 사후검사간 평균의 차이에서 다른 양상을 보이는데, 그 평균의 차이가 유의한가를 알아보기 위하여 각 집단별로 t검증한 결과, 실험집단에서는 사전검사와 사후검사간 평균 차이가 유의수준 0.05에서 유의한 반면, 비교집단에서는 그 차이가 유의하지 않았다. 이와 같은 결과는 실험집단에서 실시한 프로그램의 효과가 있었음을 의미한다.

다음의 <표 V-3>~<표 V-6>은 창의력의 요소인 확산적 사고와 비판적 사고를 세부 요소로 나누어 집단간 사전·사후검사의 평균의 차이가 유의한지 이원변량분석을 시행한 결과를 나타낸 표이다.

<표 IV-2> 사후검사 채점기준: 확산적사고(유창성,융통성,독창성)

문항		유형	기준	예
1	예	1	자연수만을 사용	· (1, 12), (2, 10), (3, 8), (4, 6), (5, 4), (6, 2)
		2	음수를 사용	· (0, 14), (7, 0), (-1, 16), (-2, 18), (-3, 20), (-4, 22), (-5, 24)
		3	사칙연산을 사용	· (5, 2)+(0, 2)
2		1	단편적인 수치의 설명	· 1등은 A, 2등은 B, 3등은 C · B는 달리다가 15~25초 사이에 쉬었다.
		2	종합적인 흐름이나 변화를 설명	· 처음엔 B가 제일 빠르고 중간에는 C가 제일 빠르고 끝에는 A가 제일 빠르다. · B가 C한테 역전당했다가 다시 역전한다.
		3	원인을 분석	· B는 빠르게 달리다가 중간에 넘어졌다. 그래서 그냥 달리던 C에게 잠시 뒤쳐지지만 결국에는 C를 이겼다.
3	정리	1	표	· 도수분포표
		2	그래프	· 히스토그램, 도수분포다각형, 원그래프, 누적도수분포다각형
		3	규칙적인 배열	· 순위별 배열, 나름대로 정한 규칙에 따른 배열
	내용	1	단편적 수치의 설명	· 제일 적은 시간은 17분이다. 제일 많은 시간은 352분이다.
		2	종합적인 흐름이나 변화를 설명	· 100분에서 150분까지 사용하는 사람이 가장 많다는 것을 알 수 있다.
		3	원인을 분석	· 100분이상 전화를 한 것은 인터넷을 했기 때문이다.
4		1	막대별 계산	· 1+3+12+1+2+3+10+3+3=38
		2	전체 넓이 - 겹치는 부분	· 16+2+12+12-1-3=38
		3	시각적 방법	· 앞(6)+옆(14)+위(6)+아래(6)+뒤(6)=38
5		1	한 가지 도형만 사용	
		2	두 가지 도형을 사용	
		3	세 가지 이상의 도형을 사용	

<표 IV-3> 비판적 사고력(타당성)의 채점기준

점수	기 준
10	· 문제에 내재되어 있는 수학적 개념과 절차, 구조에 대한 완벽한 이해를 보여주는 답안 · 문제의 모든 조건을 만족시키고 검증해 주는 답안 · 완벽하게 타당한 예측을 하고 옳은 결론을 이끌어내고 있는 답안
7.5	· 문제에 내재되어 있는 수학적 개념과 절차, 구조에 대한 이해를 보여주는 답안 · 문제의 대부분의 조건을 만족시키고 검증해 주는 답안 · 대부분 타당한 예측을 하고 있고, 결론의 대부분이 옳은 답안
5	· 문제에 내재되어 있는 수학적 개념과 절차, 구조에 대한 최소한의 결점(흠)을 보여주는 답안 · 문제의 일부분에 대하여만 조건을 만족시키고 검증해 주는 답안 · 비합리적인 예측을 하고 있고, 결론에 타당하지 않은 부분이 있는 답안
2.5	· 문제에 내재되어 있는 수학적 개념과 절차, 구조에 대한 최대한의 결점(흠)을 보여주는 답안 · 문제의 조건을 제대로 충족시켜 주지 못하는 답안 · 결론은 타당하지 않고 예측은 비합리적인 답안
0	· 부적절한 반응을 하거나, 반응이 없는 답안 · 문제의 일부분을 베껴 적어 놓거나 해결을 시도하지 않은 답안

<표 IV-4> 비판적 사고력(신뢰성)의 채점기준

점수	기 준
10	· 분명하고, 일치하며, 모호하지 않고, 모든 면에 있어서 완벽한 답안 · 예와 예가 아닌 것에 대해서 완벽하게 지지하는 발언을 해 주는 답안 · 모든 답은 맞으며, 정당화되어 있는 답안 · 문제해결시 수학적 절차를 사용하는 데 있어 확실성과 능률성을 보여주는 답안 · 계산을 정확하게 한 답안
7.5	· 추론적으로 분명한 설명이 있는, 어느 정도는 완벽한 답안 · 예와 예가 아닌 것에 대해서 적당하게 지지하는 발언을 해 주는 답안 · 문제해결시 수학적 절차를 사용하는 데 있어 만족스러운 확실성과 능률성을 보여주는 답안 · 계산을 일반적으로 정확하게 한 답안
5	· 답안을 제시하기는 하지만, 분명하지 못하고 상세함이 부족한 설명을 하는 답안 · 대체로 정확한 결론을 도출해 내지만, 어느 정도 불완전하고 결점이 있는 답안 · 문제해결시 수학적 절차를 사용하는 데 있어 확실성도 능률성도 보여주지 않는 답안
2.5	· 계산은 번번히 실수를 하고 정확하지 않은 답안 · 반응이 불완전하고, 설명은 불충분한 답안 · 잘못된 추론을 사용하고 옳지 못한 결론을 도출하는 답안 · 문제해결시 수학적인 절차를 사용하는 데 있어 아주 제한된 능력을 보여주는 답안
0	· 부적절한 반응을 하거나, 반응이 없는 답안 · 문제의 일부분을 베껴 적어 놓거나 해결을 시도하지 않은 답안 · 틀린 계산과 식들로만 가득 찬 답안

<표 V-1> 집단별 창의적 문제해결력 사전·사후검사에 대한 서술통계

변수		총점 사전/사후	확산적사고 사전/사후	유창성 사전/사후	융통성 사전/사후	독창성 사전/사후	비판적사고 사전/사후	타당성 사전/사후	신뢰성 사전/사후
실험 집단 (n=66)	평균	**48.83**	**22.88**	13.91	7.82	1.62	**25.95**	13.83	12.12
		68.05	**29.00**	17.03	9.94	2.64	**39.05**	20.95	18.11
	표준편차	**22.48**	**10.80**	7.04	3.21	3.64	**12.15**	6.45	5.84
		30.10	**13.32**	8.36	4.19	3.82	**17.44**	9.23	8.41
비교 집단 (n=33)	평균	**36.23**	**17.36**	9.94	6.06	2.12	**18.86**	10.15	8.71
		38.82	**17.45**	9.76	6.30	1.51	**21.36**	11.44	9.92
	표준편차	**26.75**	12.96	7.34	4.05	4.67	**14.13**	7.65	6.53
		27.95	12.91	7.56	3.94	3.32	**15.40**	8.17	7.30

<표 V-2> 창의적 문제해결력 검사 이원변량분석 결과

변량원	자유도	SS	MS	F값
집단유형	1	3201.71	3201.71	13.67*
검사유형	1	424.49	424.49	5.80*
상호작용	1	400.01	400.01	5.47*

* p<.05

<표 V-3> 확산적 사고의 이원변량분석 결과

변량원	자유도	SS	MS	F값
집단유형	1	28506.73	28506.73	26.32*
검사유형	1	2155.47	2155.47	6.14*
상호작용	1	11919.00	11919.00	33.98*

* p<.05

<표 V-3>에서 알 수 있듯이 확산적 사고에 있어서 검사유형과 집단간의 상호작용 효과가 유의하다. 즉, 사전검사와 사후검사간 확산적 사고 점수의 평균의 차이가 실험집단과 비교집단에서 비슷한 양상으로 나타나지 않았다. 어떻게 다른 양상을 보이는지를 알아보기 위하여 상호작용 효과에 대한 t검증을 실시한 결과, 실험집단에서는 사전·사후 검사간 평균차이가 유의수준 0.05에서 유의한 반면, 비교집단에서는 유의하지 않았다. 이와 같은 결과는 실험집단에서 실시한 프로그램이 확산적 사고에 효과가 있었음을 의미한다.

다음 <표 V-4>는 확산적 사고를 요소별로 나누어 집단간 사전·사후검사의 평균 차이의 유의한 정도를 알아보기 위하여 이원변량분석을 시행한 결과이다.

<표 V-4> 확산적사고요소(유창성, 융통성, 독창성)의 이원변량분석결과

변량원		자유도	SS	MS	F값
유창성	집단유형	1	1390.31	1390.31	16.33*
	검사유형	1	95.04	95.04	3.02
	상호작용	1	120.01	120.01	3.81
융통성	집단유형	1	320.04	320.04	14.62*
	검사유형	1	61.45	61.45	8.39*
	상호작용	1	38.83	38.83	5.30*
독창성	집단유형	1	4.25	4.25	0.22
	검사유형	1	1.84	1.84	0.17
	상호작용	1	28.91	28.91	2.73

*p<.05

위의 <표 V-4>는 유창성 점수와 독창성 점수는 검사유형과 집단간의 상호작용 효과가 유의수준 0.05에서 유의하지 않다는 것을 보여준다. 즉, 사전검사와 사후검사간 평균의 차이가 실험집단과 비교집단에서 통계적으로 유의할 정도로 다른 양상을 보이지 않았다는 것을 뜻한다. 반면, 융통성 점수는 검사유형과 집단간의 상호작용 효과가 유의하다. 즉, 사전검사와 사후검사간 융통성 점수의 평균의 차이가 실험집단과 비교집단에서 비슷한 양상으로 나타나지 않았다는 것이다. 이 상호작용 효과에 대한 t검증을 한 결과, 실험집단의 경우 사전·사후검사의 평균 차이가 유의하였으나, 비교집단의 평균은 유의한 차이를 보이지 않았다. 이것도 실험집단의 프로그램이 융통성 점수에 효과를 주었다는 것을 의미한다.

다음의 <표 V-5>는 비판적 사고의 이원변량분석 결과를 나타낸 것이다

<표 V-5> 비판적 사고의 이원변량분석 결과

변량원	자유도	SS	MS	F값
집단유형	1	6750.57	6750.57	19.87*
검사유형	1	2679.04	2679.04	25.02*
상호작용	1	1237.37	1237.37	11.55*

*p<.05

<표 V-5>는 비판적 사고의 검사유형과 집단간의 상호작용 효과가 유의함을 보여준다. 이렇게 비판적 사고의 사전·사후검사의 평균의 차이가 집단별로 비슷한 양상으로 나타나지 않는 것을 t검증한 결과, 실험집단에서는 유의한 평균 차이(사전 25.95점, 사후 39.05점)를 보였고, 비교집단은 유의하지 않았다(사전 18.86점, 사후 21.36점).

이것 역시 비판적 사고에서도 실험집단의 프로그램이 효과가 있었음을 의미한다.

<표 V-6>은 비판적 사고요소를 타당성과 신뢰성으로 나누어 각각을 이원변량분석한 결과이다.

<표 V-6>에서 비판적 사고 요소인 타당성이나 신뢰성 모두 검사유형과 집단간의 상호작용 효과가 유의했음을 확인할 수 있다. 집단별로 평균의 차이에 있어 다른 양상을 보이는 정도에 대한 t검증을 한 결과, 타당성 점수에서는 실험집단은 유의한 평균 차이(사전 13.83점, 사후 20.95점)를 보인 반면, 비교집단은 유의하지 않았으며(사전 10.15점, 사후 11.44점), 신뢰성 점수에서도 실험집단은 유의하고(사전 12.12점, 사후 18.11점), 비교집단은 평균 차이가 유의하지 않았다(사전 8.71점, 사후 9.92점). 이와 같은 결과는 실험집단의 프로그램이 타당성이나 신뢰성 모두에 효과가 있었음을 의미한다.

<표 V-6> 비판적 사고(타당성, 신뢰성)의 이원변량분석 결과

변량원		자유도	SS	MS	F값
타당성	집단유형	1	1911.36	1911.36	20.04*
	검사유형	1	777.84	777.84	25.18*
	상호작용	1	374.31	374.31	12.12*
신뢰성	집단유형	1	1477.84	1477.84	19.16*
	검사유형	1	569.76	569.76	22.97*
	상호작용	1	250.57	250.57	10.10*

*p<.05

2. 학습동기 및 학습기술 검사

각 집단별 학습동기 및 학습기술의 사전·사후 검사에 대한 서술통계는 다음 <표 V-7>과 같다.

<표 V-7> 집단별 학습동기 및 학습기술에 대한 사전·사후검사 서술통계

변수		학업적 효능감 사전/사후	내적동기 사전/사후	학습기술 사전/사후
실험집단 (n=66)	평균	3.86 3.83	3.86 3.88	3.59 3.62
	표준편차	0.63 0.63	0.76 0.72	0.75 0.67
비교집단 (n=33)	평균	3.73 3.82	3.78 3.77	3.61 3.61
	표준편차	0.71 0.82	1.02 0.79	0.99 0.89

*p<.05

<표 V-7>는 학업적 자기 효능감, 내적 동기, 학습 기술 모두 통계적으로 유의수준 0.05에서 유의하지 않음을 나타낸다. 즉, 실험집단과 통제집단간의 평균 차이가 유의하지 않았으며, 사전검사와 사후검사간의 평균 차이도 유의하지 않았다.

3. 학교 성취도 검사

<표 V-8>은 두 집단의 학교 성취도 검사 점수(중간고사, 기말고사 점수)에 대한 서술 통계이다.

<표 V-8> 집단별 학교 성취도 사전·사후검사에 대한 서술통계

변수	실험집단		비교집단	
	평균	표준편차	평균	표준편차
중간고사	77.56	19.58	74.52	23.67
기말고사	75.12	17.54	70.42	22.38

성취도 검사에 대하여 집단간의 유의한 차이가 있는지를 알아보기 위하여 이원변량분석을 시행하였다. 이 분석방법을 사용한 이유는 피험자내 변인과 피험자간 변인간의 상호작용 효과가 있는지를 확인하기 위해서이다. <표 V-9>는 성취도검사의 이원변량분석을 한 결과이다.

<표 V-9>는 성취도 검사에서는 어떠한 효과도 유의수준 0.05에서 유의하지 않음을 나타낸다.

<표 V-9> 성취도 검사의 이원변량분석 결과

변량원	자유도	SS	MS	F값
집단유형	1	656.82	656.82	0.95
검사유형	1	466.92	466.92	3.88
상호작용	1	30.56	30.56	0.25

Ⅵ. 결론 및 제언

1. 결 론

이 연구는 1997년도에 창의적 문제해결력에 대한 기초연구, 1998년도에 창의적 문제해결력 신장을 위한 주제 중심의 교육과정 개발에 이어, 1999년도에는 중학교 1학년 수학 창의적 문제해결력을 높이기 위한 주제 중심의 교육과정의 개발과 그 효과를 검증하기 위한 실험 연구로 이루어졌고, 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 창의적 문제해결력 검사에 있어서 전체적으로 프로그램의 긍정적인 효과가 있었다. 수학 창의적 문제해결력 검사의 사전·사후검사를 집단별로 채점한 결과, 실험집단에서는 검사의 유형별로 평균의 차이가 유의한 반면, 비교집단에서는 유의한 차이를 보이지 못했다. 이는 우리가 개발, 실시한 교육과정이 창의적 문제해결력 향상에 효과가 있음을 의미한다. 창의적 문제해결력의 요소인 확산적 사고와 비판적 사고에서도 집단별로 유의한 평균차이를 보이고 있다. 확산적 사고의 세부 요소인 유창성, 융통성, 독창성 중에서는 융통성에서만이 집단별로 유의한 차이를 보였으며, 비판적 사고의 세부 요소인 타당성과 신뢰성 모두에서는 집단별 유의한 차이를 나타내었다. 융통성에서 유의한 차이를 보이는 이유는 실험집단이 평소 실생활과 관련되고 주제 중심으로 연결된 수업을 통하여 다양한 표현을 나타내는 것을 연습하는 기회를 많이 가졌기 때문이라고 해석할 수 있다. 그러나 독창성은 장기간에 걸쳐 형성될 뿐만 아니라 유창성과 융통성이 충분히 생긴 다음에 발전할 수 있는 것이므로 이번 연구 기간동안에는 유의한 차이를 보이지 않았을 수도 있다. 좀 더 장기간의 연구를 실시한다면, 독창성의 향상을 이루게 될 것이라고 생각한다. 또한 비판적 사고에 있어서 집단별로 차이를 보인 이유는 실험집단이 수업시간에 활발한 토론활동을 통하여 의사소통 능력이 향상될 수 있었고, 활동지에 자신의 문제해결 방법이나 생각에 대해 표현하는 기회를 많이 가짐으로써 타당성이나 신뢰성 면에서 많은 향상이 이루어졌다고 본다.

둘째, 학습 동기 및 학습기술 향상에 있어서 집단간의 유의한 차이가 존재하지 않았다. 이 연구에서의 창의적 문제해결력의 개념 모형에는 동기적 요소도 포함되어 있으며, 이는 학습자의 정의적 특성 중에서 학습활동의 원동력을 제공하는 요소로서 학습활동을 논의할 때는 빼놓지 않고 거론되는 부분이다. 그런데, 이 검사에 있어서 유의한 차이가 나타나지 않았다는 것은 이 프로그램이 학습동기 및 학습기술을 향상시키는 데 효과를 나타내기에는 실험기간이 짧았다고 볼 수 있다. 왜냐하면 태도 변화 등을 포함한 정의적 요소는 단기간에 형성되기 어렵기 때문이다. 이 영역에서 통계적으로는 유의한 차이가 나타나지 않았지만, 실제 수업시간에 실험집단에서는 다양하고 깊이 있는 사고가 필요한 질문들을 많이 하였으며, 독창적이고 융통성 있는 표현과 문제해결 방법을 찾아내는데 비해, 비교집단에서는 단편적인 지식을 묻는 질문이 나오고 교사가 창의적인 사고력을 요구하는 발문을 하면 답변을 하지 못하는 등 단순한 것도 교사가 설명해주어야 학생들이 이해하여 집단간에 수업태도에 있어서 차이를 확인할 수 있었다.

셋째, 학교 성취도 검사에 있어서도 집단간의 유의한 차이가 존재하지 않았다. 이 연구의 목적은 수학 창의적 문제해결력의 성장에 있으나, 학교 성취도 검사의 문항은 대부분 지식 위주의 선다형·단답형이기 때문에 이에 긍정적인 효과를 보지 못한 것으로 해석된다. 그러나 교과서 내용 위주의 선다형, 단답형 문항이 대부분인 학교 성취도 검사에도 실험집단의 평균점수가 크게 떨어지지 않았다는 것은 창의적 문제해결력 중점의 수업에서도 학생들의 기본적인 수학적 개념이나 기능을 동반적으로 습득하게 된다고 볼 수 있다.

2. 제언

이번 연구에서 얻은 결론을 통하여 창의적 문제해결력 신장을 위해 다음과 같은 제언을 하고자 한다.

첫째, 이 연구에서 개발, 실시한 프로그램이 창의적 문제해결력 신장에 긍정적인 효과를 준 것으로 보아, 분절된 지식의 암기나 계산 방법의 연습을 위주로 하는 수업보다는 주제들의 연결과 통합을 통한 고등 수학적 사

고활동을 통한 수업이 창의적 문제해결력을 기르는 데 중요한 역할을 한다고 볼 수 있다. 따라서 교육과정 개발자나 현직 교사들이 이러한 연구 결과를 참고로 하여, 창의적 문제해결력 신장을 위해 꾸준한 노력과 관심을 기울이는 것이 필요할 것이다.

둘째, 이 연구에서는 정의적 요소, 즉 학습 동기 및 학습 기술의 향상에는 효과를 확인하지 못하였는데 좀 더 장기간의 연구를 실시할 필요가 있다고 생각된다. 또한 수학 창의적 문제해결력에 중요한 역할을 하는 학습 동기 및 학습 기술을 증진시키기 위해서는 실질적이고 구체적인 프로그램이 다양하게 연구되고 실시되어야 할 것이다.

셋째, 위에서 논의하였듯이 창의적 문제해결력에 중요한 역할을 하는 학습 동기 및 학습 기술에 있어서 본 연구에서 개발·실시한 프로그램의 효과를 검증하였을 때, 프로그램을 실시한 집단과 그렇지 않은 집단의 변화의 차이는 유의하지 않았지만, 수업시간에 실험집단의 학생들의 학습 태도뿐만 아니라 의사소통적 기술의 세련과 학습상의 실제적인 변화가 있었음을 알 수 있었다. 이런 의미에서 창의적 문제해결력의 신장을 확인하기 위한 구체적이고 신뢰성 있는 도구의 개발이 필요하다.

넷째, 이 연구는 한 학교의 한 학년에만 한정되어 실시되었으므로 다른 환경이나 다른 학년에 있는 학생들을 대상으로 그 효과를 검증해 볼 필요가 있다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 수학과 교육과정, 교육부 고시 제1997-15호 [별책 8].

권오남·김정효 (1997). 창의적 문제해결을 위한 초, 중등 수학 교육과정 개발을 위한 기초연구, 초등교육연구 11, pp.213-237.

권오남·방승진·송상헌 (1999). 중학교 수학 영재아들의 다답형 문항 반응 특성에 관한 연구, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 38(1), pp.37-48.

권오남·송상헌·박경미·임형·허라금 (1998). 수학적 창의력에서의 성별 차이에 관한 연구, 대한수학교육학회 논문집 8, 723-743.

김경자·김아영·조석희 (1997). 창의적 문제해결력 신장을 위한 교육과정 개발의 기초: 창의적 문제해결의 개념모형 탐색. 교육과정연구 15(2), pp.129-153.

김연식·김홍기 (1994). 중1수학. 서울: 두산동아.

김영채 (1995). 사고와 문제해결 심리학, 서울: 博英社.

김정효·권오남 (1999). 창의적 문제해결력 신장을 위한 수학교육과정개발: 개념적 지식을 중심으로, 교과교육학 연구 3(2), pp.247-264.

송상헌 (1998). 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구, 서울대학교 대학원 교육학 박사학위 논문.

이성교 (1987). 교육과정과 평가, 서울: 양서원.

조석희 역 (1996). 창의성-요소적 접근 모델. 인간발달연구 24, pp.5-27. Urban, K.K.(1995), *Creativity-Componential Approach.*

조연순·최경희·서예원 (1998). 창의적 문제해결력 신장을 위한 과학교육과정 개발 연구: 주제중심의 초등과학교육과정 내용구성, 한국과학교육학회지 18(4), pp.527-537.

조연순·최경희·조덕주 (1997). 창의적 문제해결력 신장을 위한 초등 과학 교육과정 연구: 현행 교육과정, 교과서, 수업현장분석, 초등교육연구 11, 185-211.

황혜정·김홍원·박경미·김수환 (1997). 창의력신장을 돕는 중학교 수학과 학습평가 방법, 서울특별시 서부교육청 행정간행물등록번호 71100-81132-97-9731.

Alberta Department of Education, Edmonton (1996). *Alberta program of studies for K-9 mathematics,* Alberta Department of Education, Edmonton.

Australian Education Council (1990). *A national statement on mathematics for Australian schools,* Carlton: curriculum corporation.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control.* New York: Freeman

Berlyne, D. E. (1960). *Conflict, arousal, and curiosity,* New York: McGraw-Hill.

California Department of Education (1992). *Mathematics framework for California public schools,* California Department of Education.

Csikszentmihilyi, M. (1975). *Beyond boreman and anxiety. San Francisco of discovery and invention.* New York: Harper Collins.

Deci, E. L. & Ryan, M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior.* New York: Plenum Press.

Dividson, P. S. & Willcutt, R. E. (1983). *Spatial problem solving with cuisenaire rods.* Cuisenaire Company of America, Inc.

Guilford, J. P. (1959). Three Faces of Intellect. *Ammerican Psychologist* 14, pp.469-479.

Hadamard, J. (1945). An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field, New York: Dover Publication.

Harter, S. (1978). Effecting motivation reconsidered: Toward a developmental model. *Human Development* 21, pp.34-64.

Haylock, D. W. (1987). A Framework for Assessing Mathematical Creativity in Schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics* 18, pp.59-74.

Howson, G. (1994). Mathematics on the New Zealand Curriculum, The University of Sothampton Press.

Kruglanski, A. W. (1975). The endogenous-exogenous partition in attribution theory. *Psychological Review* **82**, pp.387-406.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in School Children,* The University of Chicago Press.

Lepper, M. R. & Greene, D. (Eds.) (1978). *The hidden costs of reward: New perspectives on the psychology of human motivation.* Hillsdale, N.J.: Erlbaum.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics addenda series,* Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics: Standards : HomeContent http://standards-e.nctm.org/1.0/normal/standards.

Polya, G. (1957). *How to Solve It.* 2nd ed., New York: Double day.

Seymour, D. & Britton, J. (1989). *Introduction to tessellations.* Dale Seymour Publications.

Sternberg, R. J. & Williams, W. M. (1996). *How to develope student creativity.*

The British Council (1997). *The national curriculum for maths,* The British Council.

White, R. W. (1959). Motivation reconsidered: The concept of competence. *Psychological Review*, **66**, pp.297-333.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview. *Educational Psychologist,* **25(1)**, pp.3-17.

Application and Examination the Effect of Mathematics Curriculum to Enhance Creative Problem Solving Abilities

Kwon, Oh Nam
Department of Mathematics Education, Ewha Womans University, Seoul 120-750, Korea
E-mail: onkwon@mm.ewha.ac.kr

Kim, Jung Hyo
Departmant of Elementary Education, Ewha Womans University, Seoul 120-750, Korea
E-mail: junghyo@mm.ewha.ac.kr

The purpose of this study is to develop and implement an alternative secondary mathematics curriculum to enhance creative problem-solving abilities. The curriculum consisting of three main elements-content knowledge, process knowledge and creative thinking skills- was developed. Lessons were taught by a problem-based-learning method in an experimental group.

In order to examine the effect of the curriculum, performance assessment was developed and used for pre and post. There were significant group differences in the creative problem-solving abilities, so we could examine the effect of developed program and confirm the group differences in the attitude for lessons. But there were no significant group differences in a motive for learning, a study skill and the achievement test.

<부록> 중학교 1학년 수학교육과정

영역 지식	연결 주제		수와 연산	문자와 식	규칙성과 함수	확률과 통계	도형	측정
내용지식		총괄개념	**수는 사물과 사건의 수량적 성격을 추상화하여 표현한 것이고 이러한 수는 체계를 구성하고 있다. 사물이나 사건의 수량적인 변화는 수체계의 관계와 수학적 기호를 이용하여 표현된다.**	**실생활의 여러 가지 상황은 문자와 식을 사용하여 표현됨으로써 문제해결이나 수학적 의사소통을 돕는다.**	**여러 가지 사물과 현상에서 발견되는 규칙성은 그림, 기호, 수, 수학적 언어 등으로 나타내어 일반화된다. 어떤 규칙성은 함수적 관계를 가지며 이의 다양한 표현은 일상생활의 현상을 이해, 예측하기 위한 수학적 모델이 된다.**	**실생활의 자료들은 효율적으로 조사, 수집, 분석, 분류, 정리, 제시됨으로써 유용한 정보를 제공하며 이는 사건이나 현상을 통계, 예측하는데 사용된다.**	**생활주변의 기하적 대상은 점, 선, 면의 기본도형으로 이루어진 평면도형과 입체도형으로 구성되어 있으며, 이러한 도형의 성질은 명제화되고 이들은 논리적 추론에 의해 증명된다.**	**측정은 우리를 둘러싼 사물의 양을 수량화하는 과정으로 단위와 도구의 선택, 전략의 사용, 공식의 적용 등을 포함한다.**
		학년개념	**조건이 명확한 대상들은 집합으로 묶여질 수 있고, 집합은 연산 법칙을 갖는다. 실생활의 다양한 문제 해결을 위해서는 수, 다양한 기수법, 자연수 사이의 관계, 유리수 체계에 대한 이해와 계산적 유연성이 필요하다.**	**수학적 의사소통이나 문제 해결을 위해서는 문자의 도입이나 식의 활용이 효과적이다.**	**생활 주변에는 비례관계를 가진 변화하는 두 양이 있고, 이는 그래프, 표, 문자식 등으로 다양하게 표현됨으로써 그 규칙을 나타낸다.**	**실생활의 현상을 이해하기 위하여 수집된 자료들은 문제 상황에 따라 적절한 표현 방법이 선택되어 다양한 표와 그래프 등으로 정리, 표현된다.**	**모든 도형은 점, 선, 면의 기본 도형으로 이루어져 있고, 정확한 공간감각과 수학적 기호화가 물리적 세계의 추상화를 통한 문제해결을 돕는다.**	**다각형, 부채꼴 등의 평면도형과 기둥, 뿔, 뿔대 등의 입체도형의 각, 둘레의 길이, 넓이, 겉넓이, 부피를 구하는 알고리즘이 있고 이는 실생활의 문제해결에 활용된다.**
	알고리즘 패턴과 일반화 관계 다양한 표현	하위개념	•실생활의 여러 가지 대상들은 그 속성에 따라 집합으로 분류될 수 있고, 그 연산에는 일정한 알고리즘이 있다. **(알고리즘, 규칙과 일반화)** •집합은 여러 가지 방법으로 시각화되며 여러 가지 집합들 사이에는 포함관계가 있다. **(관계, 다양한 표현)** •자연수는 세는 단위에 따라 이진법, 오진법, 십진법 등의 다양한 방법으로 표현된다. **(알고리즘, 다양한 표현)** •자연수는 유일한 방법으로 소인수 분해되며 자연수의 약수와 배수, 최대공약수와 최소공배수는 여러 가지 실생활의 문제해결에 활용된다. **(알고리즘, 관계)** •음수와 소수의 필요는 정수와 유리수를 발전시켰으며, 이들의 사칙연산의 알고리즘을 익히는 것은 실생활의 문제해결과 다른 영역에 활용된다. **(알고리즘, 관계)**	•문자의 도입은 식을 간단하게 만들고 실생활의 문제상황을 수학적으로 표현하게 한다. **(다양한 표현)** •일차식의 덧셈과 뺄셈에는 동류항을 이용한 알고리즘이 있다. **(알고리즘)** •일차방정식의 풀이는 등식의 성질을 이용한 알고리즘과 역연산을 이용한 알고리즘 등이 있다. **(알고리즘)** •실생활의 간단한 문제상황은 일차방정식으로 표현되어 해결될 수 있다. **(관계, 다양한 표현)**	•규칙성을 갖는 두 대상들 중 집합 X의 원소x가 집합 Y의 원소y에 대응될 때, 모든 x에 대응되는 집합 Y의 원소가 하나씩만 있을 때 이를 함수라 한다. **(관계)** •함수는 대응표, 순서쌍, 그래프, 관계식, 벤다이어그램 등으로 다양하게 표현된다. **(다양한 표현)** •생활 주변에는 y=ax와 y=a/x의 관계로 일반화되는 대상들이 있다. **(관계, 규칙과 일반화)** •일반화된 함수식은 미지의 미래를 예측하여 실생활의 비례관계를 포함한 문제 해결에 활용된다. **(관계, 규칙과 일반화)** •생활 주변의 다양한 상황은 그래프로 나타내어짐으로서 그 패턴을 쉽게 알아볼 수 있게 된다. **(다양한 표현)**	•생활주변에서 수집된 자료는 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형 등으로 다양하게 표현된다. **(다양한 표현)** •도수의 합이 다른 두 집합은 상대도수로 비교된다. **(관계)** •전체 자료의 서열에 관한 정보는 누적도수로 나타낸 표나 그래프에 의해서 제공된다. **(다양한 표현)** •평균, 중앙값, 최빈값은 집합의 값들을 대표하는 값으로 사용된다. **(알고리즘)**	•점, 선, 직선, 반직선, 평면, 각, 수직, 평행 등의 여러 가지 도형은 다양한 수학적 기호를 사용하여 표현된다. **(다양한 표현)** •평면과 공간에서의 점, 직선, 평면 사이에는 다양한 위치 관계가 있고 이는 물리적 세계의 모든 대상을 표상한다. **(다양한 표현, 관계)** •삼각형의 결정 조건이 삼각형의 합동조건으로 확장된다. **(관계, 규칙과 일반화)** •여러 가지 도형의 작도에는 일정한 알고리즘이 있고, 이는 다양하게 문제해결에 활용된다. **(알고리즘, 관계)** •다면체의 점, 모서리, 면의 개수에는 일정한 패턴이 있고, 이는 오일러 공식으로 일반화된다. **(규칙과 일반화)**	•다각형의 내각의 크기의 합을 구하는데는 삼각형의 내각의 크기의 합이 이용된다. **(규칙과 일반화, 관계)** •다각형의 외각의 크기의 합을 구하는데는 내각과 외각의 관계가 이용된다. **(규칙과 일반화, 관계)** •부채꼴의 넓이와 호의 길이를 구하는데는 비례식을 이용한 알고리즘이 있다. **(알고리즘, 규칙과 일반화, 관계)** •기둥과 뿔의 겉넓이와 부피를 구하는 알고리즘은 실험을 통하여 추론된다. **(알고리즘, 규칙과 일반화, 관계)**