

항공기 탑승권 초과예약 컴퓨터모형 (A Computer Model for Airline Overbooking)

오 형 재*

Abstract

This paper proposes a computer model for airline overbooking. The model is constructed in such a way that users feel easy to find the daily optimal number of additional customers given the reservations already booked on that day by providing the appropriate cost of denied boarding.

In this model, however, the reservations are restricted only up to 40 seats due to the limited P.C. capability. Heuristic approaches may be highly recommended for the larger number of reservations.

* 서울시립대

1. 서 론

항공기 탑승권의 초과예약의 역사를 이와 관련한 논문의 발표시기 측면에서만 보면 대략 1950년대 후반으로 추측된다. 항공사 운영의 관건은 예약업무의 효율성이다. 흔히 항공노선이 황금노선이면 운영에 아무런 문제가 없다고 생각하기 쉬우나 현실은 그렇지 않다. 예약의 취소와 예고 없는 당일불참(no-show)등이 문제를 어렵게 만들고 있기 때문이다.

당일불참에 대해 미국 민간항공국(CAB, Civil Aeronautic Board)서는 1964년 페널티를 부과하는 대안을 제시하기도 했으나 당일불참에 대한 정의의 애매성과 항공사에 대한 이미지 추락등의 이유로 이를 취소하고 그 대신 항공기 탑승권 초과 예약을 허용키로 하였다[3].

본 논문은 해당 법안의 당위성에 대해 논하지 않는다. 1950년대 이후 학자들이 이 문제를 어떻게 해결하고자 했는가에 대한 이론을 고찰한 후 운영자와 고객이 다같이 '만족'해 할 수 있는 최적 초과예약 컴퓨터 모형을 제시하는 데에 연구의 목적을 두었다.

2. 문헌적 고찰

초과예약에 대한 연구문헌을 보면, 우선 1958년 Beckman이 빈(empty) 항공기 좌석에 기인한 수익 손실(lost revenue)과 초과판매에 따른 손실의 합을 최소화하는 최적 예약상한선을 구하는 수학적 모형을 제시하였다[1]. 그 후 Kosten (1960)은 Beckman의 최적예약 상한선 설정에서 진일보하여 예약이 출

발전 t일 기간동안 펼쳐져 이루어지고 있음에 착안하여 이를 모형에 반영하였다[6]. 그러나 그는 예약 취소는 출발전 단 1회에만 이루어진다고 가정하여 모형을 구축하는데 그쳤다.

Thompson(1961)은 출발 전 예약취소는 단1회 이루어진다는 Kosten의 가정 대신, 취소는 출발전 t일부터 출발일 까지 꾸준히(sparsely) 이루어진다고 보았다[15]. 그러나 그는 취소확률은 t가 출발일로 부터 얼마나 떨어져 있는가에는 무관하다고 가정하였다.

이듬해 영국 유러항공의 Taylor는 Thompson의 모형에 기초하여 예약취소와 당일불참(no-shows), 그리고 단체취소에 대한 모형을 모형형식이 아닌 이론적 접근만을 시도하였다[14]. Beetman(1964)은 Taylor의 모형을 약간 단순화 시켜 모형의 실현가능성을 검증하였고[5], 1967년 어메리칸 에어라인의 Rothstein과 Stone은 처음으로 컴퓨터 모형을 개발, 소개하였다[12].

또한 Rothstein은 Markov이론과 동적 계획법을 적용하여 항공권 초과예약의 율(proportion)을 제약 조건으로, 승객들로부터의 수익을 최대화하는 수학적이론을 제시하고 이를 컴퓨터 프로그램을 이용하여 그의 이론의 응용성을 검증을 하였고 1974년에는 그의 이론을 호텔 초과예약에도 적용 가능함을 보였다[10, 13].

Wollmer(1992)와 Brumelle(1993)는 다양한 요금체계(discount-allocation)하에서의 최적 예약정책을 제시하였다[16, 2]. 다양한 요금체계란 항공권의 가격을 할인하는 제도로서 이를 위해서는 고객확보의 이점이 있는 반면 제 값 지불하고 항공권을 구입하는 고객을 잃는 단점이 있다. 또한 다양한 요금체계 정

책하에서는 동일한 시간에 예약한 단체고객에게도 상이한 요금체계의 적용이 불가피한 일이 발생하게 되는 단점도 있다.

다양한 요금체계하에서의 최적정책수립에 대해서는 이외에도 Littlewood (1972), Richter (1982), McGill (1993) 등의 논문이 있다[7, 8]. Robinson (1995)은 단체손님이 batch로 예약하는 경우를 다루었다. 이를 위해 그는 단체라 하더라도 예약행위가 순차적(sequentially)이라고 가정하였다[9].

1998년 Chatwin은 다양한 요금체계와 다양한 환불액에 관한 최적해를 도출하였다. 환불에 관하여 그는 출발일에 가까울수록 환불액을 할인(discount)하는 정책과 할인 환불액이 출발일과의 가까움과 무관한 경우로 나누어 전자 / 후자를 non-stationary / stationary fare system으로 구분, 연구하였다[4].

3. Rothstein의 항공기 초과예약 연구 [11]

제2장에서 살펴 본 연구논문들을 그 많은 연구실적에도 불구하고, 실제 항공사에서 초과예약에 종사하는 실무자에게 활용 가능한 ‘모형’으로는 Rothstein의 논문이 있을 뿐, 대부분이 이론중심의 논문들이다. 제 3장에서는 우선 Rothstein의 연구의 개요를 소개한다.

3.1 연구목적

Rothstein은 항공기 초과예약의 효율적 운영으로 고객의 요구를 만족시키면서 항공기회사의 이익을 극대화하는 컴퓨터 모형을 구축하는데 있어 동적 계획법(dynamic programming)의 원리를 적용하여 다음 두 가지 함수를 극대화하였다:

- 1) 기대수익 (탑승거부비용을 제외한 탑승자로부터의 수익)
- 2) 제한조건 (초과예약률)하에서의 기대수익

3.2 연구의 범위 및 가정

3.2.1 범위

- 1) 항공기는 한 지점에서 타 지점으로 nonstop으로 비행하며, 한 수준 (예: 에코노믹 클래스)으로 국한하며 단일요금체계만을 문제의 대상으로 한다.
- 2) 운영자는 항공기 출발일($t = 1$)로부터 T일(고객이 예약하기 시작하는 날짜) 전까지의 고객을 관리한다.
- 3) 운영자는 고객 중 출발당일의 stand-by 고객, 정식예약고객 중 기록누락고객, 타 여행사를 통해 예약해온 고객까지를 관리한다.

3.2.2 가정

- 1) T는 출발일($t = 1$)까지 충분한 여유를 갖는 날짜로 이날 이전에는 예약자가 없다고 가정한다.
- 2) 기간 중 예약요구와 예약 취소는 각각 포아송 분포와 이항분포를 따르되, 고객의 취소성향은 날짜에는 영향을 받으나 해당 날짜에 예약된 고객의 수에는 무관하다고 가정한다.
- 3) 상기 확률분포에서 확률이 0.05 미만인 경우는 절산하고 절산된 수치는 그 이상의 확률치에 병합시켜 확률값의 합을 1로 만든다.
- 4) 예약 개시일(T일)의 고객의 예약 성향은 정규 분포를 따른다.

3.3 고려변수 소개

$d_i(t)$: $t(t \geq 1)$ 일 i 명이 예약할 확률,

$$i = 0, 1, \dots, i(t),$$

$$d_i(t) = 0, i > i(t).$$

$c_{jn}(t)$: t일 n명 중 j명이 예약취소할 확률,

$j = 0, 1, \dots, n$. 단, 출발당일 불참 인원은 취소고객으로 간주하여 $t = 1$ 때의 취소확률값에 반영

$u_n(t)$: t일 h명의 기록누락고객이 정식 예약고객으로 확인될 확률

$$h = 0, 1, \dots, h(t),$$

단, $h > h(t)$ 이면 확률값은 0.

$\phi_n(T)$: T일 n명이 예약할 확률,

$$n = 0, 1, \dots, n(t),$$

단, $\phi_n(t) = 0, n > n(t)$.

$k_n(t)$: t일 n명이 이미 예약된 상태에서 추가예약 가능 고객 수

$V_{n,k}(t)$: t일 n명이 예약된 상태에서 k명을 더 받아들였을 때의 수익

$V_n(t)$: t일($t \geq 1$) n명이 예약되었을 때 얻을 수 있는 수익의 최대기대치 (적절한 k값에 의해 결정됨)

$$\text{즉, } V_n(t) = \max_K V_{n,k}(t)$$

$V_n(0)$: $t = 0$ 일 때의 수익의 최대기대치 + 기록누락과 standby 에 의한 수익

$E(G)$: 비조건부 기대수익으로 다음과 같이 표현된다;

$$E(G) = \sum_n \phi_n(T) V_n(T)$$

3.4 초과예약 이론

3.4.1 동적계획법의 최적원리 적용

동적계획법의 최적원리는 '초기의 상태(state)와

결정(decision)이 어떠한지 나머지 결정들은 초기 결정의 결과로써 발생한 상태만 이용하여 최적정책을 구성'하는 것이다.

이 원리는 언뜻 항공기 초과예약 문제와 무관하게 보이나, $V_n(t)$ 를 구하는 데에 직접적으로 적용된다.

우선 $V_{n,k}(t)$ 는 다음과 같이 표시된다 ;

$$V_{n,k}(t) = \sum_{i=0}^k d_i(t) \sum_{j=0}^n V_{n-j+h+i}(t-1) c_{jn}(t) u_k(t) + \left[\sum_{j=k+1}^{\infty} d_j(t) \right] \sum_{j=0}^n V_{n-j+h+k}(t-1) c_{jn}(t-1) u_k(t) \quad (3.1)$$

(3-1)의 내용을 설명하면, t일 최초 n명이 예약한 상태에서, i ($0 \leq i \leq k$)명을 추가예약 받을 경우 t일 예약자는 $n+i$ 명이 되는데, 이 때, j ($0 \leq j \leq n$)명이 취소하면 예약자수는 $n-j+i$ 명이 된다 (기록누락고객이 있으면 $n-j+h+i$ 명). 이들 고객의 수는 수익계산에 적용되고 (탑승거부비용 감안), n명중 j명의 취소확률과 곱해진다. 추가예약자(i)가 k명을 초과할 때의 확률값은 0에서 k명까지 예약할 확률값을 1에서 감하면 된다.

$V_n(t)$, $t = 0, 1, \dots, T$ 를 구하기 위해서는 최적원리가 적용된다 ; 즉, 어떤 k에 대하여 $V_n(1)$ 이 구해지면 $V_n(2)$ 를 구하기 위해서는 $V_n(1)$ 을 경유하여 $V_n(0)$ 에 도달한다고 보았을 때 $V_n(1)$ 은 이미 구한 값을 그대로 이용하면 되기 때문이다.

$V_n(T)$ 를 이용하면 $E(G)$ 는 다음과 같이 구해진다 ;

$$E(G) = \sum_n \phi_n(T) V_n(T) \quad (3.2)$$

3.4.2 제한조건하에서의 최대수익

Rothstein은 초과예약률을 미리 정해두고 (제약조건) 그 제약조건하에서의 $E(G)$ 를 구하는 방법을 제시했다. 이를 위해 탑승거부률 R을 다음과 같이 정의한다 ;

$$R=0, \quad n \geq c \text{ 일 때 } (c \text{는 좌석수})$$

$$R=(n-c)/n, \quad n < c \text{ 일 때.}$$

이 때 E(R)를 계산하는 데에는 고려해야 할 일이 많다. 우선 E_n(R,t)를 t일 n명이 예약했을 때 탑승거부를 R에 대한 조건부 기대치라고 정의하고 기록누락고객을 무시하면 k_n(t)에 대하여 E_n(R,t)는 다음과 같이 표시된다 ;

$$E_n(R,t) = \sum_{j=0}^k d_i(t) \sum_{j=0}^k E_{n-j,i}(R,t-1) c_{jn}(t) + [\sum_{i=k+1}^{\infty} d_i(t)] \sum_{j=0}^k E_{n-j,i,k}(R,t-1) c_{jn}(t) \quad (3.3)$$

(3.3)에서 E_n(R,t), t = 0, 1, ..., T 가 구해지면 E(R)은

$$E(R) = \sum_n \psi_n(T) E_n(R, T) \quad (3.4)$$

에서 얻어진다.

(3.3)에서 E_n(R,0)는 다음과 같이 표현된다 ;

$$E_n(R,0) = (n-c)/n, \quad n > c, \\ = 0, \quad n \leq c.$$

E(R)은 평균 탑승거부율이므로 미리 설정해 둔 탑승거부율의 값(r)에 근접하되 그 값보다는 크지 않아야 한다. 따라서 한가지 문제가 남는다. 즉, (3.3)에서 k값을 얼마로 해야 하느냐가 설명되어야 한다. 여기서 k값을 구하기 위한 시행착오방법(Trial & Error Method)의 도입이 불가피해진다. 그 이유는, 예를 들어 r을 10%로 하고 t일 고객이 100명이라 할 때, 우리의 관심은 E(R)값이 최초 설정한 r값에 얼마나 근접하느냐 이지 t일에 고객들을 어떠한 거부율로 받아드리느냐와는 무관하므로 110명 이상의 고객도 받아 드릴 수 있기 때문이다.

k값은 탑승거부비용(b)에 반비례하므로 k와 직접 관련이 있는 r은 b와의 trade-off에서 결정된다.

Rothstein은 이를 위한 알고리즘을 제안했으나 본 지면에서는 알고리즘 소개는 생략한다.

3.5 Rothstein모형에 대한 평가

1) 제한조건하에서의 최대수익을 구하는 알고리즘은 전산프로그램과 시행 착오법을 동원한 많은 노력에도 불구하고 이용자에게는 큰 의미를 주지 못하고 있다. 우선 사용하기에 매우 불편할 뿐더러 최초 설정한 r값에 충분히 근접하되 그 수를 넘지 않게 하는 노력이 이용가치에 비해 너무 과중하기 때문이다.

2) Rothstein은 그가 개발한 패키지를 원하는 자에게 공급할 수 있다고 말하고 있지만 설사 해당 프로그램을 입수했다 하더라도 1)의 문제를 구하는 것이면 이용자의 효율성 제고에는 큰 도움이 안 된다. 이용자는 t = T, T-1, ..., 1에 이르는 동안 k_n(t)를 얼마로 할 것인가에 더 관심을 가지고 있다.

3) 예약요구 및 취소확률분포를 프로그램에 적용할 때, 5% 미만의 확률은 절산하여 그 보다 큰 확률값에 병합시키는 등의 노력도 프로그램어의 "human ware"를 가중시키고 있다.

4. 항공기 탑승권 초과예약 전산모형

본 연구는 3.5에서 언급한 내용을 중심으로 실제 항공사에서 예약업무에 종사하는 자들에게 사용하기 쉽고 간편한 DSS 컴퓨터 모형을 개발함에 연구의 목적을 두었다.

4.1 연구의 범위 및 가정

연구의 범위는 3.2.1과 같으나 가정에서는 확률분

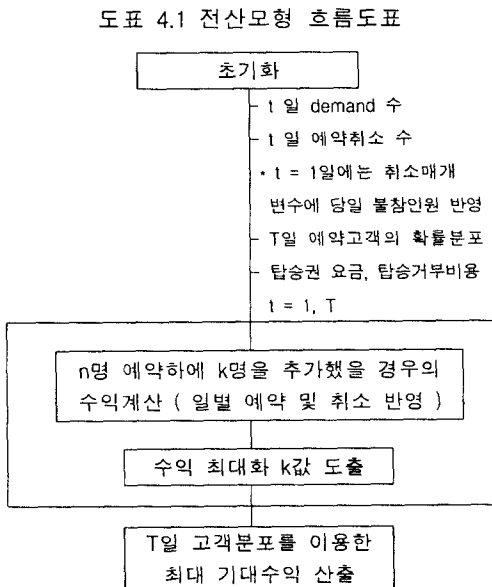
포의 값이 0.05이하의 경우를 절산하는 조항을 삭제하였다.

4.2 본 전산모형의 특징

- 1) 탑승권 예약담당 실무자로 하여금 출발 전 t 일 부터 $t = 1$ 이 될 때까지 매일매일 초과예약가능 인원을 수를 프로그램 결과를 통해 파악할 수 있게 하였다. 따라서 미리 초과예약 비율을 정해 두지 않았다
- 2) 탑승거부비용(b)이 $k_n(t)$ 값에 영향을 주게 되므로 b 의 값을 입력할 때는 최고경영자와의 긴밀한 협조가 필요하다.
- 3) 따라서 본 전산모형은 $t = T$ 에서 $t = 1$ 이 될 때까지 운영자는 매일 전산 출력 결과를 보며 의사 결정을 수행해 나가는 interactive 패키지이다.

4.3 본 패키지의 일반적 흐름도표

본 패키지를 흐름도표를 통하여 개략적으로 소개하면 (도표 4.1)과 같다.



4.4 패키지 사용방법

4.4.1 입력

본 모형에 사용될 입력자료는 (표 4. 1)과 같다.

표 4.1 입력자료

행(row)	열(column)	변수	내용	입력형태
1	2 - 80	Title	문제의제목	20A4
2	1 - 10	Fare	탑승권 요금	F10.2
	11 - 20	b	탑승거부비용	F10.2
	21 - 25	Nt	고려기간 (<10)	1 5
	26 - 30	Tmean	Nt일 평균 예약고객수	F5.2
	31 - 35	Tvar	Nt일 표준편차	F5.2
	36 - 40	Iseat	항공기 좌석수	1 5
	41 - 45	Mdem	Nt기간내 일일 최고 demand수	1 5
	46 - 50	Mcanc	Nt기간내 일일 최고 cancel수	1 5
	51 - 55	Mbook	항공사 예약접수가능 최대수	1 5
	56 - 60	Mfact	Factorial 계산 가능 최대수 (n = 40)	1 5
3		Xmean(i)	i 일 평균 예약고객 수 (i = 1, Nt)	15F5.2
4		cccl(i)	i 일 평균 예약취소율	15F5.2

4.4.2 출력

- 1) $t = 1, T$ 일 까지 일별 최초 예약자 n 명에 대해 초과예약가능 수, $k_i(t)$ 및 그 경우의 예상 수익, $V_n(t)$,
- 2) T 일 탑승권 예약자 분포에 기초한 무조건 기대 수익, $E(G)$.

4.5 사례연구

미국의 달라스-시카고 간을 운행하는 어메리칸 항공노선이 있다. 일등석의 좌석수는 28이고, 요금은 63불, 그리고 탑승거부비용은 96불이다(1966년 자료). 그리고 출발 10일전의 예약고객 분포는 13.5명에 표준편차는 2이다.

출발일 10일전부터 출발일까지의 평균예약 인원 및 취소율은 (표 4. 2)와 같다

표 4.2 평균예약일 및 취소율

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
평균 예약 인원	3.0	3.9	3.3	3.3	2.7	2.6	2.6	2.2	2.1	1.5
평균 취소율	0.229	0.056	0.039	0.039	0.027	0.027	0.027	0.027	0.027	0.020

4.5.1 입력 자료

상기 예를 전산 패키지로 처리하기 위해 주어진 자료 이외에 다음자료를 더 추가 시켰다 ; 즉 10일 동안의 평균 예약고객 수 및 취소고객 수를 20명으로 그리고 항공사 예약접수가능 인원은 좌석수의 약 2배에 해당하는 60명, 그리고 포아송분포를 계산하기 위한 준비로 최대 40 팩토리얼 까지 사전에 계산한다.

4.5.2 출력 결과

본 모형이 출력한 자료는 일일 최적 예약 고객 확보인원 및 수익(조건부)과 t = 10일 때 예약고객 분포로부터 얻어진 무조건(unconditional) 수익이다 (표 4. 3 - 4. 4 참조).

표 4.3 날짜별 최적 예약고객 확보인원

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
최적 예약 고객 확보 인원	35	36	37	37	38	38	38	38	38	39

표 4.3에서 한가지 유의할 점은 t = 1인 경우 최초 고객이 23명에서 35명으로 증가할 경우 추가 예약가능인원수가 12명에서 0명으로 다음과 같은 결과를 출력하면서 감소하고 있다는 사실이다 (표 4.4 참

조).

표 4.4 에서 보인바와 같이 고객수의 합이 35명일 경우에도 (34, 1)일 때가 최고수익을 나타내고 있음이 흥미롭다. 그리고 t = 10일 때의 예약고객 분포로부터 도출된 무조건(unconditionnal) 수익은 1516.906이었다 (3.2식 참조).

표 4.4 추가예약 가능고객 수 및 조건부 수익

예약고객수	추가예약 가능수	고객수의 합	조건부 수익
23	10	33	1305.509
24	9	33	1353.110
25	8	33	1399.598
26	7	33	1444.056
27	6	33	1485.135
28	6	34	1521.250
29	5	34	1551.134
30	4	34	1573.536
31	3	34	1587.875
32	2	34	1594.280
33	2	35	1597.126
34	1	35	1597.227
35	0	35	1595.031

5. 결 론

본 전산모형은 4장에서 언급한대로 항공사 예약실무자로 하여금 예약업무에 돌입하기 시작한 날부터 항공기가 이륙할 때까지 사전에 결정한 탑승 거부비용하에서 추가예약고객을 몇 명 확보하는 것이 최적인가를 손쉽게 파악할 수 있는 interactive 전산모형이다. 본 모형은 실무자의 좋은 DSS모형이 될 수 있음을 확신하며 추천한다. 그러나 본 모형에서는 포아송 분포에 의한 고객의 예약 및 취소성향을 펜티엄급 PC의 제약으로(overflow) 총 고객 수를 40명으로 제한하였다. 따라서 탑승인원이 3-400명에 달하는 항공기의 경우는 이를 위한 heuristic 접근이

불가피할 것으로 판단되며 이를 후속 연구로 남긴다.

참 고 문 헌

- 1) Beckmann, J. J., " Decision and Team Problems in Airline Reservations," *Econometrica*, 26, pp. 134-145, 1958
- 2) Brumelle, S. L. and J. I. McGill, " Airline Seat Allocation with Multiple Nested Fare Classes," *Opns. Res.*, 41 pp. 127-137, 1993
- 3) CAB, Order No. E-20859, May 25, 1964
- 4) Chatwin, R. E., " Multi-period Airline Overbooking with a Single Fare Class, " *Operations Research*, 46(6), 1998
- 5) Deetman, C., " Booking Levels", *Proceedings of the Fourth AGIFORS Symposium*, American Airlines, New York, 1964
- 6) Kosten, L., " Een mathematisch model voor een reserveringsproblem, " *Statist. Neerland*, 14, pp. 85-94, 1960
- 7) Littlewood, K., " Forecasting and Control of Passenger Bookings," *Proceedings 12th AGIFORS Symposium*, pp.95-117, American Airline, New York, 1972
- 8) Richter, H., " Differential Revenue Method to Determine Optimal Seat Allotments by Fare Type," *Proceedings 22nd AGIFORS Symposium*, pp. 339-362, 1982
- 9) Robinson, L. W., " Optimal and Approximate Control Policies for Airline Booking with Sequential Monotonic Fare Classes," *Opns. Res.* 43, pp. 252-263, 1995
- 10) Rothstein, M., " Stochastic Models for Airline Booking Policies," Ph. D thesis, Graduate School of Eng. and Science, New York Univ., New York 1968
- 11) Rothstein, M., " An Airline Overbooking Model," *Trans. Sci.* 5, pp. 180-192, 1971
- 12) Rothstein, M., and A. W. Stone, "Passenger Booking Levels," *Proceedings of the Seventh AGIFORS Symposium*, American Airlines, New York, 1967
- 13) Rothstein, M., " Hotel Overbooking as a Markovian Sequential Decision Process," *Decision Sciences*, 5, 1974
- 14) Taylor, C. J., " Determination of Passenger Booking Levels," *Proceedings of Second AGIFORS Symposium*, American Airlines, New York, 1962
- 15) Thompson, H. R., " Statistical Problems in Airline Reservation Control," *Opnl. Res. Quart*, 12, pp. 167-185, 1961
- 16) Wollmer, R. D., " An Airline Seat Management Model for a Single Leg Route when Lower Fare Classes Book First, " *Opns Res.*, 40, pp. 26-37, 1992


```

C *****
C *                                     *
C *                                     *
C *                                     *
C *                                     *
C * ----- *
C * | row | column | variable | description |format | *
C * ----- *
C * | 1 | | Title | 문제의 제목 | 20A4 | *
C * | 2 | 1 -10 | Fare | 탑승권 요금 | F10.2 | *
C * | | 11-20 | b | 탑승거부비용 | F10.2 | *
C * | | 20-25 | Nt | 고려기간 | 15 | *
C * | | 25-30 | Tmean | Nt일 평균 예약고객수 | F5.2 | *
C * | | 30-35 | Tvar | Nt일 표준편차 | F5.2 | *
C * | | 35-40 | ISeat | 항공기 좌석수 | 15 | *
C * | | 40-45 | Mdem | Nt기간내 1일 최고 demand 수 | 15 | *
C * | | 45-50 | Mcanc | Nt기간내 1일 최고 cancel 수 | 15 | *
C * | | 50-55 | Mbook | 항공사 예약접수가능 최대수 | 15 | *
C * ----- *
C * | 3 | 1 -5 | Mfacto | Factorial 계산가능최대수(n=40) | 15 | *
C * ----- *
C * | 4 -13 | | Xmean(i) | i일 평균 예약고객수 | F5.2 | *
C * | | | | (i = 1, Nt) | | *
C * ----- *
C * | 14-23 | | ccl(i) | i일 평균 예약취소율 | F5.3 | *
C * | | | | (i = 1, Nt) | | *
C * ----- *
C *****

```

```

PROGRAM OVERBOOKING
Double Precision Xmean(10),D(10,20),ccl(10),C(40,10,20), XX(40)
Double Precision facto(40),V(40,10,10), W(60,10), A, B, Ssum
Integer ISeat, Mdem, Mcanc, Mbook, Mfacto

```

```

REAL*4 Title(20)

```

```

C ***** Set Title
READ(5,410,END=2000) Title
410 Format(20A4)
Write(6,420) Title
420 Format(/, 20A4, /)

C ***** Set fare, b, Nt, Tmean, Tvar, ISeat, Mdem, Mcanc, Mbook
Read(5,430) fare, b, Nt, Tmean, Tvar, ISeat, Mdem, Mcanc, Mbook
430 Format(2F10.2,1I5,2F5.2,4I5)

Read(5,435) Mfacto
435 Format(1I5)

Write(*,440) fare, b, Nt
440 Format(10x,'fare:',F10.2,/,10x,'b:',F13.2,/,10x,'Nt:',19)

Write(*,450) Tmean, Tvar
450 Format(10x,'Tmean:',F9.2,/,10x,'Tvar:',F10.2)

Write(*,455) ISeat, Mdem, Mcanc
455 Format(10x,'ISeat:',i6,/,10x,'Mdem:',i7,/,10x,'Mcanc:',i6)

Write(*,460) Mbook, Mfacto
460 Format(10x,'Mbook:',i6,/,10x,'Mfacto:',i5)

```

```

c ***** Initialization of Xmean(1~10)
DO 470 I = 1, Nt
  Read(5, 465) Xmean(I)
465 Format(1F5.2)
470 continue

      DO 490 I = 1, Nt
        Write(*, 480) I, Xmean(I)
480 Format(10x, 'Xmean(', I2, ')=' , F5.2)
490 continue

c ***** Initialization of Factorial
      facto(1) = 1.0
      facto(2) = 1.0
      Do 500 M = 2, Mfacto

500 facto(M) = facto(M-1) * (M-1)

c ***** Initialization of Cancellation
      DO 610 I = 1, Nt
        Read(5, 600) ccl(I)
600 Format(F5.3)
610 continue

      DO 630 I = 1, Nt
        Write(*, 620) I, ccl(I)
620 Format(10x, 'ccl(', I2, ')=' , F5.3)
630 continue

c ***** Poisson dist. with Nt day means and demand
c ***** from 0 to Mdem persons / day.
      DO 640 I = 1, Nt
      DO 640 J = 1, Mdem
        D(I, J) = (1.0/facto(J)) * Exp(-Xmean(I)) * Xmean(I) ** (J-1)
640 continue

c ***** Poisson dist. for cancellation with Nt day means
c ***** from 1 to Mcanc persons.
c ***** C(M,I,J) means M: # of res, I: ith day, J: J persons cancelled

      DO 650 M = 2, Mfacto
      DO 650 I = 1, Nt
      DO 650 J = 1, Mcanc
        Vmm = Float(M)*ccl(I)
        C(M, I, J) = (1.0/facto(J)) * Exp(-Vmm) * Vmm ** (J-1)

650 continue
c      DO 11 M = 1, Mfacto
c      DO 11 I = 1, Nt
c      DO 11 J = 1, M
c      nCombi = (facto(M)/(facto(J)*facto(M-J+1)))
c      C(M, I, J) = nCombi*(ccl(I)**(J-1))*((1.0-ccl(i))**(m-j+1))
c      Write(*, 87) M, I, J, C(M, i, j)
c 87 Format ( 10x, 'C(', I3, ', ', I3, ', ', I3, ')=' , F20.1 )

c      Calculation of W( kk, 0 )
      Do 660 k = 1, ISeat
      XN = fare*k
660 W(k,0)= XN
      Do 670, kk=ISeat+1, Mbook
      XM=kk-ISeat
      XM = fare * ISeat - b * XM

```

```

670 W(kk,0)= XM
c Calculation of V(JJ, k, NN) where k goes 1 to Mdem and NN 1 up to Nt.
  Do 770 NN = 1,Nt
  DO 730 JJ = 2,Mfacto
  A=0.0
  B=0.0
  Ssum = 0.0
  DO 720 K = 1,Mdem
  DO 690 I = 1,K
  DO 680 J = 1,Mcanc
c      Basically J should go up to JJ, but if J>11, then cancel prob. is 0.
  IF(JJ+I-J .LE. 0.0) go to 680
  A = A + D(NN, I)*W(JJ+1-J, NN-1) * C(JJ, NN, J)
680 continue
690 continue
  Do 700 I = 1, K
700 Sum = Sum + D(NN, I)
  Ssum = 1.0 -Sum
c
  Do 710 J = 1,Mcanc
  IF(JJ+K-J .LE. 0.0 ) go to 710
  B = B + W(JJ+K-J, NN-1) * C(JJ, NN, J)
710 Continue
  V(JJ,K,NN) = A + Ssum * B
  A = 0.0
  B = 0.0
  Ssum = 0.0
  Sum=0.0
720 Continue
730 Continue
c Let us calculate W(LL, NN)=max(V(LL, k, NN)) for several k's.
  Do 760 LL = 2,Mfacto
  Index = 0.0
  Vmax =0.0
  Do 740 k = 1, Mdem
  If(Vmax .GE. V(LL,k,NN) ) go to 740
  Vmax = V(LL,k,NN)
  Index = k-1
740 Continue
  W(LL,NN) = Vmax
  IF(LL .LE. 10) go to 760
  Write(*,750) LL, Index, NN, Vmax
750 Format (10x, 'Vmax = V( ', 313, ' ) = ', F30.3)
760 Continue
770 Continue
c <----addition of normal distribution : N(Tmean, Tvar)
  Do 780 M = 3, Mdem
  XM = M
  Y = 0.3989 / Tvar
  YY = 0.5 / (Tvar * Tvar)
780 XX(M) = Y * exp(-YY*(XM-Tmean)**2.0)
  EG = 0.0
  Do 790 LL = 3, Mdem
790 EG = EG + W(LL,10) * XX(LL)
  Write(*, 800) EG
  800 Format ( //, 10x, 'E(G) = ', F10.3 )
2000 stop
end

```