□ 研究論文 □
韓國軍事運營分析學會誌
第 26 券, 第 1 號, 2000. 6. 30.

차량 경로 문제의 발견적 해법
(A Heuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem)

정 영민, 민 계료*

Abstract

The purpose of this paper is to develop a new heuristic algorithm for vehicle routing problem. The algorithm is composed of two steps. First step is to make a initial solution using sweeping algorithm. Second step is to improve initial solution for optimal solution using node exchange algorithm and tabu search algorithm.

We have proven that our algorithm has produced better results than solutions obtained by saving algorithm and genetic algorithm in ten example problems with different unit size.

* 국방대학교 국방관리대학원

1. 서 론

차량 경로 문제(VRP, vehicle routing problem)는 재화나 서비스를 정규적으로 수집, 배분하기 위하여 차량을 할당하고, 그 운행경로를 결정하는 문제이다. 이런 유형의 연구는 처음에 Danzig와 Ramser[6]에 의해 제기되었으며 다음과 같이 정의되었다. “적재량과 경유거리의 제약을 가진 차량들은 하나의 시발지(depot, 이후 ‘보급창고’라 함)에서 출발하여 많은 수의 고객(이후 ‘피지원 부대’라 함)들에게 물량을 공급한다”. 이러한 문제에서는 적재량과 경유거리라는 제약들로 인하여 한 대의 차량으로 물량을 공급받는 고객들의 총 수요량은 차량의 적재량을 넘을 수 없으며, 경로의 총 거리는 최대 허용거리보다 클 수가 없다. 경로 문제의 목적은 차량의 운행에 사용되는 비용을 최소화하는 것이다.

차량 경로 문제는 수리적으로 NP-hard 문제로서 경로의 구성이 외판원 문제(TSP)를 반복적으로 구하는 문제와 같으며 차량의 적재량과 거래처 물량의 제약이 있는 경우에는 배낭 문제(knapsack)를 동시에 고려하게 되므로 계산량이 많다. 그러므로 이러한 해법에서 중요한 것은 계산량이며, 문제의 크기가 커질수록 계산량이 증가하게 되므로 실제적으로 해를 제공하지 못하는 수가 많다. 따라서 이러한 제약으로 인해 분석적인 기법보다는 발견적 해법이 많이 연구되어 왔다.

대표적인 발견적 해법으로 Clarke와 Wright[5]에 의해 발표된 거리 절감 해법(saving algorithm)과 Gillet와 Miller(1971)[7]에 의해 발표된 sweeping 해법이 있으며, 최근에 발전되어 온 발견적 해법들은 자체적인 해의 산출뿐만 아니라 기존의 발견적 해법을 제어하여 최적해를 탐색한다 하여 heuristic이라 부르며, 대표적으로 genetic algorithm[1]과 tabu search algorithm[9]이 있다.

본 연구에서는, 하나의 보급창고에서 다수의 피지원 부대의 수요량을 충족시키기 위해 차량을 이용하여 수송하는 문제에서, 운행거리를 최소화 할 수 있는 새로운 해법을 제시하려 한다. 이를 위해 정수계획법을 이용한 차량 경로 모형을 설정한다. 설정된 모형은 전형적인 NP-hard의 형태이므로 분석적 기법을 이용하여 최적해를 찾는 것은 불가능하다. 따라서 기존의 차량경로문제의 해결방법을 개선시킨 새로운 발견적 해법을 개발하여 모형의 해를 구한다.

발견적 해법은 두 단계의 절차로 구성된다. 첫째로 sweeping 해법을 이용하여 초기해를 구하고, 두번째로 tabu search 기법을 응용한 교점교환 해법을 이용하여 초기해를 개선하여 최적해를 구한다. 그리고 동일한 문제에 대해 거리 절감 해법과 유전 해법으로 구한 최적해와 비교하여 해법의 효율성을 입증한다.

2. 차량 경로 모형 및 해법 절차

2.1 가정사항

차량 경로 모형을 도출하기 위해 모형에 적용되는 가정사항은 다음과 같다.

1) 운행되는 차량의 비용은 총 운행 거리에 비례한다.

2) 각 차량은 최대 적재용량까지 적재가 가능하며 적재용량은 동일하다.

3) 각 피지원 부대간의 차량의 운행속도는 동일하다(화물적재에 영향을 받지 않는다).

4) 화물의 적재 및 하역에 소요되는 시간은 고려하지 않는다.

5) 차량의 출발 및 종착은 보급창고에서만 이루어지며, 단일 보급창고만이 존재한다.

6) 보급창고에서 복수의 물품을 다루며, 피지원 부대의 수요 품목이 혼합되어 적재될 수 있다.

2.2 변수 정의

차량 경로 모형에서 사용되는 변수들의 정의는 다음과 같다.

N : 보급창고 및 피지원 부대의 집합.

$N = \{1, 2, 3, \cdots, n\}$, ($N=1$: 보급창고)

Q_k : k번째 차량에 의해 보급되는 피지원 부대의 집합. $Q_k = \{2, 3, \cdots, n\}$

K : 가용 차량의 대수($K = 1, 2, 3, \cdots, k, \cdots, m$).

d_{ij} : 구간 (i, j)의 거리.

D_i : 피지원 부대 i의 수요량(단 $D_1 = 0$).

C : 차량의 적재용량.

x_{ijk} : $\left\{ \begin{array}{l} 1: \text{구간 } (i, j)\text{를 차량 } k\text{가 운행했을 때} \\ 0: otherwise \end{array} \right\}$

t_k : 차량 k의 운행거리.

T : 화물의 수송을 완료하기 위한 모든 차량의 총 운행거리($\sum_{k \in N} t_k$).

2.3 제약 조건식의 구성

차량 경로 모형은 운행하는 차량의 수가 정수이기 때문에 차량의 운행구간수는 반드시 정수가 되어야 한다. 따라서 정수계획법을 이용하여 모든 화물을 수송시키면서 운행거리를 감소시켜 운행비용을 최소화하는 모형을 구성한다. 본 연구에 영향을 주는 제약조건식은 다음과 같다.

2.3.1 수송화물량의 제한

차량은 적재용량을 초과하지 않는 범위에서 최대한 적재한다. 화물을 적재하고 구간(i, j)을 운행하는 차량의 적재용량 C는 경로내의 수요량의 합보다 같거나 커야 한다. 이러한 조건은 식(2-1)과 같이 표현된다.

$$\sum_{i \in Q_k} D_i \leq C, \quad \forall \ i \text{ and } k \qquad (2\text{-}1)$$

2.3.2 차량 흐름의 연속성

차량 k가 피지원 부대 i에 도착한 후, 화물의 하역을 마친 후에 반드시 다른 피지원 부대로 출발해야 한다. 이러한 조건은 식(2-2)과 같이 표현될 수 있다.

$$\sum_{h \in N} x_{hik} - \sum_{j \in N} x_{ijk} = 0, \ \forall \ i \text{ and } k \qquad (2\text{-}2)$$

2.3.3 보급창고를 포함하지 않는 경로의 형성금지

각 차량에 의해 형성되는 경로들은 반드시 보급창고에서 최초로 출발하고, 최종적으로 보급창고로 귀환해야 한다. 따라서 차량의 경로에는 반드시 보급창고와 연결되는 경로가 있어야 한다.

보급창고를 포함하지 않는 경로의 형성을 방지하기 위한 제약식은 다음과 같다. 차량 k의 모든 운행구간수를 더한 값은, 보급창고와 연결된 운행구간을 제외하고 운행구간수를 더한 값보다 반드시 커야 한다. 이러한 조건은 식(2-3)과 같이 표현될 수 있다.

$$\sum_{i, j \in N} x_{ijk} - \sum_{l, m \in N} x_{lmk} > 0, \{i, j, l, m\} \in N,$$
$$l, m \neq 1 \text{ and all } k \qquad (2\text{-}3)$$

2.4 목적 함수

본 모형의 목적함수는 화물을 수송하는데 필요한 모든 차량의 총운행거리 T를 최소화시키는 것이다. 따라서 각각의 차량이 운행한 거리의 합을 최소화하는 것이다. 따라서, 본 모형의 목적함수는 식(2-4)과 같이 표현된다.

$$Minimize \quad T = \sum_{k} \sum_{i,j \in N} d_{ij}\, x_{ijk} \qquad (2\text{-}4)$$

2.5 모형의 구성

차량 경로 모형의 목적함수는 화물을 수송하는데 필요한 모든 차량의 총운행거리 T를 최소화시키는 것이다. 차량 경로 모형은 다음과 같이 표현된다.

$$Minimize \quad \sum_{k} \sum_{i,j \in N} d_{ij}\, x_{ijk} ,$$

subject to

$$\sum_{i \in Q_k} D_i \le C, \qquad \forall\, k$$

$$\sum_{h \in N} x_{hik} - \sum_{j \in N} x_{ijk} = 0, \quad \forall\ i \text{ and } k \quad (2\text{-}5)$$

$$\sum_{i,j \in N} x_{ijk} - \sum_{l,m \in N} x_{lmk} > 0,$$

$$\{i, j, l, m\} \in N,\ l, m \neq 1 \text{ and all } k$$

$$x_{ijk} \in \{0,\ 1\} \quad \forall\ i, j \text{ and } k$$

2.6 발견적 해법 절차

발견적 해법은 두 단계의 절차로 구성된다. 첫째로 sweeping 해법을 이용하여 초기해를 계산하고, 두 번째로 tabu search 기법을 응용한 교점교환 해법을 이용하여 초기해를 개선하여 최적해를 구한다.

본 연구의 발견적 해법은 fortran언어를 이용하여 프로그램 한다. 프로그램은 크게 4개의 부프로그램으로 구성되며, 거리 절감 해법, 유전 해법, sweeping 해법, 본 연구의 발견적 해법의 순으로 구성되어 있으며, 사용자의 필요에 따라 네가지 해법 중 한가지를 이용하여 결과를 산출할 수 있다

본 연구에서 제시하는 발견적 해법의 세부내용은 다음과 같다.

2.6.1 초기해 산출

[단계 1] 보급창고의 좌표를 기준으로, 각각의 피지원부대(i)에 대한 반경(직선거리) R(i)와 극좌표각 An(i)를 구한다.

[단계 2] An(i) 의 크기에 따른 오름차순 정렬 후, 새로운 피지원 부대의 번호(L)를 부여한다 (L=2,…,n).

[단계 3] L = 2에서 최초 경로 선정, 이때 Q(2)=SUM으로 둔다(Q(L) : L번째 피지원 부대의 수요량, SUM : 각각의 경로에서 수요량의 합).

[단계 4] L = L + 1로 증가시킨다.

[단계 5] 수요량의 합이 차량의 용량을 초과하면 단계 6으로 간다. 그렇지 않다면 단계 4로 간다.

[단계 6] 첫 번째 차량의 경로 1에 대한 수송거리를 계산한다.

[단계 7] 경로내에서 가장 큰 극좌표값을 가지는 피지원 부대보다 작은 번호(L)를 가지는 피지원 부대가 경로에서 제거되었는지의 여부 점검. 만약 그러한 피지원 부대가 있을 시에는 경로에 추가. 이때 제약조건이 만족되면 첫 번째 차량의 경로에 대한 계산을 종료.

[단계 8] 새로운 경로의 계산. 이때 모든 피지원부대가 고려되었다면 초기해에 대한 계산을 종료.

2.6.2 초기해를 개선하여 최적해를 산출

[단계 9] tabu Search 기법을 적용한 교점교환 해

법을 이용하여 해의 개선을 실시한다.

이때 개별적인 경로에 대한 해의 개선이 이루어진다. [단계 8]까지 산출된 각각의 경로를 더한 총 운행거리값을 z_{old}라 할 때 개별적인 경로에 대한 교점교환이 이루어진다. 교점교환을 실시한 후 산출된 새로운 총 운행거리값을 z_{new}라 한다.

본 연구에서 tabu Search 기법을 이용하여 계산량의 감소를 유도하여, 교점교환 해법의 성능을 향상시켰다.

① $z_{old} \geq z_{new}$ 이면 새로운 목적함수 값을 기억장소에 저장시킨다.

② $z_{old} < z_{new}$ 이면, 사용했던 교점의 교환목록을 타부 목록에 기록하고 기존해를 계속 유지한다.

③ 새로운 교점을 선정하여 교점의 교환을 반복해서 실시하며, 위의①,②의 조건을 적용한다. 단, 타부 목록에 기록되어 있는 교환목록은 사용하지 않는다.

[단계 10] 최적해 출력.

해법 수행의 종료는 다음 두가지 경우중 한가지를 설정해 사용한다.

① 연산수행 횟수의 제한 (loop문의 수행횟수를 제한, 본 연구에서는 10,000번으로 제한)

② 타부 목록에 금지되지 않은 교환을 모두 실시했을 때 (개별경로의 피지원 부대의 수가 적은 경우)

3. 발견적 해법의 적용

12개의 피지원 부대를 갖고 있는 보급창고의 수송문제에 본 연구의 발견적 해법을 적용한다.

이때 보급창고의 좌표는 (0,0)이고, 차량의 최대적재량을 6,000이며 Loop문의 수행횟수 제한은 10,000번이다. 보급창고를 기준으로 피지원 부대의 좌표를 정의하면 다음과 같다.

피지원 부대 1 : (-21, 23)
피지원 부대 2 : (22, 25)
피지원 부대 3 : (32,-36)
피지원 부대 4 : (5, 12)
피지원 부대 5 : (-32, 31)
피지원 부대 6 : (14, 15)
피지원 부대 7 : (37, 13)
피지원 부대 8 : (34,-14)
피지원 부대 9 : (-27,-21)
피지원 부대 10 : (-44,-12)
피지원 부대 11 : (44,-27)
피지원 부대 12 : (14,-31)

이 때 각 피지원 부대별 수요량은 다음과 같다.

피지원 부대 1 : 1800
피지원 부대 2 : 1700
피지원 부대 3 : 1500
피지원 부대 4 : 1400
피지원 부대 5 : 2200
피지원 부대 6 : 1400
피지원 부대 7 : 1200
피지원 부대 8 : 2600
피지원 부대 9 : 2300
피지원 부대 10 : 1900
피지원 부대 11 : 3000
피지원 부대 12 : 1800

[단계 1] 피지원 부대의 좌표가 나타내는 arctan값을 라디안으로 환산하면 다음과 같다.

ARCT(보급창고) : 0
ARCT(1) : 2.310771

ARCT(2) : 0.849141
ARCT(3) : 5.439032
ARCT(4) : 1.176005
ARCT(5) : 2.810497
ARCT(6) : 0.819867
ARCT(7) : 0.337878
ARCT(8) : 5.892579
ARCT(9) : 3.802636
ARCT(10) : 3.407845
ARCT(11) : 5.732800
ARCT(12) : 5.136583

[단계 2] 여기서 계산된 arctan값을 가지고 오름차순으로 정렬을 하면 다음과 같다. 여기서 MIN(*)는 arctan값이 *번째 순위임을 표시하는 것이다.

MIN(1) : 보급창고
MIN(2) : 7
MIN(3) : 6
MIN(4) : 2
MIN(5) : 4
MIN(6) : 1
MIN(7) : 5
MIN(8) : 10
MIN(9) : 9
MIN(10) : 12
MIN(11) : 3
MIN(12) : 11
MIN(13) : 8

[단계 3] ~ [단계 7] MIN(*)의 값을 가지고 오름차순의 순위에 따라 경로에 삽입한 후 수요량을 종합하여, 차량의 적재량을 초과하는지의 여부를 확인한다. 이 때 차량의 적재량을 초과하면, 하나의 경로에 대한 피지원 부대의 설정이 종료되며, 새로운 경로에 대한 피지원 부대의 설정이 시작된다. 이와 같은 과정으로 피지원 부대를 각 경로로 나눈다.

[단계 8] 초기해를 산출하기 위한 발견적 해법을 수행하면 표(3-1)와 같은 결과가 나온다.

<표 3-1> 발견적 해법의 초기해

차량 번호	운행 경로	적재 화물량	운행 거리
1	0-7-6-2-4-0	5700	109.5113
2	0-1-5-10-0	5900	118.9729
3	0-9-12-3-0	5600	143.2551
4	0-11-8-0	5600	104.7944
합 계			476.5337

[단계 9] 2에서 설명한 교점교환 해법을 이용하여 초기해 상에서 피지원 부대의 교환을 실시하여 새로운 운행경로값을 산출한 후, 기존의 운행경로값보다 증가된 결과를 산출하는 교환방법을 타부목록에 기록한다. 타부목록에 작성된 교환목록은 이후의 교점교환 해법에서 생략하게 된다. 해의 개선을 실시하는 동안, 다음과 같은 타부목록이 작성된다.

1. tabu(1) = (7, 2)
2. tabu(2) = (6, 7)
3. tabu(3) = (6, 4)
4. tabu(4) = (6, 2)
5. tabu(5) = (4, 7)
6. tabu(6) = (1, 5)
7. tabu(7) = (10, 5)
8. tabu(8) = (10, 1)
9. tabu(9) = (9,12)
10. tabu(10) = (3,12)
11. tabu(11) = (3, 9)
12. tabu(12) = (11, 8)

[단계 10] 생성된 타부목록을 바탕으로 교점교환을 실시하면 표(3-2)와 같은 최적해를 구할 수 있다.

최적해와 초기해를 비교할 경우 총 운행거리는 15.7915가 감소하였으며, 경로 1, 경로 2, 경로 3의 피지원 부대 순서가 변화하였으나, 경로 1의 경우는 운행거리의 감소가 이루어 졌고 경로 2, 경로 3에서는 운행거리의 감소가 이루어지지 않았다. 이는 발견적 해법의 수행시, 개선하기 이전의 해와 비교하여 운행거리의 값이 같거나 작은 해를 개선시킨 결과로 표시함에 따라 마지막으로 개선된 결과가 표시되었기 때문이다.

<표 3-2> 발견적 해법의 최적해

차량 번호	운행 경로	적재 화물량	운행 거리
1	0-4-6-2-7-0	5700	93.7198
2	0-10-5-1-0	5900	118.9729
3	0-3-12-9-0	5600	143.2551
4	0-11-8-0	5600	104.7944
합 계			460.7422

4. 발견적 해법의 효율성 검증

본 연구에서 제시한 차량 경로 문제의 발견적 해법의 효율성을 실험하기 위하여, 다른 발견적 해법(거리 절감 해법, 유전해법)과 비교한다(거리 절감 해법은 가장 대표적인 해법으로 많은 발견적 해법에 응용되었으며, 유전 해법은 가장 효율성 있는 발견적 해법중 하나로 알려져 있다.)

3에서 사용한 피지원 부대가 12개인 문제를 각각 '거리 절감 해법'과 '유전 해법'에 적용하고, 추가적으로 피지원 부대의 수가 다른 10개의 문제를 적용하도록 하겠다. 이때, 본 연구의 발견적 해법은 피지원 부대의 좌표값이 입력되어 해법이 수행되는 반면에 거리 절감 해법과 유전 해법은 각 피지원 부대간 거리행렬값을 사용으로 해법을 수행하므로, 좌표값으로 불러들인 데이터를 다시 거리행렬로 전환하여 발견적 해법을 수행한다.

문제를 구성하는 데 있어서, 어느 한 해법에 유리하도록 구성되지 않도록, 균등분포에 기초한 난수 발생값을 가지고 좌표를 부여함으로써, 피지원 부대가 한곳에 집중되는 현상을 방지하는 방법과 독일 Heidelberg 대학에서 인터넷상에 게시한 기준자료 데이터를 가지고 작성하는 방법을 사용한다.

4.1. 피지원 부대의 수가 상이한 경우에 대한 비교

앞에서 발견적 해법을 적용한 피지원 부대가 12개인 문제와 추가적으로 피지원 부대의 수가 상이한 10개의 문제에 세가지 해법을 적용하여 얻은 결과는 표(4-1)와 같이 요약된다.

4.2 비교결과 분석

표(4-1)에서 본 연구의 발견적 해법의 총 운행거리(6903.4660)와 다른 해법의 총 운행거리(거리 절감 해법 : 7760.8686, 유전해법 : 7360.7616)를 비교해 볼 때, 거리 절감 해법의 결과보다 평균 11%가 짧고, 유전 해법의 결과보다 평균 6.7%가 짧은 운행거리 값을 산출하였다.

또한 경로의 수에 있어서는 피지원 부대의 수가 '40'인 경우와 '50'인 경우를 제외하고 본 연구의 발견적 해법과 유전해법이 가장 적은 경로의 수를 산출했다.

<표 4-1> 피지원 부대의 수가 상이한 경우에 대한 최종결과

피지원 부대수	해법 구분	계산된 경로의 수	총 운행거리
12	거리 절감 해법	5	541.8084
	유전 해법	5	500.1559
	본 연구의 해법	4	460.7422
15	거리 절감 해법	3	138.1102
	유전 해법	2	118.5770
	본 연구의 해법	2	108.1456
20	거리 절감 해법	4	298.5084
	유전 해법	3	260.7422
	본 연구의 해법	3	255.3994
25	거리 절감 해법	5	238.7565
	유전 해법	3	203.6032
	본 연구의 해법	3	174.1006
30	거리 절감 해법	5	389.6982
	유전 해법	4	360.7641
	본 연구의 해법	4	343.5664
35	거리 절감 해법	6	808.5989
	유전 해법	4	784.1551
	본 연구의 해법	4	708.7929
40	거리 절감 해법	7	728.2859
	유전 해법	4	692.6620
	본 연구의 해법	5	652.6764
45	거리 절감 해법	8	943.4391
	유전 해법	5	914.1331
	본 연구의 해법	5	850.4620
50	거리 절감 해법	8	1103.074
	유전 해법	5	1071.438
	본 연구의 해법	6	989.2395
55	거리 절감 해법	10	1132.236
	유전 해법	6	1070.680
	본 연구의 해법	6	1005.944
60	거리 절감 해법	9	1438.443
	유전 해법	7	1389.842
	본 연구의 해법	7	1354.397

5. 결 론

본 연구는 각종 수송업무에서, 차량의 총 운행거리를 최소화하기 위하여 정수계획법을 이용하여 차량 경로 모형을 구성하였다.

차량 경로 모형에서 피지원 부대의 수가 많을수록 분석적인 방법의 적용이 어렵다. 이와 같은 문제점으로 인해 본 연구에서는 기존의 발견적 해법의 장점만을 취합하여 빠른 시간내에 최적해를 구할 수 있는 발견적 해법을 제시하였다.

이를 위해 최초 주어진 문제를 sweeping 해법으로 초기경로를 구성하고, 이를 다시 tabu search의 개념을 바탕으로 한 교점교환 해법을 이용하여 최적화하는 발견적 해법을 개발하였다.

발견적 해법을 수행하는데 있어서, 가장 고려되는 점이 바로 어떻게 하면 계산량을 감소시키느냐 하는 문제이다. 피지원 부대의 수가 50개인 경우에 교점교환 해법만을 적용하면, loop문의 실행 횟수 제한에 걸리게 된다. 따라서 본 연구에서는 교점교환 해법에서 발생하는 계산량의 증가를 해소하기 위하여 tabu search 기법을 적용하였다.

해법의 우수성을 검증하기 위하여, 가장 많이 사용되는 발견적 해법인 거리 절감 해법과 상위수준의 발견적 해법으로 잘 알려진 유전해법과 비교하여 해법의 효율성을 점검하였다.

본 연구에서 제시한 발견적 해법을 이용하면, 차량의 운행거리를 최소화시킬 수 있는 수송계획의 수립이 가능하며 이를 통하여 비용절감의 효과를 가져올 수 있다.

앞으로, 본 연구를 바탕으로 추가적인 제약사항을 고려한 새로운 발견적 해법을 개발한다면, 더욱 현

실적인 모형의 구축이 가능할 것이라고 본다.

참 고 문 헌

[1] 김여근, 윤복식, 이상복, 메타 휴리스틱, 영지문화사, 1997.

[2] 정영민, 차량경로 문제의 발견적 해법에 관한 연구, 국방대학원, 1999

[3] Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., and Orlin, J. B., *Network Flows*, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1993.

[4] Bodin, L. D., Ball, M. O., Golden, B. L., and Assad, A. A., "Planning for Truck Fleet Size in the Presence of a Common Carrier Option," *Decision Sciences*, Vol. 14, No. 1, 1983, pp. 103-120.

[5] Clarke, G., and Wright, J., "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points", *Operations Research*, Vol. 12, 1964, pp. 568-581.

[6] Dantzig, G. B., and Ramser, J. H., "The Truck Dispatching Problem", *Management Science*, Vol. 6, 1959, pp. 80-91

[7] Gillett, B. E., and Miller, L. R., "A Heuristic Algorithm for the Vehicle Dispatch Problem", *Operations Research*, Vol. 22, 340-349, 1979

[8] Laporte, G., Hertz, and A., Gendreau, M., "New Insertion and Postoptimization Procedure for the Traveling Salesman Problem", *Operations Research Society of America*, Vol. 40, No. 6, 1992, 1086-1094

[9] Laporte, G., Hertz, A., and Gendreau, M., "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Porblem", *Management Science*, Vol. 40, No. 10, 1994, 1276-1290