

韓國軍事運營分析學會誌

第 26 刊, 第 1 號, 2000. 6. 30.

지형계수를 고려한 Lanchester형 이질부대 전투모형연구
(A Study on Lanchester Type Combat Models
for
Heterogeneous Forces with Terrain Coefficient)

신희래, 김충영*

Abstract

This research studies an attrition rate considering terrain feature in a battlefield. Lanchester-type combat models for heterogeneous forces and the Weapon Effectiveness Index are used in this study. The various environments of the battlefield can be explained by the terrain feature. Attrition rates of heterogeneous model are estimated by applying the battle of Baek-Sek mountain during the Korean War. Estimated attrition rates are checked by the paired samples T-Test.

Specific cases are shown in this paper as an example. If we study out the relative influence of the terrain feature upon the performance of individual weapons, these will be a possible alternative to analyze the military operations.

* 국방대학교 국방관리대학원

1. 서 론

지상전투의 일반적인 목적은 자신의 기용한 전투력을 효과적으로 운용함으로써 적보다 우위의 전투력을 유지하고 나아가서 최소의 희생으로 주어진 목표를 달성하려는 것이다. 이러한 전투를 분석하고 전투결과를 예측하려는 많은 노력을 중에 정량적인 방법으로 수리적인 모형은 1914년에 Lanchester에 의해 최초로 시도되었다. 그러나 그의 초기 모형은 각각의 부대를 동일한 전투력(homogeneous forces)으로 간주하였기 때문에 다수의 무기체계를 운용하는 실제전장을 설명하는데에는 많은 한계점을 내포하고 있었다. 그래서 실제전투를 보다 근접하게 묘사할 수 있는 전투모형을 구축하려는 시도가 계속 되고 있으며, 특히 전투간에 쟁방의 부대(또는 화기)에 적용되는 소모논리에 대한 연구가 활발하게 이루어지고 있다. 주요 소모논리로는 부대가 갖는 취약지역의 비율(Brackney, 1959), 표적을 제압하는데 소요되는 시간의 합수(S. Bonder, 1965), 또는 표적 제압 시간을 감소계수로 하고 가시성(可視性) 모수를 추가하거나(Owen, 1972), 공격화기의 표적에 대한 기용 전투력의 할당정도를 추가하는 경우(J. Taylor, 1974) 등이 고려되었다. 그러나 공격화기가 표적을 제압하는 시간은 파·아 화기의 여건에 따라 항상 다르게 나타나기 때문에 감소계수로 적용하기 위한 기준값을 산출하기가 어렵다.

본 연구에서 적용하고자 하는 감소계수의 기준은 화기의 생존성, 기동성 및 화력을 반영하는 무기효과지수(WEI; Weapon Effectiveness Index, [3])이다. 그리고 다양한 상황의 변화와 다수의 무기체계에 대한 여건을 반영하기 위해 손실률 계수에 지형계수와 할당계수를 추가적으로 고려하여 전투모형을 설정한다. 여기서 지

형계수는 일반적인 감소 계수, 할당 계수를 먼저 계산한 후 과거 전쟁사례를 적용하여 개별전투에 대한 지형 계수를 산출한다. 이렇게 산출한 감소 계수, 할당 계수, 그리고 지형 계수의 곱이 화기의 손실률을 나타내고, 여기서 할당 계수는 화력의 할당비율로써 지휘관의 화력운용 복안을 표현하고, 지형 계수는 개별 화기가 갖는 지형에 대한 효과를 나타낸다. 그리고 추정한 계수를 적용하여 모형을 구성하고 이 모형을 이용하여 백색산 전투에서의 병력의 운용을 분석하고 모형의 적용 차원에서 지원화력의 할당 문제에 대해서 민감도를 분석한다. 본 연구에서 보병부대는 세가지 화기(소화기, 기관총, 박격포)를 운용하고 포병 부대는 단일 종류의 화기를 운용하는 것으로 간주하여 분석한다.

2. 지형계수를 고려한 손실률 계수

2.1 기본 가정 및 변수 정의

본 연구를 위해 다음과 같은 사항을 가정한다.

(1) 교전하는 부대간에는 Lanchester의 자승법칙이 적용된다.

(2) 표적 화기의 손실은 상대 화기의 표적 화기에 대한 피해 효과, 화력의 할당 비율, 그리고 지형 효과에 의해서 발생한다.

(3) 화기 상호간의 피해(감소)효과는 고유의 값을 갖고 이는 무기효과지수의 비율로 결정된다.

(4) 두 종류 이상의 화기가 동일한 표적에 사격하는 경우에, 동시 타격에 의한 상승효과는 무시한다.

그리고 본 연구에서 사용되는 변수들은 다음을 의미한다.

$$i = \text{청군의 } i\text{-부대 형태} (i=1, 2, \dots, I).$$

$m =$ 청군부대의 m 화기 형태($m = 1, 2, \dots, N$).

$j =$ 홍군의 j 부대 형태($j = 1, 2, \dots, J$).

$n =$ 홍군부대의 n 화기형태($n = 1, 2, \dots, N$).

$B_i = B_i(t) =$ 전투시간 t 에서 청군 i 부대의 잔여 전투력

$B_{i0} = (B_{i10}, B_{i20}, \dots, B_{iN0}) =$ 청군 i 부대의

각 화기들의 초기전투력

$B_{im} =$ 청군 i 부대 m 화기의 잔여전투력

$R_j = R_j(t) =$ 전투시간 t 에서 홍군 j 부대의 잔여 전투력

$R_{j0} = (R_{j10}, R_{j20}, \dots, R_{jN0}) =$ 홍군 j 부대의 각 화기들의 초기전투력

$R_{jn} =$ 홍군 j 부대 n 화기의 잔여전투력

β_{jnim} = 홍군 j 부대 n 유형의 화기가 청군 i 부대의 m 유형의 화기(표적)를 공격할 때, 청군의 전투력 감소를 나타내는 감소 계수.

γ_{jnim} = 청군 표적에 대항하는 홍군 화기의 할당 비율, 즉 홍군 j 부대 n 유형의 화기가 청군 부대의 m 화기를 표적으로 사격하는 비율로

$\sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^N \gamma_{jnim} = 1$ 이 성립한다.

α_{jnim} = 홍군 j 부대 n 유형의 화기가 청군 i 부대의 m 유형의 화기(표적)에 대해 사격했을 때 지형에 의한 효과를 반영하는 지형계수.

ρ_{imjn} = 청군 i 부대 m 유형의 화기가 홍군 j 부대의 n 형의 화기를 공격할 때, 홍군의 전투력 감소를 나타내는 감소 계수.

δ_{imjn} = 홍군 표적에 대항하는 청군 화기의 할당

비율, 즉 홍군 j 부대의 n 화기를 표적으로

사격하는 청군 i 부대 m 유형의 화기의 비율로

$$\sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N \delta_{imjn} = 1 \text{ 이 성립한다.}$$

τ_{imjn} = 청군 i 부대 m 유형의 화기가 홍군 j 부대의 n 화기에 대해 사격했을 때 지형에 의한 효과를 반영하는 지형 계수.

2.2 손실률 계수의 설정

본 연구는 각각의 부대가 다수의 화기를 갖는 경우의 이질부대 전투모형을 설정하고, 모형에서의 손실계수에 지형적인 영향을 추가적으로 반영할 수 있도록 하는 것이다. 예를 들어 Lanchester의 자승법칙을 따르는 두 화기, 즉 청군 i 부대 m 유형의 화기와 홍군 j 부대 n 유형의 화기 사이의 시간에 따른 전투력 손실률을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{B}_i}{dt} &= - \sum_{m=1}^N \frac{dB_{im}}{dt} \\ &= - \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N \alpha_{jnim} \beta_{jnim} \gamma_{jnim} R_{jn}, \\ i &= 1, 2, \dots, I \end{aligned} \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{R}_j}{dt} &= - \sum_{n=1}^N \frac{dR_{jn}}{dt} \\ &= - \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^N \tau_{imjn} \rho_{imjn} \delta_{imjn} B_{im}. \\ j &= 1, 2, \dots, J \end{aligned} \quad (2-2)$$

그리고 위의 식 (2-1)과 (2-2)에서 감소계수, 할당비율, 그리고 지형계수의 곱을 각각 손실률 계수 행렬을 \mathbf{Q}_{Bji} , \mathbf{Q}_{Rij} 로 나타내면, 청군 i 부대와 홍군 j 부대사이의 손실률 계수 행렬은 다음과 같다.

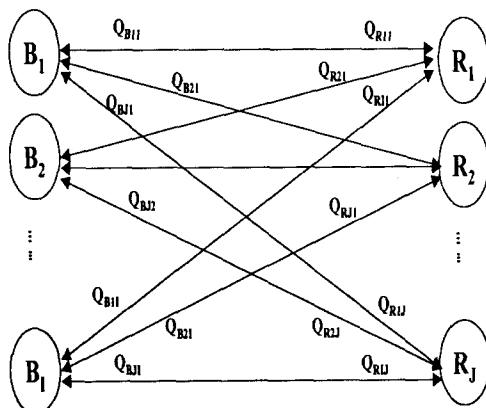
$$Q_{Rij} = \begin{pmatrix} \tau_{111}\rho_{111}\delta_{111} & \tau_{112}\rho_{112}\delta_{112} & \cdots & \tau_{1jN}\rho_{1jN}\delta_{1jN} \\ \tau_{211}\rho_{211}\delta_{211} & \tau_{222}\rho_{222}\delta_{222} & \cdots & \tau_{2jN}\rho_{2jN}\delta_{2jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{i11}\rho_{i11}\delta_{i11} & \tau_{i22}\rho_{i22}\delta_{i22} & \cdots & \tau_{iNj}\rho_{iNj}\delta_{iNj} \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

$$Q_{Bji} = \begin{pmatrix} \alpha_{111}\beta_{111}\gamma_{111} & \alpha_{112}\beta_{112}\gamma_{112} & \cdots & \alpha_{1jN}\beta_{1jN}\gamma_{1jN} \\ \alpha_{211}\beta_{211}\gamma_{211} & \alpha_{222}\beta_{222}\gamma_{222} & \cdots & \alpha_{2jN}\beta_{2jN}\gamma_{2jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{j11}\beta_{j11}\gamma_{j11} & \alpha_{j22}\beta_{j22}\gamma_{j22} & \cdots & \alpha_{jNj}\beta_{jNj}\gamma_{jNj} \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

여기서 Q_{Bji} = 홍군 j 부대에 의한 청군 i 부대의 손실률 계수 행렬이고, 마찬가지로 Q_{Rij} = 청군 i 부대에 의한 홍군 j 부대의 손실률 계수 행렬을 나타낸다. 이러한 손실률 계수들을 하나의 행렬로 나타내면 다수무기 를 갖는 모형에서의 손실률 계수 행렬 Q 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{pmatrix} & Q_{R11} & Q_{R12} & \cdots & Q_{R1j} \\ 0 & Q_{R21} & Q_{R22} & \cdots & Q_{R2j} \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & Q_{RN1} & Q_{RN2} & \cdots & Q_{RNj} \\ Q_{B11} & Q_{B12} & \cdots & Q_{B1j} \\ Q_{B21} & Q_{B22} & \cdots & Q_{B2j} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{Bj1} & Q_{Bj2} & \cdots & Q_{Bjj} \end{pmatrix}$$

이러한 이질부대간의 교전상황은 다음의 <그림 1>과 같이 나타낼 수 있다.



<그림 1> 다수무기를 갖는 이질부대간 교전 상황

그리고 위의 이질부대간의 시간에 따른 손실률을 하나의 행렬식으로 나타내기 위해, 청, 홍군의 부대를 행 벡터로 표시하면 다음과 같다.

$$B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \dots, B_{iN}), \quad i=1, 2, \dots, I$$

$$R_j = (R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jN}), \quad j=1, 2, \dots, J$$

잔류부대의 규모 및 시간에 따른 변화율과 초기 전투력은 아래와 같이 표시할 수 있다. 여기서 Z 는 잔여전투력을 의미하며, dZ/dt 는 시간 t 의 변화에 따른 전투력의 변화율을, 그리고 Z_0 는 초기 전투력을 의미 한다.

$$Z = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_I \\ R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_J \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

$$\frac{dZ}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dB_1}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dB_I}{dt} \\ \frac{dR_1}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dR_J}{dt} \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

$$Z_0 = \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ \vdots \\ B_{I0} \\ R_{10} \\ R_{20} \\ \vdots \\ R_{J0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{110} & B_{120} & \cdots & B_{1N0} \\ B_{210} & B_{220} & \cdots & B_{2N0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{I10} & B_{I20} & \cdots & B_{IN0} \\ R_{110} & R_{120} & \cdots & R_{1N0} \\ R_{210} & R_{220} & \cdots & R_{2N0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{J10} & R_{J20} & \cdots & R_{JN0} \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

그리고 식 (2-1)과 (2-2)를 식 (2-3)에서부터 (2-7)까지의 행렬식을 기초로 시간에 따른 전투력의 변화를

단일 행렬 미분 방정식 체계로 나타내면 다음과 같다.

$$dZ/dt^T = -Z^T Q \quad (2-8)$$

단, Z^T 는 행렬 Z 의 전치행렬이다.

2.3. 행렬 미분 방정식의 해

시간에 따른 전투력의 변화를 알고, 전투개시후 임의의 시간에서의 잔여전투력을 알기 위해 식 (3-8)을 적용하면 다음과 같이 행렬 지수 해를 갖는다.

$$Z^T = Z_0^T \exp\{-Qt\} \quad (2-9)$$

식 (2-9)의 지수 부분은 Taylor expansion을 하여 전개하면 식(2-9)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z = Z_0 - QZ_0 \cdot t + Q^2 Z_0 \cdot t^2/2! - \dots \quad (2-10)$$

본 연구에서는 교전부대가 갖는 화기형태를 소화기, 기관총, 박격포, 그리고 포병화기의 네 가지로 구분한다. 그래서 청군 및 홍군의 부대규모를 하나로 보고 부대의 화기형태를 네 가지로 하여, 이에 대한 상태방정식을 도출하면 $I=J=1$, $N=4$ 가 되어 다음과 같이 표현된다.

$$Z = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{pmatrix}, \quad dZ/dt = \begin{pmatrix} dB_1 \\ dt \\ dB_2 \\ dt \\ dB_3 \\ dt \\ dB_4 \\ dt \\ dR_1 \\ dt \\ dR_2 \\ dt \\ dR_3 \\ dt \\ dR_4 \\ dt \end{pmatrix}, \quad Z_0 = \begin{pmatrix} B_{10} \\ B_{20} \\ B_{30} \\ B_{40} \\ R_{10} \\ R_{20} \\ R_{30} \\ R_{40} \end{pmatrix}$$

위 전투력에 대한 손실률 계수 행렬은 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & Q_R \\ Q_B & 0 \end{bmatrix}$$

여기서

$$Q_R = \begin{pmatrix} \tau_{11}\rho_{11}\delta_{11} & \tau_{12}\rho_{12}\delta_{12} & \tau_{13}\rho_{13}\delta_{13} & \tau_{14}\rho_{14}\delta_{14} \\ \tau_{21}\rho_{21}\delta_{21} & \tau_{22}\rho_{22}\delta_{22} & \tau_{23}\rho_{23}\delta_{23} & \tau_{24}\rho_{24}\delta_{24} \\ \tau_{31}\rho_{31}\delta_{31} & \tau_{32}\rho_{32}\delta_{32} & \tau_{33}\rho_{33}\delta_{33} & \tau_{34}\rho_{34}\delta_{34} \\ \tau_{41}\rho_{41}\delta_{41} & \tau_{42}\rho_{42}\delta_{42} & \tau_{43}\rho_{43}\delta_{43} & \tau_{44}\rho_{44}\delta_{44} \end{pmatrix},$$

$$Q_B = \begin{pmatrix} \alpha_{11}\beta_{11}\gamma_{11} & \alpha_{12}\beta_{12}\gamma_{12} & \alpha_{13}\beta_{13}\gamma_{13} & \alpha_{14}\beta_{14}\gamma_{14} \\ \alpha_{21}\beta_{21}\gamma_{21} & \alpha_{22}\beta_{22}\gamma_{22} & \alpha_{23}\beta_{23}\gamma_{23} & \alpha_{24}\beta_{24}\gamma_{24} \\ \alpha_{31}\beta_{31}\gamma_{31} & \alpha_{32}\beta_{32}\gamma_{32} & \alpha_{33}\beta_{33}\gamma_{33} & \alpha_{34}\beta_{34}\gamma_{34} \\ \alpha_{41}\beta_{41}\gamma_{41} & \alpha_{42}\beta_{42}\gamma_{42} & \alpha_{43}\beta_{43}\gamma_{43} & \alpha_{44}\beta_{44}\gamma_{44} \end{pmatrix}.$$

그리고 Q^2 과 Q^3 은 다음과 같다.

$$Q^2 = \begin{bmatrix} Q_B Q_R & 0 \\ 0 & Q_B Q_R \end{bmatrix}, \quad Q^3 = \begin{bmatrix} 0 & Q_B^2 Q_R \\ Q_B Q_R^2 & 0 \end{bmatrix}$$

위 식을 식 (2-10)에 대입하면 다음의 결과를 얻는다.

$$Z = \begin{bmatrix} B(t)^T \\ R(t)^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^T \\ R_0^T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q_B R_0^T \\ Q_R B_0^T \end{bmatrix} \cdot t + \begin{bmatrix} Q_B Q_R B_0^T \\ Q_B Q_R R_0^T \end{bmatrix} \cdot t^2/2! - \dots \quad (2-11)$$

여기에서 시간 t 의 함수로 표시되는 청군 및 홍군의 잔여전투력은 다음과 같이 주어진다.

$$B(t)^T = B_0^T - Q_B R_0^T \cdot t + Q_B Q_R B_0^T \cdot t^2/2! - Q_B^2 Q_R R_0^T \cdot t^3/3! + \dots \quad (2-12)$$

$$R(t)^T = R_0^T - Q_R B_0^T \cdot t + Q_R Q_B R_0^T \cdot t^2/2! - Q_R^2 Q_B B_0^T \cdot t^3/3! + \dots \quad (2-13)$$

식 (2-12)와 (2-13)으로 표현되는 이질부대의 시간에 따른 잔여전투력을 계산하는 절차는 다음과 같다.

- ① 우선 양측의 화기별 초기 전투력 규모 (B_0 , R_0)를 입력한다.

- ② 정해진 전투기간과 비교하여 전투종료 여부를 판단한다.

③ 감소 계수 행렬을 계산하고, 순환 관계식을 다음과 같이 구성하여 t시간에서 잔여전투력을 계산한다
(여기서 k는 반복횟수이고)

$$\text{최초조건: } B(0) = R(0) = 0.$$

$$B(t)^{(k)} = B(t)^{(k-1)} + Q_B^{k-1} Q_R^{k-1} B_0 \frac{t^{2(k-1)}}{[2(k-1)]!} - Q_B^k Q_R^{k-1} R_0 \frac{t^{2k-1}}{(2k-1)!}$$

$$R(t)^{(k)} = R(t)^{(k-1)} + Q_R^{k-1} Q_B^{k-1} R_0 \frac{t^{2(k-1)}}{[2(k-1)]!} - Q_R^k Q_B^{k-1} B_0 \frac{t^{2k-1}}{(2k-1)!}$$

단, $Q_B^0 = Q_R^0 = I$
(2-14)

식(2-14)의 잔여전투력 계산은 원 함수가 지수형태의 함수로 무한히 반복되나 임의의 δ 번째 항까지 계산한다고 하면, $k=\delta$ 에 이르면 계산을 종료한다.

④ 현단계의 잔여전투력을 출력하고 다음 단위시간의 전투력을 계산하기 위해 현단계의 전투력을 초기전투력으로 하고, 감소계수를 최초값으로 환원시킨다.

⑤ 정해진 전투기간까지 ③, ④ 단계를 반복 계산한다.

⑥ 정해진 기간에 도달하면 계산을 종료한다.

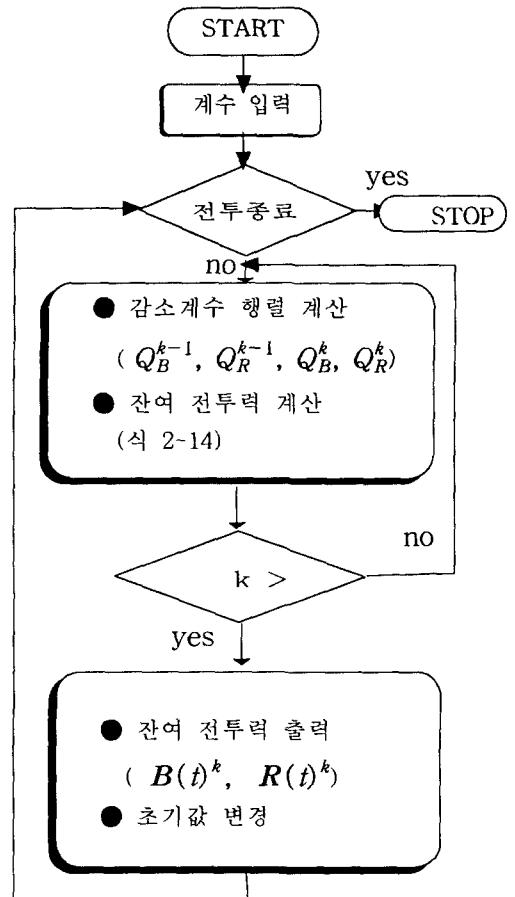
위 절차에 대한 FORTRAN 프로그램의 흐름도는 그림 2>와 같다.

3. 전투모형의 적용

3.1 관련 계수의 선정

이질적인 부대의 교전을 다루기 위해서는 일련의 화기들이 상대방의 각각의 화기에 미치는 영향 요소를 세량화하는 것이 가장 기본이 되는 작업이다. 이는 보다 타당한 손실 계수를 고려한 모델이 더욱 실제 전투 결과에 근접하게 모의 결과를 보여 줄 수 있기 때문이다.

본 논문에서 손실률 계수 선정을 위해 다음과 같은 항들을 가정한다.



<그림 2> 전투력 계산 흐름도

- (1) 각각 화기들의 감소 계수는 개별 화기가 갖는 무기효과지수(WEI,[3])의 상대적인 비율을 따른다.
- (2) 보병화기의 경우 사용전투력을 자신에게 가장 위협이 되는 적 화기에 대해 우선 할당하고 보유 화기는 소화기, 기관총, 박격포로 한정한다.
- (3) 포병화기의 경우 사용화력을 원거리의 적 포병보다는 적 보병을 위주로 할당하며 동일 유형의 야포를 운용한다.
- (4) 화기의 손실은 공격화기의 상대적인 감소 계수와 화력의 할당량에 의해 결정되고 추가적인 요소는 지형의 영향으로 간주한다.

3.1.1 화기별 상대적인 감소 계수

화기에 대한 상대적인 감소율은 각각의 화기가 가지고 있는 무기효과지수(WEI)의 비율을 따르고, 이때의 기준화기는 아군의 경우 M16A1, 81mm 박격포, 그리고 155mm 야포로 하였으며, 적군의 경우는 AK소총, 82mm 박격포, 그리고 122mm 야포를 기준으로 삼았다. 그리고 공격화기에 의한 표적화기의 감소 계수는 다음과 같이 계산된다.

$$\text{감소계수} = \frac{\text{공격화기의 WEI}}{\text{표적화기의 WEI}} \quad (3-1)$$

식 (3-1)은 각각의 화기들이 1:1 대응으로 교전하는 경우에, WEI가 상대적으로 높은 화기가 낮은 화기에 비해 피해를 적게 입게 되므로 표적화기의 WEI값으로 나눈 비례값을 감소계수로 가정한다.

예를 들면, 적 소화기가 아군 기관총에 주는 피해는 0.712(=2.37/3.33)이고, 같은 방법으로 나머지 화기들의 감소 계수를 구하면 아래 행렬과 같다.

$$\rho_{ij} = \begin{matrix} & \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 1.097 & 1.392 & 12.245 & 29.004 \\ \text{기관총} & 0.718 & 1.000 & 8.794 & 20.830 \\ \text{박격포} & 0.0796 & 0.111 & 0.976 & 2.311 \\ \text{야포} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.056 \end{matrix} \quad (3-2)$$

$$\beta_{ij} = \begin{matrix} & \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.912 & 1.281 & 11.44 & 25.046 \\ \text{기관총} & 0.712 & 1.000 & 8.931 & 19.733 \\ \text{박격포} & 0.0817 & 0.115 & 1.025 & 2.244 \\ \text{야포} & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.947 \end{matrix} \quad (3-3)$$

3.1.2 표적 할당 계수

3.1.2.1 보병화기의 경우

보병의 보유화기를 소화기, 기관총, 박격포로 제한하였고, 이러한 화기들의 목표는 대부분이 상대방의 소화기로 선정한다. 왜냐하면 보병의 입장에서 자신의 능력 범위 내의 표적중에 자신의 안전을 가장 위협하고 있

는 가시거리 내에 위치한 적 보병에 대한 사격이 가장 효과적이기 때문이다. 그래서 다음의 <표 3-1>과 같이 화기가 표적을 할당한다고 가정한다.

<표 3-1> 보병화기의 표적 할당

화기	표적	할당비율
소화기	소화기	0.8
	기관총	0.2
	박격포	0.0
기관총	소화기	0.6
	기관총	0.4
	박격포	0.0
박격포	소화기	0.6
	기관총	0.3
	박격포	0.1

3.1.2.2 포병화기의 경우

야전포병의 사격 분배는 아군에게 큰 위협을 주는 적 화기에 대해 사격을 집중하여야 하나 한국전 당시를 고려하면 관측수단의 제한으로 오히려 대포병 사격보다는 적에 대한 제압사격 임무에 비중을 두는 것으로 가정하였다. 즉 95%의 비중을 적 보병에 두고 나머지를 대포병 사격을 하는 것으로 구성하였으며, 적 보병에 대한 사격임무 중 축선별 사격분배는 주공축선에 70%를 지향하였고, 보병 주요화기에 대한 분배 비율은 박격포의 사격분배와 동일하게 할당하는 것으로 가정하였다. 예를 들면, 포병이 주공축선의 보병 소화기에 대한 할당비율은 다음과 같이 계산한다.

$$\text{할당비율} = 0.95(\text{보병에 대한 할당비율})$$

$$\times 0.7(\text{축선에 대한 지향비율})$$

$$\times 0.6(\text{소화기에 대한 할당비율})$$

$$= 0.399$$

그리고 같은 방법으로 산출 한 다른 화기들에 대한 포병화기의 할당비율은 <표 3-2>와 같고 표적 할당비율을 행렬로 표시하면 다음과 같다.

<표 3-2> 포병화기의 표적 할당

구 분	표 적	할 당 비 율
대 포 병 사격 (5%)	야 포	0.05
보 병 제 압	소 화 기	0.399
	기 관 총	0.1995
	박 격 포	0.0665
사 격 (95%)	소 화 기	0.171
	기 관 총	0.0855
	박 격 포	0.0285

첫째, 주공 축선에서의 화기들의 할당 계수

$$\delta_{ji} = \gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.8 & 0.6 & 0.399 \\ \text{기관총} & 0.2 & 0.4 & 0.1995 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.0665 \\ \text{야포} & 0.0 & 0.0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3-4)$$

둘째, 조공 축선에서의 화기들의 할당 계수

$$\delta_{ji} = \gamma_{ij} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.8 & 0.6 & 0.171 \\ \text{기관총} & 0.2 & 0.4 & 0.0855 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.0285 \\ \text{야포} & 0.0 & 0.0 & 0.05 \end{pmatrix} \quad (3-5)$$

3.1.3 지형 계수의 산출

기본적으로 피·아 부대들의 손실은 상대화기의 성능과 상대화기들의 표적 할당 비율에 의해 발생한다. 그리고 추가적인 영향요소는 지형의 영향이라고 판단하고 한국전쟁 당시 제 1차 백석산 전투에 대한 지형 계수를 산출하기 위해 백석산 전투에 대해 살펴보면 다음과 같다.

3.1.3.1 제1차 백석산 전투 개요[2]

본 전투는 1951년 9월 24일부터 9월 27일 사이에 아군 제 7사단이 북괴 제 32사단 및 12사단 일부 병력이 점령하고 있는 백석산에 대한 공격작전으로, 아군은 포병화력의 지원하에 2개축선(8연대 및 3연대) 각 1개

축선을 담당)으로 공격하였다. 이 백석산은 적 제 5군 단이 방어에 중점을 두고 있는 지역으로 만약 아군이 탈취한다면 단장의 능선의 축후방을 위협할 수 있게 되어 차후작전 및 전진의 발판으로써의 전략적 가치가 있는 전략 요충지였다.

3.1.3.2 초기 전투력 규모

초기 전투력 규모는 <표 3-3>과 같고, 여기서 전투력은 교전 부대만을 고려하여 산출하였으며 교전 부대는 편제 화기를 100% 보유하고 있는 것으로 간주하였다.

<표 3-3> 각 진영의 축선별 보유화기 현황[4]

구분	8연대 축선(좌)			3연대 축선(우)			야포
	소화기	기관총	박격포	소화기	기관총	박격포	
아군	2874	131	57	2874	131	57	18
적군	980	240	22	1370	360	33	10

3.1.3.3 전투 결과[5]

아군에 대한 손실 인원은 전사 및 실종 인원을 합하였고, 적군의 경우는 사살, 포로, 투항 인원을 합하였으며, 일자별 손실인원은 <표 3-4>와 같다.

<표 3-4> 제1차 백석산 전투에서의 일자별 손실인원

구분	축선	8연대 축선(좌)	3연대 축선(우)
일자별	아군	9.24	40
	25	31	3
	26	80	10
	27	63	32
손실인원	적군	9.24	67
	25	160	159
	26	134	49
	27	23	32

이러한 역사자료를 근거로 실제 전투의 일자별 잔여 전투력과 여러 가지 지형 계수를 적용한 모형의 결과

값 사이의 오차 제곱의 합을 구하면 <표 3-5>와 같다.

<표 3-5> 실제 결과와 모형의 결과에 대한 오차 제곱 합

α_{ij}	τ_{ji}	0.01	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015
0.008	4.82E6	3.95E6	3.41E6	3.22E6	3.37E6	3.86E6	
0.009	4.77E6	3.89E6	3.35E6	3.15E6	3.29E6	3.77E6	
0.010	4.79E6	3.90E6	3.34E6	3.13E6	3.26E6	3.72E6	
0.011	4.87E6	3.96E6	3.40E6	3.18E6	3.29E6	3.74E6	
0.012	5.01E6	4.09E6	3.52E6	3.28E6	3.38E6	3.82E6	
0.013	5.21E6	4.29E6	3.70E6	3.44E6	3.53E6	3.95E6	

<표 3-5>를 보면 $\alpha_{ij} = 0.01$, $\tau_{ji} = 0.013$ 에서 오차 제곱 합이 3.135×10^6 으로 최소값을 갖는다. 그러므로 지형 계수는 다음의 값으로 선정한다.

$$\alpha_{ij} = 0.01, \tau_{ji} = 0.013 \quad (3-6)$$

3.2 제1차 백식산 전투에 대한 모형의 적용

제1차 백식산 전투에 대한 관련 계수의 선정 결과는 식(3-2)에서부터 (3-6)까지이다. 그리고 전투는 2개 부대(보병 2개부대와 배속된 지원 포병)에 의해 교전이 일어나고, 보병부대는 각각 3종류의 화기와 지원포병으로 4종류의 화기를 가지고 있으므로 피·아 화기들의 손실 계수를 산출하면 다음과 같다.

첫째, 아군의 손실 계수

$$Q_{B11} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.007296 & 0.007686 & 0.06864 & 0.099984 \\ \text{기관총} & 0.001424 & 0.004 & 0.0268 & 0.038578 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.00103 & 0.001492 \\ \text{야포} & 0 & 0 & 0 & 0.000474 \end{pmatrix}$$

$$Q_{B22} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.007296 & 0.007686 & 0.06864 & 0.042829 \\ \text{기관총} & 0.001424 & 0.004 & 0.0268 & 0.016872 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.00103 & 0.000646 \\ \text{야포} & 0 & 0 & 0 & 0.000474 \end{pmatrix}$$

둘째, 적군의 손실 계수

$$Q_{R11} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.011409 & 0.010858 & 0.095511 & 0.150444 \\ \text{기관총} & 0.001867 & 0.0052 & 0.034297 & 0.052939 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.001269 & 0.001998 \\ \text{야포} & 0 & 0 & 0 & 0.000686 \end{pmatrix}$$

$$Q_{R22} = \begin{pmatrix} \text{소화기} & \text{기관총} & \text{박격포} & \text{야포} \\ \text{소화기} & 0.011409 & 0.010858 & 0.095511 & 0.064476 \\ \text{기관총} & 0.001867 & 0.0052 & 0.034297 & 0.023153 \\ \text{박격포} & 0.0 & 0.0 & 0.001269 & 0.000865 \\ \text{야포} & 0 & 0 & 0 & 0.000686 \end{pmatrix}$$

<표 3-6> 백식산 전투에 대한 실제 및 모형의 잔여전투력 비교

구분	축선	8연대 축선(좌)			
		실제결과		모형 실행 결과	
		인원	소화기	기관총	박격포
아	초기	3005	2874	131	57
	1일차	2965	2858.5	126.52	56.96
	2일차	2934	2828.62	117.84	56.89
	3일차	2854	2787.33	105.7	56.78
	4일차	2791	2739.57	91.37	56.63
	감소율	92.88%		94.21%	
적	초기	1220	980	240	22
	1일차	1153	936.28	230.70	21.89
	2일차	993	849.34	212.24	21.68
	3일차	859	720.42	184.90	21.35
	4일차	836	551.32	149.13	20.92
	감소율	68.52%		57.42%	

구 분	3연대 축선(우)				야포
	인원	소화기	기관총	박격포	
아	초기	3005	2874	131	57
	1일차	2988	2862.80	127.52	56.96
	2일차	2985	2841.04	120.74	56.88
	3일차	2975	2810.45	111.17	56.76
	4일차	2943	2773.92	99.67	56.60
	감소율	97.94%		95.62%	99.7%
적	초기	1730	1370	360	33
	1일차	1581	1329.38	351.44	32.91
	2일차	1422	1248.53	334.43	32.74
	3일차	1373	1128.42	309.21	32.47
	4일차	1341	970.53	276.18	32.13
	감소율	77.51%		72.06%	98.8%

오차평균 : 65.04 표준편차 : 69.16

이러한 손실 계수들을 모형에 적용하여 일자별 잔여 전투력과 초기 전투력에 대한 병력의 손실비율과 화기

의 손실비율을 나타내면 <표 3-6>과 같다

<표 3-6>에서 소화기와 기관총의 감소를 인원의 손실로 동일하게 간주하는 것은 각 화기가 개인화기로써 인원과 화기가 1:1의 비율을 유지하기 때문이고 상대적으로 박격포의 경우는 4~5명이 1개포를 운영하기 때문에 화기의 감소율에 대해 4.5배를 인원의 손실로 고려할 수 있기 때문이다. 표에서 실제 결과의 감소율과 모형의 감소율을 비교해 보면 1.33%~11.1%의 오차를 보이고 있다. 또한 다양하게 영향 계수를 변경함으로써 보다 근접하게 모형화 할 수 있지만, 개개의 전장에서 적용 가능한 정확한 관련 계수를 산출하기는 어려우므로 우선 각각의 화기들에 대한 지형 계수를 동일하다고 가정하여 적용하였다. 모형이 실제 결과를 어느 정도 설명해 주고 있는지 알아보기 위해 모형에서의 전투력 감소과정과 한국전 당시의 실제 전투에서의 잔여 전투력에 대해 유의수준 $\alpha=0.05$ 로 대응비교를 실시한 결과는 <표3-7>과 같다.

<표 3-7>은 보다 구체적인 비교를 위해 아군과 적군의 경우, 그리고 각 축선에 대해 4가지의 경우로 구분하여 적용하였다. 여기서 각각을 대응비교를 통해 구한 검정통계량이 유의수준 $\alpha=0.05$ 에서 기각역($|T|>2.776$)에 포함되지 않기 때문에 우리는 “실제 전투결과와 모형을 적용한 전투결과의 일자별 잔여전투력의 평균값은 차이가 없다”는 귀무가설을 기각할 수 없다. 즉, 이 모형이 비교적 실제 전투결과를 잘 설명해 주고 있다고 생각할 수 있다

3.3 감도 분석

포병의 경우는 상대적으로 지형의 읍폐/엄폐 효과를 이용하기 어렵고 노출정도가 보병에 비해 상대적으로 크다. 그러므로 본 모형에서는 포병상호간의 지형 계수

<표 3-7> 표 3-6의 각 축선별 결과값에 대한 검정표

구분	축선	대응차			T (검정 통계량)	$t(4,0.025)$
		평균	표준편차	표준오차 평균		
아군	좌측	-22.3	18.226	8.151	-2.734	2.776
	우측	28.75	31.948	14.288	2.012	
적군	좌측	1.338	79.698	35.642	0.038	
	우측	-46.2	97.80	43.737	-1.057	

를 다른 화기의 10배 수준으로 큰 값을 적용한 경우에 대해 화기의 할당 계수의 변화가 전투결과에 어떠한 영향을 미치는가에 대해서 민감도 분석을 실시한다. 각 화기의 지형계수는 다음과 같다.

$$\alpha_{ij} = 0.01, \tau_{ij} = 0.013,$$

$$\text{단 } \alpha_{33} = 0.1, \tau_{33} = 0.13$$

그리고 피·아부대의 전체 전투력의 비교를 위해 통합 전투력의 산출은 무기효과지수를 기준으로 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{통합 전투력 (무기지수)} &= \sum (\text{화기의 잔여전투력} \\ &\times \text{화기의 무기효과 지수}) \end{aligned}$$

3.3.1 보병의 할당 계수가 변할 경우

다른 계수들은 변경하지 않고 아군 보병 기본화기가 적 소화기를 위주로 할당하여 다음과 같은 계수를 적용한다. 여기서 ()안은 최초의 계수이다.

$$\delta_{ji} = \begin{cases} \text{소화기} & \begin{pmatrix} 1.0(0.8) & 0.8(0.6) & 0.8(0.6) & 0.0399 \\ 0.0(0.2) & 0.2(0.4) & 0.2(0.3) & 0.1995 \end{pmatrix} \\ \text{기관총} & \\ \text{박격포} & \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 & 0.0(0.1) & 0.0665 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix} \\ \text{야포} & \end{cases}$$

변경된 계수를 적용하여 전투종료시의 잔여전투력을 비교해 보면 <표 3-8>과 같다.

<표 3-8> 조건3.3.1에 의한 잔여전투력의 변화

축선 \ 구분	원모형	조건3.3.1
아군	소화기	5513.49
	기관총	191.04
	박격포	113.23
	무기지수	18257.17
적군	소화기	1521.85
	기관총	425.31
	박격포	53.05
	무기지수	6600.78
		1328.02
		554.69
		54.49
		6615.06

<표 3-8>에서 포병에 대한 지형의 보호효과가 감소하여 포병 상호간의 피해율이 커지게 되고, 양 진영이 모두 규모가 작아진 상대방 포병으로부터 피해를 받기 때문에 초기 모형에 비해 약간의 전투력 상승을 가져온다. 그러나 피·아 동일한 규모의 상승이므로 보병 할당 계수의 변경은 효과적이라고 말할 수 없다.

3.3.2 포병의 할당 계수를 변경할 경우

아군 포병화력의 할당을 적 포병에 20%를 지향하고 잔여전투력에서 70%를 주공부대를 지원하고 나머지는 조공부대를 지원하는 것으로 하여 할당 계수를 선정하면 다음과 같다.

$$\delta_{31} = \begin{cases} \text{소화기} & 0.336(0.399) \\ \text{기관총} & 0.168(0.1995) \\ \text{박격포} & 0.056(0.0665) \end{cases}$$

$$\delta_{32} = \begin{cases} \text{소화기} & 0.144(0.171) \\ \text{기관총} & 0.072(0.0855) \\ \text{박격포} & 0.024(0.0285) \end{cases}$$

$$\delta_{33} = \text{야포}[0.2(0.05)]$$

위와 같이 변경된 계수를 적용한 모형에 의한 전투

종료후 잔여전투력을 살펴보면 다음의 <표 3-9>와 같다.

<표 3-9> 조건3.3.2에 의한 잔여전투력의 변화

축선 \ 구분	아군		적군	
	원모형	조건3.3.2	원모형	조건3.3.2
8 소화기	2739.6	2738.97	551.32	569.35
연대 기관총	91.37	93.16	149.13	153.95
(좌) 박격포	56.63	56.66	20.92	20.98
3 소화기	2773.9	2773.89	970.53	970.49
연대 기관총	99.67	100.49	276.18	278.24
(우) 박격포	56.60	56.61	32.13	32.15
포병	17.95	17.64	9.88	5.11
무기지수	19491.05	19477.96	7244.16	6988.14

표를 보면 포병의 화력을 적 보병에서 적 포병으로 전환할 경우 아군 및 적군의 보병 전투력은 거의 동일한 수준이나 포병 전투력은 상대적으로 크게 감소하고 있음을 알 수 있다. 그리고 전체 전투력 측면에서는 아군은 동일한 전투력을 유지하는 반면 적은 크게 감소하고 있기 때문에 포병의 화력 분배가 비교적 효과적이라고 할 수 있다.

3.3.3 포병화력 할당의 적정 비율에 대한 고찰

포병이 상이한 지형 계수를 갖는 모형을 이용해 아군 포병의 적정 전환비율을 알아보기 위해 앞에서 언급한 변수 정의를 기초로 다음의 초기상황을 구성한다.

$$B_0 = R_0 = (1000, 100)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} 0.00729 & 0.09998 \\ 0.0 & 0.01492 \end{pmatrix},$$

$$\rho = \begin{pmatrix} 0.01141 & 0.09551 \\ 0.0 & 0.00865 \end{pmatrix},$$

$$\alpha = \tau = (0.01, 0.1)$$

단, $B_1 = R_1$: 보병, $B_2 = R_2$: 포병

구성된 두 부대(청군, 홍군)의 전투상황에서 홍군은 청군에 대해 자신의 포병전투력의 10%를 청군 포병에 지향하는 경우와 40%를 지향하는 경우로 구분하고 각각의 경우에 대해 청군의 포병 전투력의 전환비율의 변화에 따른 양 진영의 잔여전투력의 규모는 <표 3-10>과 같다.

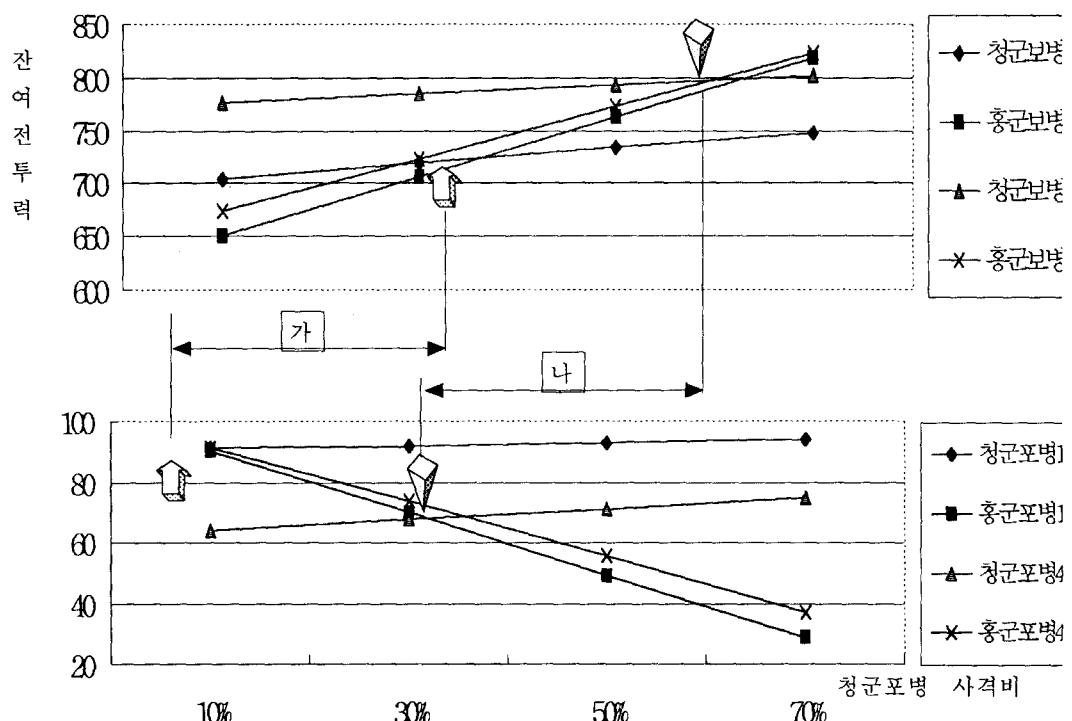
<표 3-10>은 홍군 포병에 대한 청군 포병 화력의 할당비율을 증가시킬수록 청군 보병 및 포병의 잔여 전투력 규모가 증가하고 있음을 보여준다. 그러나 대포병 사격비율이 일정 비율을 초과하게 되면 보병의 경우 오히려 홍군의 전투력이 청군보다 우위를 차지하게 된다. 그러면 보병 및 포병 전투력 모두가 청군이 우위에 있게 되는 경우를 알아보기 위해 그림으로 나타내

면 <그림 3>과 같다.

<표 3-10> 지원화력의 할당과 잔여전투력의 변화

대 포병 사격비율	청군의 잔여전투력		홍군의 잔여전투력	
	보 병	포 병	보 병	포 병
10%	10%	704.397	91.01	650.798
	30%	718.963	91.98	706.502
	50%	733.556	92.95	762.350
	70%	748.175	93.93	818.342
40%	10%	776.25	63.88	673.41
	30%	784.83	67.43	722.75
	50%	793.46	71.02	772.68
	70%	802.15	74.65	823.21

그림에서 구간 '가'와 '나'는 각각 청군의 대포병 사격 비율의 가능 구간을 나타낸다. 즉, 구간 '가'는 홍군



<그림 3> 대포병 사격비율에 따른 잔여전투력의 변화

이 포병전투력의 10%를 대포병 사격에 할당하고 있다면 청군은 자신의 포병 전투력을 약 10%에서부터 35.98%까지 적 포병에게 지향할 수 있음을 나타낸다. 왜냐하면 청군의 대포병 사격비율 10%미만에서는 홍군의 포병이 우세하게 되고, 35.98%를 초과해서는 포병 전투력에서는 우위를 확보할 수 있지만 보병전투력에서는 홍군이 우위를 차지하게 되기 때문이다. 그리고 구간 '나'는 홍군이 포병 전투력의 40%를 대포병 사격에 지향하는 경우의 청군 대포병 사격 가능 구간으로, 보병 및 포병에서 우위의 잔여 전투력을 유지하기 위해서는 35.8%에서 59.8%까지의 포병 전투력을 대포병 사격에 할당하여야 함을 보여주고 있다.

4. 결 론

본 연구는 지형요소를 고려한 이질부대 전투모형을 설정하고 모형에서의 계수 선정 방법, 그리고 설정한 모형을 기초로 지원화력의 효과적인 운용 방법에 대해 분석하였다. 그리고 설정한 모형을 이용해 제1차 백색 산 전투에 대해서 실제 전투 결과와의 비교를 통해 손실계수를 염출하고 검증하였다. 그리고 본 모형을 사용하여 여러 전투방안에 대해 감도분석을 실시하여 다음의 결과를 얻었다.

첫째, 상대적으로 적에게 피해를 입히는 규모가 작은 소화기의 경우는 자신의 직접적인 표적에 화력을 집중하는 것이 효과적이다.

둘째, 모든 화기에 대해 동일한 지형계수를 적용하는 경우에 가용 전투력의 운용은 상대적으로 피해를 크게 입힐 수 있는 적 부대에 대해 집중해서 사용하는 것이 아군의 생존성 및 적의 전투력을 감소시킬 수 있는 효과적인 방안이다.

셋째, 포병의 경우에 지형 계수를 크게 적용한 경우

(포병은 지형의 엄폐효과를 작게 받기 때문에)에는 아군 포병화력을 적의 지원화력에 대해 적절히 분배하는 것이 효과적이다. 왜냐하면 아군에게 피해를 크게 입히는 적의 전투력을 감소시킴으로써 아군의 생존성을 향상시킬 수 있고 생존성이 향상된 아군은 그 만큼 적에게 큰 피해를 줄 수 있기 때문이다.

넷째, 지형요소를 고려한 경우에 아군의 생존성을 높이기 위해 포병 전투력의 운용 방법은 적의 대포병 사격 비율보다 높은 아군의 대포병 사격비율을 유지하는 것이 좋은 효과를 나타낸다. 즉, 산악지형에서의 포병은 단순히 전방의 보병을 지원하는 전투수단이 아닌 그 자체로서 적 포병 내지는 지원화력에 대한 화력전투를 실시해야 한다는 것을 말해 주고 있으며 이는 실제 포병 운용 개념과도 일치한다.

결론적으로 본 연구를 통해, 개별화기에 대한 지형적인 특성을 반영시키는 경우에 보다 효과적인 전투분석이 가능했음을 알 수 있다.

그리고 보다 다양한 지형에서의 개별화기가 갖는 특성을 효과적으로 계량화시킬 수 있다면 이질부대 전투모형은 전투의 승패뿐만 아니라 전투력의 운용 측면까지도 구체적으로 분석해 줄 수 있는 가능한 대안으로 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- [1] 김충영, 민재료, 하석태, 강성진, 군사운영분석의 이론과 실제, 국방대학원, 1996, pp. 221~268
- [2] 국방부 전사편찬위원회, 한국전쟁사 7, 서울신문사, 1974, pp. 95 ~ 120
- [3] 국방연구원, 전력지수 개선연구, 1997, pp. 107 ~ 108

- [4] 육군본부감실, 6.25 사변 육군전사 1, 대구인쇄소,
1952
- [5] 제 3군단 작전처, 지역전사, 제7지구인쇄소, 1985,
pp. 274 ~ 299
- [6] DARCOM-P 706-102, Engineering Design
Handbook(II), 1980, pp. 145. ~ 160
- [7] Bonder, S., "The Lanchester Attrition-Rate
Coefficient", *Operations Research Symposium*,
Vol.15, 1967, pp. 221~232
- [8] H. Brackney, "The Dynamics of Military
Combat", *Operations Research*, Vol.7, 1959, pp.
30~44
- [9] Taylor, J. G., Lanchester Model of Warfare(II),
1983, pp. 482~490
- [10] Taylor, J. G. and S. H. Parry, "Force-Ratio
Considerations for Some Lanchester-type Models
of Warfare", *Operations Research*, Vol.23, 1975,
pp. 522~533
- [11] Weiss, H. K., "Some Differential Game of
Tactical Interest and the Value of A Supporting
Weapon System", *Operations Research*, Vol.7,
1959, pp. 180~196