

최악의 대기 조건 하의 공기조력 비행선 운전

Aeroassisted Orbital Maneuvering in a Worst-Case Atmosphere

이 병 수
(Byoungsoo Lee)

Abstract : Advanced space transportation systems, such as the National Aerospace Plane or an Orbital Transfer Vehicle, have atmospheric maneuvering capabilities. For such vehicles the use of aeroassisted orbital transfer from a high Earth orbit to a low Earth orbit, with unpowered flight in the atmosphere, has the potential for significant fuel savings compared to exoatmospheric Hohmann transfer. However, to exploit the fuel savings that can be achieved by using the Earth's atmosphere to reduce the vehicle's energy, a guidance law is required, and it must be able to handle large unpredictable fluctuations in atmospheric density, on the order of $\pm 50\%$ relative to the 1962 US Standard Atmosphere. In this paper aeroassisted orbital transfer is considered as a differential game, with Nature controlling the atmosphere density to yield a worst case (min-max fuel required) atmosphere, from which the guaranteed playable set boundary are achieved. Inside the playable set, it is guaranteed that the vehicle achieves the optimal atmospheric exit condition for the minimum fuel consumption regardless of the atmospheric density variations.

Keywords : aeroassisted orbital transfer, differential game, playable set boundary, optimal control

I. 서론

National Aerospace Plane 혹은 Orbital Transfer Vehicle 등의 진보된 교통 수단들은 대기 비행능력을 갖추고 있다. 이러한 운송 수단들은 지구고궤도(high Earth orbit)에서 지구저궤도(low Earth orbit)로의 공기조력궤도천이(aeroassisted orbital transfer) 기능을 이용하여 대기 중에서 무동력 비행을 실시하며 이로 인해 대기권 내에서의 비행이 배제되는 호먼(Hohmann) 궤도 천이와 비교하여 추진 연료 절약 효과를 얻을 수 있다.

하지만 이러한 공기조력궤도천이를 이용하는 데에는 기술적인 어려움이 있고 이 중 예측할 수 없는 대기 밀도의 변동[1]에도 불구하고 최적의 대기 탈출 조건을 유도하는 제어법칙의 설계는 난제로 남아 있다. 대기 밀도는 계의 모델에 포함되어 있지만 실제 비행중의 대기 밀도 값은 설계 당시의 밀도와 다르므로 목표한 탈출 조건을 얻을 수 없을 뿐만 아니라 탈출 조차도 불가능하여 궤도 천이 임무 중 불의의 사고 위험을 안게 된다. Mease와 Vinh[2]은 동 평면상의 원형 궤도를 천이하는 비행선의 공기조력궤도천이 문제에 대해서 최적의 연료를 소비하는 제어규칙 및 궤도를 찾아내었는데 이 연구는 밀도의 변동이 없는 이상적인 대기[3]를 전제로 하고있다. 이러한 제어규칙으로는 대기의 밀도가 변화하는 경우에 최적의 대기 탈출 조건을 만족 못한다. Lee 와 Grantham[4]은 리아프노프 최적 제어 규칙을 유도하여 밀도가 변동하는 대기 중에서도 최적 탈출 조건을 얻을 수 있는 상태변수 피드백제어기를 설계하여 Mease와 Vinh[2]이 설계한 개루프(open-loop) 최적제어기에 대하여 대기 밀도 변화에

강건함을 보였다. 하지만 이러한 연구 결과에도 불구하고 무엇이 최악의 대기 밀도 조건이며 또한 이러한 최악의 대기 밀도 조건에서도 최적 대기 탈출 조건을 얻을 수 있는 절대적인 최적제어규칙의 경계(playable set boundary)에 대한 연구 결과는 발표되지 않았다.

본 논문에서는 공기조력궤도천이의 문제가 미분 게임(differential game) [5] - [7]으로 취급되며, 자연계(Nature)가 대기의 밀도를 제어하여 최악의 대기를 형성하고 이 최악의 대기에서 최적의 대기 탈출 조건을 보장하는 최적제어규칙 경계(guaranteed playable set boundaries)를 얻는다. 이 최적제어규칙의 경계 내부에서는 대기의 밀도 변화에도 불구하고 최소의 연료를 소비하는 비행선의 최적 대기 탈출 조건을 보장 받는다. 제2장에서는 회전모멘트 보전의 법칙과 에너지 보전의 법칙으로부터 대기 진입, 대기 탈출 조건을 유도하고 미분 게임에 사용될 가격함수(cost functional)를 유도하고 결정한다[8] [9]. 제3장에서는 비행선의 대기 중에서의 비행과 관련된 지배방정식을 유도하고 두개의 게임 제어변수를 설정한다. 제4장에서는 미분 게임의 방정식 및 제어변수의 게임규칙을 유도한다. 제5장에서는 수치 모의 실험을 통하여 최적제어규칙의 경계곡면을 찾아낸다. 마지막 장에서는 본 연구의 결과에 대한 토론과 앞으로의 연구 방향을 제시한다.

II. 최소 연료 HEO-to-LEO 궤도천이

그림 1과 같은 지구고궤도(HEO)에서 지구저궤도(LEO)로의 공기조력궤도천이 문제를 생각해보자. 반경이 r_1 인 HEO에서 접선 방향으로 역분사가 이루어지면 비행선의 속력이 ΔV_1 만큼 감소하여 그 근지점이 지구의 대기권 내에 있는 타원궤도로 천이한다. 타원궤도 비행은 비행 중 추력이 사용되지 않는 무동력 비행이

접수일자 : 2000. 2. 6., 수정완료 : 2000. 6. 2.

이병수 : 계명대학교 기계자동차공학부

며 이 후 지구 대기의 경계에 비행선이 이르게 되면 상당량의 운동에너지가 대기와의 마찰 저항에 의해 열로 변환되어 소모된다. 이렇게 하여 충분한 에너지가 소비되면 비행선은 지구의 대기를 탈출한다. 비행선은 대기 중에서 한바퀴 이내의 회전을 하도록 허용되며 대기를 탈출할 때의 속도벡터가 수평선에 대해서 거의 접선방향을 이뤄야 한다. 대기 탈출 후 원지점이 r_2 인 또 다른 타원궤도를 따라 상승하고 원지점에 이르러 비행선 속력이 ΔV_2 만큼 증가하는 접선 정방향 분사를 실행하여 LEO원형 궤도를 이루게 된다

이러한 공기조력궤도천이에 관한 속도 변화량의 무차원화를 위해서 $i=1,2$ 에 대해서 다음과 같은 무차원 반경

$$\alpha_i = r_i / R$$

과 무차원 속도 변화량

$$\Delta v_i = \Delta V_i / \sqrt{GM / R}$$

을 정의한다. 참고문헌 [4]에서 유도된 바에 의하여 HEO 역분사에 의한 무차원 속도 변화량 및 LEO에서의 정방향 분사에 의한 무차원 속도 변화량은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta v_1 = \sqrt{1/\alpha_1} - \frac{v_e}{\alpha_1} \cos \gamma_e \quad (1)$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{1/\alpha_2} - \frac{v_f}{\alpha_2} \cos \gamma_f \quad (2)$$

그러므로 공기조력에 의한 반경 r_1 의 HEO에서 반경 r_2 인 LEO로의 속도의 총 변화량은 다음과 같다.

$$\Delta v_1 + \Delta v_2 = \sqrt{1/\alpha_1} - \frac{v_e}{\alpha_1} \cos \gamma_e + \sqrt{1/\alpha_2} - \frac{v_f}{\alpha_2} \cos \gamma_f \quad (3)$$

그리고 대기권 밖에서의 각운동량 보존 및 에너지 보존의 법칙을 이용하여 비행선의 대기 진입 및 탈출 조건을 다음과 같이 유도해 낼 수 있다:

$$(2 - v_f^2)\alpha_2^2 - 2\alpha_2 + v_f^2 \cos^2 \gamma_f = 0 \quad (4)$$

$$(2 - v_e^2)\alpha_1^2 - 2\alpha_1 + v_e^2 \cos^2 \gamma_e = 0 \quad (5)$$

최소 연료를 소비하는 HEO에서 LEO로의 공기조력궤도천이 문제는 곧 속도 변화량, 즉 $\Delta V_1 + \Delta V_2$ (혹은 $\Delta v_1 + \Delta v_2$) 최소로 하는 문제로 귀착된다. 하지만 본 논문에서는 $\Delta V_1 + \Delta V_2$ (혹은 $\Delta v_1 + \Delta v_2$) 를 최소화 하지않고 근사값인 ΔV_2 (혹은 Δv_2) 를 최소화 하는데 그 이유는 다음과 같다. HEO에서 타원 궤도의 근지점이 대기의 경계에 있을 경우에 필요한 ΔV_1 과 근지점이 지구의 표면에 있을 경우에 필요한 ΔV_1 의 차이는 오직 13 m/s에 지나지 않는다. 하지만 ΔV_2 (혹은 Δv_2) 는 대기 탈출 시 비행각 γ_f 에 대하여 매우 민감해서 γ_f 이 0도에서 1도 커질 때마다 LEO로의 궤도 천이에 필요한 ΔV_2 의 값은 100 m/s씩 늘어난다. 그러므로 본 논문에서는 최소 연료를 소비하는 공기조력궤도천이 문제의 속도 변화량을 근사값인 ΔV_2 (혹은 Δv_2) 로 설정한다.

III. 운동방정식 유도 및 미분 게임 변수 선정

운동방정식을 유도함에 있어서 동평면 상의 원형궤도 천이, 뉴턴의 만유인력의 법칙 및 회전하지 않는 대기를 가정하며 코리올리스 가속도 성분을 무시한다. 이런 가정 하에서 비행선의 운동방정식은 다음과 같다 [2][4].

$$\frac{dr}{dt} = V \sin \gamma \quad (6)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\rho S C_D V^2}{2m} - \frac{GM}{r^2} \sin \gamma \quad (7)$$

$$V \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\rho S C_L V^2}{2m} - \left(\frac{GM}{r^2} - \frac{V^2}{r} \right) \cos \gamma \quad (8)$$

여기서 r 은 지구 중심에서 비행선까지 거리, V 는 비행선의 속도, 그리고 γ 는 비행선의 수평선에 대한 비행각이다. 영입각(angle of attack)을 변조하면 그 값이 변하는 양력계수 C_L 은 물리적으로 최대값과 최소값을 갖게 되며 항력계수 C_D 에 대해서는 다음과 같은 parabolic drag polar 를 가정한다

$$|C_L| \leq C_{Lmax} \quad (9)$$

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \quad (10)$$

C_{D0} 는 양력계수가 0 일 때의 항력계수 값이며 최대 양항비(maximum lift-to-drag ratio) 값과 그 때의 양력계수 값

$$(L/D)_{max} = (C_L/C_D)_{max} = \frac{1}{2\sqrt{KC_{D0}}}$$

$$\hat{C}_L = \sqrt{C_{D0}/K}$$

에 대해서 양력계수를 무차원화하고 그 무차원 값을 다음과 같이 무차원 양력계수 제어변수로 선정한다.

$$u = C_L / \hat{C}_L \quad (11)$$

그리고 다음과 같이 정의된 무차원 상태변수와 무차원 매개변수

$$x_1 = \frac{h}{h_e}; \quad x_2 = \frac{V}{\sqrt{GM/R}}; \quad x_3 = \gamma \quad (12)$$

$$\tau = \frac{t}{h_e} \sqrt{GM/R}; \quad \delta = \frac{\rho}{\hat{\rho}}; \quad b = \frac{R}{h_e}; \quad B = \frac{\hat{\rho} S h_e \hat{C}_L}{2m} \quad (13)$$

를 사용하여 (6), (7), (8)의 운동 방정식을 무차원화하여

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (14)$$

와 같이 쓸 수 있으며 또는 변수 별로 정리하여서

$$\dot{x}_1 = x_2 \sin x_3 \quad (15)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B\delta}{2(L/D)_{max}}(1+u^2)x_2^2 - \frac{b}{(b-1+x_1)^2} \sin x_3 \quad (16)$$

$$\dot{x}_3 = B\delta x_2 u + \frac{\cos x_3}{(b-1+x_1)} \left[x_2 - \frac{b}{(b-1+x_1)x_2} \right] \quad (17)$$

이 되며 여기서 점 첨자는 무차원시간 τ 에 대한 도함수 $d/d\tau$ 를 나타내며 u 는 다음과 같은 구속조건을 갖는다:

$$u \in U = \{u \mid |u| \leq u_{\max}\} \quad (18)$$

또한 최악의 대기 밀도를 찾아내기 위해서 대기 밀도 제어변수 w 를 도입하며, 이 대기 밀도 제어변수는 변화량이 불확실하며 오직 그 변화의 폭 만을 다음과 같이 가정한다.

$$w \in \Gamma = \{w \mid w_{\min} \leq w \leq w_{\max}\} \quad (19)$$

대기 밀도의 변화를 운동방정식에 도입하기 위해서 대기 밀도 δ 대신에 그 값과 대기 밀도 제어변수를 곱한 값인 $w\delta$ 로 대체하여 미분 게임을 위한 운동방정식을 최종적으로 다음과 같이 얻는다

$$\dot{x} = f(x, u, w)$$

여기서

$$\dot{x}_1 = x_2 \sin x_3 \quad (20)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B\delta w}{2(L/D)_{\max}} (1+u^2)x_2^2 - \frac{b}{(b-1+x_1)^2} \sin x_3 \quad (21)$$

$$\dot{x}_3 = B\delta x_2 w u + \frac{\cos x_3}{(b-1+x_1)} \left[x_2 - \frac{b}{(b-1+x_1)x_2} \right] \quad (22)$$

IV. 미분 게임

본 논문에서는 공기조력케도천이의 문제가 미분 게임으로 취급되며, 자연계(Nature)가 대기의 밀도를 제어하여 최악의 대기를 형성한다. 미분 게임의 설계 목표는 양력 제어변수 u 는 대기 비행중의 비행선의 양력을 제어하여 대기를 탈출할 시점에서 조건식 (5)를 만족하여 목표 궤도인 LEO에 이르는 최소 연료를 소비하는 제어 규칙을 유도하는 반면, 대기 밀도 제어변수인 w 는 대기의 밀도를 조작하여 최적 대기 탈출 조건을 최대한 회피하려는 노력을 하도록 한다.

이런 미분 게임의 성능률(performance index)은 제2장에서 설명한 바와 같이

$$\phi = \Delta v_2 = \sqrt{1/\alpha_2} - \frac{v_f}{\alpha_2} \cos \gamma_f \quad (23)$$

이며 이 값은 반경이 r_2 인 원형 궤도에 접하는 타원 궤도의 원지점에서 시행되는 정방향 분사에 의한 비행선의 속도 변화량이며 양력 제어변수 u 는 이 값을 최소화하며 대기 밀도 제어변수 w 는 이 값을 최대화하려는 노력을 한다.

Pontryagin의 최대원리(Maximum principle)[9]를 사

용하기 위해서는 (23)의 최종 시각에서의 성능률을 다음과 같은 적분 형태로 변환할 필요가 있다:

$$\begin{aligned} \phi &= \Delta v_2 \\ &= \int_{t_0}^{t_f} \Delta \dot{v}_2 dt \\ &= \int_{t_0}^{t_f} f_0 dt \end{aligned} \quad (24)$$

여기서

$$\begin{aligned} f_0 &= \Delta \dot{v}_2 \\ &= \frac{\partial \Delta v_2}{\partial x} f \\ &= \left[0 \quad -\frac{\cos x_3}{\alpha_2} \quad \frac{x_2 \sin x_3}{\alpha_2} \right] f \end{aligned} \quad (25)$$

그러므로 다음과 같은 해밀터니언을 얻을 수 있다

$$\begin{aligned} H &= \lambda_0 f_0 + \lambda^T f \\ &= \lambda_0 f_0 + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \lambda_3 f_3 \\ &= \lambda_1 x_2 \sin x_3 \\ &\quad + (\lambda_2 - \lambda_0 \cos x_3 / \alpha_2) \left\{ -\frac{B\delta}{2(L/D)_{\max}} x_2^2 (1+u^2) w - \frac{b \sin x_3}{(b-1+x_1)^2} \right\} \\ &\quad + (\lambda_3 + \lambda_3 x_2 \sin x_3 / \alpha_2) \left\{ B\delta x_2 w u + \frac{\cos x_3}{(b-1+x_1)} \left[x_2 - \frac{b}{(b-1+x_1)x_2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 $\lambda_0 = 1$ 이며 $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ 는 다음의 라그랑지(Lagrange) 식

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

혹은 변수별로

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial x_1} = \lambda_2 \frac{B\delta'}{2(L/D)_{\max}} x_2^2 (1+u^2) w - \lambda_2 \frac{2b}{(b-1+x_1)^2} \sin x_3 \\ &\quad - \lambda_3 B\delta' u w x_2 - \lambda_3 \cos x_3 \left\{ \frac{-x_2}{(b-1+x_1)^2} + \frac{2b}{(b-1+x_1)^3} x_2 \right\} \\ \dot{\lambda}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -\lambda_1 \sin x_3 + \lambda_2 \frac{B\delta}{(L/D)_{\max}} x_2 (1+u^2) w \\ &\quad - \lambda_3 \left\{ B\delta w u + \frac{\cos x_3}{b-1+x_1} \left[1 + \frac{b}{(b-1+x_1)x_2^2} \right] \right\} \\ \dot{\lambda}_3 &= -\frac{\partial H}{\partial x_3} = -\lambda_1 x_2 \cos x_3 + \lambda_2 \frac{b}{(b-1+x_1)^2} \cos x_3 \\ &\quad + \frac{\lambda_3}{b-1+x_1} \left[x_2 - \frac{b}{(b-1+x_1)x_2} \right] \sin x_3 \end{aligned} \quad (27)$$

를 만족하는 어드조인트 변수(adjoint variables) 벡터, $\delta' = d\delta(x_1)/dx_1$, 그리고 f 는 운동방정식인 (20), (21), (22)의 등호 우측 함수 벡터이다.

최대원리에 의하면 이러한 미분 게임의 최적화 문제는 다음과 같이 H는 u 에 의해서 최소화되고, w 에 의해 최대가 되도록 설정한다[5]-[7][9].

$$\min_u \max_w H \quad (28)$$

최소-최대 조건[6]은 모든 t 에 대해서 다음의 안장점 (saddle point) 조건

$$\min_u \max_w H = \max_w \min_u H = 0 \quad (29)$$

이 만족해야 한다는 것이다. 이러한 안장점 조건을 구하기 위해 먼저 게임행렬을 구한 후 전형적인 매트릭스 게임(matrix game)을 수행한다[7]. 예를 들면 매트릭스의 제2행, 제2열의 값 H_{22} 는 현재의 상태변수, 어드조인트 변수, u_{\min} , w_{\max} 에서의 값이 된다

$$H_{22} = H(x, \lambda, u_{\min}, w_{\max})$$

매트릭스가 만들어진 후, w 가 먼저 게임을 시작한다면, w 는 가장 큰 최소값이 있는 열을 택하고, u 가 먼저 게임을 시작한다면, u 는 가장 작은 최대값을 있는 행을 택한다. 이러한 방법으로 비행선의 대기 내 비행 전과정에서 이러한 게임에 의한 안장점을 찾을 수 있었다.

최종횡단조건(final transversality condition)은 (5)와 대기 탈출 시의 비행선 고도의 조건으로부터 얻을 수 있다

$$\varphi(x_f) = \begin{bmatrix} x_{1f} - 1 \\ (2 - x_{2f}^2)\alpha_2^2 - 2\alpha_2 + x_{2f}^2 \cos^2 x_{3f} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (30)$$

또한 최종 시점에서 어드조인트 변수 벡터는 (30)의 최종횡단조건 목표 곡면에 수직이어야 한다[9]. 즉,

$$\begin{aligned} \lambda_f^T &= \mu^T \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ &= [\mu_1 \quad \mu_2] \begin{bmatrix} 0 & -2\alpha_2^2 x_2 + 2x_2 \cos^2 x_3 & -2x_2^2 \cos x_3 \sin x_3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mu_2 \\ -2\mu_1 x_2 (\alpha_2^2 - \cos^2 x_3) \\ -2\mu_1 x_2^2 \cos x_3 \sin x_3 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (31)$$

이며 $\mu = [\mu_1, \mu_2]^T$ 는 라그랑지 승수(Lagrange multiplier) 벡터이다[7].

해밀터니언 H 를 최소화하기 위하여 필요조건

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (32)$$

을 적용하여 다음과 같은 무차원 양력제어변수의 최적 제어 규칙을 얻는다(해밀터니언 H 의 u 에 대한 2차 도함수는 항상 양의 값을 갖는다)

$$u^* = \begin{cases} u_{\max} & \text{if } u^0 \geq u_{\max} \\ u^0 & \\ u_{\min} & \text{if } u^0 \leq u_{\min} \end{cases} \quad (33)$$

여기서

$$u^0 = \frac{(L/D)_{\max} \lambda_3}{x_2 \lambda_2} \quad (34)$$

인데 이 값은 (32)의 필요조건으로부터 얻는다.

반면 최적의 w 를 계산하기 위해서 해밀터니언의 w 에 대한 도함수를 구하고 그 값을 영으로 놓아 필요조건을 만든다. 해밀터니언 H 가 변수 w 에 대해 선형 함수이므로

$$\frac{\partial H}{\partial w} = 0 \quad (35)$$

조건으로부터 스위칭 함수 σ_w 를 구하고 다음과 같이 최적 w 를 계산한다

$$w^* = \begin{cases} w_{\max} & \text{if } \sigma_w > 0 \\ w_{\min} & \text{if } \sigma_w < 0 \end{cases} \quad (36)$$

$$\sigma_w = -\lambda_2 \frac{B\delta}{2(L/D)_{\max}} x_2^2 (1+u^2) + \lambda_3 B \delta x_2 u \quad (37)$$

스위칭 함수 σ_w 가 영이 되는 경우는 제외하였는데 이 스위칭 함수의 시간에 대한 도함수가 항상 영으로 유지되는 상황은 없기 때문이다.

V. 모의 실험 및 최적제어규칙의 경계

본 장에서는 앞서 구한 운동방정식, 어드조인트 방정식, 양력계수 제어변수 및 대기 밀도 제어변수의 미분 게임 제어 규칙 및 대기 탈출 조건을 사용하여 수치적분에 의한 모의실험을 수행하며 최적제어규칙 경계를 구한다. 주어진 지구궤도의 무차원 반경 α_2 와 최종 비행각 x_{3f} 가 선택되면 최종 고도 x_{1f} 와 비행속도 x_{2f} 가 (30)으로부터 구해진 다음의 조건식

$$\begin{aligned} x_{1f} &= 1 \\ x_{2f} &= \sqrt{\frac{2\alpha_2(\alpha_2 - 1)}{\alpha_2^2 - \cos^2 x_{3f}}} \end{aligned} \quad (38)$$

을 사용하여 선정된다. 어드조인트 변수의 최종값을 구하기 위해서 라그랑지 승수 μ_1 의 값을 임의로 선택하고 (31)을 이용하여 λ_{2f} 과 λ_{3f} 를 결정한다. λ_{1f} 와 μ_2 의 값은 해밀터니언이 언제나 0으로 존재해야 한다는 조건인 (29)를 이용하여 결정한다.

최종 상태변수와 어드조인트 변수 값이 결정되면 상태방정식 (20), (21), (22), 어드조인트 방정식 (27)을 (33), (34), (36), (37)에 의한 미분게임 제어 규칙을 사용하여 수치적분 하되 $x_1 = 1$ 이 될 때까지, 혹은 비행선이 하강 비행(역 방향 수치 적분이므로 사실상의 상승 비행)으로부터 회복하지 못하여 의미 없는 비행이라고 판단 될 때까지 수행하며 그 궤적을 기록하여 둔다. 수치적분에는 Adam의 가변폭 가변차수 방법을 사용하고 지역 오차 제어 값이 1×10^{-8} 보다 작도록 하였다.

비행선의 물리적인 특성값 및 궤도의 매개변수 값 등은 다음과 같은 대표적인 값들을 사용하였다[2] [4].

$$C_{D_0} = 0.1; K = 1.11; |C_L| \leq 0.9$$

$$m/S = 300 \text{ kg/m}^2; R = 6,498 \text{ km}$$

$$r_1 = 42,242 \text{ km}; r_2 = 6,728 \text{ km}$$

$$h_e = \text{대기권경계의도} = 120 \text{ km}$$

이러한 매개변수 값으로부터 무차원 양력계수 제어변수의 구속조건과 ±50%의 대기 밀도 변화폭 조건으로부터 대기 밀도 제어변수의 구속 조건이 다음과 같이 주어진다:

$$|u| \leq u_{\max} = 3.0$$

$$w_{\min} = 0.5 \text{ 그리고 } w_{\max} = 1.5$$

대기 밀도는 1962년 U.S. 표준 대기 파라미터에 그 계수를 최소자승법을 이용하여 결정한 14차 세비셰프(Chebyshev) 다항식 근사값 모델을 사용하였다[3].

그림2에 대표적인 비행시의 상태변수와 양력계수 제어변수 및 대기 밀도 제어변수의 최적값 이력이 그래프로 나타나있다. 사용된 HEO와 LEO원형궤도 파라미터 및 상태변수, 어드조인트 변수의 최종값인 탈출 조건은 다음과 같다.

$$\alpha_1 = 6.6500615574 \quad \alpha_2 = 1.012419206$$

$$x_{1f} = 1; x_{2f} = 1.00206589 \quad x_{3f} = 0.71174 \times 10^{-2}$$

$$\lambda_{1f} = -0.57125198 \times 10^{-2}; \lambda_{2f} = -0.174606682 \quad \lambda_{3f} = 0.23860057$$

마지막으로 최적제어규칙의 경계(playable set boundary)곡면을 구하는 절차에 대해 설명한다. 우선 $\mu_1 = 1$ 로 놓고 최종 비행각 x_{3f} 를 임의로 선택하여 앞에서 기술한 방법으로 상태 변수, 어드조인트 변수의 최종값을 구한다. 이러한 하나의 변수 값의 집합으로는 미분 게임에 의한 하나의 궤적을 구할 수 있으므로 x_{3f} 를 변화 시켜서 여러 궤적을 발생시킬 수 있다(정확히 기술하자면 본 논문에서는 경계곡면을 찾은 것이 아니라 경계곡면을 구성하는 일부 대표적인 궤적들을 수치 해석으로 구한 것이 된다). 이렇게 하여 생성된 비행 궤적들의 집합은 모두 최적제어규칙경계 곡면에 위치하게 되며 그림 3에 이러한 다수의 궤적들로 표현된 경계면이 도식화 되어있다. 최적제어규칙 공간은 두개의 최적제어규칙 경계곡면으로 싸여 있으므로 나머지 경계곡면을 찾기 위해서 $\mu_1 = -1$ 로 놓고 같은 방법으로 경계곡면을 구한다.

그림 4에서는 최적제어규칙 경계곡면을 대표적인 고도에서의 2차원 단면으로 표시하였다. 이 경계는 두개의 곡면으로 이루어져 있는데 단면상에서는 두개의 마주보는 곡선으로 표시되며 그 내부는 최악의 대기가 작용한다고 하더라도 최적 대기 탈출 조건이 보장되는 구간이며 그 외부는 대기 밀도 제어변수가 최선을 다한다면 양력계수 제어변수가 어떠한 노력을 기울여도 최적 대기 탈출 조건, 혹은 최소한의 대기 탈출 조차 얻을 수 없는 구간이다.

VI. 토론과 결론

본 논문에서는 비행선의 공기조력궤도천이 임무 중 대기 비행 구간 운전이 미분 게임으로 다루어졌다. 이 미분 게임에서 자연계는 대기 밀도를 제어하여 최대의 연료소비에 해당하는 최악의 대기로 작용하였으며 그로부터 최적제어규칙의 경계를 찾아내어 그림 4에 그래프로 나타내었다. 이 최적제어규칙의 경계 내부에서는 어떠한 대기 밀도 변화에 의한 방해에도 불구하고 최소의 연료소비에 해당하는 최적의 대기 탈출 조건을 이루어 내는 것이 보장된다. 하지만 비행선의 대기 내의 비행 중 경계의 외부에 상태변수가 위치하게 되면 비행선은 대기 밀도 제어변수가 최선의 노력을 하지 않는 한 어떠한 양력계수 제어변수의 노력에도 불구하고 대기 탈출에 실패하여 별도의 추진 없이는 추락하게 되거나 또는 대기 탈출 시 최적의 대기 탈출 조건을 만족할 수 없게 되어 추가의 연료 소비가 필요하게 된다.

그림2에 있는 대표적인 비행선의 상태변수 및 양력계수 제어변수 및 대기 밀도 제어변수의 시간에 대한 이력을 살펴보면 비행선이 대기에 진입하여 급격하게 고도를 잃고 그에 따라 대기와의 마찰에 의해 운동에너지를 잃어 속도가 또한 급격히 떨어지며 어느 정도의 에너지가 소산된 후 대기를 탈출한다. 대기 진입 초기단계에 양력계수는 양의 값을 갖으며 이는 비행선의 하강비행으로부터 상승 시키려는 노력으로 보이며 비행선이 상승하고 있는 동안에는 양력계수의 값은 음의 값을 나타내는데 이는 비행선의 탈출시 비행각을 최대한 줄이려는 노력으로 해석된다. 반면 대기 밀도 제어변수는 대기 진입 초기에 최대의 값을 보이는데 이는 비행선의 에너지를 최대한 소산시켜 대기 탈출을 방해하려는 노력으로 보이며 이후 비행선이 상승하고 있는 동안에 희박한 밀도로 작용하는데 이는 대기 밀도를 낮추어 양력계수 제어변수의 기능을 저하시키려는 노력으로 해석된다.

또한 본 연구의 특이한 결과는 HEO에서의 LEO로의 공기조력궤도천이의 문제에 있어서 비행선이 HEO에서 역분사하여 근지점이 지구 대기 내부에 있는 타원궤도를 따라 지구 대기에 진입할 경우 매우 높은 정밀도가 요구된다는 것이다. 그림3의 제어규칙 경계 그래프 중에서 대기의 외곽에 해당하는 고도120km 단면을 살펴보면 최적제어규칙 경계 내부가 매우 좁다. 만약 역분사의 정밀도가 높지 않아서 비행선이 대기 진입 시 최적제어규칙 경계 내부에 들어오는 것에 실패하였고 대기 밀도 변화가 발생한다면 첫째 너무 많은 운동에너지를 대기 내부에서 소산하여 별도의 추진연료 소비 없이는 대기 탈출조차 실패하게 되거나 둘째 대기 밀도의 회피노력에 의하여 최적 대기 탈출 조건을 이루어내지 못하여 역시 별도의 추가 연료 소비가 예상된다. 이전의 Mease, K. D. 와 Vinh, N. X.의 연구[2]에서 사용한 대기 진입 조건은 본 연구에서 보인

최적제어규칙 경계 밖에 있으며 대기 밀도가 변화하는 경우 최적의 대기 탈출 조건을 만족시키지 못할 것이다.

앞으로 계속되어야 할 연구 과제로는 최적제어규칙의 경계 내부에서의 퍼루프 피드백 제어규칙의 설계를 들 수 있다. 본 연구에서는 단지 미분 게임을 실시하여 그 경계 곡면만을 찾아내었지만, 계속될 연구에서는 임의의 시점에서 상태변수의 값이 주어졌을 경우 최적의 양력계수 제어변수의 값을 찾는 제어규칙의 설계가 요구된다. 미분 게임을 통하여 피드백 제어규칙을 설계하는 방법은 단조롭고 노력이 많이 드는 연구이다. 그 방법은 우선 최적제어규칙 경계의 내부의 값들로 최종상태변수 값들의 격자를 만들고 이 값들을 최종값으로하는 최적궤적을 생성하면서 상태변수 값과 양력계수 제어변수 값을 기록하여 둔다. 이렇게 저장된 값들을 표로 만들면 상태변수 값이 주어졌을 때 제어변수의 값을 보간법 등을 통하여 찾아낼 수 있다. 최종 상태 변수의 격자가 촘촘할수록, 최적 궤적을 따라 상태변수 및 제어변수의 기록의 빈도가 높을수록 정밀한 제어가 설계될 것이다.

참고문헌

[1] T. A., Talay, N. H., White, and J. C., Naftel, "Impact of atmospheric uncertainties and real gas effects on the performance of aeroassisted orbital transfer vehicles," AIAA Paper 83-0408, Proc. AIAA Aerospace Science Meeting, Reno, NV, Jan., 9-12, 1984.

[2] K. D., Mease and N. X., Vinh, "Minimum-fuel aeroassisted coplanar orbit transfer using lift-modulation," *J. Guidance, Control and Dynamics*, vol. 8, no. 1, pp. 134-141, Jan., 1985.

[3] *U. S. Standard Atmosphere Supplements 1966*, U. S. Government Printing Office, Washington, 1966.

[4] B. Lee and W. J., Grantham "Lyapunov optimal control in aeroassisted orbital transfer," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 12, no. 2, pp. 237-242, 1989.

[5] A., Blaquiere, F., Gerard, and G., Leitmann, *Quantitative and Qualitative Games*, Academic Press, New York, 1969.

[6] R., Isaacs, *Differential Game: A Mathematical Theory with Applications to Warfare and Pursuit, Control and Optimization*, John Wiley, New York, 1965.

[7] E. Bryson and Y., Ho, *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing, New York, 1975.

[8] Leitmann, *The Calculus of Variations and Optimal Control*, Plenum Press, New York, 1981.

[9] L. S., Pontryagin, V. G., Boltyanskii, R. V., Gamkre-lidze, and E. F., Mishchenko, *The Mathematical Theory of Optimal Process*, translated by Brown, D. E., A Pergamon Press, New

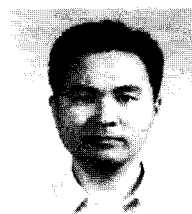
York, 1964.

1. 기호 일람

- C_D = 항력계수
- C_L = 양력계수
- h = 고도
- H = 해밀터니언
- L/D = 양항비
- M = 지구의 질량
- m = 비행선의 질량
- r = 지구 중심에서 비행선까지의 거리
- R = 대기경계의 반경
- R_E = 지표반경
- S = 속도벡터의 법선방향비행선유효표면적
- $u = C_L / \hat{C}_L =$ 무차원 양력제어변수
- w = 대기 밀도 변수
- V = 관성속도
- ΔV = 관성속도의 변화량
- x = 상태변수벡터 = (x_1, x_2, x_3)
- $x_1 = h / h_e$
- $x_2 = V / \sqrt{GM / R}$
- $x_3 =$ 비행각
- $\delta = \rho / \hat{\rho}$
- $\gamma =$ 비행각
- λ = 어드조인트변수벡터 = $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$
- G = 만유인력상수
- ρ = 대기밀도
- $\hat{\rho} = h$ 가 40 km 일때의 ρ 값

2. 위치를 표시하는 아래 첨자

- e = 대기진입시
- f = 대기탈출시
- 1 = 지구고궤도의반경 위치에서
- 2 = 지구저궤도의반경 위치에서
- A = 원지점에서
- P = 근지점에서



이 병 수

1957년 4월 7일생. 1980년 한양대학교 정밀기계공학과 졸업. 1987년 Washington State University 석사, 1991년 동 대학원에서 박사. 1991년 현재 계명대학교 기계자동차공학부 부교수. 관심분야는 최적제어, 케이오스, 비선형 동역학, 비선형 제어, 인공 지능 제어.