

# 비행체에서 유연성을 고려한 각속도 및 가속도정합 알고리즘

## Angular Rate and Acceleration Matching Algorithm in Aircraft in Consideration of Flexure

양철관, 심덕선

(Cheol-Kwan Yang and Duk-Sun Shim)

**Abstract** : In this paper we propose an angular rate and acceleration matching method for initial transfer alignment in aircraft. The conventional angular rate and acceleration matching method performs compensation for the lever arm effects between the master and slave INS before initial alignment. However, the conventional method does not take the flexure angular acceleration into account and thus is not effective when the flexure angular acceleration is large. We propose a new angular rate and acceleration matching method to cope with the flexure acceleration between the master and slave INS and compare the results with those of the conventional method by simulation. The simulation results show that the proposed matching method is better than the conventional matching method in case of large flexure acceleration.

**Keywords** : INS, transfer alignment, angular rate and acceleration matching

### I. 서론

전달정렬이란 기준이 되는 정밀한 주(master) INS(관성항법 시스템)의 정보를 이용하여 상대적으로 정밀도가 떨어지는 종(slave) INS의 자세각을 정렬시키는 과정을 말한다. 예를 들어 비행체에서 미사일을 발사할 경우 비행체의 INS는 주 INS이며 비행체의 날개에 있는 미사일의 INS는 종 INS이다. 미사일이 발사된 후 목표에 정확히 도달하기 위해서는 발사 직전의 미사일의 자세가 필요한데 미사일에 사용되는 INS는 중급 이하의 INS이므로 정확한 초기 자세를 알기 어렵다. 이러한 종 INS의 초기 자세를 구하기 위해서 비행체의 고급 INS의 출력을 이용하여 종 INS의 자세를 보정하는 방법을 초기 전달정렬 기법이라 한다.

초기 전달정렬 기법은 크게 두 종류로 나눌 수 있다. 하나는 계산 매개변수 정합(calculated parameter matching)이고 다른 하나는 측정 매개변수 정합(measured parameter matching)이다[1]. 계산 매개변수 정합은 보통 많이 쓰이는 정합 방법으로 주 INS와 종 INS의 출력값인 속도나 자세각을 비교하여 종 INS의 자세오차를 추정한 후 종 INS의 자세를 구한다[2][11][12]. 측정 매개변수 정합은 주 INS와 종 INS의 자이로와 가속도계의 출력값인 각속도와 가속도값을 직접 비교하여 주 INS와 종 INS의 상대적인 비정렬각을 추정하여 종 INS의 자세를 구한다[3]-[6]. 계산 매개변수 정합에는 속도정합, 각정합 혹은 속도 및 각정합을 많이 사용하는데 이러한 정합은 유연성에 의한 비정렬각을 추정하기가 어렵고 필터의 수렴속도가 느린 반면에 장착 비정렬각의 추정이 정확하다.

측정 매개변수 정합은 작은 가속도 운동이나 자세 변화가 있을 경우에도 장착 비정렬각과 유연성에 의한 비정렬각이 비교적 짧은 시간내에 추정이 잘되지만 유연성 모델

오차에 따라서 유연성에 의한 비정렬각 추정 성능이 크게 영향을 받는다[4].

본 논문에서는 날개에 종 INS가 탑재되어 있는 비행체를 고려하였고 이러한 비행체가 난기류와 같은 환경에 있을 경우에 비행체의 날개가 강체가 아니므로 유연성에 의한 비정렬각이 크게 존재한다고 가정하였으며 초기 전달정렬 기법으로는 측정 매개변수 정합을 고려하였다. 이러한 측정 매개변수 정합들은 여러 방법들[3]-[6]이 제안되었으나 유연성 각 가속도의 영향을 고려하지 않고 있다. 본 논문에서는 위의 방법들이 유연성에 의한 가속도의 영향을 보상하지 못하는 문제점을 해결하기 위하여 새로운 각속도 및 가속도정합을 제안하고 기존의 방법중 가장 일반적인 정합 방법인 Schneider[3]가 제안한 각속도 및 가속도정합과 비교하였다. 또한 가관측성 분석을 통하여 비행체에 적합한 항체의 운항조건을 제시하고 유연성 모델 오차가 있을 경우에 시뮬레이션 통하여 제안하는 방법의 추정 성능을 분석하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 비정렬각에 대한 모델을 제시하고 3장에서는 기존의 각속도 및 가속도 정합 방법을 다룬다. 4장에서는 기존 방법의 문제점을 해결하기 위해 새로운 각속도 및 가속도정합 방법을 제안하고 5장에서는 가관측성 분석을 통하여 장착 비정렬각의 가관측성을 향상시키기 위한 항체의 운항 궤적을 제시한다. 6장에서는 시뮬레이션을 통하여 기존 방법과 비정렬각 추정 성능을 비교 분석하고 유연성 모델 오차가 있을 경우에 제안하는 방법의 추정 성능을 분석한다. 그리고 7장에서 결론을 맺는다. 본 논문에서 스칼라는 좌표축 기호를 표시하여 벡터와 구별 되도록 하였다.

### II. 주 INS와 종 INS의 비정렬각 모델

주 INS와 종 INS의 상대적인 비정렬각 모델은 장착 비정렬각 모델과 유연성 각 모델로 이루어진다. 장착 비정렬각이란 주 IMU(inertial measuring unit)와 종 IMU를 항체에 장착할 경우에 생기는 비정렬각으로 랜덤상수로

접수일자 : 2000. 4. 10., 수정완료 : 2000. 8. 19.

양철관, 심덕선 : 중앙대학교 전자전기공학부

\* 본 연구는 국방과학연구소 및 서울대 자동제어특화연구센터의 연구비 지원에 의한 연구 결과입니다.

모델링되고 유연성에 의한 작은 선체가 강체(rigid body)가 아니어서 생기는 비정렬 각으로 일반적으로 2차 마코프 프로세스로 모델링 된다[2]-[5]. 이러한 비정렬각에 대한 모델 식은 다음과 같다.

$$\dot{\theta}_{m,j} = 0$$

$$\ddot{\theta}_{f,j} + 2\beta_j \dot{\theta}_{f,j} + \beta_j^2 \theta_{f,j} = w_j, \quad j = X, Y, Z \quad (1)$$

여기서  $\theta_{m,j}$ 와  $\theta_{f,j}$ 는 각각 장착 비정렬 각과 유연성 각이다. 본 논문에서는 주 INS와 종 INS는 스트랩다운관성항법장치(Strapdown INS)이고 좌표계(X, Y, Z)는 동체 좌표계이며 X는 비행체의 앞쪽 종축이며 Y는 오른쪽 날개축, Z는 수직 하향 축이다. 비정렬 각  $\theta$ 는 장착 비정렬 각  $\theta_m$ 과 유연성 각  $\theta_f$ 의 합이며 주 INS와 종 INS 사이의 방향 코사인파는 다음의 관계가 있다.

$$C_s^m = \begin{bmatrix} 1 & \theta_z & -\theta_y \\ -\theta_z & 1 & \theta_x \\ \theta_y & -\theta_x & 1 \end{bmatrix} = I - \Theta$$

$$\Theta = \theta \times = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}$$

여기서 s는 slave, m은 master를 나타내며  $\theta = \theta_m + \theta_f$ 이다.  $\theta \times$ 는  $\theta$ 의 왜 대칭 행렬(skew symmetric matrix)을 나타낸다. 여기서 장착 비정렬 각과 유연성각 그리고 유연성 각속도를 상태 변수로 사용하면 (1)과 같은 미분 방정식을 다음과 같은 상태식으로 나타낼수 있다.

$$\dot{x} = Fx + w \quad (2)$$

여기서 상태 변수  $x$ , 백색 잡음  $w$ , 시스템 행렬  $F$ 는 다음과 같다.

$$x = [ \theta_{m,x} \ \theta_{m,y} \ \theta_{m,z} \ \theta_{f,x} \ \theta_{f,y} \ \theta_{f,z} \ \dot{\theta}_{f,x} \ \dot{\theta}_{f,y} \ \dot{\theta}_{f,z} ]^T$$

$$w = [ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ w_x \ w_y \ w_z ]^T, \quad w \sim N(0, Q)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \\ 0_{1 \times 3} & -\beta_x^2 & 0 & 0 & -2\beta_x & 0 & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & -\beta_y^2 & 0 & 0 & -2\beta_y & 0 \\ 0_{1 \times 3} & 0 & 0 & -\beta_z^2 & 0 & 0 & -2\beta_z \end{bmatrix},$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0 & Q_{7,7} & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & Q_{8,8} & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & Q_{9,9} \end{bmatrix}$$

$$Q_{7,7} = 4\beta_x^2 \sigma_x^2, \quad Q_{8,8} = 4\beta_y^2 \sigma_y^2, \quad Q_{9,9} = 4\beta_z^2 \sigma_z^2,$$

$$\beta_i = \frac{2.146}{\tau_i} \quad (i = X, Y, Z)$$

여기서  $\sigma_i$ ,  $\tau_i$ 는 각각 i 좌표축의 유연성 각의 1  $\sigma$ [rad]값, 상관관계시간(correlation time)이고  $\theta_m$ [rad],  $\theta_f$ [rad],  $\dot{\theta}_f$ [rad/sec]는 각각 장착 비정렬 각, 유연성 각, 유연성 각속도이다.

### III. 기존의 각속도 및 가속도정합

기존의 각속도 및 가속도정합 방법[3]은 칼만필터링 기법을 이용하여 비정렬각을 추정하는 방법으로 칼만필터를 구성하기 위한 모델식은 (2)와 같고 측정식은 다음과 같이 각속도측정식과 가속도 측정식으로 이루어진다. 먼저 각속도 측정식을 살펴보면 다음과 같다.

그림 1의 (a)는 항법 좌표계에서 표현된 각속도  $\omega$ 를 주 INS 좌표계(X,Y)에서 측정했을 경우와 종 INS 좌표계(x,y)에서 측정했을 경우 두 INS(주 INS, 종 INS)사이 상대적 비정렬 각( $\theta$ )이 존재하기 때문에 측정 값이 서로 다르다는 것을 보여주고 있다. 그림 1의 (b)는 (a)의 경우를 주 INS 좌표계에서 두 개의 각속도로 표현한 것이다. 아래 (3)은, 각속도 측정식이 주 INS에서 측정된 각속도( $\omega_m$ )와 종 INS에서 측정된 각속도( $\omega_s$ )의 차이라는 것을 보여준다.

$$z_{ang \ rate} = d\omega = \omega_m - \omega_s \quad (3)$$

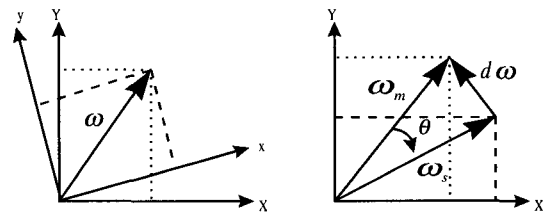
여기서 비정렬 각( $\theta = \theta_m + \theta_f$ )이 충분히 작다면 각속도 정합의 측정 식은 다음과 같은 (4)가 된다.

$$z_{ang \ rate} = d\omega = \theta \times \omega_m - \dot{\theta}_f + v_{ang} = H_1 x + v_{ang} \quad (4)$$

$$\text{여기서 } H_1 = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{m,z} & -\omega_{m,y} \\ -\omega_{m,z} & 0 & \omega_{m,x} \\ \omega_{m,y} & -\omega_{m,x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_{ang} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{m,z} & -\omega_{m,y} & -1 & 0 & 0 \\ -\omega_{m,z} & 0 & \omega_{m,x} & 0 & -1 & 0 \\ \omega_{m,y} & -\omega_{m,x} & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

이고  $v_{ang}$ 는 각속도 측정잡음이다.



(a) 각속도 측정 (b) 각속도 측정의 다른 표현

그림 1. 각속도 측정. (a) Angular velocity, (b) The different measurement representation of (a).

Fig. 1. Angular velocity measurement.

기존의 방법에서 가속도 측정식은 지레대 효과에 의한 가속도와 코리올리 가속도가 보상 되었다는 가정에서 다음과 같이 구성한다[3].

$$z_{accel} = df = f_m - f_s = \theta \times f_m + v_{accel} = -f_m \times \theta + v_{accel} = H_2 x + v_{accel} \quad (5)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & f_{m,z} & -f_{m,y} \\ -f_{m,z} & 0 & f_{m,x} \\ f_{m,y} & -f_{m,x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$v_{accel} = \begin{bmatrix} 0 & f_{m,z} & -f_{m,y} & 0 & 0 & 0 \\ -f_{m,z} & 0 & f_{m,x} & 0 & 0 & 0 \\ f_{m,y} & -f_{m,x} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서  $f_m, f_s, v_{accel}$  는 각각 주 INS에서 측정된 가속도, 종 INS에서 측정된 가속도, 가속도 측정 잡음이다. 전체 측정식은 다음과 같다.

$$z = Hx + v \tag{6}$$

여기서  $z = \begin{bmatrix} d\omega \\ df \end{bmatrix}$ ,  $H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} v_{ang} \\ v_{accel} \end{bmatrix}$ 이다.

**IV. 제안된 각속도 및 가속도정합**

종 INS의 가속도 출력치의 구조를 다음과 같이 유도할 수 있다. 먼저 각각의 INS의 위치관계는 다음과 같이 표현할 수 있다[4].

$$R_s^m = R_m^m + L, \quad L = L_0 + \theta_f \times L_0$$

$R_s^m, R_m^m$ 는 각각 지구중심에서의 종 INS와 주 INS의 위치벡터이고  $L_0$ 는 유연성(flexure)이 없을 경우의 주 INS에서 종 INS로의 상대거리 벡터이다. 아래첨자 m과 s는 각각 주 INS와 종 INS를 의미하고 위첨자 m과 s는 각각 주 INS의 동체좌표계(X,Y,Z)와 종 INS의 동체좌표계(x,y,z)를 의미한다. 이러한 위치벡터를 시간에 대하여 미분하면 다음과 같은 속도식을 구할수 있다.

$$V_s^m = V_m^m + \omega_m^m \times L + \dot{\theta}_f \times L_0$$

위의 속도식을 다시 시간에 대하여 미분하면 다음과 같은 가속도식을 구할 수 있다.

$$a_s^m = a_m^m + \dot{\omega}_m^m \times L + 2\omega_m^m \times (\dot{\theta}_f \times L_0) + \ddot{\theta}_f \times L_0 + \omega_m^m \times (\omega_m^m \times L) \tag{7}$$

여기서 가속도계 센서는 비력(specific force)을 측정하므로 주 INS와 종 INS의 출력치는 다음과 같다.

$$f_s^m = a_s^m + g \tag{8}$$

$$f_m^m = a_m^m + g \tag{9}$$

$$f_s^* = f_s^m + v_{accel} = C_m^s f_m^m + v_{accel} \tag{10}$$

여기서  $f_s^*$ 는 종INS의 가속도계 출력이다.

기존의 각속도 및 가속도 정합방법에서는  $\dot{\omega}_m^m \times L$ , 원심력( $\omega_m^m \times (\omega_m^m \times L)$ ),  $\omega_m^m \times (\dot{\theta}_f \times L_0)$  항들은 필터링하기 전에 미리 보상을하지만  $\ddot{\theta}_f \times L_0$  항은 보상하기가 어렵다.

$\ddot{\theta}_f \times L_0$  항의 값이 크지 않아 무시할 수 있다고 가정하면 기존의 각속도 및 가속도정합 방법의 가속도 측정식[5]을 얻을 수 있는 반면에  $\dot{\theta}_f \times L_0$  값이 커서 무시할 수가 없다면 기존의 방법은  $\dot{\theta}_f \times L_0$  값을 보상하기가 어렵다.

본 논문에서는 유연성 모델을 3차 마코프 프로세스로 모델링하여  $\dot{\theta}_f$ (유연성 각속도)항을 상태변수에 포함시켜서  $\dot{\theta}_f \times L_0$  항을 보상하고자 한다. 유연성 모델은 다음과 같이 3차 마코프 프로세스로 모델링을 한다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{f,j}^{(3)} + 3\beta_j \dot{\theta}_{f,j} + 3\beta_j^2 \theta_{f,j} + \beta_j^3 \theta_{f,j} &= w_j \\ j &= X, Y, Z \end{aligned}$$

이러한 유연성 모델과 (1)의 장착 비정렬 각 모델을 결합한 상태 변수 모델은 (11)과 같이 12차의 식이된다.

$$\dot{x}_n = F_n x_n + w_n \tag{11}$$

여기서

$$x_n = [ \theta_{m,X} \ \theta_{m,Y} \ \theta_{m,Z} \ \theta_{f,X} \ \theta_{f,Y} \ \theta_{f,Z} \ \dot{\theta}_{f,X} \ \dot{\theta}_{f,Y} \ \dot{\theta}_{f,Z} ]^T$$

$$F_n = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ -3\beta_X & 0 & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0 & -3\beta_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3\beta_Z \\ & 0_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & I_{3 \times 3} & & 0_{3 \times 3} \\ & 0_{3 \times 3} & & I_{3 \times 3} \\ -3\beta_X^2 & 0 & 0 & -\beta_X^3 & 0 & 0 \\ 0 & -3\beta_Y^2 & 0 & 0 & -\beta_Y^3 & 0 \\ 0 & 0 & -3\beta_Z^2 & 0 & 0 & -\beta_Z^3 \end{bmatrix}$$

이고  $w_n$ 은 백색잡음으로 공분산 값은 다음과 같다.

$$w_n \sim \mathcal{N}(0, Q_n),$$

$$Q_n = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ & & Q_{10,10} & 0 & 0 \\ & & 0 & Q_{11,11} & 0 \\ & & 0 & 0 & Q_{12,12} \end{bmatrix}$$

$$\text{여기서 } Q_{10,10} = \frac{16}{3} \beta_X^5 \sigma_X^2, \quad Q_{11,11} = \frac{16}{3} \beta_Y^5 \sigma_Y^2,$$

$$Q_{12,12} = \frac{16}{3} \beta_Z^5 \sigma_Z^2, \quad \beta_i = \frac{2.903}{\tau_i}$$

(i = X, Y, Z) 이다.

(10)에서 비정렬각( $\theta$ )이 작으므로  $C_m^s \approx (I - B)$ 이다. 따라서 다음과 같은 측정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_s^m &= (I - B)^{-1} (f_s^* - v_{accel}) \approx (I + B) f_s^* - v_{accel} \\ &= f_s^* - F_s^* (\theta_m + \theta_f) - v_{accel} \end{aligned}$$

위 식으로부터

$$f_s^* = f_s^m + F_s^* (\theta_m + \theta_f) + v_{accel} \tag{12}$$

여기서 (7),(8),(9),(12)를 이용하면 다음과 같은 측정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} z_{accel} &= df = f_m^m - f_s^* \\ &\approx -F_s^* (\theta_m + \theta_f) + L_0 \times \ddot{\theta}_f - v_{accel} \\ &= H_{2n} x_n - v_{accel} \end{aligned} \tag{13}$$

여기서  $B, F_s^*$ 는 각각  $\theta \times, f_s^* \times$ 이며 (13)에서  $H_{2n}$ 은 다음과 같다.

$$H_{2n} = \begin{bmatrix} 0 & f_{s,Z}^* & -f_{s,Y}^* & 0 & f_{s,Z}^* & -f_{s,Y}^* \\ -f_{s,Z}^* & 0 & f_{s,X}^* & -f_{s,Z}^* & 0 & f_{s,X}^* \\ f_{s,Y}^* & -f_{s,X}^* & 0 & f_{s,Y}^* & -f_{s,X}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L_{0,Z} & L_{0,Y} \\ 0 & 0 & 0 & L_{0,Z} & 0 & -L_{0,X} \\ 0 & 0 & 0 & -L_{0,Y} & L_{0,X} & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

여기서 종 INS는 비행체의 날개에 장착되어 있는 미사일로 가정하면 주 INS에서 종 INS로의 거리 벡터는

$L_0 = [0, 1, 0]^T$ 이 되고 비행체의 날개의 구조적인 특성에 따른 작다고 가정할 수 있다. 따라서 유연성에 의한 가

표 1. 순항과 선형 가속에 대한 가관측성 분석.

Table 1. Observability analysis for cruise and linear acceleration.

조 건	가관측항과 조합	비 교 (full rank=12)
순항 상태 $f_{m,x}=0$ $f_{m,y}=0$ $w_m=0$	$\theta_{M,X}, \theta_{M,Y}, \theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y}, \dot{\theta}_{F,Z}, \ddot{\theta}_{F,X},$ $\ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	rank=11
$f_{m,x} \neq 0$ $f_{m,y}=0$ $w_m=0$	$\theta_{M,Y}, f_{s,z}\theta_{M,X} - f_{s,x}\theta_{M,Z}, \theta_{F,X},$ $\theta_{F,Y}, \theta_{F,Z}, \dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y}, \dot{\theta}_{F,Z},$ $\ddot{\theta}_{F,X}, \ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	rank=11
선형 가속 상태 $f_{m,x}=0$ $f_{m,y} \neq 0$ $w_m=0$	$\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z}, \dot{\theta}_{F,X},$ $\ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	rank=11
$f_{m,x} \neq 0$ $f_{m,y} \neq 0$ $w_m=0$	$f_{s,z}\theta_{M,X} - f_{s,x}\theta_{M,Z}, f_{s,y}\theta_{M,X} + f_{s,x}\theta_{M,Y},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z}, \dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y},$ $\ddot{\theta}_{F,Z}, \ddot{\theta}_{F,X}, \ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	rank=11

표 2. 순항후 선형 가속에서의 가관측성 분석.

Table 2. Observability analysis for linear acceleration after cruise.

순항상태후 X축 선형 가속 인가	순항상태후 Y축 선형 가속 인가	순항상태후 수평축 선형 가속 인가
$\theta_{M,X}, \theta_{M,Y}, \theta_{M,Z},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y}, \dot{\theta}_{F,Z},$ $\ddot{\theta}_{F,X}, \ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	$\theta_{M,X}, \theta_{M,Y}, \theta_{M,Z},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y}, \dot{\theta}_{F,Z},$ $\ddot{\theta}_{F,X}, \ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$	$\theta_{M,X}, \theta_{M,Y}, \theta_{M,Z},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\theta_{F,X}, \theta_{F,Y}, \theta_{F,Z},$ $\dot{\theta}_{F,X}, \dot{\theta}_{F,Y}, \dot{\theta}_{F,Z},$ $\ddot{\theta}_{F,X}, \ddot{\theta}_{F,Y}, \ddot{\theta}_{F,Z}$
rank=12	rank=12	rank=12

속도는 다음식과 같이 근사화 된다.

$$L_0 \times \ddot{\theta}_f \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l \theta_{f,x} \end{bmatrix} \quad (15)$$

즉, 유연성 각 가속도의 영향은 주로 종 INS의 Z축 가속도 계에 영향이 나타남을 알 수 있다.

여기서  $l$ 는 항체의 종축에서 종 INS의 길이 이다.

V. 새로운 정합방법에 대한 가관측성 분석

1. 초기 상태에서의 가관측성 분석

(10)에서 초기 전달 정렬을 수행하는데 있어서 초기상태를 순항 상태, 선형 가속 상태에 대한 가관측성을 분석한 결과는 표1과 같다. 또한 각 초기 상태에 대한 가관측 행렬을 구성하여 가관측 행렬의 계수(rank)를 조사하였다. 각 초기 상태에서의 가관측 행렬의 계수는 11로 나타났으며 순항일 경우는 Z축 장착 비정렬각 성분만이 가관측하지 않고 다른 항들은 모두 가관측함을 알 수 있다. 그리고

선형 가속일 경우는 장착 비정렬각이 조합된 형태로 나타나는 것을 볼 수 있다. 따라서 선형 가속 상태보다도 순항일 경우에 가관측항이 더 많음을 알 수 있다.

2. 순항 상태 후 선형 가속 상태에서의 가관측성 분석

앞 절에서는 비행체가 한가지 상태만을 유지하고 있을 경우의 가관측성을 분석하였다. 다음으로 상태변화가 있을 경우, 즉 순항 후 선형가속 상태에서의 가관측성을 분석하면 표2와 같다. 여기서 시변 시스템의 가관측성을 분석하는 방법인 Bar-Itzhack가 제시한 방법[7][8]을 이용하였으며 세가지 가속 상태일 경우에 대한 가관측 행렬을 순항 상태에서의 가관측 행렬과 결합하면 간단한 형태의 SOM(Stripped Observability Matrix)을 작성할 수 있다. 그 결과, SOM의 계수는 세 경우 모두 12(full rank)로 증가하였으며 선형 가속 상태에서 조합된 형태를 이루었던 장착 비정렬 각 성분들이 분리되었다. 본 논문에서는 세가지 경우중에서 항체가 운항하는데 가장 적합한 경우인 순항후 X축 선형가속을 선택하였으며 시뮬레이션에서 이러한 궤적을 사용하였다.

VI. 시뮬레이션 및 분석

본 논문에서 제안하는 각속도 및 가속도정합의 추정 성능을 분석하기 위하여 여러 경우에 대해서 시뮬레이션을 통하여 기존의 각속도 및 가속도정합과 추정 성능을 비교하였는데 비행체의 제원 및 동작 특성이 다르기 때문에 시뮬레이션 데이터를 정량적으로 사용하기 보다 정성적인 시뮬레이션이 되도록 하였다.

그리고 유연성 모델 오차가 있을 경우에 제안한 방법의 추정 성능을 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. 시뮬레이션 초기 조건들로는 장착비정렬 각의  $1\sigma$ 값은  $0.5[\text{deg}]$ , 유연성 각의  $1\sigma$ 값은  $0.5[\text{deg}]$ (롤각),  $0.1[\text{deg}]$ (피치각),  $0.1[\text{deg}]$ (기수각)으로 가정하였다. 또한, 항체의 운항 궤적으로는 1초간 X축 순항을 한후 1초간 X축 선형가속(1g)을 하고 다시 항체가 X축 순항을 하였다고 가정하였다.

1. 제안된 정합 방법과 기존의 정합 방법의 추정 성능 비교  
유연성에 의한 가속도값이 두 정합 방법의 추정 성능에 미치는 영향을 분석하기 위하여 세 경우에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 2는 시뮬레이션에서 사

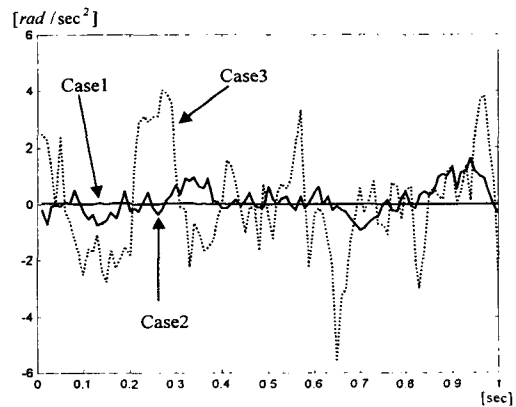


그림 2. X축 유연성각가속도.

Fig. 2. X-axis flexure angular acceleration.

용된 X축 유연성 각가속도를 나타낸 것으로 유연성 각가속도가 작은 경우(Case1), 큰 경우(Case2), 매우 큰 경우(Case3)의 세 가지에 대한 크기를 보여주고 있다.

Case 1 : 그림 3은 유연성에 의한 가속도( $\ddot{\theta}_j \times L_0$ )가 작은 경우에 제안한 방법과 기존 방법의 비정렬각(장착비정렬각+유연성각) 추정 오차를 나타낸 그림으로 시뮬레이션 결과를 보면 X,Y축의 비정렬각 추정 성능은 1초간 항체가 순항을 하는 경우에 두 방법 모두 매우 좋은 추정 성능(1 [mrad]이하)을 보이고 있는 반면에 Z축 비정렬각은 두 방법 모두 항체가 순항하고 있는 경우에는 비정렬각 추정이 되지 않다가 선형 가속 운동을 하는 경우에 급격히 추정이 이루어지고 있음을 알 수 있으며 추정 성능 또한 매우 좋음을 알 수 있다.

Case 2 : 그림 4는 유연성에 의한 가속도( $\ddot{\theta}_j \times L_0$ )가 클 경우에 두 정합 방법의 비정렬각 추정 오차를 나타낸 그림이다. 시뮬레이션 결과 기존의 방법은 X,Y축 비정렬각 추

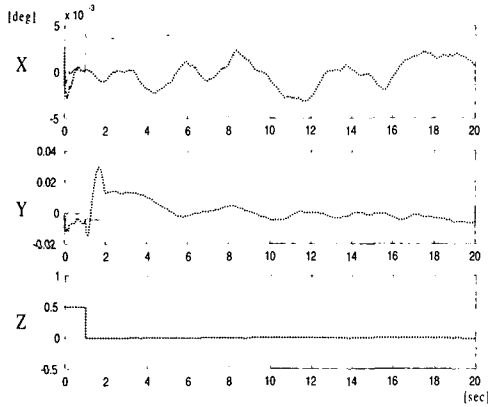


그림 3. 비정렬각 추정 오차(Case1) (점선:기존의 방법, 실선:제안된 방법).

Fig. 3. Misalignment angle estimation error (Case 1 , dot line : conventional method, solid line : new method).

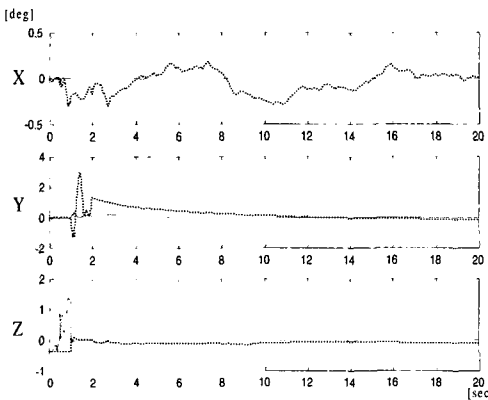


그림 4. 비정렬각 추정 오차(Case2) (점선:기존의 방법, 실선:제안된 방법).

Fig. 4. Misalignment angle estimation error (Case 2 , dot line : conventional method , solid line : new method).

정 성능이 그림3의 결과와 비교해볼 때 매우 나빠지는 반면에 Z축 장착 비정렬각은 항체가 1초간 순항을 하는 경우에는 가관측하지 않기 때문에 추정이 되지 않다가 1초간 선형가속을 수행하자 급격히 추정이 이루어지는 것을 알 수 있다. 반면에 제안하는 방법은 X,Y축 비정렬각 추정 성능은 기존의 방법과 비교해 볼 때 훨씬 더 우수하며 Z축 비정렬각 추정은 기존의 방법과 마찬가지로 Z축 장착 비정렬각이 가관측하지 않은 순항 구간에서는 유연성에 의한 가속도의 영향이 크게 나타나다가 항체가 선형 가속을 수행하자 급격히 추정이 이루어지고 추정 오차 또한 매우 작음을 알 수 있다.

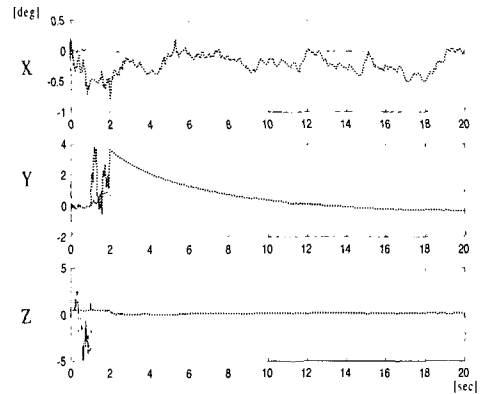


그림 5. 비정렬각 추정 오차(Case3) (점선:기존의 방법, 실선:제안된 방법).

Fig. 5. Misalignment angle estimation error (Case 3 , dot line : conventional method, solid line : new method).

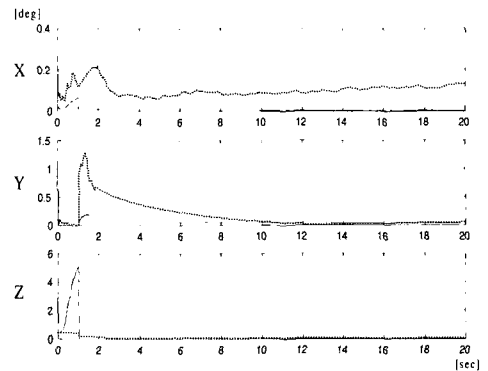


그림 6. 비정렬각 추정 오차의 1σ (점선:기존의 방법, 실선:제안된 방법).

Fig. 6. 1σ value of misalignment angle estimation error (dot line : conventional method , solid line : new method).

Case 3 : 그림 5는 유연성에 의한 가속도가 매우 클 경우에 두 정합 방법의 비정렬각 추정 오차를 나타낸 그림으로 그림4의 경우와 비교해 볼 때 기존의 방법에서는 X,Y축 비정렬각 추정 성능이 크게 저하된 반면에 제안한 방법은 추정 성능의 변화가 작음을 알 수 있다.

그림 3, 4, 5의 결과들로부터 기존의 방법에서는 X,Y축

비정렬각 추정 성능은 유연성에 의한 가속도의 영향이 큰 반면에 Z축 비정렬각 추정 성능에는 영향이 작으며 제안한 방법에서는 이러한 가속도의 영향이 매우 작음을 알 수 있다. 추정 성능 또한 기존의 방법보다도 매우 우수함을 알 수 있다.

위의 그림 3, 4, 5의 경우는 몬테칼로 시뮬레이션을 1번 수행한 결과인 반면에 그림 6은 유연성 각가속도가 큰 경우(case 2)에 대하여 30번의 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 추정오차의 표준편차값(1 $\sigma$ )을 나타낸 그림이다. 그림 6의 결과로부터 기존의 방법에 비하여 제안한 방법이 수렴 시간 및 수렴 값에서도 우수한 추정 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

2. 유연성 모델 오차의 영향

일반적으로 비행체의 구조적인 면과 운항 환경에 따라서 유연성 각의 통계적인 특성이 변하기 때문에 시불변

표 3. 만필터에서 이용되는 유연성 모델 오차값 (상관관계 시간).

Table 3. The flexure model error used in kalman filtering. (correlation time).

	실제값	20% 오차가 있을 경우	50% 오차가 있을 경우	70% 오차가 있을 경우
X축 유연성 상관 관계 시간[sec]	0.358	0.430	0.537	0.609
Y축 유연성 상관 관계 시간[sec]	2.146	2.575	3.219	3.648
Z축 유연성 상관 관계 시간[sec]	2.146	2.575	3.219	3.648

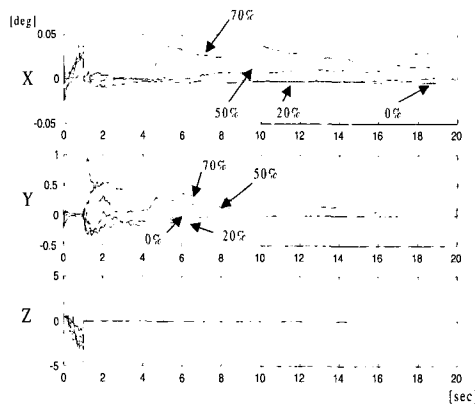


그림 7. 항체가 1초간 순항 → 1초간 선형 가속 → 순항할 경우의 비정렬 각 추정 오차.

Fig. 7. The misalignment angle estimation error, in the case of cruise for 1 second → X-axis linear acceleration of 1 second → cruise.

(time-invariant) 유연성 모델을 구하기가 어렵다. 그러므로 시불변 유연성 모델을 사용할 경우에는 유연성 모델에 불확실성이 있다고 가정하는 것이 적절하다. 본 논문에서는 이러한 유연성 모델 오차가 있을 경우에 제안하는 정합 방법이 유연성 모델 오차에 대한 추정 성능의 강인성

(robustness)을 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 분석하였다. 먼저 유연성 모델의 오차는 유연성 모델의 상관 관계 시간값에 오차가 있다고 가정하였다. 본 논문에서 고려된 유연성 모델의 오차값은 표 3과 같다.

그림 7은 표 3의 각각의 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행한 결과로 비정렬각 추정 오차를 나타낸다. 시뮬레이션 결과를 보면 X,Y축 비정렬각 추정 성능은 유연성 모델 오차가 커질수록 수렴 값이 증가하는 반면에 Z축 비정렬각 추정 성능은 유연성 모델 오차의 영향이 작음을 알 수 있다. 이러한 결과들로부터 제안하는 방법이 유연성 모델 오차에 대해서 어느 정도 강인함을 알 수 있다.

VII. 결론

본 논문에서는 초기 전달 정렬 기법 중에서 가속도 및 가속도정합에 대한 연구를 하였다. 기존의 가속도 및 가속도 정합방법은 유연성 각 가속도의 영향을 제거할 수 없다는 점을 지적하고 이러한 문제점을 해결할 수 있는 새로운 가속도 및 가속도정합방법을 제시하였다. 또한 제안하는 정합 방법의 가관측성 분석을 통하여 항체의 운항 조건을 연구 하였다. 가관측성 분석 결과 항체가 초기 순항을 하는 경우는 Z축 장착 비정렬각을 제외한 나머지 상태 변수 값들은 모두 가관측 하였고 항체가 초기 선형가속을 하는 경우는 가관측 행렬의 계수 값이 순항을 하는 경우와 마찬가지로 11(full rank=12)이 되었지만 장착 비정렬각항의 조합된 항들이 가관측 한 형태로 되었다. 그리고 항체가 어느정도 순항을 한 후 선형 가속 운동을 할 경우는 모든 상태 변수 들이 분리된 형태로 가관측 함을 알 수 있었다. 따라서 본 논문에서 제안한 정합방법을 사용할 경우는 순항 후 선형가속중 특히 X축 선형 가속을 하는 경우가 가장 좋음을 알 수 있었고 시뮬레이션 분석 결과 항체의 가속이 작을 경우에도 추정 성능이 우수함을 알 수 있었다. 또한, 여러 경우에 대하여 시뮬레이션을 수행하여 제안한 가속도 및 가속도 정합과 기존 정합의 추정성능을 비교 분석하였다. 분석 결과 유연성에 의한 가속도 값이 작을 경우에는 두 정합 방법이 거의 같은 결과를 주고 있음을 알 수 있었다. 그러나 유연성에 의한 가속도가 커질수록 기존의 방법은 유연성에 의한 가속도 값을 보상하지 못하기 때문에 X,Y축 추정 성능이 저하되는 반면에 제안하는 방법은 유연성 각 가속도를 칼만필터의 상태변수로 포함시켜서 유연성에 의한 가속도 영향을 고려하였기 때문에 이러한 가속도의 영향이 작음을 알 수 있었다. 또한 본 논문에서는 유연성 모델 오차가 있을 경우의 제안하는 방법의 비정렬각 추정 성능을 분석하였다. 분석 결과 X,Y축 비정렬각의 추정 성능은 유연성 모델 오차가 커질수록 추정 오차의 수렴값이 증가하였으며 Z축 비정렬각의 추정 성능은 항체의 운항 조건에 따라서 영향이 크게 나타남을 알 수 있었다. 또한 유연성 모델 오차가 30%이하일 경우에는 제안하는 방법의 추정 성능은 유연성 모델 오차가 있음에도 불구하고 만족스러운 추정 성능을 보이고 있음을 알 수 있었다.

참고문헌

[1] M. B. Psczel and D. Bucco, "Review of

- techniques for in-flight transfer alignment," Guided Weapons Technical Memorandum 012, AR-006-607, Department of Defence, Australia, 1992.
- [2] K. Spalding, "An efficient rapid transfer alignment filter," *AIAA paper*, pp. 1276-1286, 1992.
- [3] A. M. Schneider, "Kalman filter formulations for transfer alignment of strapdown inertial units," *Journal of the INStitute of Navigation*, pp. 72-89, vol. 30, no. 1, Spring 1983.
- [4] C. Y. Zhang, "Scheme of alignment for strapdown inertial navigation systems", *Proceedings of the ICAS*, pp. 1304-1310, July, 1992.
- [5] H. C. Salzwedel and K. M. Kessler, "Transfer of alignment and calibration of multiple sensors in Flexible Systems," *Proceedings of the 24th CDC*, pp. 1932-1937, December, 1985.
- [6] J. J. Deyst JR. and A. A. Sutherland JR., "Strapdown inertial system alignment using statistical filters : A simplified formulation," *AIAA Journal*, pp. 452-456, vol. 11, no. 4, November, 1973.
- [7] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzheck, "Observability analysis of inertial navigation systems during in-flight alignment," *AIAA Journal*, pp. 1056-1067, vol. 28, no. 4, 1988.
- [8] D. Goshen-Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Observability analysis of piece-wise constant systems-part II: Application to inertial navigation in-flight alignment," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 1068-1075, vol. 28, no. 4, October, 1992.
- [9] Gelb, A.(ed.), *Applied Optimal Estimation*, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1974.
- [10] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press Inc, 1993.
- [11] 송기원, 전창배, 김현백, "스트랩다운 관성항법장치의 각을 이용한 초기전달 정렬기법," '93한국자동제어학술회의논문집, pp. 29-33, 1993.
- [12] 송기원, 전창배, 김현백, 유준, "수평축 자세운동이 있는 배에서의 전달정렬 알고리즘 설계," *Proceedings of the 11<sup>th</sup> KACC*, pp. 672-675, October, 1996.



#### 양철관

1996년 중앙대 제어계측학과 졸업(학사), 1998년 동대학원 졸업(석사), 1998년~현재 중앙대 전자전기공학부 박사과정, 관심분야는 관성항법시스템(INS), GPS, 강인 필터링.

#### 심덕선

제어·자동화·시스템공학 논문지 제6권, 제9호, 참조.