

신경회로망 및 Backstepping 기법을 이용한 비선형 적응 비행제어

Nonlinear Adaptive Flight Control Using Neural Networks and Backstepping

이 태 영, 김 유 단
(Taeyoung Lee and Youdan Kim)

Abstract : A nonlinear adaptive flight control system is proposed using a backstepping controller with neural networks controller. The backstepping controller is used to stabilize all state variables simultaneously without the two-timescale assumption that separates the fast dynamics, involving the angular rates of the aircraft, from the slow dynamics which includes angle of attack, sideslip angle, and bank angle. It is assumed that the aerodynamic coefficients include uncertainty, and an adaptive controller based on neural networks is used to compensate for the effect of the aerodynamic modeling error. It is shown by the Lyapunov stability theorem that the tracking errors and the weights of neural networks exponentially converge to a compact set. Finally, nonlinear six-degree-of-freedom simulation results for an F-16 aircraft model are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed control law.

Keywords : adaptive control law, neural networks, flight control, backstepping controller, Lyapunov theory

I. 서론

궤환선형화기법은 다양한 분야에 응용되고 있는 비선형 시스템 제어기법으로 비선형 항공기 제어문제에도 널리 사용되었다. Meyer 와 Hunt 는 헬리콥터 제어문제에, Lane 과 Stengel 은 항공기 제어문제에 입출력 궤환선형화기법을 적용하여 특정한 출력변수를 제어하였다[1][2]. Hedrick 과 Gopalswamy 는 sliding method 를 적용하여 모델링 오차를 고려하였다[3]. 그러나 궤환선형화기법을 항공기 제어문제에 직접 적용할 경우에는, zero dynamics 를 제어할 수 없기 때문에 nonminimum phase system 의 안정성을 보장할 수 없고, 공력계수의 2차 또는 3차 이상의 미분항이 필요하다는 문제점이 발생한다. 궤환선형화기법을 비선형 항공기 제어문제에 적용하는 또 다른 방법은 항공기의 동적특성을 이용하여 운동방정식을 두개의 timescale 로 구분하고, 내부루프와 외부루프의 제어를 구성하는 방법이다[4,5,6]. Two-timescale 성질을 이용하여 제어를 설계하는 과정은 크게 두 단계로 구분할 수 있다. 먼저 외부루프에서는 내부루프의 상태변수 p, q, r 을 제어입력으로 설정하여, α, β, ϕ 가 주어진 궤적을 추종하도록 p, q, r 에 대한 기준궤적을 계산한다. 내부루프에서는 상태변수 p, q, r 이 외부루프에서 생성된 기준궤적을 추종하도록 실제 제어입력 $\delta_e, \delta_a, \delta_r$ 을 계산한다. 이때, 내부루프의 운동특성이 외부루프에 비해 매우 빠르기 때문에, 내부루프의 상태변수 p, q, r 이 임의로 주어진 기준궤적을 시간지연 없이 정확히 추종할 수 있어서, 외부루프에서는 p, q, r 의 시간지연 반응에 의한 영향이 나타나지 않는다

고 가정한다. 따라서 이 방법을 사용하기 위해서는 내부루프의 운동특성이 외부루프의 운동특성에 비해 매우 빨라야 한다. 그러나 현재까지 대부분의 항공기 제어에 관한 연구에서는 특별한 수학적 해석과정이 없이 내부루프의 제어이득을 외부루프의 제어이득보다 충분히 큰 값으로 설정하여, 항공기가 이러한 two-timescale 성질을 만족한다고 가정하였다.

항공기 제어문제에서 two-timescale 성질에 관한 해석은 Schumacher와 Khargonekar에 의해 이루어졌는데[7], 내부루프 시스템에 정확한 역변환이 이루어졌다고 가정하고, 이를 외부루프에 대입하여 외부루프의 상태변수와 제어입력으로만 구성된 시스템을 구성하였다. 그리고 르야프 노프 함수를 이용하여 시스템이 안정화되기 위한 내부루프의 최소 제어이득을 결정하였다. 그러나 이러한 방법에 의한 안정성 해석은 매우 복잡하고 conservative 하기 때문에, 시스템의 안정성을 보장하기 위해서 계산된 내부루프의 최소 제어이득이 매우 커지게 된다. 따라서 해석결과에 따라 제어를 설계할 경우에는 제어입력이 포화되거나 강인성에 문제가 발생할 가능성이 높다.

궤환선형화기법을 적용하는 과정에서의 또 다른 어려움은 제어대상이 되는 항공기 시스템을 정확히 알고 있어야 한다는 것이다. 그러나 항공기의 공력계수들은 여러 가지 변수에 의존하여 변화하기 때문에 항공기 시스템의 동적특성을 정확히 모델링하는 것은 매우 어려운 일이다. Two-timescale 성질을 이용한 제어기의 경우, 특정한 공력계수의 불확실성에 의해 전체 시스템의 안정성을 잃게 된다는 것이 연구된 바 있다[8]. Funahashi, Hornik 등은 다층 신경회로망이 임의의 비선형 함수를 임의의 정확도로 표현할 수 있다는 것을 수학적으로 증명하였고[9][10], Farrell, Lewis 등은 이러한 universal approximation 특성을 이용하여, 각각 단층과 다층 신경회로망을 비선형 적응 제어기로 이용하는 연구를 수행하였다[11][12]. 항공제어

접수일자 : 2000. 3. 7., 수정완료 : 2000. 7. 13

이태영, 김유단 : 서울대학교 기계항공공학부, 정밀기계설계공통연구소

※ 본 논문은 한국과학재단 특정기초연구 1999-2-305-004-3에 의하여 지원을 받았습니다.

분야에서는 Singh 등이 wing-rock motion 을 제어하는데 [13], Kim 과 Calise, Rysdyk와 Calise는 항공기를 제어하는 데 적응 신경회로망을 사용하였다[14][15].

본 논문에서는 backstepping 기법에 의해 비선형 항공기의 제어를 설계하는 방법을 제안하였다[16]. 케환선형화기법을 이용한 일반적인 방법과 달리, two-timescale 가정을 사용하지 않고 단일 르야프노프 함수를 이용하여 수학적으로 안정성을 증명하였다. 안정성 해석과정에서 timescale separation 가정을 이용하지 않았기 때문에 안정성을 보장하기 위해 제어이득의 크기를 필요 이상으로 제한해야 할 필요가 없어졌다. 또한, 모델링 오차나 외란에 의한 영향을 감소시키기 위하여 비선형 항공기 시스템에 대하여 각각 비선형 적응제어기를 설계하였다. 참고문헌 12의 결과를 응용하여 다중 신경회로망을 적응제어기로 구성하고 신경회로망의 연결강도를 적응법칙에 따라 변화시킴으로써, 모델링 오차와 외란에 의해 발생하는 영향을 상쇄하도록 비선형 적응 비행제어기를 설계하였다.

II. Backstepping 기법을 이용한 비선형 비행제어

1. 항공기 모델

본 논문에서 고려한 항공기의 비선형 6 자유도 운동방정식은 다음과 같다. 항공기는 강제이며 일정한 크기의 중력과 공력, 추력이 작용한다고 가정하였다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{mV} \begin{bmatrix} -\frac{S_a}{C_\beta} [T + c_x \bar{q}S] + \frac{C_a}{C_\beta} c_x \bar{q}S \\ -C_a S_\beta \bar{T} + c_x \bar{q}S \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -C_a T_\beta & 1 & -S_a T_\beta \\ S_a & 0 & -C_a \\ 1 & S_\phi T_\theta & C_\phi T_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \frac{\rho S}{4m} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{S_a}{C_\beta} c_{yq} \bar{c} + \frac{C_a}{C_\beta} c_{yq} \bar{c} & 0 \\ C_{\beta} c_{yp} b - C_a S_\beta c_{yq} \bar{c} - S_a S_\beta c_{yq} \bar{c} & C_{\beta} c_{yp} b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \frac{\rho VS}{2m} \begin{bmatrix} -\frac{S_a}{C_\beta} c_{x\alpha} + \frac{C_a}{C_\beta} c_{z\alpha} & 0 & 0 \\ -C_a S_\beta c_{x\alpha} - S_a S_\beta c_{z\alpha} & C_{\beta} c_{y\alpha} & C_{\beta} c_{y\alpha} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} + \frac{g}{V} \begin{bmatrix} \frac{1}{C_\beta} (S_a S_\theta + C_a C_\phi C_\theta) \\ C_a S_\beta S_\theta + C_\beta C_\theta S_\phi - S_a S_\beta C_\phi C_\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 p q + I_3 q r \\ I_5 p r - I_6 (p^2 - r^2) \\ -I_2 q r + I_8 p q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_3 c_{l1} \bar{q} S b + I_4 c_{n1} \bar{q} S b \\ I_7 c_{m1} \bar{q} S \bar{c} \\ I_4 c_{l1} \bar{q} S b + I_3 c_{n1} \bar{q} S b \end{bmatrix} + \frac{\rho VS}{4} \begin{bmatrix} I_3 c_{lp} b + I_4 c_{np} b & 0 & I_3 c_{lr} b + I_4 c_{nr} b \\ 0 & I_7 c_{mq} \bar{c} & 0 \\ I_4 c_{lp} b + I_3 c_{np} b & 0 & I_4 c_{lr} b + I_3 c_{nr} b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \bar{q} S b \begin{bmatrix} 0 & I_3 c_{l\alpha} + I_4 c_{n\alpha} & I_3 c_{l\alpha} + I_4 c_{n\alpha} \\ I_7 c_{m\alpha} \frac{\bar{c}}{b} & 0 & 0 \\ 0 & I_4 c_{l\alpha} + I_3 c_{n\alpha} & I_4 c_{l\alpha} + I_3 c_{n\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & S_\phi & C_\phi \\ 0 & C_\theta & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 S_a, C_a, T_a 는 각각 $\sin a, \cos a, \tan a$ 를 나타내며,

I_i 는 관성모멘트로 구성된 항이다[17]. 공기역학적 힘 및 모멘트 계수는 받음각과 옆미끄럼각의 함수로서 표현되며, 참고문헌 18에 나타난 F-16 항공기 모델을 이용하였다.

상태변수와 제어입력을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} x_1 &= [\alpha \ \beta \ \phi]^T \\ x_2 &= [p \ q \ r]^T \\ x_3 &= [\theta \ \psi]^T \\ u &= [\delta_e \ \delta_a \ \delta_r]^T \end{aligned} \quad (4)$$

정의된 상태변수와 제어입력에 따라 운동방정식을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(\alpha, \beta) + g_1(\alpha, \beta, \phi, \theta) x_2 + g_{1a}(\alpha, \beta) x_2 \\ &\quad + h_1(\alpha, \beta) u + f_{1g}(\alpha, \beta, \phi, \theta) \\ \dot{x}_2 &= f_2(\alpha, \beta, p, q, r) + f_{2a}(\alpha, \beta) x_2 + g_2(\alpha, \beta) u \\ \dot{x}_3 &= f_3(\phi, \theta) x_2 \end{aligned} \quad (5)$$

2. 제어기 설계 및 안정성 해석

Two-timescale 가정을 이용한 제어기법을 적용한 시스템의 경우에는 안정성을 수학적으로 보장하기 위해서 빠른 동특성을 갖는 시스템의 제어이득을 매우 큰 값으로 설정해야 한다. 그러나 항공기의 경우, 이러한 방법에 의한 제어입력은 포화(saturation)되거나 수학적으로 모델링되지 않은 높은 주파수영역의 시스템을 자극하여 제어시스템에 강인성에 관련된 문제가 발생할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 극복하기 위하여 two-timescale 가정을 이용하지 않고 backstepping 기법을 이용하여 비선형 항공기의 제어를 설계하는 방법을 제안한다.

Backstepping 기법을 이용하여 제어기를 설계하는 과정에서 two-timescale 가정을 이용한 제어기 설계기법과 마찬가지로, 그림 1과 같이 외부루프에서는 x_1 을 제어하기 위하여 x_2 를 가상의 입력으로 사용하며, 내부루프에서 x_2 를 제어하기 위해 u 를 제어입력으로 사용한다. 그러나 two-timescale 을 이용한 제어기법과는 달리, 본 논문에서는 내부루프 시스템의 동적특성과 시간지연 반응에 의한 영향을 고려하여 제어기를 설계하고, x_1, x_2 에 대해 positive definite 한 르야프노프 함수를 설정하여 안정성을

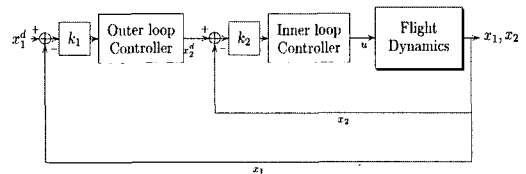


그림 1. Two-timescale 가정을 이용한 비선형 비행제어기의 구조.

Fig. 1. Nonlinear flight controller using two-timescale assumption.

증명한다. 이 기법은 x_2 의 동특성을 고려하기 때문에 전체 시스템의 안정성을 보장하기 위하여 비현실적인 가정을 이용하지 않는다는 장점을 가지고 있다.

제어기 설계 및 안정성 해석과정에 사용된 가정과 보조

정리는 다음과 같다.

가정 1 : 기준계적 $x_1^d = [\alpha^d \beta^d \phi^d]^T$ 는 유한하다. 즉, 어떤 상수 $c_d > 0$ 에 대하여 다음 식을 만족한다.

$$\| [x_1^d \dot{x}_1^d \ddot{x}_1^d] \| \leq c_d \quad (6)$$

가정 2 : 비행속력 및 동압은 일정하다.

$$\dot{V} = 0, \dot{q} = 0 \quad (7)$$

가정 3 : 어떤 상수 $d > 0$ 에 대하여, $V_1 < d$ 인 모든 α, β 에 대해 $f_1, f_{1g}, f_2, f_{2a}, f_3, g_1, g_{1a}, g_2$ 은 유한하며, α, β 에 대해 미분가능하다. 여기에서 V_1 은 상태변수와 추종명령의 차이인 오차변수를 이용한 르야프노프 함수로 추후에 정의될 것이다.

가정 4 : θ 의 크기는 다음과 같이 제한된다.

$$|\theta| \leq \theta_m < \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

보조정리 1 : 가정 4를 만족하는 상수 θ_m 에 대하여 다음 명제를 만족하는 상수 $\alpha_m, \beta_m > 0$ 이 존재한다. $|\alpha| < \alpha_m, |\beta| < \beta_m, |\theta| < \theta_m$ 을 만족하는 모든 α, β, θ 와 임의의 ϕ 에 대하여 $g_1(\alpha, \beta, \phi, \theta)$ 는 invertible 하다.

위의 보조정리 1은 g_1 의 각 열이 서로 선형독립일 충분조건을 구하여 증명할 수 있다.

보조정리 1과 가정 3에 의해 다음 부등식을 만족하는 상수 $c_{g_1^{-1}}, c_{g_{1a}}$ 이 존재한다.

$$\begin{aligned} \|g_1^{-1}\| &\leq c_{g_1^{-1}} \\ \|g_{1a}(\alpha, \beta)\| &\leq c_{g_{1a}} \end{aligned} \quad (9)$$

가정 5 : $c_{g_1^{-1}} c_{g_{1a}} < 1$ 을 만족한다.

여기서 g_{1a} 는 물리적으로 각속도에 의해 발생하는 공력계수의 힘 성분을 나타내는 항으로서, 매우 작은 값인 $\frac{\rho}{m}$ 이 상수로 곱해지므로 크기가 매우 작다. 따라서 위와 같은 가정을 이용할 수 있으며, 본 논문에서 사용된 공력계수 모델을 이용하여 수치적으로 계산한 결과 $c_{g_1^{-1}} c_{g_{1a}} < 0.13$ 이었다.

가정 6 : 다음 명제를 만족하는 상수 $\alpha_m, \beta_m > 0$ 이 존재한다. $|\alpha| < \alpha_m, |\beta| < \beta_m$ 을 만족하는 모든 α, β 에 대하여 $g_2(\alpha, \beta)$ 는 invertible 하다.

가정 7 : $h_1(\alpha, \beta) = 0$ 이다.

(1),(2),(5)를 살펴보면 h_1 은 제어입력 u 에 의해 발생하는 공력계수의 힘 성분이며, g_2 는 각속도 p, q, r 에 대한 u 의 제어입력 행렬이라는 것을 확인할 수 있다. 에일러러, 러더, 엘리베이터와 같은 항공기의 제어면은 각 축의 각속도를 제어할 수 있도록 설계되었기 때문에, 항공기 제어면의 변위에 의해 발생하는 공력계수의 힘 성분은 매우 작으며, g_2 는 언제나 invertible 하다는 가정을 이용할 수 있다. 또한, 본 논문에서 사용된 공력계수 모델을 이용하여 수치적으로 계산한 결과 g_2 는 언제나 invertible 하였다.

제어기를 설계하기 위하여 오차상태변수 $z_1, z_2 \in R^3$ 을

도입한다.

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - x_1^d \\ z_2 &= x_2 - x_2^d \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 x_1^d 는 외부에서 주어지는 x_1 에 대한 명령이며, x_2^d 는 추후에 정의될 x_2 가 추종해야 하는 명령이다. 위 식과 가정 7에 따라 오차동역학은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= f_1 + g_1 x_2 + g_{1a} x_2 + f_{1g} - \dot{x}_1^d \\ \dot{z}_2 &= f_2 + f_{2a} x_2 + g_2 u - \dot{x}_2^d \end{aligned} \quad (11)$$

앞에서 서술한 가정과 보조정리를 기초로 제어기를 설계한 결과는 다음 정리로 표현된다.

정리 1 : (11)로 표현되는 시스템에서 제어입력 u 가 다음과 같이 정의되면, 이 시스템의 해는 locally uniformly ultimately bounded 하다.

$$u = g_2^{-1} [-k_2 z_2 - g_{1a}^T z_1 - g_1^T z_1 - A] \quad (12)$$

여기서 $x_2^d, A \in R^3$ 는 다음과 같이 정의되며, k_1, k_2 는 제어이득으로서 양의 상수이다.

$$\begin{aligned} x_2^d &= g_1^{-1} [-k_1 z_1 - f_1 - f_{1g} + \dot{x}_1^d] \\ A &= f_2 + f_{2a} x_2 - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_1} [f_1 + g_1 x_2 + g_{1a} x_2 + f_{1g}] \\ &\quad - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_3} f_3 x_2 - g_1^{-1} [k_1 \dot{x}_1^d + \ddot{x}_1^d] \end{aligned} \quad (13)$$

또한, 오차의 수렴한계는 제어이득을 조절함으로써 임의의 크기 이내로 제한할 수 있다.

증명 : 가정 1, 3에 의해 다음 부등식을 만족하는 상수 c 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \|f_1(\alpha, \beta)\| &\leq c_{f_1} \\ \|f_{1g}(\alpha, \beta, \phi, \theta)\| &\leq c_{f_{1g}} \\ \|\dot{x}_1^d\| &\leq c_{x_1^d} \end{aligned} \quad (14)$$

(9),(14)를 이용하면 $\|x_2^d\|$ 가 다음 부등식을 만족한다는 것을 보일 수 있다.

$$\|x_2^d\| \leq c_{g_1^{-1}} [k_1 \|z_1\| + c_{f_1} + c_{f_{1g}} + c_{x_1^d}] \quad (15)$$

다음과 같은 positive definite 함수를 고려하자.

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \quad (16)$$

V_1 의 미분값은 (13)에 정의된 x_2^d 를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\partial V_1}{\partial z_1} [f_1 + g_1 x_2^d + g_{1a} x_2 + f_{1g} - \dot{x}_1^d] \\ &\quad + \frac{\partial V_1}{\partial z_1} g_1 [x_2 - x_2^d] + \frac{\partial V_1}{\partial z_2} \dot{z}_2 \\ &= \frac{\partial V_1}{\partial z_1} [-k_1 z_1 + g_{1a} x_2] \\ &\quad + \frac{\partial V_1}{\partial z_1} g_1 [x_2 - x_2^d] + \frac{\partial V_1}{\partial z_2} \dot{z}_2 \\ &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1a} x_2^d + z_1^T g_{1a} z_2 \\ &\quad + z_1^T g_1 z_2 + z_2^T \dot{z}_2 \end{aligned} \quad (17)$$

위 식에 (13)에서 정의된 A 를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d + z_1^T g_{1\alpha} z_2 \\ &\quad + z_1^T g_{1\beta} z_2 + z_2^T \left[f_2 + f_{2\alpha} x_2 + g_2 u - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_1} \dot{x}_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_3} \dot{x}_3 - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_1^d} \dot{x}_1^d - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_1^d} \ddot{x}_1^d \right] \\ &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d + z_1^T g_{1\alpha} z_2 \\ &\quad + z_1^T g_{1\beta} z_2 + z_2^T [A + g_2 u] \\ &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d \\ &\quad + z_2^T [g_{1\alpha}^T z_1 + g_1^T z_1 + A + g_2 u] \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 f_1 은 V 의 함수이므로 (18)에는 $-z_2^T \frac{\partial x_2^d}{\partial V} V$ 항이 포함되어야 하지만, 본 논문에서는 가정 2를 이용하여 단순화하였다. 위 식에 (12), (15)를 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -k_1 \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d \\ &\leq -k_1 \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + \|g_{1\alpha}\| \|z_1\| \|x_2^d\| \\ &\leq -k_1 (1 - c_{g1\alpha} c_{g1}) \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 \\ &\quad + c_{g1\alpha} c_{g1} (c_{A1} + c_{A2} + c_{x1^d}) \|z_1\| \\ &= -k_1 (1 - c_1) \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + c_1 c_2 \|z_1\| \\ &= -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 \\ &\quad - \frac{k_1}{2} (1 - c_1) \left[\|z_1\| - \frac{c_1 c_2}{k_1 (1 - c_1)} \right]^2 \\ &\quad + \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1 (1 - c_1)} \\ &\leq -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1 (1 - c_1)} \\ &\leq -2\mu_1 V_1 + \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1 (1 - c_1)} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $c_1 = c_{g1\alpha} c_{g1}$, $c_2 = c_{A1} + c_{A2} + c_{x1^d}$, $\mu_1 = \min\{\frac{k_1}{2}(1-c_1), k_2\}$ 이다. 가정 5에 따라 $c_1 < 1$ 이므로, $\mu_1 > 0$ 이다. 한편, 위 식에서 $V_1 > \frac{(c_1 c_2)^2}{4\mu_1 k_1 (1 - c_1)}$ 일 때, $\dot{V}_1 < 0$ 이므로 z_1, z_2 는 유한하며 다음 집합 D_1 으로 지속적으로 수렴한다.

$$D_1 = \left\{ z_1, z_2 \mid \|z_1\|^2 + \|z_2\|^2 \leq \frac{(c_1 c_2)^2}{2\mu_1 k_1 (1 - c_1)} \right\}$$

또한, c_1, c_2 는 k_1, k_2 에 독립이므로, k_1, k_2 를 조절하여 수렴범위를 임의로 작게 만들 수 있다. ■

위 정리는 공력계수를 정확히 알고 있는 경우에 비선형 항공기의 α, β, ϕ 명령을 추종할 수 있는 제어기를 설계할 수 있음을 뒷받침한다. 그리고 이 제어기를 적용하면 명령 추종 오차가 D_1 으로 수렴하며, 오차의 크기를 설계자가 조절할 수 있다는 사실을 보여준다. 기존의 연구와는 달리 위 정리의 증명과정에서는 two-timescale separation 가정을 이용하지 않았기 때문에, 안정성을 보장하기 위해서 제어이득의 크기를 필요 이상으로 크게 설정해야 할 필요가 없다.

III. 신경회로망을 이용한 비선형 적응 비행제어

본 논문의 2장에서는 항공기 시스템에 작용하는 외란이

나 공력계수의 불확실성을 고려하지 않고 제어기를 설계하였다. 항공기의 동적특성은 비선형성이 강하고, 공력특성이 복잡하게 작용하기 때문에 항공기의 수학적 모델을 정확하게 얻는 것은 매우 어려운 일이다. Two-timescale 성질을 이용한 비선형 항공기 제어기의 경우, 공력계수의 불확실성에 의해 제어시스템이 불안정해진다는 것이 연구된 바 있다[8]. 따라서 항공기의 제어기를 설계할 때에는 외란 및 불확실성의 영향을 고려하는 것이 중요하다. 이 장에서는 적응제어기법을 신경회로망에 응용하여 이러한 영향을 감소시키는 제어기를 설계한다.

1. 모델링 오차에 의한 영향

본 논문에서는 각속도 운동방정식에 대한 모델링 오차를 고려한다. (5)에서 정의된 $f_2, f_{2\alpha}, g_2$ 에 대한 불확실성을 고려하여 추정된 함수값을 각각 $\hat{f}_2, \hat{f}_{2\alpha}, \hat{g}_2$ 라고 하면, 2장에서 설계한 제어입력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{u} &= \hat{g}_2^{-1} [-k_2 z_2 - g_{1\alpha}^T z_1 - g_1^T z_1 - \hat{A}] \\ \hat{A} &= \hat{f}_2 + \hat{f}_{2\alpha} x_2 - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_1} [f_1 + g_{1\alpha} x_2 + g_{1\beta} z_2 + f_{1g}] \\ &\quad - \frac{\partial x_2^d}{\partial x_3} f_{3x_2} - g_1^{-1} [k_1 \dot{x}_1^d + \ddot{x}_1^d] \end{aligned} \quad (20)$$

위 식을 (18)에 대입하면, 공력계수의 모델링 오차가 고려되었을 때의 \dot{V}_1 이 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d + z_2^T [g_{1\alpha}^T z_1 \\ &\quad + g_1^T z_1 + A + g_2 \hat{u} + g_2 u - g_2 u] \\ &= -k_1 \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d \\ &\quad + z_2^T g_2 [\hat{u} - u] \\ &= -k_1 \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d \\ &\quad - z_2^T g_2 \Delta \end{aligned} \quad (21)$$

위 식에서 $\Delta = B_2 [u - \hat{u}]$ 으로 정의되었으며, 이것은 공력계수의 모델링 오차에 의해 발생하는 항이다. 즉, $f_2, f_{2\alpha}, g_2$ 에 대한 모델링 오차에 의해서, 안정성 증명과정에서 르야프노프 함수의 미분값에 $z_2^T \Delta$ 항이 추가된다는 것을 확인할 수 있다.

2. 신경회로망의 구조

적응제어기로 사용하기 위한 신경회로망의 구조를 살펴보자. 그림 2에 나타난 3-layer 신경회로망은 주어진 입력 $x_{nm}^0 \in R^{N_1}$ 에 대하여 다음 신호 $y_{ni} \in R^{N_3}$ 을 출력한다.

$$y_{ni} = \sum_{j=1}^{N_2} \left[w_{ij} \sigma \left(\sum_{k=1}^{N_1} v_{jk} x_{nmk}^0 + \theta_{vj} \right) + \theta_{wi} \right] \quad i=1, 2, \dots, N_3 \quad (22)$$

여기서 v_{jk} 는 첫 번째와 두 번째 층(layer) 사이의 연결강도이고, w_{ij} 는 두 번째와 세 번째 층 사이의 연결강도이며, θ 는 bias를 의미한다. 그리고 N_i 는 i 번째 층안에 있는 뉴런의 개수를 의미하며, $\sigma(\cdot)$ 는 다음과 같이 표현되는 sigmoid activation 함수를 나타낸다.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (23)$$

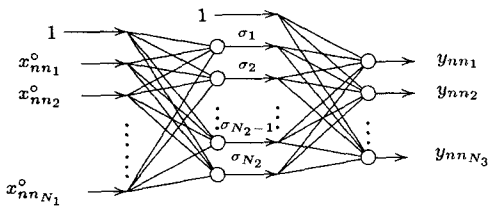


그림 2. 3-layer 신경회로망의 구조.
Fig. 2. 3-Layer neural networks structure.

신경회로망의 입출력 관계를 나타내는 (22)는 다음과 같이 간단한 행렬형태로 표현할 수 있다.

$$y_{nn} = W^T \vec{\sigma}(V^T x_{nn}) \quad (24)$$

여기서 $W \in R^{N_2+1 \times N_3}$, $V \in R^{N_1+1 \times N_2}$, $x_{nn} \in R^{N_1+1}$, $\vec{\sigma} : R^{N_2+1} \rightarrow R^{N_2+1}$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$W^T = \begin{bmatrix} \theta_{w1} & w_{11} & \cdots \\ \theta_{w2} & w_{21} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, V^T = \begin{bmatrix} \theta_{v1} & v_{11} & \cdots \\ \theta_{v2} & v_{21} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$x_{nn} = [1, x_{nn1}^0, x_{nn2}^0, \dots, x_{nnN_1}^0]^T$$

$$\vec{\sigma}(z) = [1, \sigma(z_1), \sigma(z_2), \dots, \sigma(z_{N_2})]^T$$

이러한 신경회로망은 은닉층의 개수 N_2 가 충분히 크면 임의의 함수를 원하는 정확도로 표현할 수 있다는 것이 알려져 있다.

정리 2 : (Universal Approximation Theorem)

$f : R^{N_1} \rightarrow R^{N_3}$ 인 임의의 연속함수와 임의의 $\epsilon_N > 0$ 에 대하여, 다음 관계를 만족하는 은닉층의 개수 N_2 와 이상적인 연결강도 $W \in R^{N_2+1 \times N_3}$, $V \in R^{N_1+1 \times N_2}$ 가 존재한다.

$$f = W^T \vec{\sigma}(V^T x_{nn}) + \epsilon(x_{nn}), \|\epsilon(x_{nn})\| \leq \epsilon_N \quad (26)$$

증명 : (참고문헌 9, 10 참조) ■

신경회로망의 이러한 특성은 universal approximation 으로 알려져 있다. 위 정리는 신경회로망이 여러 변수에 의존하는 복잡한 비선형 함수를 적은 매개변수를 이용하여 정확히 표현할 수 있다는 것을 의미하며, 신경회로망이 여러 분야에 응용되고 있는 가장 중요한 이유이다.

3. 제어기 설계 및 안정성 해석

본 논문에서는 비선형 적응제어기법을 이용하여 제어기를 설계한다. 이 기법은 시스템의 입출력 관계를 이용하여 특정한 함수 근사자 (function approximator) 로 비선형 동적모델을 표현하는 기법이다[11]. 앞의 3.1 절에서는 공력 계수의 불확실성에 의해 Δ 항이 추가된다는 것을 보였고, 3.2 절에서는 신경회로망이 임의의 함수를 정확히 표현할 수 있다는 것을 보였다. 본 논문에서는 함수 근사자로 신경회로망을 설정하여, 신경회로망의 출력이 불확실성에 의해 발생하는 Δ 항을 상쇄하도록 신경회로망의 매개변수를 변화시키는 제어법칙을 설계한다. 적응제어기를 설계하는 과정에서는 2장에서 사용한 가정 1~7 과 함께 다음 가정을 이용한다.

가정 8 : 신경회로망의 입력으로 $x_{nn} = [x_1^d, x_1, x_2]^T$ 를 사용하며, 이 입력은 어떤 ϵ_N 에 대하여 (26)을 만족시킨다.

가정 9 : (26)을 만족시키는 이상적인 연결강도는 유한하며, 그 상한범위 W_M, V_M 을 알고 있다.

$$\|W\|_F \leq W_M, \|V\|_F \leq V_M \quad (27)$$

여기서 $\|\cdot\|_F$ 는 행렬의 Frobenius norm을 의미한다.

정리 2에 의해 신경회로망이 공력계수의 불확실성에 의해 발생하는 항을 정확히 표현하도록 하는 이상적인 연결강도가 존재한다. 그러나 제어기를 설계하는 과정에서는 불확실성에 의해 발생하는 항인 Δ 에 관한 정보를 얻을 수 없기 때문에, 정리 2를 만족하는 이상적인 연결강도 W, V 를 계산할 수 없다. 따라서, 제어시스템에는 (26)을 만족하는 이상적인 W, V 에 대한 추정값 \hat{W}, \hat{V} 을 이용하며, 안정성을 보장할 수 있도록 설계된 적응법칙에 의해 \hat{W}, \hat{V} 을 변화시킨다.

제어기에는 추정값 \hat{W}, \hat{V} 이 사용되므로 이상적인 연결강도와 추정값의 차이에 의한 영향이 발생한다. 다음 보조정리는 안정성 해석과정에서 이상적인 연결강도와 추정값의 차이에 의해 발생하는 영향을 나타낸다.

보조정리 2 : 정리 2를 만족하는 이상적인 연결강도 W, V 에 대한 추정오차를 각각 $\tilde{W} = W - \hat{W}$, $\tilde{V} = V - \hat{V}$ 라고 정의하고, $Z = \text{diag}[W, V]$ 로 정의하자. 추정된 연결강도 \hat{W}, \hat{V} 에 대한 신경회로망의 출력오차는 다음과 같이 표시된다.

$$\tilde{W}^T \vec{\sigma} - \Delta = -\tilde{W}^T [\vec{\sigma}' - \sigma' \hat{V}^T x_{nn}] - \tilde{W}^T \sigma' \hat{V}^T x_{nn} + w \quad (28)$$

여기서 $\vec{\sigma}' = \vec{\sigma}'(\hat{V}^T x_{nn})$, $\sigma' = \frac{d\sigma}{dz} \Big|_{z=V^T x_{nn}}$ 이고, $w \in R^3$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$w = -\tilde{W}^T \sigma' V^T x_{nn} - W^T \sigma(\hat{V}^T x_{nn}) - \epsilon(x_{nn}) \quad (29)$$

또한, $\|w\|$ 는 어떤 양의 상수 C_i 에 대하여 다음 부등식을 만족한다.

$$\|w\| \leq C_1 + C_2 \|\tilde{z}\|_F + C_3 \|\tilde{z}\|_F \|x_1\| + C_4 \|\tilde{z}\|_F \|x_2\| \quad (30)$$

증명 : 주어진 입력 x_{nn} 에 대하여 은닉층의 출력오차는 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma} - \vec{\sigma} \quad (31)$$

여기서 $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}(V^T x_{nn})$ 이다. $\vec{\sigma}$ 를 $\hat{V}^T x_{nn}$ 을 기준으로 Taylor series 전개하면 다음과 같다.

$$\vec{\sigma} = \vec{\sigma} + \sigma' \hat{V}^T x_{nn} + \sigma(\hat{V}^T x_{nn}) \quad (32)$$

위 식을 (31)에 대입하면 은닉층의 출력오차는 다음과

같이 표현된다.

$$\vec{\sigma} = \sigma' \widehat{V}^T x_{nn} + o(\widehat{V}^T x_{nn}) \quad (33)$$

이때 $W = \widehat{W} + \widetilde{W}$, $\widehat{V} = V - \widehat{V}$ 의 관계식을 이용하면 출력층(output layer)의 출력오차는 다음과 같이 표현되며, (28)이 증명된다.

$$\begin{aligned} \widehat{W}^T \vec{\sigma} - d &= \widehat{W}^T \vec{\sigma} - W^T \vec{\sigma} - \varepsilon(x_{nn}) \\ &= -\widetilde{W}^T \vec{\sigma} - \widetilde{W}^T \sigma' \widehat{V}^T x_{nn} - \widetilde{W}^T \sigma' \widehat{V}^T x_{nn} \\ &\quad - W^T o(\widehat{V}^T x_{nn}) - \varepsilon(x_{nn}) \\ &= -\widetilde{W}^T [\vec{\sigma} - \sigma' \widehat{V}^T x_{nn}] - \widetilde{W}^T \sigma' \widehat{V}^T x_{nn} \\ &\quad + w \end{aligned} \quad (34)$$

또한, sigmoid 함수와 그 미분값 $\vec{\sigma}, \sigma'$ 이 언제나 유한하다는 사실과 가정 8을 이용하면 (32)에서 곱차항 o 가 다음 부등식을 만족한다는 것을 보일 수 있다.

$$\begin{aligned} \|o(\widehat{V}^T x_{nn})\| &\leq \|\vec{\sigma}\| + \|\sigma'\| \|\widehat{V}^T x_{nn}\| \\ &\leq c + c + d \| \widehat{V} \| \|x_{nn}\| \\ &\leq c + d \| \widehat{V} \|_F + d \| \widehat{V} \|_F \|x_1\| \\ &\quad + d \| \widehat{V} \|_F \|x_2\| \end{aligned} \quad (35)$$

여기서 c 는 임의의 상수를 통칭하며, $\|A\|_F \leq \|A\|_F$ 라는 Frobenius norm의 특성을 이용하였다. (29)에 위 식을 적용하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \|w\| &\leq \| \widehat{W} \|_F c V_M (c + d \|x_1\| + d \|x_2\|) + W_M (c \\ &\quad + d \| \widehat{V} \|_F + d \| \widehat{V} \|_F \|x_1\| + d \| \widehat{V} \|_F \|x_2\|) \\ &\quad + \varepsilon_N \\ &\leq C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F \\ &\quad + C_3 \| \widehat{V} \|_F \|x_1\| + C_4 \| \widehat{V} \|_F \|x_2\| \end{aligned} \quad (36)$$

이 보조정리는 신경회로망의 연결강도 추정오차에 의해 발생하는 오차가 (28)로 표현된다는 것을 나타낸다. 다음 보조정리는 제어기에 사용되는 강건성에 관련된 항 v 를 정의하고, 안정성 증명에 필요한 성질을 유도한다.

보조정리 3 : (29)에 정의된 $w \in R^3$ 와 다음과 같이 정의된 $v \in R^3, \xi \in R$ 를 고려하자.

$$\begin{aligned} v &= -\frac{z_2 \xi}{\|z_2\| \xi + \varepsilon} \xi \\ \xi &= k_v (Z_M + \| \widehat{Z} \|_F) (\|x_1\| + \|x_2\|) \\ k_v &\geq \max \{ C_3, C_4 \} \end{aligned} \quad (37)$$

여기서 k_v 는 위의 성질을 만족하는 상수이고, $Z_M = W_M + V_M$ 이며, ε 은 임의의 상수이다. 이때 다음 부등식이 성립한다.

$$z_2^T (w + v) \leq \|z_2\| [C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F] + \varepsilon \quad (38)$$

증명 : (37)을 대입하면 다음 식이 성립하는 것을 보일 수 있다.

$$z_2^T (w + v) = z_2^T w - \frac{(\|z_2\| \xi)^2}{\|z_2\| \xi + \varepsilon} \quad (39)$$

위 식에 (29)에 정의된 w 를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_2^T (w + v) &\leq \|z_2\| [C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F + C_3 \| \widehat{Z} \|_F \|x_1\| \\ &\quad + C_4 \| \widehat{Z} \|_F \|x_2\|] - \frac{(\|z_2\| \xi)^2}{\|z_2\| \xi + \varepsilon} \end{aligned} \quad (40)$$

한편, $\widehat{Z} = Z - \widehat{Z}$ 라는 정의와 (37)을 이용하면 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} C_3 \| \widehat{Z} \|_F \|x_1\| + C_4 \| \widehat{Z} \|_F \|x_2\| \\ \leq k_v \|Z - \widehat{Z}\|_F (\|x_1\| + \|x_2\|) \leq \xi \end{aligned} \quad (41)$$

위 식을 (40)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} z_2^T (w + v) &\leq \|z_2\| [C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F + \xi] \\ &\quad - \frac{(\|z_2\| \xi)^2}{\|z_2\| \xi + \varepsilon} \\ &\leq \|z_2\| [C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F] \\ &\quad + \frac{\|z_2\| \xi}{\|z_2\| \xi + \varepsilon} \varepsilon \\ &\leq \|z_2\| [C_1 + C_2 \| \widehat{Z} \|_F] + \varepsilon \end{aligned} \quad (42)$$

앞에서 서술한 가정과 보조정리를 기초로 적응제어기를 설계하는 과정 및 안정성 해석에 대한 내용을 다음 정리로 표현한다.

정리 3 : (11)로 표현되는 시스템에서 제어입력 u 와 적응법칙(adaptive law)가 다음과 같이 정의되면, 이 시스템의 해와 신경회로망의 연결강도는 locally uniformly ultimately bounded 하다.

$$u = \widehat{g}_2^{-1} [-k_2 z_2 - g_{1a}^T z_1 - g_1^T z_1 - \widehat{A}] + \widehat{W} \vec{\sigma} + v \quad (43)$$

위 식에서 \widehat{A}, v 는 (20), (37)으로 정의되었다. 신경회로망의 연결강도는 다음 적응법칙에 의해 계산한다.

$$\begin{aligned} \widehat{W} &= -\gamma_w [\vec{\sigma} z_1^T - \sigma' \widehat{V}^T x_{nn} z_2^T] - \chi \gamma_w \widehat{W} \\ \widehat{V} &= -\gamma_v x_{nn} (\sigma' \widehat{V} z_2)^T - \chi \gamma_v \widehat{V} \end{aligned} \quad (44)$$

여기서 χ, γ_w, γ_v 는 임의의 상수로 모두 설계변수이다. 또한, 오차의 수렴한계는 k_1, k_2, ε 을 조절함으로써 임의의 크기 이내로 제한할 수 있다.

증명 : 다음과 같은 positive definite 함수를 고려하자.

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{2} z_1^T z_1 + \frac{1}{2} z_2^T z_2 \\ &\quad + \frac{1}{2\gamma_w} \text{tr}[\widehat{W}^T \widehat{W}] + \frac{1}{2\gamma_v} \text{tr}[\widehat{V}^T \widehat{V}] \end{aligned} \quad (45)$$

이 함수를 운동방정식과 적응법칙에 따라서 미분한 값은 (18)을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1a} x_2^d + z_2^T [g_{1a}^T z_1 \\ &\quad + g_1^T z_1 + A + g_2 u + g_2 u^* - g_2 u^*] \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_w} \text{tr}[\widehat{W}^T \dot{\widehat{W}}] + \frac{1}{\gamma_v} \text{tr}[\widehat{V}^T \dot{\widehat{V}}] \end{aligned} \quad (46)$$

위 식에서 u^* 는 시스템 모델링 오차가 없는 경우의 이상적인 입력을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$u^* = g_2^{-1} [-k_2 z_2 - g_{1a}^T z_1 - g_1^T z_1 - A] + \widehat{W} \vec{\sigma} + v \quad (47)$$

위 식을 (46)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d - z_2^T \Delta \\ & + z_2^T \widehat{W}^T \sigma + z_2^T v \\ & + \frac{1}{\gamma_w} \text{tr}[\widehat{W}^T \dot{W}] + \frac{1}{\gamma_v} \text{tr}[\widehat{V}^T \dot{V}] \end{aligned} \quad (48)$$

위 식에서 $\Delta = g_2[u^* - u]$ 로 정의되었다. 위 식에 (28),(44)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d \\ & + z_2^T [-\widehat{W}^T(\sigma - \sigma^* \widehat{V}^T x_{nn}) \\ & - \widehat{W}^T \sigma^* \widehat{V}^T x_{nn} + w + v] \\ & + \text{tr}[\widehat{W}^T(\sigma z_2^T - \sigma^* \widehat{V}^T x_{nn} z_2^T + x \widehat{W})] \\ & + \text{tr}[\widehat{V}^T(x_{nn}(\sigma^T \widehat{W} z_2)^T + x \widehat{V})] \end{aligned} \quad (49)$$

위 식에 trace 의 특성 $\text{tr}[yx^T] = x^T y$ 을 적용하면, 위 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{V}_2 = -k_1 \|z_1\|^2 + z_1^T g_{1\alpha} x_2^d + x \text{tr}[\widehat{Z}^T \dot{Z}] + z_2^T (w + v) \quad (50)$$

또한, $\text{tr}[\widehat{Z}^T \dot{Z}] = \text{tr}[\widehat{Z}^T Z] - \text{tr}[\widehat{Z}^T Z] \leq \|Z\|_F Z_M - \|\widehat{Z}\|_F^2$ 의 성질과 (19),(38)을 적용하면, 위 식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - k_2 \|z_2\|^2 \\ & + \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1(1 - c_1)} + x[\|Z\|_F Z_M - \|\widehat{Z}\|_F^2] \\ & + \|z_2\| [C_1 + C_2 \|Z\|_F] + \epsilon \\ = & -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - \frac{k_2}{2} \|z_2\|^2 \\ & - \frac{k_2}{2} \left[\|z_2\|^2 - \frac{C_1}{k_2} \right]^2 \\ & - \frac{x}{2} \|Z\|_F^2 - \frac{x}{2} [\|Z\|_F - Z_M]^2 + C_2 \|Z\|_F \|z_2\| \\ & + \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1(1 - c_1)} + \frac{C_1^2}{2k_2} + \epsilon + \frac{x Z_M^2}{2} \end{aligned} \quad (51)$$

위 식에서 $C_5 = \frac{(c_1 c_2)^2}{2k_1(1 - c_1)} + \frac{C_1^2}{2k_2} + \epsilon + \frac{x Z_M^2}{2}$ 로 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - \frac{k_2}{2} \|z_2\|^2 \\ & - \frac{x}{2} \|Z\|_F^2 + C_2 \|Z\|_F \|z_2\| + C_5 \\ = & -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - \frac{k_2}{4} \|z_2\|^2 \\ & - \frac{x}{4} \|Z\|_F^2 \\ & - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \|z_2\| \\ \|Z\|_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{k_2}{2} & -C_2 \\ -C_2 & \frac{x}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|z_2\| \\ \|Z\|_F \end{bmatrix} + C_5 \end{aligned} \quad (52)$$

따라서, $k_2 x - 4C_2^2 > 0$ 을 만족하도록 k_2, x 를 설정하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{k_1}{2} (1 - c_1) \|z_1\|^2 - \frac{k_2}{4} \|z_2\|^2 - \frac{x}{4} \|Z\|_F^2 \quad (53)$$

이때, $0 < \mu_2 < \min\left\{\frac{k_1}{2}(1 - c_1), \frac{k_2}{4}, \frac{x}{4} \min\{\gamma_w, \gamma_v\}\right\}$ 을 만족하도록 μ_2 를 선택하면 다음 식을 얻게 된다.

$$\dot{V}_2 \leq -2\mu_2 V_2 + C_5 \quad (54)$$

위 식에서 $V_2 > \frac{C_5}{2\mu_2}$ 일 때, $\dot{V}_2 < 0$ 이므로, z_1, z_2, Z 는 유한

하며 다음 집합 D_2 로 지수적으로 수렴한다.

$$D_2 = \left\{ z_1, z_2, Z \mid \|z_1\|^2 + \|z_2\|^2 + \frac{1}{\max\{\gamma_w, \gamma_v\}} \|Z\|_F^2 \leq \frac{C_5}{\mu_2} \right\}$$



위 정리는 공력계수 모델에 불확실성이 있는 경우에 신경회로망을 이용하여 α, β, ϕ 명령을 추종할 수 있는 제어기를 설계하는 과정을 나타낸다. 이 제어기를 적용하면 명령추종 오차 및 신경회로망의 연결강도의 오차가 D_2 로 수렴하며, 오차의 크기를 설계자가 조절할 수 있다는 사실을 보여준다.

일반적으로 적응제어법칙이 적용된 시스템은 외란, unmodeled dynamics 및 시스템 매개변수의 빠른 변화에 의해 불안정해질 수 있다는 것이 연구되었다. 이러한 현상은 그 원인에 따라서 parameter drift, high-gain instability, fast adaptation, high-frequency instability로 구분된다[19]. 본 논문에서는 이러한 단점을 극복하기 위하여 강인 적응법칙(robust adaptive law)의 한 종류인 σ -modification 기법을[19][20] 이용하였다. (44)에서 $-x\gamma_w \widehat{W}, -x\gamma_v \widehat{V}$ 항은 σ -modification 기법에 의해 추가된 항으로서 시스템의 모델링 오차에 의해 적응법칙의 매개변수 \widehat{W}, \widehat{V} 가 발산하는 것을 방지하는 역할을 하며, x 는 그 영향을 조절하는 설계변수이다.

IV. 수치 시뮬레이션

본 논문의 2장에서는 공력계수를 정확히 알고 있는 경우에 α, β, ϕ 명령을 추종하는 제어기 설계방법을 제안하였으며, 3 장에서는 공력계수에 대한 모델링 오차의 영향을 감소시키도록 신경회로망의 연결강도를 적응제어법칙에 의해 변화시키는 제어기 설계방법을 제안하였다. 이 장에서는 설계된 제어기의 성능을 입증하기 위해서 $V = 500$ ft/s, $h = 10000$ ft의 정상수평 비행상태의 F-16 항공기에 다음과 같은 α, β, ϕ 명령을 주어 수치 시뮬레이션을 수행하였다.

$$\alpha^c = 2.66^\circ, \beta^c = 0^\circ, \phi^c = 0^\circ \quad 0 \leq t \leq 1(\text{sec})$$

$$\alpha^c = 10^\circ, \beta^c = 0^\circ, \phi^c = 50^\circ \quad 1 \leq t \leq 10(\text{sec})$$

$$\alpha^c = -2^\circ, \beta^c = 0^\circ, \phi^c = 0^\circ \quad 10 \leq t \leq 20(\text{sec})$$

가정 1에 따라 미분가능한 명령을 생성하기 위하여 3 차 선형시스템 형태의 command filter가 사용되었다. 안정성을 증명하는 과정에서는 가정 2에 따라 속도를 상수로 고려하였지만, 시뮬레이션 과정에서는 운동방정식에 따라 속도를 변화시켰다. F-16 항공기의 공력계수 모델은 참고문헌 18을 참조하였다. 공력계수 모델링 오차는 임의로 생성하였으며, 평균오차는 표 1에 정리하였다. 설계변수는 $k_1 = 3, k_2 = 8, x = 0.2, k_v = 0.15, \epsilon = 0.001, \gamma_w = 30, \gamma_v = 30$ 으로 설정하였다.

표 1. 공력계수 평균 모델링 오차.

Table 1. Average modeling errors of the aerodynamic coefficient (%).

Coeff.	Error	Coeff.	Error	Coeff.	Error
C_l	79.6	C_m	207.0	C_n	180.1
C_{l_p}	16.0	C_{m_q}	77.6	C_{n_p}	86.7
C_{l_r}	148.9	$C_{m_{\delta_e}}$	146.2	C_{n_r}	94.9
$C_{l_{\delta_r}}$	141.8			$C_{n_{\delta_e}}$	48.3
$C_{l_{\delta_r}}$	69.8			$C_{n_{\delta_r}}$	228.5

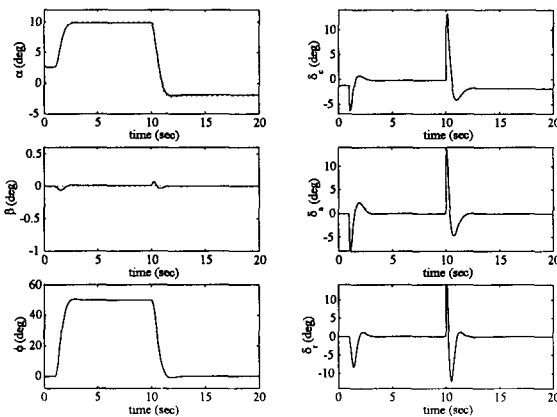


그림 3. 공력계수 모델링 오차가 없는 경우의 시뮬레이션 결과.

Fig. 3. Simulation results without aerodynamic modeling error.

그림 3, 4는 위의 명령에 대한 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 그림 3은 공력계수를 정확히 알고 있다고 가정하고 2장에서 유도한 제어기를 사용한 경우이다. 그림에서 점선은 명령궤적을 의미한다. 그림 4는 공력계수모델에 오차가 존재하는 경우의 시뮬레이션 결과이며, 긴 점선은 2장에서 유도한 제어기를, 실선은 3장에서 유도한 적응제어기를 사

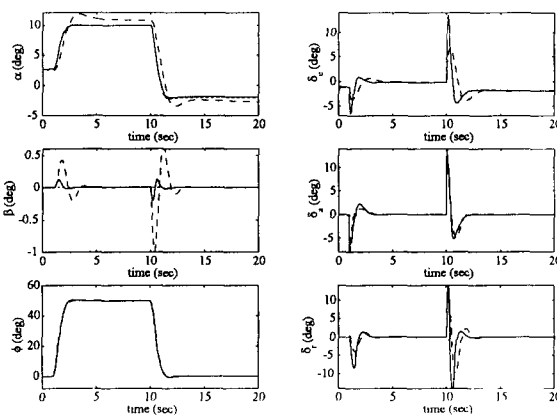


그림 4. 공력계수 모델링 오차가 있는 경우의 시뮬레이션 결과.

Fig. 4. Simulation results with aerodynamic modeling error.

용한 결과이다. 그림 3에서 보듯이 공력계수 모델에 오차가 없을 때 2장에서 유도한 제어기를 사용하면 명령을 잘 추종함을 알 수 있다. 그림 4를 보면, 공력계수 모델에 오차가 있는 경우에 3장에서 유도한 적응제어기를 사용하면 성능저하가 일어나지 않는다는 것을 확인할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 비선형 항공기의 제어기를 설계하는 방법을 제안하고, 제안된 설계방법에 의한 항공기 시스템의 안정성을 수학적으로 해석하였다. 항공기 공력계수의 모델링 오차 및 외란이 존재하지 않는다고 가정하고, backstepping 기법에 의해 비선형 항공기의 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 이 기법은 기존에 비선형 항공기 제어기에 사용되어왔던 궤환선형화기법과 달리, 공력계수의 고차 미분항을 사용하지 않는다는 특성이 있다. 또한, 최근에 사용되는 two-timescale separation 가정을 이용한 항공기 제어기 설계기법과 달리 안정성을 증명하기 위해 제어이득의 크기를 필요 이상으로 제한해야 할 필요가 없다. 또한, 비선형 적응제어이론과 신경회로망을 이용하여 항공기 공력계수의 모델링 오차 및 외란에 대해 강건한 비선형 항공기의 제어기를 설계하는 방법을 제안하였다. 이 기법은 신경회로망의 universal approximation 특성을 이용하여 신경회로망이 외란 및 모델링 오차에 의해 발생하는 항을 정확히 표현할 수 있다고 가정하고, 신경회로망의 출력이 외란 및 모델링 오차에 의해 발생하는 항을 상쇄하도록 신경회로망의 연결강도를 적응제어법칙에 의해 변화시키는 기법이다. 공력계수의 모델링 오차 및 외란이 존재하는 경우에도 명령추종 오차가 locally uniformly ultimately bounded 하다는 것을 증명하였다.

참고문헌

- [1] G. Meyer, R. Su, and L. R., Hunt., "Application of nonlinear transformation to automatic flight control," *Automatica*, vol. 20, no. 1, pp. 103-107, 1984.
- [2] S. H. Lane and R. F. Stengel, "Flight control design using non-linear inverse dynamics," *Automatica*, vol. 24, no. 4, pp. 471-483, 1988.
- [3] J. H. Hedrick and S. Gopalswamy, "Nonlinear flight control design via sliding methods," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 5, pp. 850-858, 1990.
- [4] P. Menon, M. Badgett, and R. Walker, "Nonlinear flight test trajectory controllers for aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 10, no. 1, pp. 67-72, 1987.
- [5] D. J. Bugajski and D. F. Enns, "Nonlinear control law with application to high angle-of-attack flight," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 3, pp. 761-767, 1992.
- [6] S. A. Snell, D. F. Enns, and W. L. Garrard Jr., "Nonlinear inversion flight control for a supermaneuverable aircraft," *Journal of Guidance*,

- Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 4, pp. 976-984, 1992.
- [7] C. Schumacher and P. P. Khargonekar, "Stability analysis of a missile control system with a dynamic inversion controller," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 3, pp. 508-515, 1998.
- [8] C. Schumacher and P. P. Khargonekar, "Missile autopilot designs using H_∞ control with gain scheduling and dynamic inversion," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 2, pp. 234-243, 1998.
- [9] K. Funahashi, "On the approximate realization of continuous mapping by neural networks," *Neural Networks*, vol. 2, no. 3, pp. 183-192, 1989.
- [10] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feedforward networks are universal approximators," *Neural Networks*, vol. 2, no. 5, pp. 359-366, 1989.
- [11] J. A. Farrell, "Stability and approximator convergence in nonparametric nonlinear adaptive control," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 9, no. 5, pp. 1008-1020, 1998.
- [12] F. L. Lewis, A. Yesildirek, and K. Liu, "Multilayer neural-net robot controller with guaranteed tracking performance," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 7, no. 2, pp. 388-399, 1996.
- [13] S. N. Singh, W. Yim, and W. R. Wells, "Direct adaptive and neural control of wing-rock motion of slender delta wings," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 1, pp. 25-30, 1995.
- [14] B. S. Kim and A. J. Calise, "Nonlinear flight control using neural networks," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 1, pp. 26-33, 1997.
- [15] R. T. Rysdyk and A. J. Calise, "Adaptive model inversion flight control for tilt-rotor aircraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 3, pp. 402-407, 1999.
- [16] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, John Wiley and Sons, New York, 1995.
- [17] B. L. Stevens and F. L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley and Sons, New York, 1992.
- [18] E. A. Morelli, "Global nonlinear parametric modeling with application to F-16 aerodynamics," *Tech. Rep.*, NASA Langley Research Center, 1998.
- [19] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice Hall, New Jersey, 1996.
- [20] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive Systems*, Prentice Hall, New Jersey, 1989.

기호 설명

α, β : 받음각, 옆미끄럼각

p, q, r : body-fixed axis에 대한 롤, 피치, 요 각속도

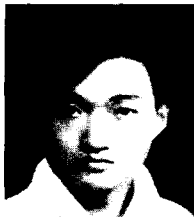
ϕ, θ, ψ : 롤, 피치, 요 각

$\delta_e, \delta_a, \delta_r$: 엘리베이터, 에일러론, 러더 각

c_i : 공기역학적 힘, 모멘트 계수

\bar{c}, b, S : 평균시위, 날개길이, 날개면적

V, ρ, \bar{q} : 속도, 공기밀도, 동압



이태영

1998년 서울대학교 항공우주공학과 졸업. 동대학원 석사(2000). 관심분야는 신경회로망, 적응제어 및 지능제어, 비선형 제어, 항공기 자세제어 시스템 설계.

김유단

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지 제5권, 제3호, 참조.