

## 새로운 이산시간 가변구조 제어방법을 이용한 CNC의 고성능 제어

### High Performance CNC Control Using a New Discrete-Time Variable Structure Control Method

오승현, 김정호, 조동일

(Seung-Hyun Oh, Jung-ho Kim, and Dong-il "Dan" Cho)

**Abstract :** In this paper, a discrete-time variable structure control method using recursively defined switching function and a decoupled variable structure disturbance compensator is used to achieve high performance circular motion control of a CNC machining center. The discrete-time variable structure control with the decoupled disturbance compensator method developed in this paper uses a recursive switching function defined as the sum of the current tracking error vector and the previous value of the switching function multiplied by a positive constant less than one. This recursive switching function provides much improved performance compared to the method that uses a switching function defined only as a linear combination of the current tracking error. Enhancements in tracking performance are demonstrated in the circular motion control using a CNC milling machine.

**Keywords :** discrete-time variable structure control, recursive switching function, decoupled variable structure disturbance estimator, CNC, circular motion control, contour error

#### I. 서론

CNC(Computerized Numerical Control) 공작기계는 생산 자동화 및 공장 자동화의 핵심 기술이 되는 산업 기기이다. 이러한 CNC 공작기계는 실제 현장에서 온도 및 습도의 변화, 주변 기계의 진동, 장시간 작동에 따른 플랜트 자체의 파라미터 변화 등 여러 악조건 하에서 동작하게 되므로 불확실성에 대하여 영향을 받지 않는 방법으로 공작기계를 제어할 필요가 있다. 또한 공구의 이송 및 절삭 작업을 주로 하는 CNC 공작기계에서는 각 축에 이러한 절삭력 및 마찰력이 큰 외란으로 작용하게 된다. 따라서 불확실성과 외란에 견실성을 보장하는 제어기법의 연구는 필수적이다.

Tung과 Tomizuka[1]는 앞먹임 추종 제어기(feed-forward tracking controller)를 이용하여 CNC 머시닝 센터의 다축 원호가공에 적용하였다. 쇠병갑[2]은 모델기반 외란 감쇄기(MBDA, Model Based Disturbance Attenuator)를 제안하였다. 이러한 연구는 저주파 영역에서 좋은 성능을 나타내어 원호가공시 운동방향이 바뀔 때 생기는 정지마찰력을 효과적으로 보상할 수 있다. 임혁[3]은 절삭식 생기는 특정 주파수의 고주파 외란을 효과적으로 보상하는 주기적 외란 보상 기법(Periodic Disturbance Cancellation)을 제안하였다. 이러한 기법들은 고전적인 PID 제어기의 성능을 향상시키기 위해 보상기를 추가한 형태의 제어방식이다.

한편 시스템의 불확실성과 외란에 장인한 성능을 나타내는 이산시간 가변구조 제어기법은 80년대 중반부터 연

구되기 시작하여[4]-[16] 이 제어기법을 CNC 머시닝 센터의 AC 서보모터 제어에 응용하는 연구도 진행되어왔다 [14]. Eun 등[14]은 이산시간 외란 관측자와 가변구조 제어기(DVSC + DDC, Discrete-time Variable Structure Controller and Decoupled Disturbance Compensator)를 제안하고 CNC 머시닝 센터의 Z축 속도제어에 적용하였다. 이 구조는 시스템의 정합조건(matching condition)을 가정하여 시스템의 불확실성과 외란에 대해 강인한 성능을 보장하고, 절환함수와 외란 추정오차의 동특성을 서로 분리시킬 수 있다. 그러나 이 방법은 외란 추정오차가 먼저 수렴하고 나서 절환함수가 수렴해야 하기 때문에 동특성이 다소 느려진다. 절환함수를 현재 추종오차의 선형합과 이전 절환함수의 합으로 정의한 재귀적 절환함수를 갖는 이산시간 가변구조 제어기(DVSC with recursive switching function)[16]는 별도의 외란 보상기 없이도 변화율이 유계된 외란에 대하여 추종오차가 수렴하는 것을 보일 수 있다. 그러나 상평면(phase plane)상에서 상태벡터가 급격히 변화하여 CNC 머시닝 센터와 같이 관성질량이 커서 빠른 동특성에 알맞지 않은 플랜트의 경우 적용하기 어렵다.

본 연구에서는 재귀적으로 절환함수를 정의할 때 이전 절환함수의 값에 1보다 작은 양수를 곱하고 외란 관측자를 도입한 이산시간 가변구조 제어기를 제안한다. 이 구조는 변화율이 유계된 외란에 대해 강인한 성질을 보이고 외란 추정오차와 절환함수의 동특성이 서로 분리되는 성질을 유지할 수 있으며 재귀적으로 정의된 절환함수에 의해 추종오차가 이산시간 외란 관측자와 가변구조 제어기의 경우보다 더 작은 범위에 머물게 된다. 따라서 추종성능이 향상되어 다축 원호가공의 성능지표가 되는 윤곽오차를 줄일 수 있다. 이러한 성질을 CNC 머시닝 센터의 원호가공 비교실험을 통하여 확인한다.

접수일자 : 2000. 1. 19., 수정완료 : 2000. 7. 13.

오승현 : LG Innotek

김정호, 조동일 : 서울대학교 전기컴퓨터공학부

※ 본 논문은 두뇌한국21(Brain Korea 21)에서 지원하여 연구하였으며 이에 감사드립니다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 2장에서는 고려대상이 되는 이산시간 선형 시불변 시스템을 정의한다. 3장에서는 재귀적 절환함수와 외란 관측자를 갖는 이산시간 가변구조 제어기(R-DVSC + DDC, Discrete-time Variable Structure Controller with Recursive Switching Function and Decoupled Disturbance Compensator)를 제안하고, DVSC + DDC보다 향상된 성질을 보인다. 4장에서는 CNC 원호가공 실험결과를 제어기별로 비교·분석한다. 마지막으로 5장에서 결론을 내린다.

## II. 시스템 설정

다음과 같은 이산시간 선형 시불변 시스템을 고려하자.

$$\mathbf{x}_{k+1} = (A + \Delta A) \mathbf{x}_k + (B + \Delta B) u_k + \mathbf{f}_k \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{x}_k \in R^n$ 는 상태벡터,  $u_k \in R$ 는 입력,  $\mathbf{f}_k \in R^n$ 는 외란벡터,  $A$ ,  $\Delta A$ ,  $\Delta B$ ,  $B$ 는 적당한 차수의 행렬들이다. 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1 :  $(A, B)$ 는 완전 제어가능(completely controllable)하다.

가정 2 : 시스템 (1)은 정합조건(matching condition)을 만족시킨다.

가정 2에 의하여 다음을 만족하는  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ 와  $\bar{f}_k$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} \Delta A \mathbf{x}_k &= \bar{B} \bar{A} \mathbf{x}_k \\ \Delta B u_k &= \bar{B} \bar{B} u_k \\ \mathbf{f}_k &= \bar{B} \bar{f}_k \end{aligned} \quad (2)$$

따라서, 시스템 (1)은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\mathbf{x}_{k+1} = A \mathbf{x}_k + B u_k + B d_k \quad (3)$$

여기서,  $d_k = \bar{A} \mathbf{x}_k + \bar{B} u_k + \bar{f}_k$ 이다. 즉, 불확실성  $d_k$ 는 매개변수의 불확실성과 외란의 합으로 구성되어 있음을 알 수 있다.

## III. 재귀적 절환함수와 외란 관측자를 갖는 이산시간 가변구조 제어기

### 1. 제어방법

위의 시스템 (3)에 아래의 도달법칙 (4)을 적용하고 (5)와 같이 절환함수를 재귀적으로 정의하자. 이때 기준입력 벡터와 추종오차 벡터는 다음과 같이 정의된다.

기준입력 벡터 :  $\mathbf{x}_{k, ref} = [x_{1k, ref} \ x_{2k, ref} \ \dots \ x_{nk, ref}]^T$

추종오차 벡터 :  $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k, ref}$

$$s_{k+1} = q s_k - \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) \quad (4)$$

$$s_k = G \mathbf{e}_k + \gamma s_{k-1} \quad (0 < \gamma < 1, G \in R^{1 \times n}) \quad (5)$$

도달법칙 (4)에서  $0 < q < 1$ 와 포화함수의 경계층의 두께  $\phi$ 는 제어 파라미터이며 제귀적으로 정의된 절환함수 (5)에서  $\gamma$ 가 1과 같을 때 이 절환함수는 연속시간에서 적분으로 정의된 경우와 같다. 이러한 절환함수의 정의를 사용하

면 이산시간의 유한한 샘플링 타임으로 인해 상평면 상에서 상태변수가 급격히 변화하여 매우 빠른 동특성을 갖게 되고 플랜트에 따라 제어가 어려워 질 수도 있게 되므로  $\gamma$ 를 0과 1 사이의 값을 갖는 제어 파라미터로 정의하여 빠른 동특성을 완화시킬 수 있을 것으로 예상할 수 있다. 절환함수 (5)에 의해 정의되는 습동평면은  $s_{k-1}$ 이 매 샘플링 순간마다 변하기 때문에 시변(time-varying)이 된다. 제어 입력을 아래의 (6)과 같이 정하고 (7)의 외란 추정법칙[14]을 적용한다. 이때 (7)의  $g$ 는 0과 1사이의 값을 갖는 제어 파라미터 이다.

$$\begin{aligned} u_k &= -\hat{d}_k + (GB)^{-1}(-GA \mathbf{x}_k \\ &\quad + G \mathbf{x}_{k+1, ref} - \gamma s_k + q s_k - \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right)) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_k &= \hat{d}_{k-1} + (GB)^{-1} g[s_k - q s_{k-1} \\ &\quad + \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_{k-1}}{\phi}\right)] \end{aligned} \quad (7)$$

### 2. 폐루프 시스템 분석

위의 (6)과 (7)를 이용하면 아래의 (8),(9)과 같이 폐루프에서 절환함수의 습동모드 동특성과 외란 추정오차의 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} s_{k+1} &= G \mathbf{e}_{k+1} + \gamma s_k \\ &= G(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1, ref}) + \gamma s_k \\ &= GA \mathbf{x}_k + GB u_k + GB d_k \\ &\quad - G \mathbf{x}_{k+1, ref} + \gamma s_k \\ &= q s_k - \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) + GB \hat{d}_k \\ &\quad (\hat{d}_k = d_k - \bar{d}_k) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_{k+1} &= \hat{d}_k + (GB)^{-1} g[s_{k+1} - q s_k \\ &\quad + \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right)] \\ &= \hat{d}_k + (GB)^{-1} g(GB) \hat{d}_k \\ &\Rightarrow \hat{d}_{k+1} = d_{k+1} - d_k + (1-g) \hat{d}_k \end{aligned} \quad (9)$$

위의 (8)와 (9)은 동특성이 서로 분리되어 있음을 알 수 있다.

정리 1[14] : 외란 추정오차의 동특성 (9)에서 모든  $k$ 에 대해 어떤 양의 상수  $M$ 이 존재하여  $|d_{k+1} - d_k| < M$ 을 만족하고  $|1-g| < 1$ 이면 모든  $k > k_0$ 에 대하여 외란추정오차의 초기값에 관계없이  $|\hat{d}_k| \leq M/g$ 을 만족하는  $k_0$ 가 존재한다.

증명 :  $\hat{d}_k = \hat{d}_{1,k} + \hat{d}_{2,k}$  ( $\hat{d}_{1,0} = 0$ ,  $\hat{d}_{2,0} = \bar{d}_0$ )로 두어 (9)을 다음 두 식으로 나눈다.

$$\hat{d}_{1,k+1} = d_{k+1} - d_k + (1-g) \hat{d}_{1,k} \quad (10)$$

$$\hat{d}_{2,k+1} = (1-g) \hat{d}_{2,k} \quad (11)$$

만일  $|\tilde{d}_{1,k}| \leq M/g$ 이면  $|d_{k+1} - d_k| < M$ 의 가정과 (10)에 의해 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned} -(1-g)\frac{M}{g} - M &= -\frac{M}{g} \\ &< |\tilde{d}_{1,k+1}| \\ (1-g)\frac{M}{g} + M &= \frac{M}{g} \end{aligned} \quad (12)$$

이 결과는  $|\tilde{d}_{1,k+1}| \leq M/g$ 이 됨을 뜻한다. 이는 모든 양의 정수  $k$ 에 대하여 성립하며, (12)와  $|1-g| < 1$ 의 가정에 의해  $\tilde{d}_{2,k}$ 의 절대값이 어떤  $k_0$ 에 대하여 임의의 작은 값은 갖는다. ■

정리 2[14] :  $0 < g < 1$ 이고, 모든  $k$ 에 대해 어떤 양의 상수  $\eta$ 가 존재하여  $\eta > |GB\tilde{d}_k|$ 이고  $\phi > \frac{\eta}{q+1}$ 이라고 가정하면 (8)에 대하여  $|s_k| > \phi$ 일 때  $|s_k|$ 는  $|s_k| \leq \phi$  까지 줄어들고,  $|s_k| \leq \phi$  일 때 모든  $k > k_0$ 에 대하여  $|s_k| < \eta/(1-g+\frac{\eta}{\phi}) < \phi$  를 만족하는 어떤  $k_0$ 가 존재한다.

증명 :  $|s_k| > \phi$ 일 때 (8)는

$$s_{k+1} = qs_k - \eta \operatorname{sgn}(s_k) + GB \tilde{d}_k < qs_k \quad (13)$$

와 같이 되어  $|s_k|$ 는  $|s_k| \leq \phi$  까지 줄어들고,

$|s_k| \leq \phi$  일 때 (8)는

$$s_{k+1} = \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)s_k + GB \tilde{d}_k \quad (14)$$

이 된다. (14)을 이용하면

$$|s_{k+1}| < \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)|s_k| + \eta \quad (15)$$

이고  $\phi > \frac{\eta}{q+1}$ 이므로, 정리 1에서와 같은 방법으로 모든  $k > k_0$ 에 대하여  $|s_k| < \eta/(1-g+\frac{\eta}{\phi}) < \phi$  를 만족하는 어떤  $k_0$ 가 존재한다. ■

정리 1은 외란의 변화율이 유계일 때 외란 추정오차도 유계이고 외란이 상수거나 거의 변하지 않을 때 ( $|d_{k+1} - d_k| \approx 0$ ) 외란 추정오차는 궁극적으로 0으로 수렴하여 (8)에서 절환함수가 궁극적으로 0으로 수렴하게 됨을 뜻한다. 정리 2에 의하면 경계층이 절환함수에 대해 친화적인(attractive) 성질을 갖게되어 절환함수가 항상 경계층 내에 머물게 된다.

정리 3: 재귀적으로 정의된 절환함수 (5)와 폐루프 절환 함수 습동모드의 동특성 (8)에 대해, 다음식이 성립한다.

$$\begin{aligned} G \mathbf{e}_{k+1} &= \begin{cases} qG \mathbf{e}_k - (1-\gamma)\eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) \\ + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) & |s_k| > \phi \\ \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)G \mathbf{e}_k - \eta \left[\frac{s_{k-1}}{\phi} - \operatorname{sat}\left(\frac{s_{k-1}}{\phi}\right)\right] \\ + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) & |s_k| \leq \phi \end{cases} \quad (16) \end{aligned}$$

특히 (16)에서  $|s_{k-1}| \leq \phi$ 이면,

$$G \mathbf{e}_{k+1} = \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)G \mathbf{e}_k + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) \quad (17)$$

이 된다.

증명 :  $|s_k| > \phi$ 일 때

$$s_{k+1} = qs_k - \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) + GB \tilde{d}_k \quad (18)$$

$$\gamma s_k = \gamma qs_k - \gamma \eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_{k-1}}{\phi}\right) + \gamma GB \tilde{d}_{k-1} \quad (19)$$

을 만족한다. 만일  $\phi > \frac{\eta}{q}$ 이면  $\operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) = \operatorname{sat}\left(\frac{s_{k-1}}{\phi}\right)$

이므로 (18)에서 (19)을 빼면 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} G \mathbf{e}_{k+1} &= qG \mathbf{e}_k - (1-\gamma)\eta \operatorname{sat}\left(\frac{s_k}{\phi}\right) \\ &\quad + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) \end{aligned} \quad (20)$$

$|s_k| \leq \phi$  일 때 (18)와 (19)을 이용해

$$\begin{aligned} G \mathbf{e}_{k+1} &= \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)G \mathbf{e}_k - \eta \left[\frac{s_{k-1}}{\phi} - \operatorname{sat}\left(\frac{s_{k-1}}{\phi}\right)\right] \\ &\quad + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) \end{aligned} \quad (21)$$

을 얻는다. 특히  $|s_{k-1}| \leq \phi$ 인 경우에 위의 (21)은

$$G \mathbf{e}_{k+1} = \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)G \mathbf{e}_k + GB(\tilde{d}_k - \gamma \tilde{d}_{k-1}) \quad (22)$$

와 같이 된다. ■

정리 2에서 절환함수는 궁극적으로 경계층 내에 머물게 되므로 정리 3의 (17)가 추종오차의 동특성이 된다.

참고 1 : DVSC + DDC에서는  $s_k = G \mathbf{e}_k$  이므로 (14)이 아래의 (23)과 같이 그대로 경계층 내에서 추종오차의 동특성이 된다.

$$G \mathbf{e}_{k+1} = \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right)G \mathbf{e}_k + GB \tilde{d}_k \quad (23)$$

정리 3의 (17)와 참고 1의 (23)을 비교하면 외란 추정오차에 대한 부분이 다름을 알 수 있다. 이제 수식적으로 어떤 차이가 있는지 살펴보자.

정리 4 : 어떤 양의 상수  $M$ 이 있어 모든  $k$ 에 대하여  $|d_{k+1} - d_k| < M$ ,  $0 < g < 1$ 이고  $0 < \gamma < 1-g$  라고 가정했을 때 모든  $k > k_0$ 에 대해  $\tilde{d}_0$ 에 관계없이 다음이 성립하는 어떤 양의 정수  $k_0$ 가 존재한다.

$$|\tilde{d}_{k+1} - \gamma \tilde{d}_k| < (1-\gamma)\frac{M}{g} \quad (24)$$

증명 :

$$\tilde{d}_{k+1} - \gamma \tilde{d}_k = (1-g-\gamma) \tilde{d}_k + d_{k+1} - d_k \quad (25)$$

이고 정리 1에 의해 모든  $k > k_0$ 에 대해  $\tilde{d}_0$ 에 관계없이 다음 (26) 만족하는 어떤 양의 정수  $k_0$ 가 존재한다.

$$\begin{aligned} |\tilde{d}_{k+1} - \gamma \tilde{d}_k| &\leq |(1-g-\gamma) \tilde{d}_k| + |d_{k+1} - d_k| \\ &< |1-g-\gamma| \frac{M}{g} + M \end{aligned} \quad (26)$$

한편,  $0 < \gamma < 1 - g$  이므로 위의 (26)는

$$|\tilde{d}_{k+1} - \gamma \tilde{d}_k| < (1 - \gamma) \frac{M}{g} \quad (27)$$

를 만족한다. ■

정리 5[14] :  $|s_{k-1}| \leq \phi$  일 때,  $0 < g < 1$ ,  $\phi > \frac{\eta}{q+1}$  이고  $0 < \gamma < \min(1-g, q)$  이라면,

$$|G e_k| < \frac{(1-\gamma)|GB|M}{\left(1-q+\frac{\eta}{\phi}\right)g} \quad (28)$$

을 모든  $k > k_0$ 에 대해 만족하는 어떤 양의 정수  $k_0$ 가 존재 한다. ■

증명 : 정리 3과 정리 4에 의해 명백하다. ■

참고 2 : DVSC + DDC의 경우에 정리 1을 이용하여 추종오차의 범위는 정리 5와 같은 방법으로 다음의 (29)과 같이 나타난다.

$$|G e_k| < \frac{|GB|M}{\left(1-q+\frac{\eta}{\phi}\right)g} \quad (29)$$

정리 5와 참고 2를 비교하면 DVSC + DDC와 비교해서 R-DVSC + DDC의 추종오차가 존재하는 범위가  $1-\gamma$  배 만큼 더 작음을 알 수 있다. 결과적으로 R-DVSC + DDC의 추종오차가 DVSC + DDC의 추종오차보다 더 작은 범위에 존재하여 추종성능의 향상을 꾀할 수 있다.

참고 3 : 정리 3의 (17)은  $|\tilde{d}_{k+1} - \tilde{d}_k| \approx 0$  일 때, (9)에 의해,

$$G e_{k+1} \approx \left(q - \frac{\eta}{\phi}\right) G e_k + GB \left(1 - \frac{\gamma}{1-g}\right) \tilde{d}_k \quad (30)$$

를 만족한다.

결국 제안된 R-DVSC + DDC는 DVSC + DDC와 외란 추정오차의 동특성이 (9)과 같으므로 같은 시스템에서  $\tilde{d}_k$  가 수렴하는 정도는 같다고 할 수 있으나 추종오차가 궁극적으로 존재하는 범위는 정리 5와 참고 2에서  $1-\gamma$  배 만큼 더 작아지므로 DVSC + DDC에서보다 추종오차를 더 작은 범위에 머무르게 한다. 특히 외란의 변화율이 매우 작을 때 ( $|\tilde{d}_{k+1} - \tilde{d}_k| \approx 0$ ) 참고 3에서와 같이 추종오차 동특성에서 외란 추정오차에  $1 - \frac{\gamma}{1-g}$  ( $< 1-\gamma$ ) 이 곱해져 추종오차를 더 작게 할 수 있다. 따라서 이 방법은 플랜트의 동특성에 맞게  $\gamma$ 를 조절하여 CNC 머시닝 센터에 적용할 수 있으며, DVSC + DDC보다 추종오차를 더 작게 할 수 있다.

#### IV. CNC 머시닝 센터의 원호가공

##### 1. AC 서보 모터와 서보팩의 모델링

연구에 사용한 CNC 공작기계는 AC 서보 모터와 서보팩으로 구성된다. 서보모터는 Yaskawa의 USAMED-20M2이며 정격속도는 1000rpm, 정격출력은 900W이다. 서보팩은 같은 회사의 CACR-SR20BB1AM이다. 서보팩은 비례-적분 속도 제어기(PI speed controller), 전류 제어기(current controller), 주파수 전압전환기(frequency-to-voltage converter)등으로 구성되어 있는데 이를 물리적으로 분리하는 것은 용이하지 않다. 따라서 서보팩을 포함

한 서보모터를 시스템으로 가정하고 외부에 다시 제어기를 부착하는 방식으로 제어기를 구현하였다. 이때 전류제어기나 주파수-전압 전환기가 모터의 기계적 시정수보다 약 20배 가량 빠른 동적 특성을 가지기 때문에 AC 서보모터와 서보팩을 2차 시스템으로 간략화 하여 모델링할 수 있다. 제 2장에서 설명한 정합조건을 가정하고 플랜트 상수들과 샘플링 주기  $T = 0.001\text{sec}$ 를 이용하면 (31)과 같이 (3)의 X축과 Y축의 이산시간 상태방정식 행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_x &= \begin{pmatrix} 1 & 0.0009 \\ 0 & 0.8298 \end{pmatrix}, \quad B_x = \begin{pmatrix} 0.0001 \\ 0.1702 \end{pmatrix} \\ A_y &= \begin{pmatrix} 1 & 0.0009 \\ 0 & 0.8690 \end{pmatrix}, \quad B_y = \begin{pmatrix} 0.0001 \\ 0.1310 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

#### 2. 실험 환경 및 장치

설계된 제어기는 IBM 호환기종 Pentium-133MHz PC를 이용해 구현되었고, 서보팩 및 AC모터와는 직접 제작한 I/O보드와 케이블을 통해 연결되었다. 그림 1은 실험에 이용된 TNV-40 머시닝 센터와 인터페이스 및 PC 간의 하드웨어 구조를 나타낸 그림이다.

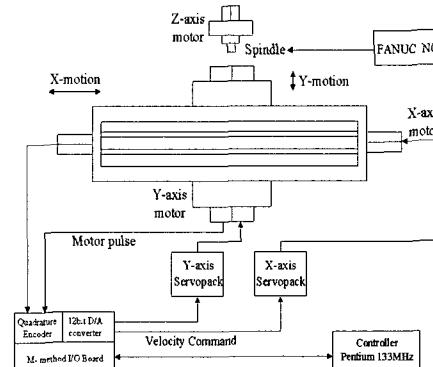


그림 1. TNV-40 머시닝 센터의 HW 구조.

Fig. 1. HW structure of TNV-40 machining center.



그림 2. TNV-40 머시닝 센터.

Fig. 2. TNV-40 machining center.

제어기의 샘플링 주기는 1msec이며, 일정한 시간동안 모터 인코더의 펄스를 계수하는 M-기법을 이용하여 X축, Y축을 동시제어 할 수 있도록 보드를 제작하였다. 이때 I/O보드는 Quadrature encoder, 1msec 샘플링 주기를 측정하기 위한 10MHz 외부 클럭, 디자인된 논리회로를 집적화하여 디자인한 FPGA(Field Programmable Gate Array), PC의 속도 지령을 아날로그 값으로 변환하기 위한 12 비트 D/A컨버터로 이루어져 있다. 모터의 속도는 24,000pulse/rev 의 해상도를 갖는 광학 인코더를 통해 측정하고 볼 스크류에 의해 모터의 1회전이 10mm의 테이블 직선운동으로 변환된다.

### 3. 실험 결과

실험은 X, Y축 원호가공을 무절삭과 절삭실험으로 하였다. 무절삭 실험에서는 X, Y축의 운동방향이 바뀔 때 정지마찰력이, 절삭실험에서는 정지마찰력뿐 아니라 공구(tool)에 의한 절삭력이 주요한 외란으로 작용하게 된다. 절삭실험에는 지름 8mm이고 2개의 날을 가진 엔드밀(end-mill)을 공구로 사용하였고 7075 알루미늄 합금을 피삭재로 사용하였다. 스판들 속도가 S(rpm)이고 엔드밀이 N개의 날을 가지고 있다면 절삭으로 인가되는 외란은  $f = NS/60Hz$ 의 주파수를 주로 가지게 된다. 여러 주파수의 외란에 대한 성능을 평가하기 위해 스패들 모터를 900, 1200, 1500rpm으로 회전하여 절삭력에 의한 외란이 각각 30, 40, 50Hz의 주파수 성분을 주로 갖게 하였다. 실험을 수행한 제어기법은 다음의 세 가지이다.

#### ● PID 제어기

● 이산시간 외란 판측자와 가변구조 제어기(DVSC + DDC)

● 재귀적 절환함수와 외란 판측자를 이용한 가변구조 제어기 (R-DVSC + DDC)

다축가공시 성능평가의 중요한 지표중 하나는 윤곽오차(contour error)이다. 윤곽오차는 가공하고자 하는 궤적과 가공된 궤적의 가장 가까운 거리로서 정의된다. 그림 3은 곡선보간의 윤곽오차와 추종오차(tracking error)를 나타낸 그림이다. X축과 Y축의 기준위치를 각각  $x_{ref}$ ,  $y_{ref}$  라 하고 측정된 위치를  $x$ ,  $y$  라 하여, 원호가공시 추종오차와 윤곽오차를 수식으로 표현하면 다음과 같다. 각축 추종오차는,

$$\begin{aligned} e_x^t &= x_{ref} - x \\ e_y^t &= y_{ref} - y \end{aligned} \quad (32)$$

이고, 윤곽오차는

$$e^c = \left| \sqrt{x_{ref}^2 + y_{ref}^2} - \sqrt{x^2 + y^2} \right| \quad (33)$$

가 된다.

원호가공 실험은 반지름 6mm의 원을 이송 선속도 2mm/sec로 X, Y 테이블을 이동하게 하는 지령을 주었다. 절삭실험은 가공깊이를 5mm로 하였다. 실험한 이산시간 가변구조 제어기들의 매개변수는 표 1,2와 같다. DVSC + DDC와 R-DVSC + DDC를 비교하기 위해서 파라미터들을 같은 설정하였다.

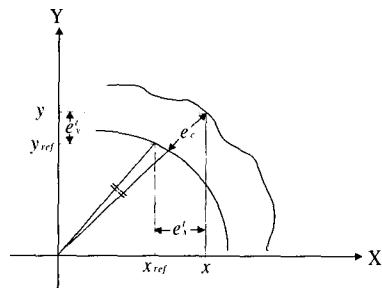


그림 3. 원호보간시 윤곽오차의 정의.

Fig. 3. Definition of contour error in circular motion.

표 1. DVSC + DDC 매개변수.

Table 1. Control parameter: DVSC + DDC.

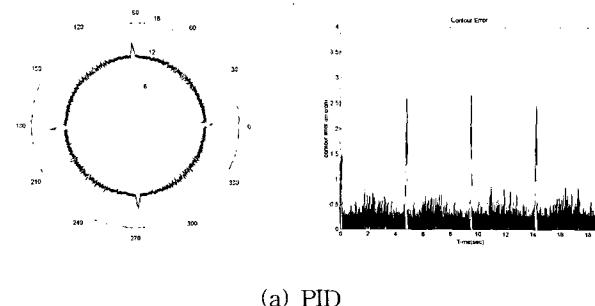
	G	$\eta$	$\phi$	q	g
X	[287 1]	0.1971	1.273	0.9	0.1498
Y	[203 1]	0.1014	1.722	0.98	0.3104

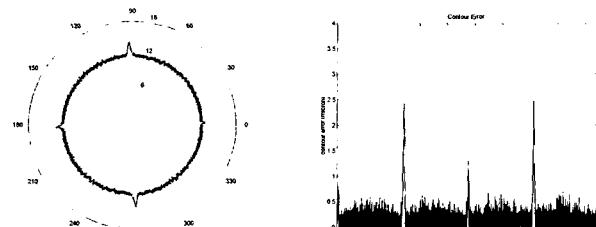
표 2. R-DVSC + DDC 매개변수.

Table 2. Control parameter: R-DVSC + DDC.

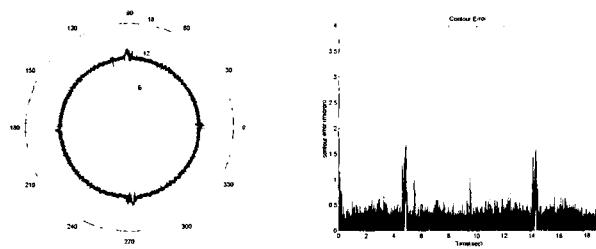
	G	$\eta$	$\phi$	q	g	$\gamma$
X	[287 1]	0.1971	1.273	0.9	0.1498	0.4155
Y	[203 1]	0.1014	1.722	0.98	0.3104	0.3040

다음 그림들은 실험을 수행한 결과이다. 그림 4~7에서 테이블 이송을 극좌표로 나타내었고 윤곽오차를 시간에 따라 별도로 표시하였다. 극좌표에 나타낸 궤적은 중심의 99.8%를 생략하여 나타내었다. 따라서 12가 목표 반지름이다. 극좌표에서 보는 것과 마찬가지로 실제 원운동은 1사분면에서 시작하여 4사분면에서 끝난다. 표 3에서는 윤곽오차의 최대값, 평균값, 표준편차를 구해 분석하였다. 윤곽오차의 최대값은 정지마찰력에 대한 성능지표가 되고, 평균값과 표준편차는 고주파 성분을 가지는 절삭력을 얼마나 효과적으로 보상하는지에 대한 지표가 된다. DVSC + DDC는 이 두 가지 외란에 대해 PID의 경우보다 좋은 성능을 보이나 R-DVSC + DDC가 추종성능의 향상을 통해 가장 작은 윤곽오차 값을 나타내어 테이블이 방향을 바꿀때에 걸리는 마찰력과 피삭재에 걸리는 절삭력에 대해 가장 견실한 성능을 보여줄 수 있다.



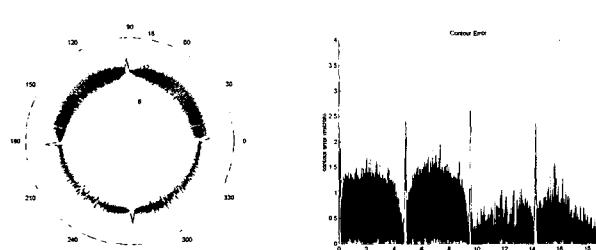


(b) DVSC + DDC

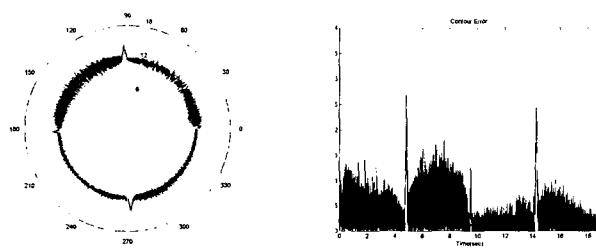


(c) R-DVSC + DDC

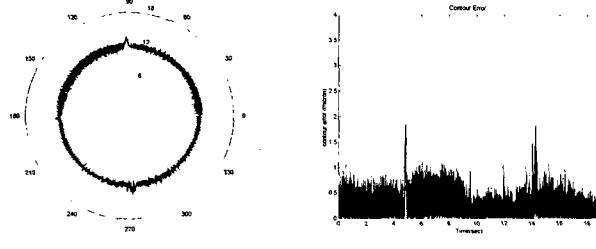
그림 4. 원호궤적 및 윤곽오차 (무절삭).  
Fig. 4. Circular motion and contour error (no cutting).



(a) PID



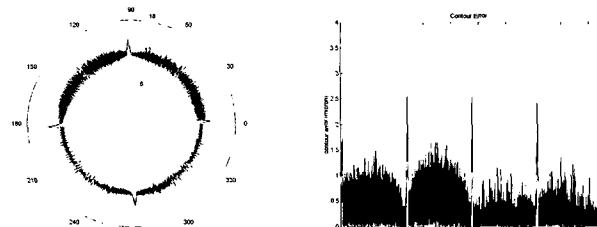
(b) DVSC + DDC



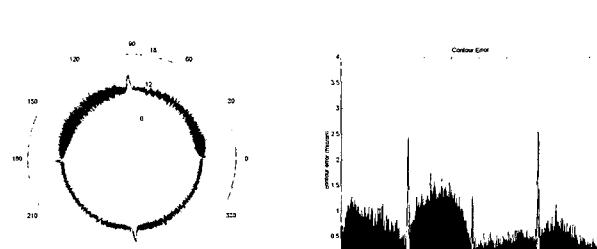
(c) R-DVSC + DDC

그림 5. 원호궤적과 윤곽오차 (절삭실험: spindle speed = 900 rpm).  
Fig. 5. Circular motion and contour error (cutting: spindle speed = 900 rpm).

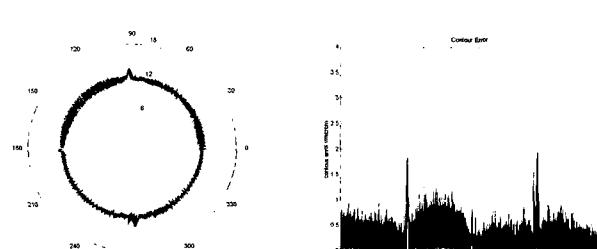
그림 6. 원호궤적과 윤곽오차 (절삭실험: spindle speed = 1200 rpm).  
Fig. 6. Circular motion and contour error (cutting: spindle speed = 1200 rpm).



(a) PID

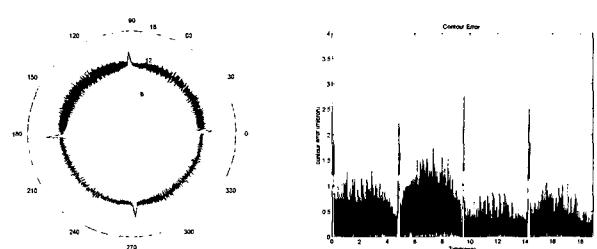


(b) DVSC + DDC

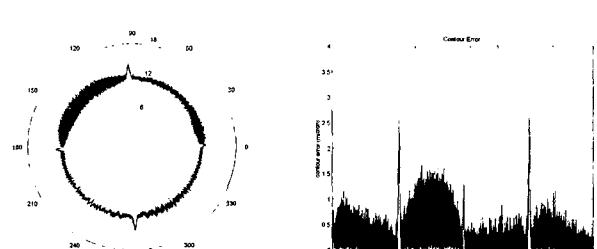


(c) R-DVSC + DDC

그림 6. 원호궤적과 윤곽오차 (절삭실험: spindle speed = 1200 rpm).  
Fig. 6. Circular motion and contour error (cutting: spindle speed = 1200 rpm).



(a) PID



(b) DVSC + DDC

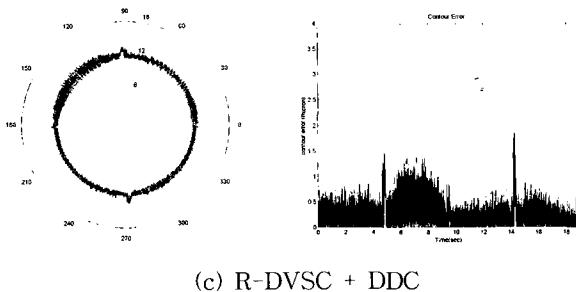


그림 7. 원호궤적과 윤곽오차 (절삭실험: spindle speed = 1500 rpm).

Fig. 7. Circular motion and contour error (cutting: spindle speed = 1500 rpm).

표 3. 원호가공 실험결과 분석 (단위:  $\mu\text{m}$ ).  
Table 3. experimental results data analysis (order:  $\mu\text{m}$ ).

(a) 무절삭

	최대 윤곽오차	윤곽오차 평균	윤곽오차 표준편차
PID	2.8215	0.2121	0.2797
DVSC + DDC	2.4641	0.1780	0.2344
R-DVSC + DDC	1.6720	0.1786	0.1772

(b) 절삭 ( $S=900$ )

	최대 윤곽오차	윤곽오차 평균	윤곽오차 표준편차
PID	2.6666	0.5008	0.4208
DVSC + DDC	2.6909	0.3578	0.3432
R-DVSC + DDC	1.8671	0.2719	0.2273

(c) 절삭 ( $S=1200$ )

	최대 윤곽오차	윤곽오차 평균	윤곽오차 표준편차
PID	2.5532	0.4021	0.3525
DVSC + DDC	2.5376	0.3535	0.3424
R-DVSC + DDC	1.9385	0.2673	0.2289

(d) 절삭 ( $S=1500$ )

	최대 윤곽오차	윤곽오차 평균	윤곽오차 표준편차
PID	2.7733	0.3573	0.3398
DVSC + DDC	2.6448	0.3497	0.3413
R-DVSC + DDC	1.8782	0.2655	0.2349

## V. 결론

본 논문에서는 재귀적 절환함수와 외란 관측자를 도입한 이산시간 가변구조 제어기를 제안하고, CNC 머시닝 센터의 원호가공에 적용하였다. CNC 머시닝 센터와 같이 실제로 마찰력, 절삭력, 온도·습도 등의 예측하기 어려운 불확실성이 존재하는 플랜트에는 특정한 종류의 외란보다는 여러 외란에 대해 강인한 성능을 갖춘 제어기가 필요하다. 제안된 방법에 대해 수식적으로 여러 외란이 존재하는 시스템에서 안정성(stability)을 보장함을 보였고 또한 추종오차를 더 작은 범위에 머물게 하여 향상된 성능을 갖게 하는 것을 보였다. 이러한 성질은 CNC 머시닝 센터의 원호가공시 정지마찰력과 절삭력등 외란에 견실한 성능을 얻을 수 있게 하며 원호가공시 윤곽오차를 감소시켰다.

## 참고문헌

- [1] E. D. Tung and M. Tomizuka, "Feedforward tracking controller design based on the identification of low frequency dynamics", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 115, pp. 348-356, 1993.
- [2] 최병갑, "CNC 머시닝 센터의 고정밀도 윤곽제어에 관한 연구", 공학박사 학위논문, 서울대학교 전기공학부, 1999, 2.
- [3] 임혁, 최종호, 최병갑, "절삭 가공시 발생하는 주기적 외란의 제거", '98 한국자동제어 학술회의 논문집, 부산대학교, vol. 1, pp. 15-17, October, 1998.
- [4] Č. Milosavljević, "General conditions for the existence of a quasisliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems", *Automation and Remote Control*, vol. 46, no. 3, pp. 307-314, 1985.
- [5] S. Z. Sarpturk, Y. Istefanopoulos, and O. Kaynak, "On the stability of discrete-time sliding mode control systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 32, no. 10, pp. 930-932, Oct., 1987.
- [6] K. Furuta, "Sliding mode control of a discrete system," *Sys. Contr. Lett.*, vol. 14, pp. 145-152, 1990.
- [7] J. K. Pieper and B. W. Surgenor, "Discrete sliding control of a coupled-drives apparatus with optimal sliding surface and switching gain," *IEE Proceedings-D, Control Theory and Appl.*, vol. 140, no. 2, pp. 70-78, Mar., 1993.
- [8] Y. Pan and K. Furuta, "VSS controller design for discrete-time systems," *Control Theory and Advanced Tech.*, vol. 10, no. 4, pp. 669-687, Dec., 1994.
- [9] K. Furuta and Y. Pan, "A new approach to design a sliding sector for VSS controller," *Proc. American Contr. Conf.*, pp. 1304-1308, 1995.
- [10] W.-J. Wang, G.-H. Wu, and D.-C. Yang, "Variable structure control design for uncertain discrete-time

- systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 1, pp. 99-102, Jan., 1994.
- [11] C. Y. Chan, "Servo-systems with discrete-variable structure control," *Sys. Contr. Lett.*, vol. 17, no. 4, pp. 321-325, 1991.
- [12] O. Kaynak and A. Denker, "Discrete-time sliding mode control in the presence of system uncertainty," *Int. J. Control.*, vol. 57, no. 5, pp. 1177-1189, 1993.
- [13] M. L. Corradini and G. Orlando, "Variable structure control of discretized continuous-time systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, no. 9, pp. 1329-1334, Sep., 1998.
- [14] Y. Eun, J. Kim, K. Kim, and D. Cho, "Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and its application to a CNC servomechanism," *IEEE Trans. Control Sys. Tech.*, vol. 7, no. 4, pp. 414-423, July, 1999.
- [15] Y. Eun and D. Cho, "Robustness of multi-variable discrete-time variable structure control," *Int. J. Control.*, vol. 72, no. 12, pp. 1106-1115, Aug., 1999.
- [16] 김정호, 조동일, "이산시간 가변구조제어의 견실성 구현을 위한 재귀적 절환함수 방법", 한국자동제어학술회의, vol. D, pp. 472-475, 1999.



오승현

1976년 3월 11일생. 1998년 2월 서울대학교 전기공학부 학사. 2000년 2월 동대학원 석사. 현재 LG 이노텍 연구원.



김정호

1970년 5월 5일생. 1994년 2월 서울대학교 제어계측공학과 학사. 1996년 2월 동대학원 제어계측공학과 석사. 1996년 ~ 현재 동대학원 전기컴퓨터공학부 박사과정. 연구분야는 가변구조제어, 모터제어, 차량시스템, 시스템모델링.



조동일

미국 카네기멜론대학 학사 (1980년), 미국 MIT 석사 (1984년) 박사 (1987년). 미국 프린스턴대학 기계항공우주공학부 조교수 (1987~1993년). 서울대학교 전기컴퓨터공학부 부교수 (1993년~현재). 연구분야는 가변구조제어, 메카트로닉스, ITS, MEMS. IEEE/ASME Journal of Microelectromechanical Systems Associate Editor (1992~1997년), IOP Journal of Micromechanics and Microengineering Associate Editor (1992~1997년). ASME Transactions Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control Acting Associate Editor (1993년), ICASE 국제협력이사 (1997~1998년), VSP Journal of Micromechatronics Associate Editor (1999년~현재), IEEE/ASME Journal of Microelectromechanical Systems Editor (2000년~현재).