

## 슬라이딩모드 제어기를 이용한 산업용 천정크레인의 추종제어에 관한 연구

### A Study on Tracking Control of an Industrial Overhead Crane Using Sliding Mode Controller

박 병 석, 윤 지 섭, 강 이 석  
(Byung-Suk Park, Ji-Sup Yoon, and E-Sok Kang)

**Abstract :** We propose a sliding mode controller tracking the states of a time-varying reference model. The reference model generates the desired trajectories of the states, and the sliding mode controller regulates robustly the errors between the desired states and the measured states. We apply this controller to the overhead crane. Its reference model generates the trajectories of the damped-out swing angle and the swing angular velocity to suppress the swinging motion caused by the acceleration and the deceleration of crane transportation. Also, this model generates the desired trajectories of the position and velocity of the crane. The crane model is identified from the experimental data using an orthogonal function. Kalman filtering is applied to estimate the crane states. The designed controller is simulated on a computer and is tested through a 2-ton industrial overhead crane using the vector-controlled servo motor system. It is verified that, from the simulated and experimental results, the sliding mode controller tracking a time-varying reference model works well.

**Keywords:** overhead crane, sliding mode controller, swing-free, tracking control, Kalman filter, orthogonal function

#### I. 서론

원자력 및 산업시설의 중량물 이송작업에는 일반적으로 크레인을 많이 사용한다. 대부분의 크레인 작업은 호이스트(hoist) 드럼에 감겨있는 와이어로프 끝의 후크(hook)에 이송물을 걸어 거더(girder), 트롤리(trolley), 호이스트를 동시에 또는 별개 구동시키면서 이송물을 원하는 지점까지 이송한다. 이때, 거더 또는 트롤리 구동에 필연적으로 발생되는 가감속으로 인해 이송물은 흔들림 운동을 하게 된다. 이러한 흔들림 운동으로 인해 작업 중 안전사고의 위험성이 매우 높아지고, 이송물을 하역시키기 위해서는 흔들림 운동을 감소시켜야 하기 때문에 흔들림이 제거될 때까지 많은 시간이 소요된다. 이는 전체적인 작업시간을 증가시켜 생산성을 크게 감소시키는 한 요인이 되고 있다. 특히, 원자력 시설에서의 중량물의 안전이송은 절대적이기 때문에 크레인의 가감속을 매우 작게 하고, 주행속도 또한 매우 낮게 한다. 산업시설에서는 일반적으로 생산성과 관계가 있기 때문에 가감속을 크게 하고, 주행속도 또한 높게 한다. 이 경우 운반물은 크게 흔들리게 되며, 이를 멈추기 위해서는 숙련된 작업자에 의존하게 된다. 따라서, 약간의 방심이나 숙련되지 않은 작업자일 경우 안전 사고를 일으킬 수 있다. 최근의 크레인 연구에서는 작업자의 안전 사고, 주변물과의 충돌 방지, 작업효율 및 생산성을 높일 수 있는 알고리즘 개발에 노력을 기울이고 있다. 따라서, 기존의 푸쉬버튼(push button) 방식의 작업에서 점차로 컴퓨터

(computer) 제어방식의 자동화 개념이 도입되고 있다. 최근까지 크레인에 관련한 많은 연구가 문헌에 보고되고 있는데, 주요 연구결과들을 살펴보면 다음과 같다. Mita와 Kanai[1]는 가속-등속-감속의 속도궤적을 따르며, 운전이 끝난 후에는 잔류 흔들림이 없어야 한다는 경계조건을 적용하여 수학적 모델에 근거한 최소시간 제어문제를 풀어 속도경로가 노치(notch)형이 되는 시간최적제어(time-optimal control)를 발표하였다. 이 방법은 개루프제어(open-loop control)의 형태로 시스템의 불확실성 및 외란을 보상하지 못하게 되어 원하는 제어 성능을 얻기가 어렵다. 이런 단점 때문에 최근의 크레인 제어연구는 대부분 폐루프제어(closed-loop control)가 주류를 이루고 있다. Ridout[2]은 한 축으로 이동하는 천정크레인을 선형화된 식으로 모델링 한 후 위치, 흔들림각을 실시간으로 채환(feedback)시키는 폐루프제어를 발표하였으며, Sakawa와 2인[3]은 회전과 로프길이 변화가 동시에 발생하는 로타리 크레인의 동적상태 모델을 구한 후 최적제어(optimal control)를 행하였다. Moustafa와 1인[4]은 거더와 트롤리의 동시운동에 로프길이 변화까지 포함시켜 최적제어기법으로 진동각의 이상적 감쇠비(damping ratio)를 주고 있다. Hämäläinen와 4인[5]은 대각선 방향으로 발생하는 운동에 대해 최적의 속도 기준 패턴을 제시하였다. 小林正人와 1인[6]은 호이스팅 작업으로 인한 로프길이 변화를 고려한 비선형제어에 관해 연구하였다. 大川登志男와 2인[7]은 속도선도를 기준의 사다리꼴이 아닌 삼각형으로 이송물의 흔들림각을 제어하였으며 광섬유자이로간섭계(Optical fiber gyro inclinometer)를 이용하여 이송물의 흔들림각을 측정하였다.

국내에서는 윤지섭과 박병석[8]-[10]이 이송물 흔들림 각도의 변화율을 측정하여 제어입력에 제한 시킴으로써 이

접수일자 : 2000. 1. 17., 수정완료 : 2000. 6. 14.

박병석, 윤지섭 : 한국원자력연구소

강이석 : 충남대학교 기계설계공학과

※ 본 연구는 과학기술부의 원자력연구 개발사업의 일환으로 수행되었습니다.

송물의 혼들림 운동에 감쇠 효과를 부여하는 것을 제안하였고, 트롤리의 속도선도로서 최고속도이송 및 혼들림 제어구간, Pre-Programmed 감속구간 및 Stop-position 제어구간을 제안하고 있다. 또한, 박병석 외 5인[11][12]은 퍼지 제어(fuzzy control) 및 유전알고리즘(genetic algorithm) 이론을 크레인 제어에 도입하고 있다. 이호훈과 조성근[13]은 트롤리와 부하 혼들림의 동특성을 기초로 트롤리의 속도 서보제어기를 설계하고, 이를 기초로 루프형상(loop shaping)기법을 이용하여 트롤리의 위치 서보제어기를 PI 피드백 시스템으로 구성하였다. 혼들림각 제어기는 부하 혼들림 동특성에 대한 전달함수와 트롤리 위치 서보제어기를 기초로 근궤적(root locus) 선도를 이용하여 설계하였다. 홍형주와 이신섭[14]은 트롤리의 속도곡선으로 이송물의 혼들림을 제거하기 위해 이송물의 혼들림과 이송물 및 트롤리의 속도차에 의해 발생이 예상되는 혼들림 및 트롤리의 가속시간을 성능지수에 포함시켜 이를 최소화하는 최적제어를 연구하였다. 홍금식 외 2인[15][16]은 여러 문헌상의 제어방식들을 정리하고 크레인 혼들림 제어에 적용된 속도선도의 체계적 정리와 장단점을 분석하였다. 또한, 홍금식[17]은 시간최적제어와 비선형제어기법을 순차적으로 적용하고 있다. 최형식과 김길태[18]는 하이브리드 유전알고리즘을 이용하여 적분기를 포함하는 상태제어기의 제어이득을 최적화하여 이송물의 혼들림을 감쇠시켰다.

대부분의 산업현장 크레인은 구동원으로 1KW 이상부터 수백 KW에 이르는 고용량의 교류모터를 사용하여 수백톤 까지의 물체를 취급하며 규모 또한 매우 크다. 따라서, 성능 좋은 직류모터 및 정교한 시스템으로 구성된 실험실 규모의 연구결과는 대부분 현장 적용시에 실패로 끝난다. 본 연구에서는 원자력시설 및 산업현장의 크레인 작업의 자동화를 목표로 실제 사용하고 있는 크레인을 대상으로 이송물을 원하는 지점에 정확히 위치시키며, 이송 중에 발생하는 운반물의 혼들림을 최소로 하는 무진동(swing-free) 정밀이송 제어기를 개발하여 이송 작업의 신뢰도 향상을 통한 생산성 증대를 도모하고자 한다. 크레인의 수학적인 모델은 기본적으로 비선형 시변 운동방정식(nonlinear time-varying equation)으로 나타나며 마찰 및 외란 등이 존재한다. 또한, 모델되지 않은 부분도 존재한다. 이러한 시스템의 제어기 설계에는 불확실성(uncertainty) 및 외란(disturbance) 등에 대해서 안정성과 강인성이 요구된다. 이와 같은 환경에는 최근 가변구조제어(variable structure control) 이론에 기초한 슬라이딩모드 제어기(sliding mode controller)[19]가 많이 적용되고 있다. 본 논문에서는 로프 길이가 시간에 따라 변하는 크레인 운전에 가변구조제어 이론을 도입하여 시변 크레인의 상태변수(이송물 이송거리, 이송속도, 이송물의 혼들림 및 혼들림 각속도등)의 목표값을 추종하는 슬라이딩모드 제어기를 제안한다. 크레인 제어에 사용한 여러 제어기들을 보면 이송물의 혼들림 목표값을 대부분 0으로 설정하고 있으며, 추적제어에서도 마찬가지다. 그러나, 크레인 가감속 구간에서 발생되는 이송물의 혼들림은 크레인 제어입력값 등의 한계 때문에 고유주기의 1/4 주기 이내에는 쉽게 제

어되지 않는다. 따라서, 제어되기 어려운 조건에서 이송물의 혼들림을 신속히 0으로 하기 위해 과도한 제어입력이 가해지면 오히려 크레인에 무리가 가기 때문에 본 연구에서는 이송물의 상태방정식 모델에 감쇠항을 부가하여 크레인 주행 속도 궤적에 의해서 발생되는 이송물의 혼들림을 이상적으로 감쇠시키는 궤적을 이송물의 혼들림 목표값으로 설정하였다. 원하는 모든 상태변수 목표값 궤적은 크레인의 기준모델로부터 생성되며, 이송거리 궤적, 속도 궤적, 이송물 혼들림 궤적 및 이송물 혼들림 각속도 궤적이 발생된다. 이때 모델은 로프의 길이 변화, 이송거리, 가감속 시간 및 이송 속도에 관계없이 가감속 구간에서 반주기 이내에 이송물의 혼들림을 감쇠시키고 정속구간에서는 혼들림이 발생하지 않는 궤적을 생성한다. 생성된 지령값의 추종은 슬라이딩 모드 제어기에 의해서 이루어진다[20].

슬라이딩모드 제어기를 구성하기 위해서는 시불변 선형 모델이 요구되는데 본 논문에서는 직교함수(orthogonal function)를 이용한 시스템 동정방법[21][22]을 크레인에 적용하여 크레인의 3축 운동에 대한 동적모델을 구하였다. 크레인 모델에 있어서 거더축과 트롤리축은 서로 비연성(decoupling)으로 나타나기 때문에 거더와 호이스트 혹은 트롤리와 호이스트를 구동시키면 3축(거더, 트롤리, 호이스트) 구동에 대한 연구와 크게 다를 바 없다. 따라서, 본 논문에서는 트롤리와 호이스트 구동에 관해서만 기술한다. 슬라이딩모드 제어기를 이용한 천정크레인의 추종제어(tracking control)에 있어서는 상태변수의 측정이 요구된다. 상태변수는 관측기(observer)를 사용하여 추정할 수 있으나 시스템에 노이즈가 포함된 경우에는 신뢰할 수 없게 된다. 따라서, 본 논문에서는 Kalman Filter[23]를 사용하여 노이즈가 제거된 상태를 추정하였다. 제안된 제어기의 성능검증은  $40m \times 20m \times 7m$  크기의 산업용 2톤 천정 크레인을 통해서 이루어졌으며, 실험에는  $500kg_f$  무게의 55갤런(gallon) 드럼을 사용하였다.

## II. 천정크레인 시스템 모델링

크레인의 3차원 운동 좌표계는 그림 1과 같이 나타낼 수 있으며 이를 라그랑지 방정식(Largange equations)을 사용하여 수학적으로 나타내면 아래 식과 같은 비선형 방정식이 얻어진다[13]. 여기서,  $x$ 는 거더의 위치,  $y$ 는 트롤리의

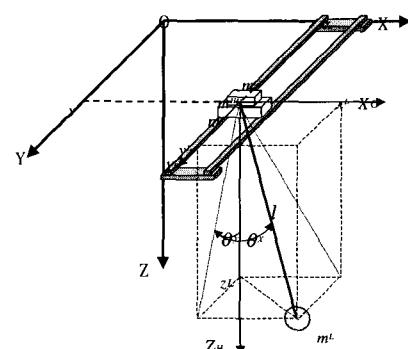


그림 1. 천정크레인의 좌표계.

Fig. 1. Coordinate of an overhead crane.

위치,  $l$ 은 로프의 헌지점(hinged point) 부터 이송물의 무게중심 까지 길이,  $m_G$ 는 회전관성항이 포함된 거더의 질량,  $m_T$ 는 회전관성항이 포함된 트롤리의 질량,  $m_{HD}$ 는 회전관성항이 포함된 호이스트 드럼의 질량,  $m_L$ 은 이송물의 질량,  $D_x$ 는 X축 방향의 점성마찰계수,  $D_y$ 는 Y축 방향의 점성마찰계수,  $D_l$ 은 로프길이 방향의 점성마찰계수,  $\theta_x$ 와  $\theta_y$ 는 X와 Y축 방향의 이송물의 흔들림각,  $g$ 는 중력 가속도,  $f_x$ 는 X축 방향으로 가해지는 힘,  $f_y$ 는 Y축 방향으로 가해지는 힘,  $f_l$ 은 로프길이 방향으로 가해지는 힘이다.

$$(m_G + m_T + m_L)\ddot{x} + D_x\dot{x} + m_L(\ddot{l}\sin\theta_x + 2l\dot{\theta}_x\cos\theta_x + l\dot{\theta}_x\cos\theta_x - l\dot{\theta}_x^2\sin\theta_x) = f_x \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & (m_T + m_L)\ddot{y} + D_y\dot{y} + m_L(\ddot{l}\cos\theta_x\sin\theta_y - 2l\dot{\theta}_x\sin\theta_x\sin\theta_y + 2l\dot{\theta}_y\cos\theta_x\cos\theta_y \\ & - l\dot{\theta}_x\sin\theta_x\sin\theta_y - l\dot{\theta}_x^2\cos\theta_x\sin\theta_y, \\ & - 2l\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\sin\theta_x\cos\theta_y + l\dot{\theta}_y\cos\theta_x\cos\theta_y \\ & - l\dot{\theta}_y^2\cos\theta_x\sin\theta_y) = f_y \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & (m_{HD} + m_L)\ddot{l} + D_l\dot{l} + m_L(\ddot{x}\sin\theta_x \\ & + \ddot{y}\cos\theta_x\sin\theta_y - l\dot{\theta}_x^2 - l\dot{\theta}_y^2\cos^2\theta_x \\ & - g\cos\theta_x\cos\theta_y) = f_l \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & l\ddot{\theta}_x + 2l\dot{\theta}_x + \cos\theta_x\ddot{x} - \sin\theta_x\sin\theta_y\ddot{y} \\ & + \frac{1}{2}l\dot{\theta}_y^2 - l\dot{\theta}_y^2\sin\theta_x + g\sin\theta_x\cos\theta_y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & l\cos\theta_x\ddot{\theta}_y + 2l\cos\theta_x\dot{\theta}_y + \cos\theta_y\ddot{y} \\ & - 2l\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\sin\theta_x + g\sin\theta_y = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

한편, (4)와 (5)에서 보는 바와 같이 이송물의 운동은 크레인의 가감속에 의해서 발생하게 됨을 알 수 있으며 이는 모터의 가감속에 기인한다. 그러나, 모터의 가감은 물리적으로 한계가 있기 때문에 이송물의 최대 흔들림각은 10도를 넘지 않고 대부분은 5도 이내가 된다. 따라서,  $\sin\theta_x \approx \theta_x$ ,  $\sin\theta_y \approx \theta_y$ ,  $\cos\theta_x = \cos\theta_y \approx 1$ 로 근사화 된다. 또한,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ 는 1보다 매우 작은값을 가지기 때문에 제곱항인  $\dot{\theta}_x^2$ ,  $\dot{\theta}_y^2$ 은 더욱 작아져 이들로 이루어진 비선형항은 무시할 수 있게 되어 크레인의 모델은 아래 식과 같은 선형 방정식으로 근사화 된다.

$$\begin{aligned} & (m_G + m_T + m_L)\ddot{x} + D_x\dot{x} + m_Ll\dot{\theta}_x + 2m_Ll\dot{\theta}_x \\ & + m_ll\ddot{\theta}_x = f_x \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & (m_T + m_L)\ddot{y} + D_y\dot{y} + m_L(\ddot{l}\theta_y - 2l\dot{\theta}_x\theta_x\theta_y \\ & + 2l\dot{\theta}_y - l\dot{\theta}_x\theta_x\theta_y - 2l\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\theta_x + l\dot{\theta}_y) = f_y \end{aligned} \quad (7)$$

$$(m_{HD} + m_L)\ddot{l} + D_l\dot{l} + m_L(\ddot{x}\theta_x + \ddot{y}\theta_y - g) = f_l \quad (8)$$

$$l\ddot{\theta}_x + 2l\dot{\theta}_x + \ddot{x} - \theta_x\theta_y\ddot{y} + g\theta_x = 0 \quad (9)$$

$$l\ddot{\theta}_y + 2l\dot{\theta}_y + \ddot{y} - 2l\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\theta_x + g\theta_y = 0 \quad (10)$$

### III. 제어기 설계

#### 1. 직교함수를 이용한 크레인 시스템 동정(identification)

(6)~(8)에서 크레인에 가하는 외력들은 벡터 인버터(vector inverter)로 제어되는 교류모터에 의해서 발생된다. 따라서, 크레인 시스템의 운동방정식은 인버터의 전기적 특성 및 모터의 특성까지 포함되어야 한다. 또한, 크레인 운동방정식에 나타나는 매개변수(parameter)도 구할 수 있어야 한다. 그러나, 인버터, 모터 및 구동축이 결합된 크레인 시스템의 매개변수를 계산해 내기가 어렵기 때문에 좀 더 정확한 매개변수를 구하고자 실험을 통한 동정법을 사용하였다.

실험 데이터를 이용한 시스템 동정에는 미분방정식으로 표현된 모델 또는 이산시스템으로 표현된 모델로부터 매개변수를 추정하는 방법들이 있으며, 이를 대부분은 최소자승오차법(least squares method)이 적용된다. 동정하기 위한 입력값은 스텝신호(step signal), 주기신호(periodic signal), Pseudo-Random Binary Sequences(PRBS) 신호 등을 사용한다. 본 논문에서는 신호처리 및 제어 이론에 널리 이용되고 있는 직교함수(orthogonal function)[22]를 크레인 시스템의 동정에 활용하여 시스템의 차수 및 매개변수를 구하였다. 직교함수를 이용한 시스템 동정 알고리즘의 유도과정은 다음과 같다.  $n$ 차 미분방정식으로 표현되는 시스템은 다음과 같이 정의된다.

$$\frac{d^n}{dt^n}y(t) + \sum_{k=0}^{n-1}a_k\frac{d^k}{dt^k}y(t) = \sum_{k=0}^r b_k\frac{d^k}{dt^k}u(t) \quad (11)$$

미지의 매개변수  $a_k$ 와  $b_k$ 를 추정하기 위하여 모든 초기조건은 0이라 가정한다. 직교함수는 구간  $t \in [0, 1]$ 에서 정의하고 있기 때문에  $t \in [0, t_f]$ 에서 (11)에 직교함수를 적용하기 위해  $\tau = (1/t_f)t$ 로 스케일링 하면 (11)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^n}{d\tau^n}y(\tau) + \sum_{k=0}^{n-1}a_kt_f^{n-k}\frac{d^k}{d\tau^k}y(\tau) = \sum_{k=0}^r b_kt_f^{n-k}\frac{d^k}{d\tau^k}u(\tau) \quad (12)$$

(12)의 양변을  $n$ 번 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & y(\tau) + a_{n-1}t_f^1y^1(\tau) + \cdots + a_0t_f^ny^n(\tau) \\ & = b_rt_f^{n-r}u^{n-r}(\tau) + \cdots + b_0t_f^nu^n(\tau) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서, 위첨자는 적분회수를 나타낸다. (13)의  $u(\tau)$ 와  $y(\tau)$ 를 각각  $m$ 개로 구성되는 직교함수( $\phi(\tau)$ )와 직교계수( $U^T, Y^T$ )의 곱으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$u(\tau) = U^T\phi(\tau) \quad (14)$$

$$y(\tau) = Y^T\phi(\tau) \quad (15)$$

여기서,

$$\begin{aligned} & U^T = [U_0 \ U_1 \ \cdots \ U_{m-1}], \quad Y^T = [Y_0 \ Y_1 \ \cdots \ Y_{m-1}], \\ & \phi(\tau)^T = [\phi_0(\tau) \ \phi_1(\tau) \ \cdots \ \phi_{m-1}(\tau)] \end{aligned}$$

(14), (15)에 직교함수의 적분연산자( $P$ )를 적용하여  $k$

번제 적분을 표시하면 다음과 같다.

$$u^k(\tau) = \mathbf{U}^T \mathbf{P}^k \boldsymbol{\phi}(\tau) \quad (16)$$

$$y^k(\tau) = \mathbf{Y}^T \mathbf{P}^k \boldsymbol{\phi}(\tau) \quad (17)$$

(14)~(17)를 (13)에 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^T \boldsymbol{\phi}(\tau) + a_{n-1} t_f^1 \mathbf{Y}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\phi}(\tau) + \cdots + a_0 t_f^n \mathbf{Y}^T \mathbf{P}^n \boldsymbol{\phi}(\tau) \\ = b_r t_f^{n-r} \mathbf{U}^T \mathbf{P}^{n-r} \boldsymbol{\phi}(\tau) + \cdots + b_0 t_f^n \mathbf{U}^T \mathbf{P}^n \boldsymbol{\phi}(\tau) \end{aligned} \quad (18)$$

(18)을 미지의 매개변수에 대해 정리하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\mathbf{F} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{h} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= [t_f^1 \mathbf{P}^T \mathbf{Y}, t_f^2 (\mathbf{P}^2)^T \mathbf{Y}, \dots, t_f^n (\mathbf{P}^n)^T \mathbf{Y}, \\ &\quad -t_f^{n-r} (\mathbf{P}^{n-r})^T \mathbf{U}, \dots, -t_f^n (\mathbf{P}^n)^T \mathbf{U}], \\ \boldsymbol{\theta} &= [a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0, b_r, \dots, b_0]^T, \\ \mathbf{h} &= -\mathbf{Y} \end{aligned}$$

(19)에서  $\boldsymbol{\theta}$ 는  $n+r+1$ 개의 미지 매개변수로 구성된 벡터이며,  $\mathbf{F}$ 는  $m \times (n+r+1)$ 차 행렬이다. 따라서, (19)가 선형독립이라면  $m \geq n+r+1$ 을 만족할 때, 즉  $m$ 이 구하고자 하는 입/출력 차수의 합보다 크면 미지 매개변수  $n+r+1$ 개를 결정할 수 있다. 여기서, 구하고자 하는 미지 매개변수  $\boldsymbol{\theta}$ 는 (19)에 최소오차 자승법을 적용하면 다음과 같은 식이 된다.

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{F}^T \mathbf{F}]^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{h} \quad (20)$$

직교함수를 이용하여 크레인 시스템을 동정하기 위해 크레인의 각축 벡터 인버터에 스텝입력값(속도지령)을 가한 후 모터에 부착된 엔코더로부터 얻은 신호를 미분하여 속도응답을 구하였다. 여기서, 입/출력 직교계수벡터  $\mathbf{U}$ 와  $\mathbf{Y}$ 는 (21)과 같은 입출력 데이터와 비주기 직교함수인 이원배열 월쉬함수 (Paley 배열,  $\text{Pal}$ ) 행렬의 곱으로부터 구하였으며, 직교함수 적분연산자 ( $\mathbf{P}$ )로는  $m=16$ 인 월쉬적분연산자 행렬을 사용하였다.

$$\mathbf{U} = \frac{t_f}{m} \text{Pal } \mathbf{u}^*, \quad \mathbf{Y} = \frac{t_f}{m} \text{Pal } \mathbf{y}^* \quad (21)$$

여기서,  $\mathbf{u}^*$ ,  $\mathbf{y}^*$ 는 입출력 구간마다의 평균값을 나타낸다.

이를 (20)에 적용시킨 결과 (22), (23), (24)와 같은 거더, 트롤리 및 호이스트축에 대한 미분방정식을 얻었다. 또한, 이송물의 로프를 2.5m ~ 7.5m 사이로 변화를 주면서 이송물의 자유운동 실험을 한 결과, 로프의 길이 변화에 따라 감쇠계수가 X축 방향(거더 운동방향)은 0.0022~0.0038, Y축 방향(트롤리 운동방향)은 0.0009~0.0022 사이에서 비선형성을 가지는 것으로 나타났다. 위와 같이 감쇠계수는 매우 작게 나타났기 때문에 무시할 수 있었으며, (25)와

(26)과 같은 이송물의 거더 및 트롤리 방향의 운동방정식을 얻었다.

$$\frac{d^3}{dt^3} x + 3.49 \frac{d^2}{dt^2} x + 10.17 \frac{d}{dt} x = 10.17 \frac{d}{dt} x_d \quad (22)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} y + 7.32 \frac{d}{dt} y = 7.32 \frac{d}{dt} y_d \quad (23)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} z + 5.17 \frac{d}{dt} z = 5.17 \frac{d}{dt} z_d \quad (24)$$

$$l \frac{d^2}{dt^2} \theta_x + g \theta_x = - \frac{d^2}{dt^2} x \quad (25)$$

$$l \frac{d^2}{dt^2} \theta_y + g \theta_y = - \frac{d^2}{dt^2} y \quad (26)$$

## 2. 시변기준모델추종 슬라이딩모드 제어기 설계

크레인은 예기치 못한 돌풍으로 인한 갑작스런 이송물의 흔들림 및 주변물과의 충돌이 발생할 수 있으며, 레일이 고르지 못하는데서 오는 충격 등과 같은 외란, 이송물의 흔들림 현상에서 오는 비선형 요소와 모델링에서 제외되는 요소 등이 존재하기 때문에 총체적 비선형 불확실 요소를 가지고 있는 시스템으로 볼 수 있다. 한편, 이송물의 하역/적재 시에 거더, 트롤리, 호이스트를 동시에 구동시켜야만 효율적인 작업이 이루어진다. 호이스트의 구동은 로프길이를 변화시키기 때문에 크레인 시스템은 최소한 시변 시스템이 된다. 크레인 제어에서는 이송물을 원하는 지점에 정확히 위치시키고 또한 이송중 및 정지시에 이송물의 흔들림이 가능한 최소가 되도록 하는 것을 목표로 하고 있다. 따라서, 본 논문에서는 크레인 시스템이 가지고 있는 총체적 불확실성 하에서도 강인성을 가지고 시변모델로부터 발생되는 이송위치, 이송속도, 감쇠된 이송물 흔들림 및 흔들림 각속도 케이스를 로프 길이 변화시에도 추종하도록 하는 시변기준모델추종(time-varying reference model tracking) 슬라이딩모드 제어기(sliding mode controller)를 설계하였다. 시변기준모델은 크레인의 상태변수인 이송위치, 이송속도, 이송물 흔들림 케이스 및 흔들림 각속도를 원하는 형태로 생성시키고 슬라이딩모드 제어기는 이의 지령값을 강인하게 추종하도록 하는 기능을 한다. 이 때 어떤 경우에 대해서도 이송물의 흔들림 지령케이스는 신속하게 0으로 수렴하도록 생성된다.

시변기준모델추종 슬라이딩모드 제어기의 설계과정은 다음과 같다. 트롤리와 로프길이가 변하는 이송물의 운동방정식만을 고려한 (23)과 (26)에 대해서 상태변수를 다음과 같이 정한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \quad x_4(t)]^T \\ &= [\theta(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad y(t) \quad \dot{y}(t)]^T \end{aligned} \quad (27)$$

(23), (26)에 위의 상태변수를 적용하면 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (28)$$

여기서,

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g}{l(t)} & 0 & 0 & \frac{7.32}{l(t)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -7.32 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{7.32}{l(t)} \\ 0 \\ 7.32 \end{bmatrix}$$

가변구조제어기의 설계를 위해 다음과 같이 매개변수의 변화, 플랜트의 비선형성, 불확실성 및 외란을 고려한 일반적인 상태방정식을 고려한다

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A}_o + \Delta \mathbf{A}(t)) \mathbf{x}(t) + (\mathbf{B}_o + \Delta \mathbf{B}(t)) \mathbf{u}(t) + \mathbf{f}(t) \quad (29)$$

여기서,  $\mathbf{x}(t) \in R^n$ 은 시스템의 상태 벡터,  $\mathbf{u}(t) \in R^m$ 은 제어입력 벡터,  $\mathbf{A}_o$ 는 알고있는 시스템 매개변수  $n \times n$  행렬,  $\mathbf{B}_o$ 는 알고있는 입력 매개변수  $n \times m$  행렬이며,  $(\mathbf{A}_o, \mathbf{B}_o)$ 는 제어가능하다고 가정한다. 또한,  $\Delta \mathbf{A}(t)$ 는 플랜트 매개변수의 변화 행렬,  $\Delta \mathbf{B}(t)$ 는 입력 매개변수의 변화 행렬,  $\mathbf{f}(t)$ 는 플랜트의 비선형성, 불확실성 및 외란 벡터이다. 여기서,  $\Delta \mathbf{A}(t)$ ,  $\Delta \mathbf{B}(t)$ ,  $\mathbf{f}(t)$ 는 연속이고 (29)는 유한 집합공간내에 존재하는 것으로 가정한다.  $\Delta \mathbf{A}(t)$ ,  $\Delta \mathbf{B}(t)$ ,  $\mathbf{f}(t)$ 에 (30)과 같은 matching conditions [23][24]을 적용하면 총체적인 불확실요소(비선형, 시변, 불확실성 및 외란)  $v(t)$ 는 (31)과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{A}(t) &= \mathbf{B}_0 \mathbf{d}(t), \\ \Delta \mathbf{B}(t) &= \mathbf{B}_0 \mathbf{E}(t), \\ \mathbf{f}(t) &= \mathbf{B}_0 \mathbf{F} \mathbf{h}(t) \end{aligned} \quad (30)$$

$$v(t) = \mathbf{d}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{E}(t) \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \mathbf{h}(t) \quad (31)$$

여기서,  $\mathbf{F}$ 는 상수행렬(constant matrix)이다.

총체적인 불확실요소에 대하여 (32)와 같은 관계가 성립되는 연속이고 양의 유한 스칼라 값을 가진 함수  $\rho$ 가 존재한다고 가정한다.

$$|v(t)| \leq \rho \quad (32)$$

여기서,  $\rho = |v(t)|_{\max}$ 이다.

(23)과 (26)에서 보면 크레인은 플랜트의 비선형요소, 시변요소, 불확실성 및 외란을 포함하고 있지 않기 때문에 다음과 같은 총체적 불확실요소  $v(t)$ 를 포함한 상태모델로 확장한다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_o \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_o \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_o v(t) \quad (33)$$

$$\text{여기서, } \mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g}{l_0} & 0 & 0 & \frac{7.32}{l_0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -7.32 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{7.32}{l_0} \\ 0 \\ 7.32 \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

다음에는 크레인이 이상적으로 추종하기를 원하는 목표값 궤적을 생성하기 위해 (34)와 같은 새로운 시변기준모델을 도입한다. 이는 (26)의 이송물 운동방정식에 줄길이 변화에도 이송물의 흔들림을 감쇠시키도록 새로운 항을

추가한 것이다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_d(t) &= \mathbf{A}_d(t) \mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}_d(t) u_d(t) \\ &= \mathbf{A}_o \mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}_o u_d(t) + \mathbf{B}_o v_d(t) \end{aligned} \quad (34)$$

$$\text{여기서, } \mathbf{A}_d(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{g}{l(t)} & -2\zeta\omega_n(t) & 0 & \frac{7.32}{l(t)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -7.32 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_d(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{7.32}{l(t)} \\ 0 \\ 7.32 \end{bmatrix} \text{이며, } v_d(t) \text{는 새로운 시변기준모델에}$$

matching conditions을 적용할 때의 총체적 불확실요소이다.

이송물의 흔들림을 제거하면서, 원하는 위치에 이송물을 정확히 이송시키기 위해 각 상태의 추적오차 상태변수 벡터  $e_x(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} e_x(t) &= [\theta(t) - \theta_d(t), \dot{\theta}(t) - \dot{\theta}_d(t), \\ &y(t) - y_d(t), \dot{y}(t) - \dot{y}_d(t)]^T \end{aligned} \quad (35)$$

$$e_u(t) = u(t) - u_d(t) \quad (36)$$

위 식에서 침자  $d$ 는 원하는 값을 나타낸다. 따라서 오차 상태변수 벡터  $e_x(t)$ 에 대한 오차 상태방정식은 다음과 같이 된다.

$$\dot{e}_x(t) = \mathbf{A}_0 e_x(t) + \mathbf{B}_0 \{e_u(t) + v'(t)\} \quad (37)$$

여기서,  $v'(t)$ 는 새로운 총체적 불확실요소이며  $v'(t) = v(t) - v_d(t)$ 이다.

(37)과 같이 구한 오차상태방정식을 이용하여 시스템의 각 상태를 제어하기 위한 제어입력  $e_u(t)$ 를 설계하기 위해 슬라이딩 평면을 다음과 같이 도입한다.

$$s(t) = \mathbf{C}_s e_x(t) \quad (38)$$

여기서,  $\mathbf{C}_s = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ 1]$ 이다.

슬라이딩 평면  $s(t)$ 는 폐루프 시스템의 상태 궤적이 슬라이딩평면에서 접근안정성 및 추종성을 갖도록 설계되어야 한다. 슬라이딩조건에 맞는 제어입력  $e_u(t)$ 는 다음과 같이 두 부분으로 나누어 설계한다.

$$e_u(t) = e_{ueq}(t) + e_{un}(t) \quad (39)$$

여기서,  $e_{ueq}(t)$ 는  $v'(t)=0$ 인 표준(nominal) 시스템의 등가 제어입력(equivalent control input)으로 일단 시스템의 상태궤적이 슬라이딩평면에 이르게 되면 그 평면에 항상 존재하게 하며,  $e_{un}(t)$ 은  $v'(t) \neq 0$ 일 때의 불연속적인 도달제어입력(reaching control input)으로 시스템의 상태궤적이 항상 슬라이딩평면을 향하게 한다.

일단 슬라이딩 모드가 발생되면  $s(t) = \dot{s}(t) = 0$  이므로 등가제어입력  $e_{ueq}(t)$ 를 구하기 위해 슬라이딩 평면을 미

분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= C_s e_x(t) \\ &= C_s \{ A_o e_x(t) + B_o e_{ueq}(t) \} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

따라서, 등가제어입력  $e_{ueq}(t)$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$e_{ueq}(t) = - (C_s B_0)^{-1} C_s A_o e_x(t) \quad (41)$$

여기서,  $C_s B_0$ 는 비특이(nonsingular) 행렬이고 0보다 크다고 가정한다. 도달제어입력과 총체적 불확실요소  $v'(t)$ 에 대해 정리하기 위해 다음과 같은 리아프노프 함수후보를 정한다.

$$V(t) = \frac{1}{2} s(t) \dot{s}(t) \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s(t) \dot{s}(t) \\ &= s(t) C_s \{ A_o e_x(t) + B_o [e_{ueq}(t) \\ &\quad + e_{un}(t) + v'(t)] \} \end{aligned} \quad (43)$$

(40)을 (43)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s(t) \{ C_s A_o e_x(t) + C_s B_0 [-(C_s B_0)^{-1} \\ &\quad C_s A_o e_x(t) + e_{un}(t) + v'(t)] \} \\ &= s(t) C_s B_0 (e_{un}(t) + v'(t)) \end{aligned} \quad (44)$$

여기서, 새로운 총체적 불확실요소  $v'(t)$ 에 대해 (32)처럼 (45)로 정의한다.

$$|v'(t)| \leq k \quad (45)$$

여기서,  $k = |v'(t)|_{\max}$ 이다.

다음과 같이 도달제어입력을 정한다.

$$e_{un}(t) = -\hat{k} \operatorname{sgn}(s(t)) \quad (46)$$

여기서,  $\hat{k}$ 는 도달제어입력 계인이고,  $k = \hat{k} - k_o$ ,  $\hat{k}$  및  $k_o$ 는 양의 상수이다.

(46)을 (44)에 적용하여 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s(t) C_s B_0 \hat{k} \operatorname{sgn}(s(t)) + s(t) C_s B_0 v'(t) \\ &\leq -s(t) C_s B_0 \hat{k} \operatorname{sgn}(s(t)) + |s(t)| C_s B_0 k \\ &= -|s(t)| C_s B_0 \hat{k} + |s(t)| C_s B_0 (\hat{k} - k_o) \\ &= -|s(t)| C_s B_0 k_o \end{aligned} \quad (47)$$

따라서,  $\dot{V} < 0$ 이므로 슬라이딩 모드 존재 조건인  $s(t) \dot{s}(t) < 0$ 를 만족한다. 최종적인 슬라이딩 모드 제어입력은 (36)에 의해서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u(t) &= u_d + e_u(t) \\ &= u_d - (C_s B_o)^{-1} C_s A_o e_x(t) \\ &\quad - \hat{k} \operatorname{sgn}(s(t)) \end{aligned} \quad (48)$$

한편, 불연속함수에 의한 제어입력의 떨림(chattering) 현상을 줄이기 위해 (48)와 같이 구해진 제어입력에서 불연속적인  $\operatorname{sgn}$  함수를 (49)와 같이 일정한 두께를 가진 경계

층 내에서 연속적인 특성을 가지는 포화함수(saturation function)로 치환한다.

$$\operatorname{sat}(s(t)) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s(t)) & \text{if } s(t) \geq \phi \\ \frac{s(t)}{\phi} & \text{if } s(t) < \phi \end{cases} \quad (49)$$

이때 슬라이딩 평면  $s(t)$ 는 (37)의 오차모델 상태궤적이 슬라이딩평면에서 점근안정성 및 추종성을 갖도록 설계되어야 하는데 이는 계수행렬  $C_s$ 에 좌우된다. 여기서,  $C_s$ 는 극배치법(pole-placement method)을 이용하여 구한다. 그림 2는 본 논문에서 제시하는 시변모델추종 슬라이딩모드 제어기의 개략도를 보여준다.

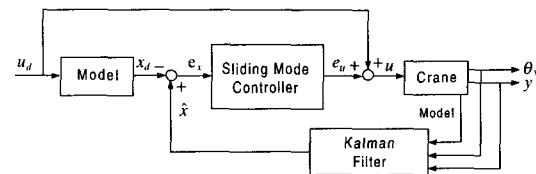


그림 2. 크레인 제어기의 블록선도.

Fig. 2. Block diagram of an overhead crane controller.

#### IV. 전산모사 및 실험

##### 1. 전산모사

일반적으로 피드백이 되는 시스템은 개루프 시스템의 응답특성보다 빠르도록 피드백 계인을 조절한다. 즉, 폐루프 시스템의 특성근을 좌반면에서 멀리 떨어지게 한다. 그러나 크레인 시스템의 로프는 유연하기 때문에 폐루프 제어 시스템의 특성이 너무 빠르게 되면 오히려 이송물의 흔들림 모드가 2차 이상으로 나타나 제어 특성이 나쁘게 된다. 특히, 슬라이딩 모드 제어기의 특성인 떨림 현상이 시스템의 고주파성분을 여기시킬 가능성이 커지게 된다. 시스템의 폐루프 극점은 슬라이딩 평면 계수행렬인  $C_s$ 의 결정에 직접적인 영향을 주어 시스템의 제어성능을 결정하므로 적절한 폐루프 극점이 선정되어야 한다. 본 논문에서는 크레인 시스템의 개루프 지배극(dominant pole) 근처에 0.707의 감쇠비를 부가한 폐루프 지배극( $-1.11 \pm 1.11j$ )을 선정하여 (37)의 오차모델 상태궤적이 슬라이딩평면에서 점근안정성 및 추종성을 갖도록 하였다. 또한, 슬라이딩모드 제어기의 성능은 경계층( $\phi$ ) 값의 결정에도 달려 있기 때문에 경계층 값을 5.0, 1.0, 0.2로 변화시키면서 시변기준모델추종 슬라이딩모드 제어기의 특성을 전산모사하였다. 여기서, 경계층값이 크면 큰 허용오차를 가진다. 슬라이딩모드 제어기의 계인( $\hat{k}$ )도 추종성능의 한 변수이나 본 논문에서는 2.5로 고정시켰다. 이 값은 총체적 불확실 요소보다 큰 값을 가지면 되며 너무 크게 되면 심한 떨림을 유발시키기 때문에 적절한 값이 요구된다. 로프의 길이가 변하지 않는 경우와 로프의 길이가 이송도중 1m 변하는 두 가지 경우를 고려하여 매개변수 변화에 따른 제어기의 강인성도 검토하였다. 또한, 전산모사를 통해서 빠른 폐루프 동특성이 오히려 떨림을 유발시키고 있음을 보여주고 있으며, 경

계층 값이 없는(경계층 값 0) 슬라이딩모드 제어기의 특성도 보여준다. 전산모사에 사용한 크레인의 운전변수값은 표 1에 나타나 있다.

표 1. 크레인 운전 변수값.

Table 1. Parameters of crane operation.

	Sampling Time(msec)	100
Trolley	Distance(cm)	760
	Velocity (cm/sec)	30
	Acceleration Time (sec)	2
	Deceleration Time (sec)	2
Hoist	Rope Length (cm)	400
	Rope Distance (cm)	100
	Velocity (cm/sec)	10
	Acceleration Time (sec)	1
	Deceleration Time (sec)	1

그림 3은 크레인 시스템 폐루프의 감쇠계수( $\xi$ )가 0.707이고, 고유진동수가 약 0.25Hz가 되도록 폐루프 지배극을  $-1.11 \pm 1.11j$ 로 하고 경계층 값을 5.0, 슬라이딩모드 제어기 계인( $k$ )을 2.5로 한 상태에서 표 1의 크레인 운전조건으로 전산모사한 결과이다. 일반적으로 경계층 값이 크게 되면 큰 허용오차를 가지기 때문에 떨림은 발생하지 않으나 그만큼 추종성능은 떨어진다. 전산모사 결과, 약 0.3cm의 이송거리 오차를 나타냈으며 정지구간에서 이의 오차를 줄이기 위해 약간의 속도변화가 일어남을 볼 수 있다. 이송물의 흔들림 궤적은 변곡점 부근을 제외하고는 목표치에 잘 추종함을 볼 수 있다. 그림 4는 그림 3과 비교하여 경계층 값만 1.0으로 한 경우이다. 그림 4는 그림 3과 유사한 성능을 보이고 있지만 이송오차가 거의 발생하지 않고 있다. 따라서, 정지구간에서 속도변동도 발생하지 않고 있다. 그림 5는 그림 4와 비교하여 경계층 값만 0.2로 한 경우이다. 그림 4와 비교하여 추종성능에는 큰 차이가 없으나 허용오차가 작기 때문에 정속구간에서 떨림이 발생함을 볼 수 있다. 그림 6은 그림 5와 같은 조건이나 로프의 길이 변화가 없는 경우이다. 이때 매개변수의 변동이 없기 때문에 떨림이 발생하지 않음을 볼 수 있다. 즉, 시변모델추종 슬라이딩모드 제어기가 강인성을 가짐을 알 수 있다. 그림 7은 그림 4와 같은 조건에 2배 빠른 폐루프 지배극( $-2.22 \pm 2.22j$ )으로 전산모사한 결과이다. 그림 7에서 보는 바와 같이 빠른 폐루프 지배극에서는 이송물의 흔들림 감쇠진동수를 좀더 빠르게 하고 있으나 오히려 떨림이 발생함을 볼 수 있다. 그림 8은 경계층이 없는 즉, (48)의 불연속적인 함수를 그대로 사용한 경우이다. 이 때는 심한 떨림이 발생함을 볼 수 있다.

시스템의 폐루프 지배극이 개루프 지배극 보다 빠르게 되면 떨림 현상도 증가한다. 특히, 총체적 비선형 불확실성이 증가되면 이런 현상은 더욱 심해진다. 그러나 허용오차를 적절한 선에서 타협(trade-off)하면 시변모델추종 슬라이딩모드 제어기가 만족할만한 제어성능을 나타냄을 볼 수 있으며, 로프길이 변화에 대해서도 강인성이 입증되었다. 전산모사 결과, 실험에 사용한 폐루프 특성근은

$-10, 0, -1.11 \pm 1.11j$ 로 정하였으며, 이에 따라 슬라이딩 평면 계수행렬  $C_s$ 는  $[-85.9059 \ 360.2663 \ 0.9991 \ 1]$ 로 계산되었다.

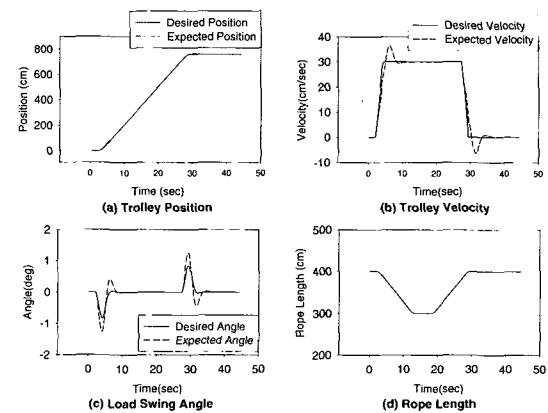


그림 3. 경계층 값 5.0을 갖는 크레인 제어기 전산모사.  
Fig. 3. Simulation of an overhead crane controller with boundary value 5.0.

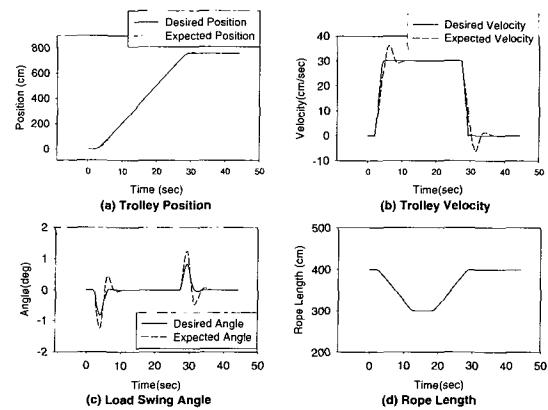


그림 4. 경계층 값 1.0을 갖는 크레인 제어기 전산모사.  
Fig. 4. Simulation of an overhead crane controller with boundary value 1.0.

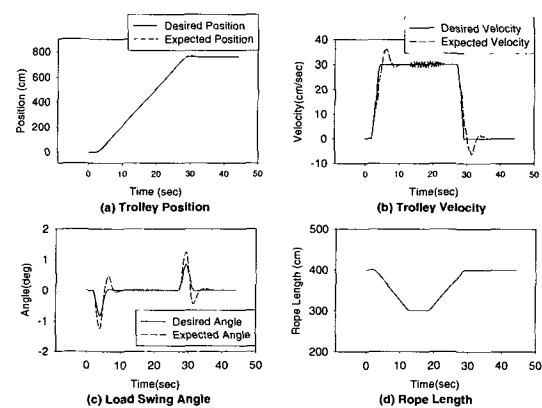


그림 5. 경계층 값 0.2를 갖는 크레인 제어기 전산모사.  
Fig. 5. Simulation of an overhead crane controller with boundary value 0.2.

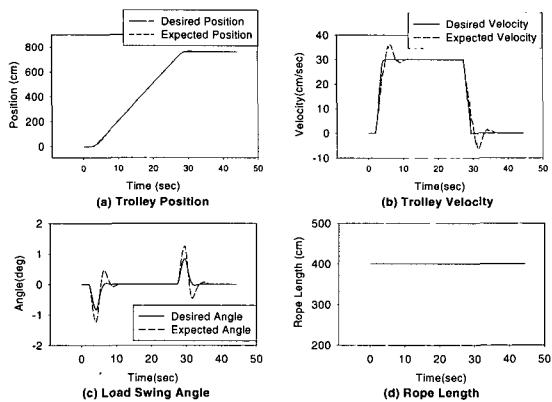


그림 6. 로프길이 변화가 없고 경계층값 0.2를 갖는 크레인 제어기 전산모사.

Fig. 6. Simulation of an overhead crane controller with boundary value 0.2 without rope change.

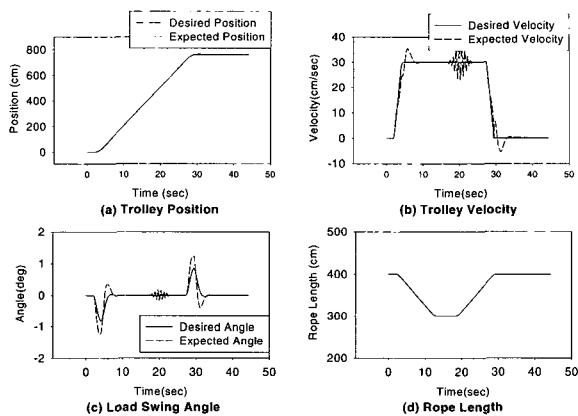


그림 7. 경계층값 1.0과 빠른 폐루프 특성근을 갖는 크레인 제어기 전산모사.

Fig. 7. Simulation of an overhead crane controller with boundary value 1.0 and fast closed-loop pole.

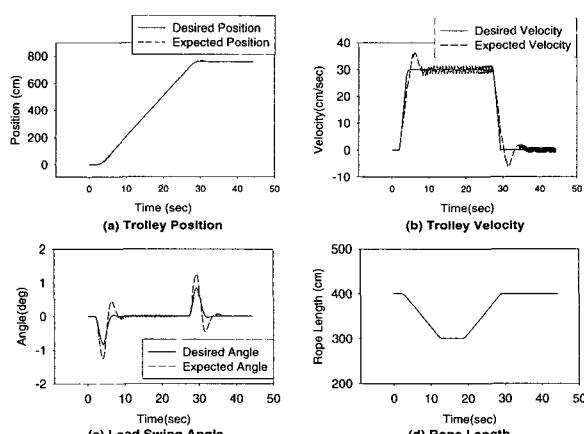


그림 8. 경계층을 갖지 않는 크레인제어기 전산모사.

Fig. 8. Simulation of an overhead crane controller without boundary layer.

## 2. 실험장치 개요

그림 9에서 보는 바와 같이 거더, 트롤리, 호이스트로 구성되는 높이 7m, 폭 20m, 길이 40m 규모의 2톤 크레인을 설치하였다. 이는 일반산업용 크레인과 똑같으며 단지 크레인의 3축 위치를 측정하기 위한 엔코더, 이송물의 2차원 혼들림 각도를 측정하기 위한 2차원 각도측정장치가 추가적으로 장착되었다. 각도측정장치는 회전형 전위차계(rotary potentiometer)를 이용하여 구성하였으며 트롤리 하단에 부착하였다. 크레인의 구동원인 AC 모터의 제어장치는 기존의 ON/OFF 방식을 탈피하여 DC 서보모터 제어와 유사한 제어성능을 발휘하는 속도제어형 벡터인버터드라이버로 교체하였으며 크레인 시스템이 컴퓨터제어 될 수 있도록 하였다. 크레인에 가해지는 외력( $f_x, f_y, f_t$ )들은 각각 2x1.5KW, 1.5KW, 3.7KW 교류모터에 의해서 발생한다.



그림 9. 천정크레인 실험장치.

Fig. 9. Experimental setup of an overhead crane.

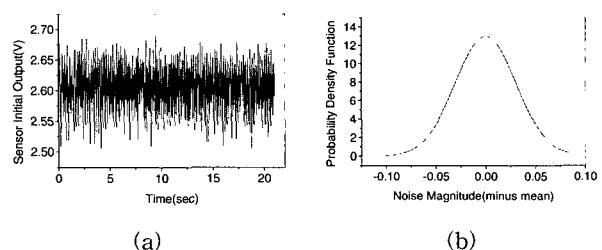


그림 10. 각도측정센서의 노이즈 신호 및 확률밀도함수.

(a) 각도 측정센서의 노이즈신호, (b) 노이즈 신호의 확률밀도함수.

Fig. 10. Noise signal of load swing angle detection sensor and PDF(Probability Density Function). (a) Noise signal of load swing angle detection sensor, (b) PDF of noise signal.

## 3. 각도측정 센서의 노이즈 분석

각도측정기의 전위차계에서 출력되는 전압신호는 초기 상태에서 그림 10에서 보는 바와 같이 분산(variance)이 0.01인 가우시안 확률밀도함수(Gaussian Probability Density Function)를 가지는 것으로 나타났다. 여기서, 노

이즈의 가장 큰 근원은 벡터인버터의 스위칭동작 때문인 것으로 여겨졌다.

#### 4. 실험

크레인 위치궤적, 이송속도 궤적, 이송물 흔들림궤적 및 이송물 흔들림 각속도 궤적을 따르는 추종제어를 위해서는 트롤리의 위치와 속도, 이송물의 각도와 각속도를 측정하여야 한다. 여기서, 각도는 회전형 전위차계로 구성된 각도측정장치로부터 얻을 수 있으나 벡터인버터의 영향으로 심한 노이즈가 동반되었기 때문에 정상적인 각도 및 각속도를 얻을 수 없었으며 이로 인해 제어입력에 심한 떨림이 발생하여 제어성능이 매우 나쁘게 나타났다. 따라서, Kalman Filter를 사용하여 이를 추정하였다. 이송거리 및 이송속도는 엔코더 신호와 미분신호를 이용하여 측정할 수 있으나, Kalman Filter로도 추정하였다. 엔코더 신호에는 잡음이 심하지 않기 때문에 측정치와 추정치 사이에 거의 오차가 없음을 알 수 있었다. 실험 조건으로는 이송물의 흔들림이 가장 크게 발생하는 경로를 표 1과 같이 수립하고 500 kg의 55 gallon 드럼을 사용하여 제안한 시변기준모델추종 슬라이딩모드 제어기의 성능을 평가하였다.

그림 11은 로프길이 변화 없이 트롤리의 이송속도 30cm/sec, 가감속시간을 2초로 하여, 제어하지 않고 760cm 이송시킨 경우로 이송물의 흔들림이 매우 크게 발생함을 알 수 있다. 또한, 흔들림 각도에 포함된 심한 노이즈 신호는 Kalman Filter에 의해서 잘 제거됨을 볼 수 있다. 그림 12는 슬라이딩모드 제어기에 경계층을 도입하지 않고, 로프길이 변화 없이 모델추종 슬라이딩모드 제어기를 적용한 실험결과로서 속도선도에 있어서 정속구간과 정지구간에서 약  $\pm 5\text{cm/sec}$  정도의 떨림 현상이 발생함을 볼 수 있다. 여기서, 트롤리의 이송오차는 약 1.5cm, 정속구간 및 정지구간에서의 이송물의 흔들림은 0.05도 이내로 나타났다. 그림 13은 제어입력에 경계층을 도입한 경우로 그림 12와 비교하면 떨림이 많이 줄어들었음을 볼 수 있으며 추종성능도 만족스럽게 나타났다. 여기서, 트롤리 위치는 약 0.2cm 오차를 보였으며, 정속구간 및 정지구간에서의 이송물의 흔들림은 0.05도 이내의 잔진동을 보였다. 그림 14는 그림 13과 같은 상황에서 트롤리 출발과 동시에 호이스트를 10cm/sec, 가감속시간 1초로 하여, 로프를 100cm 상승/하강 시킨 경우로 로프길이 변화에 의해 총체적 불확실 요소가 증가되어 그림 13과 비교할 때 제어입력에 떨림 현상이 더욱 크게 발생함을 볼 수 있다. 이는 경계층을 조정하여 떨림 현상을 줄일 수 있으나 오히려 추종성능이 나빠지게 된다. 여기서, 트롤리 위치는 약 0.25cm 오차를 보였으며, 정속구간에서의 이송물의 흔들림은 평균적으로 0.15도 정도의 잔진동을 보였으나 정지구간에서는 0.1도 이내로 나타났다.

전산모사와 비교하여 잔진동이 다소 크게 발생하는 것은 초기에는 각도측정센서의 심한 노이즈로 인해 이송물 흔들림 각도의 추정성능이 좋지 못하고, 이로 인해 제어입력에 떨림이 발생하여 로프에 고주파수가 발생되기 때문이며, 또한 전산모사에서는 총체적 불확실 요소를 로프길

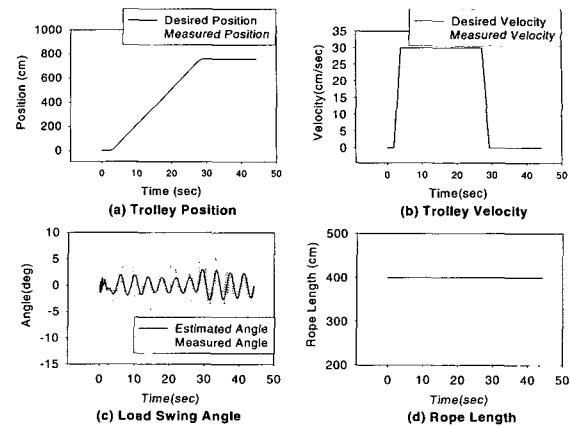


그림 11. 사다리형 속도선도를 갖는 크레인 운전.

Fig. 11. Crane operation with trapezoidal velocity pattern.

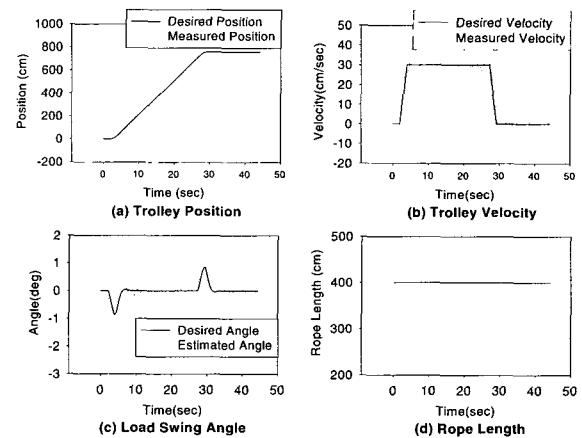


그림 12. 경계층을 갖지 않는 크레인 제어기 실험.

Fig. 12. Experiment of an overhead crane controller without boundary layer.

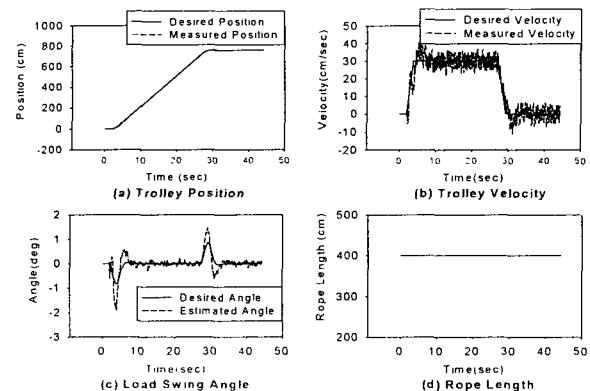


그림 13. 경계층을 갖는 크레인 제어기 실험(로프 변화 없음).

Fig. 13. Experiment of an overhead crane controller with boundary layer(no rope change).

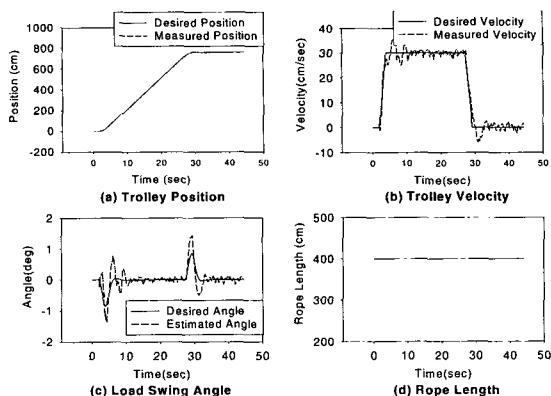


그림 14. 경계층을 갖는 크레인 제어기 실험(로프변화 100cm).

Fig. 14. Experiment of an overhead crane controller with boundary layer(rope change, 100cm).

이 변화만 고려하였지만 실제 크레인에서는 좀더 많은 총체적 불확실 요소를 포함하고 있어 허용오차를 만족하기 위해 제어입력을 떨림을 발생시키고 있기 때문이다.

## V. 결론

천정크레인의 매개변수 변화에도 이송물의 흔들림을 목표 궤적으로 추종시키면서 트롤리를 원하는 위치궤적으로 이송시킬 수 있는 시변기준모델추종 슬라이딩 모드 제어기를 설계하고 이를 전산모사와 실험에 의해 검증하였다. 제안된 알고리즘은 로프길이의 변화에도 트롤리의 위치궤적, 이송물의 흔들림 각도 궤적을 강인하게 추종함을 알 수 있었다. 그러나, 추종성능을 높이게 되면 슬라이딩모드 제어기의 단점인 떨림 현상이 발생하여 모터의 제어입력을 가진 시키기 때문에 모터에 심한 무리가 감을 알 수 있었으며 적절한 trade-off가 필요함을 확인하였다. 특히, 현장에서는 노이즈 원이 많기 때문에 노이즈에 대한 대책이 절실히 요구되었다. 결론적으로 크레인은 비선형 요소, 불확실성, 시변요소, 모델 되지 않은 요소 등 제어성능에 영향을 미치는 인자가 많기 때문에 슬라이딩모드 제어기가 효과적으로 사용될 수 있으나 제어입력의 떨림 현상으로 이송물에 잔진동이 발생하게 되는 단점이 있다. 특히, 노이즈의 영향이 제어기에 미치게 되면 크레인의 로프운동에 고주파성분을 여기 시키기 때문에 크레인에는 떨림 현상이 증폭되고, 이로 인해 이송물의 잔진동은 더욱 증가하게 된다.

## 참고문헌

- [1] T. Mita, and T. Kanai, "Optimal control of the crane system using the maximum speed of the Trolley," 計測自動制御學會論文集, pp. 125-130, 1979.
- [2] A. J. Ridout, "New feedback control system for overhead crane," Electric energy conference, pp. 135-140, 1987.
- [3] Y. Sakawa, Y. Shindo, and Y. Hashimoto, "Optimal control of a rotary crane," Journal of Optimization Theory and Application, vol. 35, no. 4, pp. 535-557, 1981.
- [4] K. A. F. Moustafa and T. G. Abou-El-Yazid, "Load sway control of overhead cranes with Load hoisting Via Stability Analysis," JSME International Journal Series C, vol. 39, no. 1, pp. 34-40, 1996.
- [5] J. J. Hämäläinen, A. Marttinen, L. Baharova, and J. Virkkunen, "Optimal path planning for a trolley crane : fast and smooth transfer of load," IEE Proc.-Control Theory Appl., vol. 142, no. 1, pp. 51-57, 1995.
- [6] 小林正人, 田村棟利, "卷上げ式天井クレーンの非線型制御," 日本機械學會論文集, 1992, 58卷 548号, pp. 1318-1326, 1992.
- [7] 大川登志男, 山口收, 關根ひろし, "天井クレーンの自動化," NKK技報, no. 149, pp. 40-45, 1995.
- [8] 윤지섭, 박병석, 이재설, "무진동 크레인의 제어 알고리즘 설계," 한국자동제어학술회의 논문집, vol. 1, pp. 993-998, 1989.
- [9] 박병석, 윤지섭, 이재설, "무진동 크레인을 이용한 흔들림 제어에 관한 연구," 한국자동제어학술회의 논문집, vol. 1, pp. 292-297, 1990.
- [10] J. S. Yoon, B. S. Park, J. S. Lee and H. S. Park, "Controller design for the anti-swing crane," 한국자동제어학술회의 논문집, vol. 1, pp. 229-235, 1994.
- [11] J. S. Yoon, B. S. Park, J. S. Lee, and H. S. Park, "Fuzzy anti-swing crane," Proc., 42th Conference on Remote Systems Technology, Washington D.C., Nov., vol. 1, pp. 35-43, 1994.
- [12] 박병석, 김성현, 윤지섭, 권달안, "천정 크레인의 자동화 연구," 제어·자동화·시스템공학회, '97 한국자동제어학술회논문집 2권, pp. 1871-1875, 1997.
- [13] 이호훈, 조성근, "2차원 천정크레인의 위치 및 이송물의 흔들림제어," 대한기계학회논문집(A), 제21권, 제10호, pp. 1683-1693, 1997.
- [14] 홍형주, 이신섭, "크레인 진자계의 최적제어," 전자과학, vol. 7, pp. 328-335, 1995.
- [15] 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어 (part I): 모델링, 제어전략, 기준선도를 통한 오차 피이드백 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 3, no. 1, pp. 23-31, 1997.
- [16] 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어 (part II): 트롤리 주행속도 조절을 통한 진자운동의 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 3, no. 2, pp. 132-138, 1997.
- [17] 홍금식, "컨테이너 기중기의 제어 : 수정된 시간최적 주행과 비선형 잔류흔들림 제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, vol. 5, no. 5, pp. 630-639, 1999.
- [18] 최형식, 김길태, "유전자 알고리즘을 이용한 천정크레인의 최적제어기에 실험적 연구," 한국정밀공학회지, vol. 16, no. 1, pp. 34-41, 1999.
- [19] Vadim I. Utkin, "Variable Structure Systems with

- sliding modes : survey Paper," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. ac-22, no. 2, Apr, 1977.
- [20] 박병석, 김준홍, 윤지섭, 양현석, 강이석, "슬라이딩모드를 이용한 천정크레인의 추적제어에 관한 연구," 제어·자동화·시스템공학회, '99 한국자동제어학술회 논문집 A권, pp. 112-115, 1999.
- [21] C. F. Chen, C. H. Hsiao, "Time-domain synthesis via walsh functions," *Proc. IEE*, vol. 122, no. 5, pp. 565-570, 1975.
- [22] 안두수, "제어시스템 해석을 위한 직교함수와 응용,"

복두출판사, 1997.

- [23] R. G. Brown and P. Y. C. Hwang, "Introduction to random signals and applied kalman filtering," John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [24] E. W. Kamen and P. P. Khargonekar, "On the control of linear systems whose coefficients are functions of parameter," *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-29, p. 25, 1984.
- [25] 이동권, "슬라이딩모드를 이용한 편로드 유압실린더의 추종제어 특성연구," 서울대학교 대학원 기계설계 학과 박사학위논문, 1990.

### 박 병 석



1960년 3월 20일생, 1986년 조선대학교 기계공학과 졸업. 1990년 전남대학교 기계공학과 석사. 1996년~현재 충남대학교 기계설계공학과 박사과정. 1987년~현재 한국원자력연구소 선임연구원. 주관심분야는 장인제어, 인공지능, 신호처리, 원격취급기술, 제어이론의 응용.

### 강 이 석



1952년 2월 14일생, 1974년 서울대학교 기계공학과 졸업. 아주대 기계공학과 석사. 한국과학기술원 기계공학과 박사. 1991년~1992년 MIT대학 방문연구원. 1981년~현재 충남대학교 기계설계공학과 교수. 주관심분야는 제어이론의 응용, 로보틱스, 인공지능, 공장자동화.

### 윤 지 섭



1958년 2월 3일생, 1980년 서울대학교 기계공학과 졸업. 1982년 한국과학기술원 기계공학과 석사. 1987년 동대학원 박사. 1987년~현재 한국원자력연구소 책임연구원. 주관심분야는 산업공정 원격취급기술, 생산자동화 및 계측제어, 로봇 및 센서 적용기술.