

## 하천 소류사 이동량의 산정

### Computation of Bed Load Transport in Rivers

유 동 훈\* / 신 승 호\*\* / 임 학 수\*\*\*

Yoo, Dong Hoon / Shin, Seung Ho / Lim, Hak Soo

---

#### Abstract

Existing equations of bed load transport have large variations in their forms and adopt different variables so that it is very difficult to understand the characteristics of each equation. Different sets of measurement data have been employed for the development of various equations, and the comparison between them is completely dependent on the choice of the data for the verification. Several equations seem to have some defects in their basic assumptions. Various non-dimensional physical numbers directly associated with the mechanism of bed load transport are related with each other, and one of them is chosen for the unification of the form. Good ideas introduced in a certain equation are employed for the refinement of other equations. Then optimum values of empirical parameters have been determined by using the data collected by Brownlie(1981) and a new bed load equation has been developed, which is considered widely valid and relatively very accurate.

*keywords* : bed load, non-dimensional number of bed load, critical shear stress, measurement data, Brownlie's collected data

---

#### 요 지

현재 사용되고 있는 소류사량 산정식들은 형식의 다양함과 관련변수들의 불일치로 각 공식의 특징을 파악하기 힘들며 사용된 관측자료가 다르기 때문에 상대적인 비교가 어렵다. 한편 산정식의 유도과정에서 사용되는 기본적인 가정들의 개선여지가 많은 것으로 판단된다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 소류사량과 직접적으로 관련된 여러 무차원수들을 제시하고 그들간의 관계식을 도출하였으며 가장 적합하다고 판단되는 무차원수를 도입하여 형식의 통일을 기하였다. van Rijn이 제시한 관계식을 보다 간단한 형식으로 도출하여 새로운 소류사량 산정식을 개발하였다. Brownlie(1981)가 수집 정리한 관측자료와 개발식을 대비하여 경험 계수의 적합한 수치를 도출하였으며 광범위한 조건에서 유효하고 정밀도가 높은 조정식을 개발하였다.

**핵심용어** : 소류사, 소류사량 무차원수, 임계마찰력, 관측자료, Brownlie 수집자료

---

\* 아주대학교 토목설계공학과 교수

Professor, Dept of Civil Engrg., Ajou Univ., Suwon, Kyonggi, 442-749, Korea  
(E-mail : dhy@hydroprogram.com)

\*\* 국토연구원 연구원

Researcher, Korea Research Institute for Human Settlement, Anyang, Kyonggi, 431-712, Korea

\*\*\* 아주대학교 건설교통공학과 석사과정

Graduate Student, Dept. of Civil and Traffic Engrg. Ajou Univ., Suwon, Kyonggi, 442-749, Korea  
(E-mail : hslim@hanalook.com)

## 1. 서 론

기존의 소류사랑 산정식들에 대한 연구와 검토는 국내와 국외에서 여러 연구자가 수행하였으며, 최근 하천 토사이동량의 산정에 대한 높은 관심으로 여러 공식들이 서로 비교 검토되고 개발되어 왔다. 유사랑 공식의 개발은 19세기 말 Du Boys의 소류사랑 공식부터 이루어져 왔다. Du Boys의 소류사랑 공식은 임계마찰력의 개념에 기초를 두고 있으며 그 후 이 공식이 실무에서 적극적으로 이용되지는 못하였으나 다른 소류사랑 공식들의 개발에 많은 영향을 주었다. 임계마찰력이란 하상의 소류사가 유수에 의하여 이송되기 시작하는 임계점에서의 하상전단응력을 말하며 Shields(1936)는 체계적인 실험을 통해 무차원량들의 함수로써 제시하였다. 한편, Einstein(1942)은 임계마찰력의 개념이 도입되지 않은 소류사랑 공식을 발표하였다. 그 후 Brown에 의해 실측자료와 보다 더 잘 맞게 수정되었으며 그의 수정식은 Einstein-Brown 공식(1950)으로 알려져 있다. Kalinske(1947)는 하상근처의 난류변동속도는 정규분포한다는 가정에 기초하여 새로운 소류사랑공식을 제안하였다. 그러나 그의 공식도 Einstein의 1942년 공식과 마찬가지로 임계마찰력의 개념이 사용되지 않았다. 비교적 최근에 개발된 van Rijn(1984)의 소류사랑 공식은 공식의 개발에 최소한의 경험계수를 사용하였으며 임계소류력의 개념을 도입하였다는 점에서 주목할 만하다.

한편 국내에서는 Woo와 Yoo(1990)가 실험자료를 선별하여 전유사랑에 관하여 검토하였으며 또한 Lee와 Lee(1992)도 각 실험자료에 관하여 공식의 신뢰성을 검토하였다. 그리고 최근 토사이동량 산정에 대한 높은 관심으로 국내 하천에도 여러 공식들을 적용하여 비교해 본 바 있다(한국건설기술연구원, 1991). 또한 일본 학자들은 서구의 연구자들과는 달리 독자적으로 임계마찰력이 고려된 식을 제시하여 일본의 하상 실험자료에 적용하였다. 본고에서는 정량화된 임계마찰력을 이용하여 기존 소류사랑 산정식들의 문제점을 도출하였으며, 새로운 소류사랑 산정식의 관련 변수를 제시하였다.

기존 소류사랑 산정식으로부터 소류사랑 산정의 접근방법을 종합적으로 검토하였으며, 새로운 소류사랑 산정식에 도입되는 상관계수의 변이를 도출하였다. 또한 기존 산정식들의 종합적인 검토에 기초하여 각각의 기존식에 대한 개선 방법을 제안하였으며, 한국의 하천

조건과 유사한 하천 조건을 가진 일본에서 개발된 소류사랑 산정식을 검토하여 보다 광범위하게 합리적으로 적용할 수 있는 소류사랑 산정식을 개발하였다. 기존산정식들과 개선식의 산정결과를 비교하기 위하여 Brownlie(1981)가 수집한 관측 자료와 대비하여 검토한 후 각 산정식들에 도입된 경험계수들을 조정하여 개선된 소류사랑 산정식을 제시하였다.

## 2. 임계마찰력

임계마찰력은 토사가 유동하기 시작할 때의 유수 마찰력으로서 소류사랑 산정에 있어 가장 중요한 요인 중의 하나이다. 하상이 평탄한 수로에서 실험한 결과로부터 Shields(1936)는 임계마찰력을 임계레이놀즈수의 함수로 제시하였는데 임계마찰력 추정에 이용되는 임계마찰후루드수의 정의는 다음과 같다.

$$F_{*c} = \frac{u_{*c}}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (1)$$

여기서  $F_{*c}$ 는 임계마찰후루드수이고 Shields Number  $\Psi_c = F_{*c}^2$ 이며,  $s$ 는 토사의 상대밀도,  $g$ 는 중력가속도,  $\phi$ 는 토사입경이다.  $u_{*c}$ 는 임계마찰속도로서 다음과 같다.

$$u_{*c} = \sqrt{\frac{\tau_c}{\rho}} \quad (2)$$

여기서  $\tau_c$ 는 임계마찰력이며,  $\rho$ 는 밀도이다.

岩垣雄一(이와가끼,1956)과 van Rijn(1984)은 토사입경으로부터 임계마찰력을 바로 산정할 수 있는 양해법 산정식을 개발하였다. 또한, 유동혼과 이정영(1999)은 이와가끼와 van Rijn의 식을 보다 간편하게 나타내기 위하여 관측자료를 3개 구간으로 나누어 회귀분석하여 제시하였다. 본고에 제시된 무차원수를 도입하여 이 산정식들의 기본형을 지수형으로 표기하면 다음과 같다.

$$F_{*c} = \gamma N^{\delta} \quad (3)$$

여기서  $N$ 은 레이놀즈-후루드수 무차원수이며 다음과 같다.

표 1. 임계마찰력 산정식의 계수  $\gamma$ 와  $\delta$ 의 값

식의 종류	N 구간	$\gamma$	$\delta$
이와가끼	$N < 2$	0.373	0
	$8 < N < 54$	0.443	-0.22
	$54 < N < 162$	0.184	0
	$162 < N < 660$	0.1	0.13
	$660 < N$	0.224	0
van Rijn	$N < 8$	0.49	-1/3
	$8 < N < 40$	0.37	-0.2
	$40 < N < 90$	0.2	-1/30
	$90 < N < 1980$	0.11	0.1
	$1980 < N$	0.235	0
유동훈-이정영	$1 < N < 88$	0.4	-0.2
	$88 < N < 2362$	0.1	0.11
	$2362 < N$	0.235	0

$$N = \frac{\sqrt{(s-1)g\phi^3}}{\nu} \quad (4)$$

$$F_{*c} = \exp[-2.83 + 0.17 \ln N + \frac{5.3}{2.5 + 0.22N}] \quad (5)$$

$\nu$ 는 동점성 계수이다. 식 (3)에서 무차원수  $N$ 의 구간에 따른  $\gamma$ 와  $\delta$ 의 산정치는 표 1에 제시되어 있다.

지수형 산정식을 하나의 약산식으로 표기하면 다음과 같다(유동훈, 김창식, 1995).

본 연구에는 van Rijn식을 사용하여 임계마찰후루드수를 추정하였다.

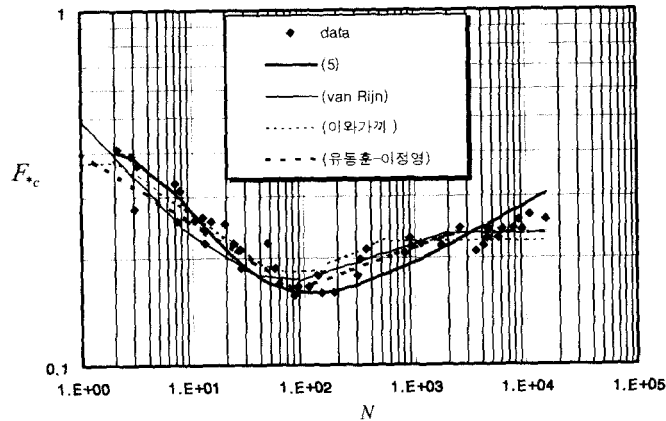


그림 1. 레이놀즈-후루드수( $N$ )에 대한 임계마찰후루드수( $F_{*c}$ )

### 3. 기존 소류사량 산정식의 이론 분석

기존 소류사량 산정식 중 Einstein식, Kalinske식, van Rijn식, Sato-Kikkawa-Ashita식, Shinohara-Tsubaki식 등을 비교 검토하고, 형식의 통일을 기한 후 각 산정식 중 우수한 개념 또는 합리적인 유도과정을 추출한 후 종합적인 개선책을 마련하고자 한다.

#### 3.1 Einstein식

Einstein(1942)은 토사입경  $\phi$  대 이동거리  $L$ 의 비가 일정한 상수이며, 즉  $L/\phi = \lambda$ , 토사가 세굴되어 상향 이동할 때 상향이동속도  $w_L$ 가 침강속도  $w_f$ 에 비례한다, 즉  $w_L \propto w_f$ 라는 가정하에 다음과 같은 무차원수를 도출하였다.

$$\Phi_E = \frac{q_b}{w_f \phi} \quad (6)$$

여기서  $q_b$ 는 단위폭 당 소류사 이동량이며,  $\Phi_E$ 는 Einstein 무차원수라 칭한다. 마찰속도가 작을 때 Einstein은 다음과 같은 상관관계가 성립함을 발견하였다.

$$\Phi_E = \exp(0.766 - 0.391 F_*^{-2}) \quad (7)$$

여기서  $F_*$ 는 마찰후루드수로서 다음과 같다.

$$F_* = \frac{u_*}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (8)$$

식 (8)에서  $u_*$ 는 마찰속도이다.

또한 Brown은 실험관측결과로부터 보다 광범위한 조건에서 보다 간단한 형태의 상관식을 다음과 같이 도출하였다.

$$\Phi_E = 40 F_*^6 \quad (9)$$

보다 광범위한 조건에 적합한 상기식 (9)를 Einstein-Brown식이라 칭한다.

#### 3.2 Kalinske식

Kalinske(1947)는 상향이동속도가 마찰속도  $u_*$ 에 비례한다, 즉  $w_L \propto u_*$ 라고 가정하였으며 다음과 같

은 무차원수를 도출하였고

$$\Phi_K = \frac{q_b}{u_* \phi} \quad (10)$$

실험자료로부터

$$\Phi_K = 10 F_*^4 \quad (11)$$

를 유도하였으며 보다 광범위한 조건에 대하여 Einstein식과 유사한 형태로 다음과 같은 식을 제시하였다. 이를 Kalinske-Frijlink식이라 칭한다.

$$\Phi_K = \exp(1.61 - 0.27 F_*^{-2}) \quad (12)$$

Einstein식이나 Kalinske식은 무차원수를 도입하여 수식 이용에 편의성과 일반성을 제공하였으나 1차적인 모순은 두 식 모두 임계마찰력에 관계없이 토사이동량이 산정된다는 점이다. 즉 저면마찰력이 임계마찰력 보다 작더라도 식 (9) 또는 식 (10)은 소류사이동량을 산정한다. 더욱이 마찰력이 작을수록 소류사량을 크게 산정하는 경향이 있다.

Einstein식과 Kalinske식은 소류사량 산정에 있어서 내포하고 있는 모순의 근본원인은 여러 가지 가정 중 두 가지 가정에서 발견된다. 하나는 토사이동거리  $L$ 이 입경  $\phi$ 에 단순 비례한다는 가정이며, 다른 하나는 상향이동속도  $w_L$ 이 침강속도  $w_f$  또는 마찰속도  $u_*$ 에 비례한다는 가정이다. 상기 모순의 개선책으로 다음과 같은 관계식이 성립한다고 가정할 수 있다.

$$\frac{L}{\phi} = \gamma_1 (S-1)^{1-x} \quad (13)$$

$$w_L = \gamma_2 (u_* - u_{*c}) \quad (14)$$

여기서  $u_{*c}$ 는 임계마찰속도,  $\gamma_1$ 과  $\gamma_2$ 는 비례상수,  $x$ 는 경험계수이고  $S$ 는 활동지수(mobility ratio)라 칭하며 다음과 같다.

$$S = \frac{u_*}{u_{*c}} = \frac{F_*}{F_{*c}} \quad (15)$$

van Rijn(1984)은  $S^2 - 1 = T$  라 명하고 이동단계지수(transport stage parameter)라 칭하였다.

이상의 가정을 이용하면 다음과 같은 무차원수가 도입된다.

$$\Phi = \frac{q_b}{(u_* - u_{*c})\phi} = \varepsilon(S-1)^{x-1} f(F_* \text{ or } N) \quad (16)$$

여기서  $\varepsilon$ 는 경험계수이고 함수  $f(F_* \text{ or } N)$ 는 실험자료와의 비교로서 여러 형태의 관계식을 도출할 수 있다

식 (16)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/w_f$  를 곱해주고  $F_{*c}$  산정식 (3) 중 van Rijn식 또는 유동훈-이정영 (1999)식을 이용하면 Einstein의 식은 다음과 같이 전개된다.

$$\Phi_E = \frac{q_b}{w_f\phi} = \beta \varepsilon (S-1)^x f(F_* \text{ or } N) \quad (17)$$

여기서 비례상수  $\beta = F_{*c}/F_f$ 이며,  $F_f$ 는 침강후루드수로서 다음과 같다.

$$F_f = \frac{w_f}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (18)$$

식 (17)은 Einstein식과 동일한 무차원수를 사용하나 활동지수  $S$ 를 도입하여 임계마찰력의 효과를 분명히 보여주고 있다.

마찬가지로 식 (16)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/u_*$ 을 곱해주면

$$\Phi_K = \frac{q_b}{u_*\phi} = \varepsilon (S-1)^x S^{-1} f(F_* \text{ or } N) \quad (19)$$

식 (19)는 Kalinske의 무차원수를 구하는 형태로 표현되나 식 (17)과 비례상수  $\beta$ 가 도입되지 않는다.  $\beta$ 는 변이폭이 크기 때문에 식 (17)보다 식 (19)가 유리할 것으로 판단된다. 반면에  $S$ 의 역수가 포함되기 때문에 불리할 가능성도 있다. 또한 식 (16)의 양변에  $(u_* - u_{*c})/u_{*c}$ 를 곱하면 또 다른 무차원수의 형태인

$$\Phi_Y = \frac{q_b}{u_{*c}\phi} = \varepsilon (S-1)^x f(F_* \text{ or } N) \quad (20)$$

로 표현된다.

상기 식 (17), (19), (20)에 도입된 무차원수에서  $w_f$ ,  $u_*$ ,  $u_{*c}$  등은 명확히 결정되지 못하는 수치이다. 이들 변수 대신에 여러 종류의 후루드수를 도입하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\Phi_B = F_t\Phi_E = F_*\Phi_K = F_{*c}\Phi_Y \quad (21)$$

여기서  $F_t$ 는 침강속도  $w_f$ 와 종말속도  $w_t$ 가 거의 같다고 가정한 종말후루드수로서 다음과 같다.

$$F_t = \frac{w_t}{\sqrt{(s-1)g\phi}} \quad (22)$$

즉 식 (20)에 임계마찰후루드수  $F_{*c}$ 를 도입하면 다음과 같이 Meyer-Peter and Mueller(1948)가 도입한 무차원수가 된다.

$$\Phi_B = \frac{q_b}{\sqrt{(s-1)g\phi^3}} = \varepsilon(S-1)^x F_{*c} f(F_* \text{ or } N) \quad (23)$$

이상 논의된 바와 같이 토사이동량 산정식 비교를 위하여 무차원수를 도입하였는데 Meyer-Peter and Mueller가 제시한 무차원수  $\Phi_B$ 에 도입된 기준치는 토사입경에 따라 정확히 산정되기 때문에 가장 유리한 무차원수인 것으로 판단된다. 한편 다른 연구자들이 제안한 무차원수들도  $\Phi_B$ 과의 상관관계가 간단히 유도된다.

### 3.3 van Rijn식

van Rijn(1984)은 소류사 이동량을 소류사 이동속도, 이동높이(소류사층의 두께)와 평균농도의 곱으로 산정할 것을 제시하고 각각의 관계식을 실험결과로부터 도출하여 소류사량 산정식을 개발하였다. van Rijn 소류사 산정의 기준식은 다음과 같다.

$$q_b = c_b u_b \delta_b \quad (24)$$

여기서  $c_b$ 는 소류사 평균농도,  $u_b$ 는 소류사 평균 이동속도,  $\delta_b$ 는 소류사층의 두께이다. van Rijn은 이동높이 또는 소류사층의 두께는 입자의 도약고와 동일하다고 가정하였다. 입자의 도약고는 이동단계지수  $T$

와 무차원입경  $D_{gr}$  두 개의 무차원수와 그 관계로부터 산정식을 도출했는데, 부정확도를 10%로 보았으며 다음과 같다.

$$\frac{\delta_b}{\phi} = 0.3 D_{gr}^{0.7} T^{0.5} = 0.3 N^{0.47} (S^2 - 1)^{0.5} \quad (25)$$

여기서  $\delta_b$  는 도약고이고,  $\phi$ 는 입자의 입경이다. van Rijn의 무차원수인 이동단계지수  $T$ 와 무차원입경  $D_{gr}$ 은  $R - F$ 수  $N$  과 활동지수  $S$ 와의 관계를 이용하여 각각 다음과 같이 표현한다.

$$D_{gr} = \phi \left[ \frac{(s-1)g}{v^2} \right]^{1/3} = N^{2/3} \quad (26)$$

$$T = \frac{u_*^2 - u_{*c}^2}{u_*^2} = S^2 - 1 \quad (27)$$

도약고의 특징을 보면 소류사의 도약 높이는 물의 깊이와는 관계가 없으나, 이동단계지수  $T$ 가 증가할수록 도약 높이는 증가한다.

도약길이  $\lambda_b$  의 산정식은 이동단계지수  $T$ 와 입자의 변수를 가지고 식을 유도한 것인데, van Rijn은 정확도를 50%로 보았다. 같은 이동단계지수  $T$ 에서 작은 입자는 큰 입자보다 상대적으로 짧은 도약을 보여준다. 이는 입계마찰속도는 작은 입자인 경우에 매우 작기 때문이다. 도약 길이의 산정식은 다음과 같다.

$$\frac{\lambda_b}{\phi} = 3 D_{gr}^{0.6} T^{0.9} = 3 N^{0.4} (S^2 - 1)^{0.9} \quad (28)$$

입자의 속도  $u_b$ 를 Bagnold는 일정하게 계속할 경우 다음과 같이 가정하였다. 즉 그 속도는 입자에 작용하는 평균 유체 항력이 하상위에서 입자에 의해 유발되는 평균 수평 마찰력과 평형을 이루는 속도이다. 이 관계를 이용하여 van Rijn은 입자의 이동속도에 대한 식으로 두 개의 공식을 유도하였는데 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{u_b}{u_*} &= 9 + 2.6 \log D_{gr} - 8 \left\{ \frac{\Psi_c}{\Psi} \right\}^{0.5} \\ &= 9 + 0.75 \ln N - 8 S^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{u_b}{\sqrt{(s-1)g\phi}} = 1.5 T^{0.6} = 1.5 (S^2 - 1)^{0.6} \quad (30)$$

van Rijn은 식 (29)의 부정확도를 10%정도로 보았으며 식 (30)의 부정확도를 20%정도로 추정하였다. 그러나 그 자신이 수집한 관측자료와 비교하여 식 (29)도 경우에 따라 20% 이상의 오차를 보이고 있음을 확인하였다.

한편 소류사의 농도식은 다음과 같이 유도하였다.

$$\frac{c_b}{c_o} = 0.18 \frac{T}{D_{gr}} = 0.18 N^{-0.67} (S^2 - 1) \quad (31)$$

이때  $c_b$ 는 소류사 농도이며, 최대 소류사 농도  $c_o$ 는 0.65이다.

식 (25), 식 (30), 식 (31)을 식 (24)에 대입하고 정리하면, 다음과 같은 van Rijn 소류사량 공식이 유도된다.

$$\Phi_B = 0.053 T^{2.1} D_{gr}^{-0.3} = 0.053 N^{-0.2} (S^2 - 1)^{2.1} \quad (32)$$

그러나 수심이 작고 입자의 크기가 0.1mm이상인 경우 식 (32)은 상당히 큰 오차를 유발하여 주의를 요한다. 이는 토사입경이 큰 경우 소류사량을 작게 산정할 것이다. 그림 2는 van Rijn 소류사량 공식 (32)의 산정치와 관측자료를 비교하여 도시하였다.

van Rijn 소류사량 공식은 몇 가지 문제점이 있다. van Rijn 공식의 첫 번째 문제점은 소류사량 공식을 유도함에 있어서 공식을 이루고 있는 각각의 식에는

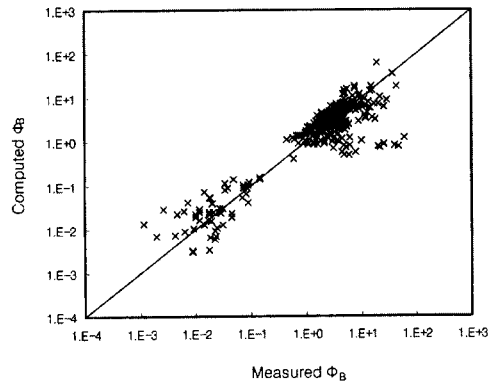


그림 2. van Rijn 소류사량 산정치와 관측자료의 비교

모두 상당한 오차를 내포하고 있다는 점이다. 특히 소류사의 이동속도산정식 (30)를 van Rijn 소류사량 산정식에 도입하였는데 이 산정식이 가장 큰 오차를 유발하는 것으로 판단된다. van Rijn 자신은 이 산정식의 오차가 20% 정도로 추정하였는데 실제로는 훨씬 더 큰 오차를 유발하고 있으며 특히 마찰속도  $u_*$ 를 도입하지 않은 점에 주목하게 된다. 두 번째로는 소류사량 공식의 적용 범위가 한정적인데 큰 문제가 있다. 하상을 구성하고 있는 성분은 모래뿐만이 아니라 자갈 또는 실트와 같은 미립자도 포함될 수 있기 때문에 적용 범위를 한정하였다. van Rijn은 상기 산정의 적용 범위를  $0.2 \text{ mm} < \phi < 2 \text{ mm}$  로 제한하였는데, 이러한 제한의 주원인이 토사이동속도 관계식의 부정확성 때문인 것으로 판단된다.

### 3.4 Sato-Kikkawa-Ashita식

강주복(1997)의 수리학 교재에 소개된 Sato-Kikkawa-Ashita(1958) 산정식의 원형은 다음과 같다.

$$q_b = \frac{u_*^3}{(s-1)g} f_1\left(\frac{\tau_o}{\tau_c}\right) f_2(n) \quad (33)$$

상기식의 경우 Manning의 조도계수에 대한 함수식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_2(n) &= 0.623 & (0.025 \leq n) \\ f_2(n) &= 0.623(40n)^{-3.5} & (n \leq 0.025) \end{aligned} \quad (34)$$

식 (33)에서  $s$ 는 상대밀도이며,  $n$ 은 Manning의 조도계수,  $\tau_o$ 는 저면마찰력,  $\tau_c$ 는 임계마찰력이며  $f_1\left(\frac{\tau_o}{\tau_c}\right)$ 는 저면마찰력과 임계마찰력의 비에 대한 함수로 다음과 같다.

$$f_1\left(\frac{\tau_o}{\tau_c}\right) = \frac{1}{1+8(\tau_c/\tau_o)^4} \quad (35)$$

식 (33)의 양변을  $\sqrt{(s-1)g\phi^3}$ 으로 나누고 무차원 수  $S$ ,  $F_*$ 의 항을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Phi_B = \left(\frac{1}{1+8S^{-8}}\right) f_2(n) F_*^3 \quad (36)$$

### 3.5 Sinohara-Tsubaki식

Sinohara-Tsubaki(1959) 산정식의 원형은 다음과 같다.

$$\Phi_B = 25 \tau_e^{2.3} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}}\right) \quad (37)$$

여기서

$$\tau_{*e} = \frac{u_{*e}^2}{(s-1)g\phi} = F_*^2 \quad (38)$$

$$u_{*e} = \left(\frac{C_f}{C}\right)^{\frac{1}{4}} u_* \quad (39)$$

$\tau_{*c}$ 는 전마찰력이며,  $\tau_{*e}$ 는 표면마찰력,  $u_{*e}$ 는 표면마찰속도,  $C$ 는 전마찰계수,  $C_f$ 는 표면마찰계수이다. 표면마찰력을 계산하기 위한 등가조고는  $k_w = \phi_{65}$ 로 가정하였다. 식 (37)을  $F_*$ 와  $F_{*c}$ 의 항으로 변환하고 활동지수 식 (15)를 적용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Phi_B = 25(S^2 - 1) F_{*c}^2 F_*^{2.6} \quad (40)$$

## 4. 소류사량 산정식의 개선

van Rijn(1984)은 이론적인 해석으로 토사이동속도 관계식을 도출하였는데, 본 연구에서 van Rijn이 제시한 토사이동속도 관계식이 실험 결과와 상당한 차이점이 있음을 인식하고 관측자료를 이용하여 보다 정확한 토사이동관계식을 도출하였으며, 이들 개선된 관계식을 이용하여 새로운 소류사량 산정식을 개발하였다. 먼저 van Rijn식에서 입자의 도약고, 입자의 이동속도, 소류사 평균농도 등의 식을 재분석하면 다음과 같다.

입자의 도약고

$$\frac{\delta_b}{\phi} = 0.48(S-1)^{0.82} N^{0.47} \quad (41)$$

입자의 이동속도

$$\frac{u_b}{u_*} = 7.25(S-1)^{0.2} \quad (42)$$

소류사 평균농도

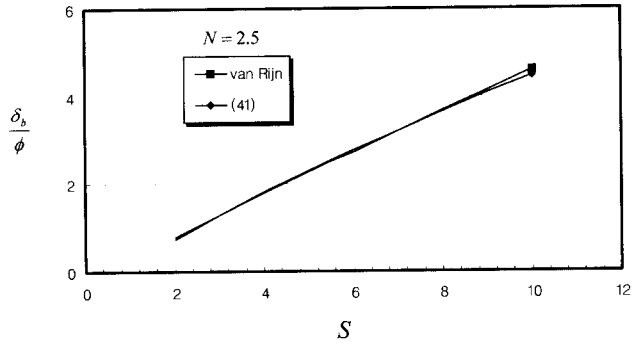


그림 3. 입자의 도약고

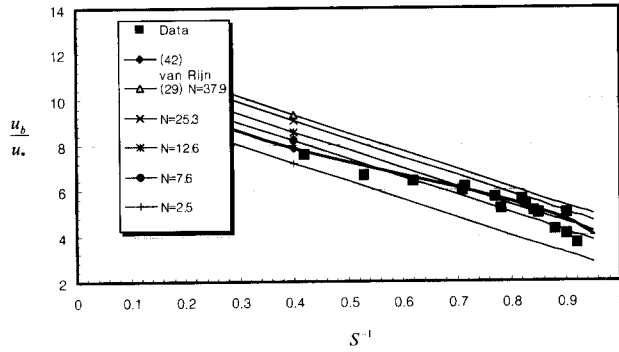


그림 4. 입자의 이동속도

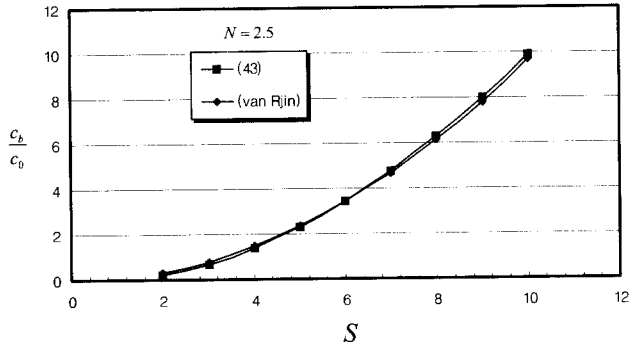


그림 5. 소류사 농도

$$\frac{c_b}{c_o} = 0.35 (S-1)^{1.8} N^{-2/3} \quad (43)$$

van Rijn 소류사량 공식에서 이용된 입자의 도약고, 입자의 이동속도, 소류사 농도에 대한 식을 N과 활동

지수를 이용하여 식 (41), 식 (42), 식 (43)에 제시하였고 그림 3, 그림 4, 그림 5에 도시하였다. 그림 3에 도시된 바와 같이 활동지수 S가 10보다 작을 때 식 (25)와 거의 일치됨을 알 수 있다. 그림 4에 비교된 바와 같이 van Rijn이 제시한 식 (30)은 실험자료와 비교하여 상당한 오차를 보여주고 있는 반면에 식



표 2. 여러 종류의 소류사량 산정식과 일치율

공 식		$\Phi_B$	일치율(%)		
			$0.75 \leq r \leq 1.5$	$0.5 \leq r \leq 2.0$	$0.33 \leq r \leq 3.0$
Einstein - Brown	기존식	$40F_*^6 F_t$	18.0	63.0	89.0
	조정식	$60(S-1)^3 F_*^3 F_c F_t$	57.5	82.6	92.9
Kalinske	기존식	$10F_*^5$	5.3	22.0	71.0
	조정식	$25(S-1)^2 F_*^2 F_c F_*$	70.0	83.7	93.8
Sato - Kikkawa - Ashita	기존식	$6.23F_*^3 / (1 + 8S^{-8})$	14.7	50.7	83.8
	조정식	$0.4(S^2 - 1)^{1.5} F_*^3$	52.0	76.0	86.0
Sinohara - Tsubaki	기존식	$25(S^2 - 1)F_*^2 F_c F_*^{2.6}$	74.0	92.0	97.0
van Rijn	기존식	$0.053N^{-0.2}(S^2 - 1)^{2.1}$	49.6	73.4	89.4
	조정식	$0.5N^{-0.2}(S - 1)^3$	51.9	76.1	87.6
Present Model	Yoo 기존식	$0.8N^{-0.2}(S - 1)^{2.8} F_*$	53.7	71.1	85.5
	조정식 I	$1.7N^{-0.2}(S - 1)^2 F_*$	58.0	80.0	90.0
	조정식 II	$54N^{-0.2}(S - 1)^2 F_*^2 F_c F_*^{1.3}$	70.8	88.2	95.0

(29)은 실험자료와 비교하여 거의 일치하는 결과를 보여주고 있다. 또한 그림 5에 제시된 바와 같이 활동지수 S가 10보다 작을 때 식 (43)는 van Rijn이 제시한 식 (31)과 거의 일치됨을 알 수 있다.

### 5. 소류사량 산정식의 비교

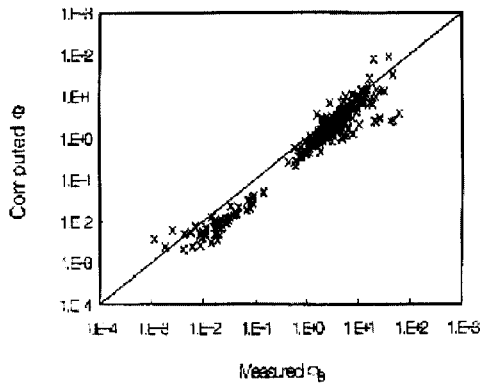
이상의 검토된 산정식들을 모두 Meyer-Peter and Mueller(1948)의 무차원수  $\Phi_B$ 로 정리하여 표 2에 제시하였다. 표 2에 제시된 것 중 기존식으로 표기된 수식들이 바로 이상의 검토된 산정식들이다. 이들 산정식들을 본고에 제시된 무차원수로 통일하여 표기하였는데, 대부분  $F_*$ 가 주요 관련변수이며, Einstein-Brown식은 종말후루드수가 주요변수로, Kalinske식은  $F_*$ 만이 주요 관련변수이다. Sato-Kikkawa-Ashita 식은 활동지수 S가 포함되어 있고 Sinohara-Tsubaki식은 활동지수 S와  $F_*$ 가 주요변수이다. van Rijn식은  $N^{-0.2}$ 로 표현되는 토사입경의 영향과 입계마찰속도를  $(S-1)$ 로 고려하였으나 토사이동의 주요 인자로 판단되는 마찰속도 또는 마찰속도가 포함

된  $F_*$ 의 영향이 충분히 고려되지 않았다.

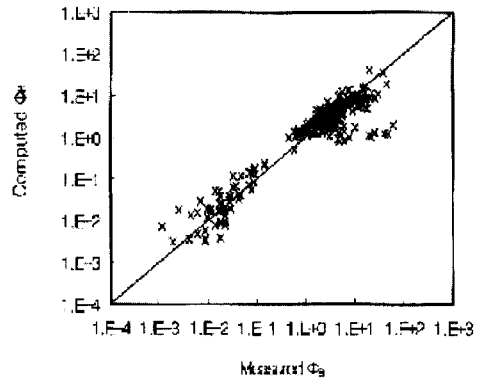
소류사량 산정식의 검증을 위하여 자료가 방대하고 다양하며 제시된 수리조건이 명확한 Brownlie(1981)의 자료를 이용하였다. Brownlie의 자료집(1981)에는 7,000여 개의 실험 수로 및 하천 실측자료가 있다.

Brownlie의 자료를 보면 하상의 형태에 따라서 8가지 자료로 구분하고 있다. 먼저 평탄하상 가가이서 막 움직이는 형태, 그리고 Ripples, Dunes, Transition, Plane bed, Standing waves, Antidunes, Chute-pool로 구분하고 있다. 이 중 van Rijn이 제시한 소류사와 부유사의 구분방법을 사용하였다. van Rijn은 소류사와 부유사를 구분함에 있어서 사립자의 최대도약고를 운동방정식으로 기술하고 입자가 최대도약고보다 낮게 도약하면 소류사로, 더 높이 도약하면 부유사로 구분하였다. 이를 마찰속도  $u_*$ 와 침강속도  $w_f$ 의 함수로 표시하고,  $u_*/w_f < 1$ 이면 소류상태,  $u_*/w_f > 1$ 이면 부유상태가 된다고 제시하였다. 이를 통하여 구한 자료의 수는 대략 340개이다.

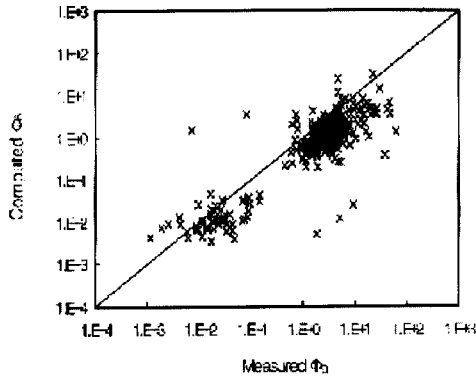
그림 6은 기존 공식을 Brownlie(1981)에 의해 전 세계에서 수집한 실측 유사량 자료와 각 공식의 산정



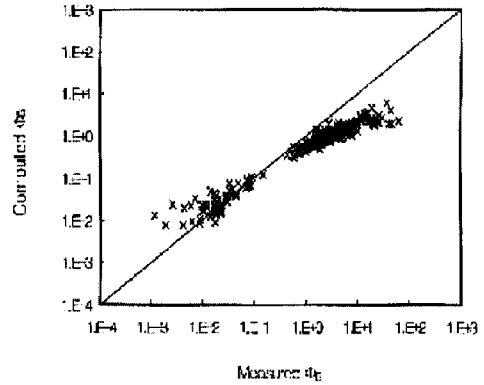
(a) Einstein-Brown 기준식



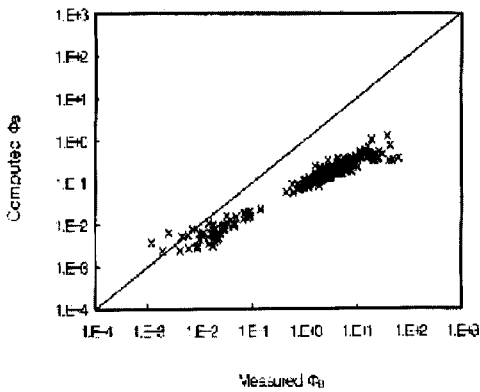
(b) Einstein-Brown 조정식



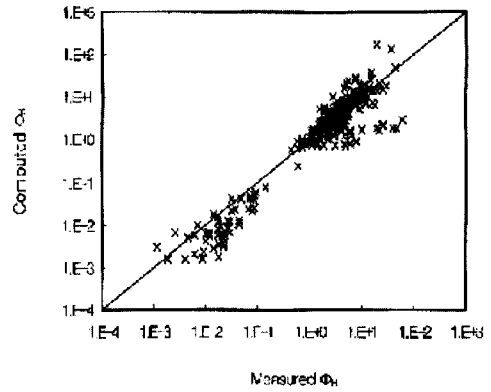
(c) Kalinske 기준식



(d) Kalinske 조정식



(e) Sato-Kikkawa-Ashita 기준식

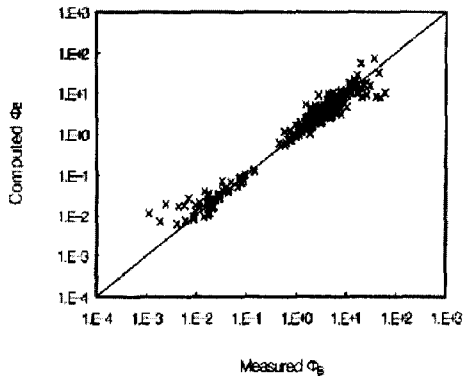


(f) Sato-Kikkawa-Ashita 조정식

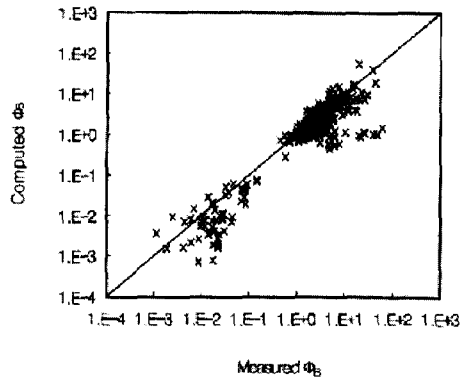
그림 6. 여러 종류의 소류사량 산정식 추정치와 관측자료의 비교(계속)

치와의 비교를 도기한 것이다. 토사이동량이 작을 때 또는 마찰후루드수가 작을 때  $(F_* - F_{*c})$ 나

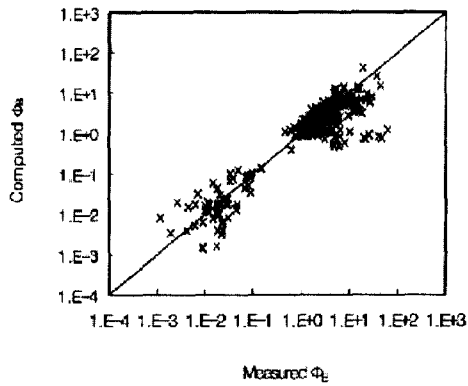
$(S-1)$  또는  $(S^2-1)$ 을 고려치 않은 산정식들은 상당히 큰 오차를 유발하고 있는데, 임계마찰속도와의



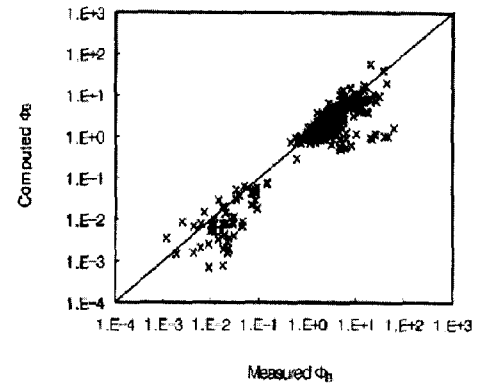
(g) Sinohara-Tsubaki 기준식



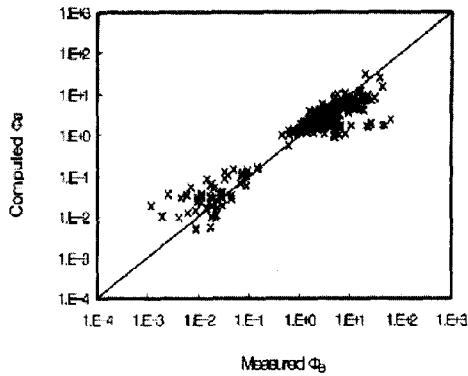
(h) van Rijn 조정식



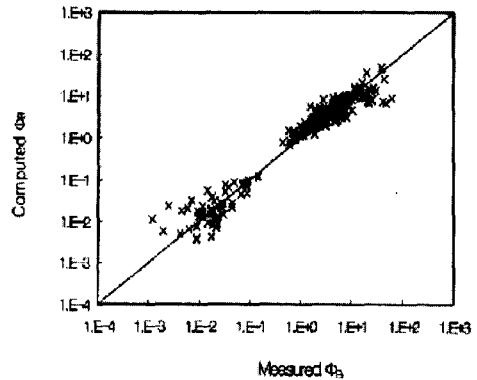
(i) Van Rijn 기준식



(j) Yoo 기준식



(k) Yoo 조정식 I



(l) Yoo 조정식 II

그림 6. 여러 종류의 소류사량 산정식 추정치와 관측자료의 비교

차이를 고려하면 마찰후루드수가 작은 구간에서의 오차를 줄일 수 있다. 이러한 점에 착안하여 우선 기준

공식들의 기본형태를 유지하고 임계마찰속도와와의 차 또는  $(F_* - F_{*c})$ 를 주요 비례상수로 택하였다.

## 6. 결 론

Brownlie 자료를 이용한 회귀분석 방법을 적용하여 각각의 기존식에 대한 회귀분석식을 개발하였으며 이 회귀분석식들을 이용하여 임계마찰속도와와의 차이를 고려한 후 변수의 계수들을 정수화하여 수정식을 제시하였다. 이 수정식들은 기존식에 비하여 정밀도가 높은 편이다. 특히  $F_*$ 와  $F_{*c}$ 와  $(S^2 - 1)$ 를 함께 고려한 Sinohara-Tsubaki의 식이 정밀도가 높다.

비교적 우수한 공식으로 알려진 van Rijn 공식의 이론을 근간으로 하고 van Rijn 공식의 문제점을 개선하여 새로운 소류사량 산정식을 유도할 수 있다. 식 (41), (42), (43)을 식 (24)에 도입하면

$$\phi_B = 0.8N^{-0.2}(S-1)^{2.8} F_* \quad (44)$$

이 유도된다. 타 공식과 비교하여 van Rijn식과 새로운 소류사량식들은 관련수가 토사입경과 밀접한 관련이 있는 무차원수  $N$ 과 역비례관계가 성립하는 것으로 나타났다. van Rijn 공식 (32)에는 활동지수  $S$ 와 무차원수  $N$ 만을 고려하였는데 상기식 (44)은  $S$ 와  $N$ 과 함께 마찰속도가 포함된  $F_*$ 를 고려하여 마찰 후루드수를 중요시하고 van Rijn식 중 소류사 이동속도 산정식(29)을 보완하였다. 한편 Brownlie의 관측자료를 회귀분석하여 구한 식들의 지수나 비례상수들을 단순화하여 구한 조정식은 다음과 같다.

$$\phi_B = 1.7N^{-0.2}(S-1)^2 F_* \quad (45)$$

표 2에 도시된 바와 같이 van Rijn 조정식 (45)의 정밀도는 조정전보다 상당히 향상되었으나 임계마찰력을 고려한 Sinohara-Tsubaki 기존식 보다는 정밀도가 낮다. 이에 Sinohara-Tsubaki 식에 포함된 임계마찰력이 소류사량 산정식에 중요한 요소로 판단되어 조정식 (45)에 임계마찰력을 대입하여 새로운 형태의 조정식을 개발하였다. 재조정식은 다음과 같다.

$$\phi_B = 54N^{-0.2}(S-1)^2 F_{*c}^2 F_*^{1.3} \quad (46)$$

상기식 (46)을 포함하여 이상의 조정식들은 회귀분석하여 구한 본래의 식들과 비교하여 전반적으로 향상된 정밀도를 보이고 있으며, Einstein-Brown식이나 Kalinske식 등에 있어서는 주어진 오차범위에서 조정식들이 회귀분석식들 보다 정밀도가 상당히 높은 것으로 나타났다.

본 연구는 기존의 토사이동량 산정식의 문제점을 파악하고 임계마찰력 개념을 도입한 새로운 소류사량 산정식으로 Brownlie(1981)의 토사이동량 실험자료를 분석하여 관계수를 회귀분석하여 결정하였다. 이러한 과정에서 기존의 소류사량 산정식의 불합리성과 적용상의 어려움을 확인하였다.

소류사량 산정식의 경우 무차원화 하였을 때 기존의 소류사량 산정식의 복잡한 표기와는 달리 계산과정의 단순화가 가능하였다. 또한, 주로 임계마찰력에 대한 마찰력의 잉여치를 관측자료에 대비하여 각 수치를 회귀분석하여 조정식을 개발하였다. 조정된 토사이동량 산정식의 경우 기존 산정식에 비하여 정밀도가 향상되는 점을 확인할 수 있었다.

기존의 소류사량 산정식에 이용되었던 중요변수인 임계마찰력의 경우 양해법 산정식을 제시하여 계산과정의 단순화를 이루었다. 또한, 각 기존산정식을 Meyer-Peter and Mueller의 무차원수로 통일하여 정리하였으며, 각 공식에 임계마찰력을 도입하여 정밀도의 향상을 도모하였다. 그 결과 소류사량 산정식의 경우 임계마찰력의 도입이 매우 중요한 변수임을 밝혔다. 특히 본 연구의 소류사량 산정식 개발에 있어 주로 van Rijn의 접근방법을 도입하였는데 이는 그가 제안하는 방법의 명확성과 분석방법의 명료성 때문이다. 그가 제시한 중요 변수들의 제 관계식들을 보다 간단한 형식으로 도출하였고 이들 단순화된 관계식들을 도입하여 새로운 소류사량 산정식을 개발하였다. 그러나 조정식은 관측자료와 대비하여 적합한 경험계수의 수치를 도출하였는데 가능하면 정밀도를 유지하는 범위내에서 편리한 수치를 적용하였다. 최종적으로 van Rijn의 조정식에 임계마찰후루드수를 도입하여 정밀도를 상당히 향상시킨 재 조정식을 개발하였다.

van Rijn 재조정식의 결과로 부터 소류사량 산정식에 포함될 요소는 토사입경을 포함한 무차원수  $N$ 과 활동지수  $S$ , 마찰속도가 포함된  $F_*$  뿐만아니라 임계마찰력이 포함된  $F_{*c}$  또한 중요한 변수일 것으로 판단하였다. Brownlie의 관측자료와 비교한 결과 Sinohara-Tsubaki 식이 가장 우수한 것으로 나타났다. 그러나 van Rijn이 제시한 여러 관계식에 토사입경을 대표하는 무차원수  $N$ 이 포함되어 있고 토사입경의 크기가 소류사량에 직접적으로 영향을 미치는 것으

로 판단되어  $F_{*c}$ 뿐만 아니라  $N$ 이 포함된 산정식이 보다 광범위한 조건에 적합한 것으로 판단된다. 앞으로 van Rijn식에서 입자의 도약고 또는 입자의 이동속도식에 임계마찰력을 포함한 토사이동관계식을 개발해 이론적인 해석을 바탕으로 한 새로운 소류사량 산정식을 만들고 다양한 조건에서의 관측자료와 비교하여야 할 것이다.

### 참 고 문 헌

강주복 (1997). 수리학. 구미서관, pp. 534~560.  
 유동훈, 김창식 (1995). “불규칙파에 의한 연안류”, 한국해양·해양공학회지, 한국해양·해양공학회, 제7권, 제1호, pp. 12~13.  
 유동훈, 이정영 (1999). “하수관거의 최저유속”, 한국수자원학회논문집, 한국수자원학회, 제32권, 제4호 pp. 469~478.  
 한국건설기술연구원 (1991). 하상변동에측모형의 비교분석, 건기연 91-WR-112.  
 Browlie, W.R. (1981). “Compilation of alluvial channel data, laboratory and field.”, *Report KH-R-438*, W.M. Keck Lab. of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, California.  
 Einstein, H.A. (1942). “Formulas for the transportation of bed load.”, *Trans. Am. Soc. Civil Eng.*, p.107.  
 Kalinske, A.A. (1947). “Movement of sediment as bed-load in rivers.”, *Trans. Amer. Geophysical Union*, Vol. 28(4).  
 Lee, K.S. and Lee, N.J. (1992). “Comparative study of selected sediment-formulas.”, Abstracts of papers for annual meeting of Korean Society of Civil Engineers, pp. 121~124.

Meyer-Peter, E. and Mueller, R. (1948). “Formulas for bed load transport.”, *Proc. 2nd IAHR meeting*, Stockholm.  
 Van Rijn, L. C. (1984). “Sediment transport, Part I: bed load transport.”, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 10, pp. 1431~1456.  
 Van Rijn, L. C. (1984). “Sediment transport, Part II: suspended load transport.”, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 11, pp. 1613~1641.  
 Shinohara, K., and Tsubaki, T. (1959). “On the characteristics of sandwaves formed upon the beds of open channels and rivers.”, *Reports of Res. Insti. Appl. Mech, Kyushu Univ.*, Vol. VII, No. 25.  
 Shields. A. (1936). “Anwendung der ahnlichkeitsmechanik und der turbulenz forschung auf die geshiebe bewegung.”, *Mitt. der Preuss. Versuchsanst. fur Wasserbau und Schiffbau*, Heft 26, Berlin, Germany.  
 Woo, H. and Yoo, K. (1990). “Performance test of some selected sediment transport formulas.”, *Proc. 90 Nat. Hydr. Eng. Conf.*, ASCE, San Diego, Calif., 1, pp. 694~699.  
 Vanoni. Vito A. (1975). “Sedimentation Engineering.”, *Headquarters of the Society*, New York, N. Y. 10017, pp. 170~209.  
 岩垣雄一 (1956). “限界掃流力에 관한 基礎的 研究”, *日本土木學會論文集*, 제41호, pp. 1~21.

(논문번호:00-011/접수:2000.02.18/심사완료:2000.11.03)