

다공성 매질과 비투과성 벽면 사이의 경계면에 대한 열적 경계 조건

김 덕 종* · 김 성 진**
(2000년 5월 2일 접수)

On the Thermal Boundary Conditions at the Interface Between the Porous Medium and the Impermeable Wall

Duckjong Kim and Sung Jin Kim

Key Words : Porous Medium(다공성 매질), Thermal Boundary Conditions(열적 경계 조건), Micro-channel Heat Sink(마이크로채널 히트싱크), Sintered Porous Channel(소결된 다공성 채널)

Abstract

The present work investigates a heat transfer phenomenon at the interface between a porous medium and an impermeable wall. In an effort to appropriately describe the heat transfer phenomenon at the interface, the heat transfer at the interface between the microchannel heat sink, which is an ideally organized porous medium, and the finite-thickness substrate is examined. From the examination, it is clarified that the heat flux distribution at the interface is not uniform for the impermeable wall with finite thickness. On the other hand, the first approach, based on the energy balance for the representative elementary volume in the porous medium, is physically reasonable. When the first approach is applied to the thermal boundary condition, an additional boundary condition based on the local thermal equilibrium assumption at the interface is used. This additional boundary condition is applicable except for the very thin impermeable wall. Hence, for practical situations, the first approach in combination with the local thermal equilibrium assumption at the interface is suggested as an appropriate thermal boundary condition. In order to confirm our suggestion, convective flows both in a microchannel heat sink and in a sintered porous channel subject to a constant heat flux condition are analyzed. The analytically obtained thermal resistance of the microchannel heat sink and the numerically obtained overall Nusselt number for the sintered porous channel are shown to be in close agreement with available experimental results when our suggestion for the thermal boundary conditions is applied.

기호설명

c : 비열
 C : 유효열전도도의 비, $(=ck_f/(1-\varepsilon)k_s)$
 dp/dx : 압력강하율
 Bi : Equivalent Biot number, $(=h_1aH^2/k_s^*)$
 Da : Darcy number, $(=K/\varepsilon H^2)$
 D_i : Van Driest model 에서의 실험 상수
 h_m : Bulk mean temperature 에 기초한 열전달 계수

H : 높이
 k : 열전도도
 k_f^* : 유체 영역의 유효열전도도
 k_s^* : 고체 영역의 유효열전도도
 K : 투과도
 $Nu_{\infty,0}$: Overall Nusselt number, $(=2Hh_m/ck_f)$
 P : 무차원화된 압력강하율, $(=K(dp/dx)/\varepsilon\mu\mu_m)$
 q'' : Substrate 아래면에 주어지는 열유속
 T : 온도
 T_b : Bulk mean temperature
 T_w : 벽면의 온도
 u : 유체 속도
 u_m : 평균 유체 속도
 U : 무차원화된 유체속도

* 한국과학기술원 대학원 기계공학과

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과,

E-mail : sungjinkim@cais.kaist.ac.kr
 TEL : (042)869-3043 FAX : (042)869-3210

- w : Van Driest model 에서의 실험 상수
- w_c : 채널 폭
- w_w : Fin 의 폭
- x, y, z : Cartesian 좌표계
- Y : 무차원화된 y 좌표, ($=y/H$)
- Z : 무차원화된 z 좌표, ($=z/H$)
- α_s : Aspect ratio, ($=H/w_c$)
- ϵ : 공극률
- μ : 점성 계수
- θ : 무차원화된 온도
- ρ : 밀도
- $\langle \cdot \rangle_f$: 유체 영역에서 Volume-average 한 값
- $\langle \cdot \rangle_s$: 고체 영역에서 Volume-average 한 값

하첨자

- f : 유체
- s : 고체

1. 서론

다공성 매질은 내부에 기공을 함유하고 있는 매질로서 이 내부에서 유동이 발생할 경우 유체와 매질간의 접촉면적이 증대되고 섞임 현상이 왕성해 지면서 열 및 물질 전달이 촉진된다는 사실이 알려져 있다. 이러한 다공성 매질을 이용하여 열교환기나 냉각 기기에서의 열전달을 촉진하고자 하는 노력들이 계속되고 있지만, 다공성 매질 자체의 복잡한 형상으로 인해 매질 내부 및 경계에서의 정확한 열 및 물질 전달 메커니즘이 완전히

규명되어 있지 않은 실정이다. 특히 다공성 매질이 실제 적용되기 위해서는 비투과성 벽면과의 접촉이 불가피하기 때문에, 비투과성 벽면과 다공성 매질간 경계면에서의 열전달을 규명하여 경계면에 대한 적절한 경계 조건을 제시하는 일은 다공성 매질을 적용한 기기의 열전달 성능을 정확히 예측하고 제어하기 위해서는 필수적인 일이다[Fig. 1]. 따라서 이와 관련한 많은 연구가 진행되어 오고 있다. 먼저 Local thermal equilibrium 가정을 사용했을 때의 열전달 해석과 관련한 연구가 진행되었으며, 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계면에서 온도가 연속인지, 불연속인지를 밝혀내기 위해 노력하였다. Sahraoui 와 Kaviany^(1,2)는 원통을 쌓아 놓은 모양의 구조를 가지고 있는 다공성 매질과 비투과성 벽면이 경계면을 이루는 문제에 대한 수치 계산을 통해 다공성 매질에 대한 유효 열전도도를 상수로 취급할 경우 경계면에서 온도가 불연속이지만, 수치 계산을 통해 위치의 함수로 구한 유효 열전도도를 사용할 경우 온도 분포가 연속이라는 점을 보여주었다. 90년대 중반부터 고체와 유체간의 온도차를 중요하게 생각하여 Two-equation 모델을 많이 사용하게 되면서, 비투과성 벽면으로부터 이 벽면과 접촉하고 있는 다공성 매질의 고체, 유체부분으로 열이 어떻게 나뉘어 전달되는지에 대한 연구가 이뤄지기 시작했다. Amiri 등⁽³⁾은 균일한 열유속이 주어지는 비투과성 벽면으로부터 벽면과 접촉하고 있는 다공성 매질로 열전달이 이루어지는 문제를 다루기 위해, 다공성 매질 경계에서의 열전달 메커니즘과 관련한 두 가지 서로 다른 가설을 제시하였다. 첫째 가설(이하 First approach)은 고체와 기공을 채우고 있는 유체 각각의 물성에 따라 고체와 유체로 전달되는 열량이 불균등하게 나뉘어 진다는 것이며 수학적으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$q'' = -k_s \cdot \frac{\partial \langle T \rangle_s}{\partial y} \Big|_{wall} - k_f \cdot \frac{\partial \langle T \rangle_f}{\partial y} \Big|_{wall} \quad (1)$$

둘째 가설(이하 Second approach)은 벽면에서의 열유속이 균등하기 때문에 열이 고체와 유체로 균등하게 전달된다는 것이다.

$$q'' = -k_s \frac{\partial \langle T \rangle_s}{\partial y} \Big|_{wall} = -k_f \frac{\partial \langle T \rangle_f}{\partial y} \Big|_{wall} \quad (2)$$

Amiri 등은 상기 두 가설 중 Second approach 를 이용하여 Packed bed 에서의 열전달 문제를 해석하였으며, 벽면에서의 온도 분포 및 열전달 계수에 대한 수치 계산 결과를 실험 결과와 비교하여 서로 잘 일치한다고 발표하였다. 반면 Hwang 등⁽⁴⁾은

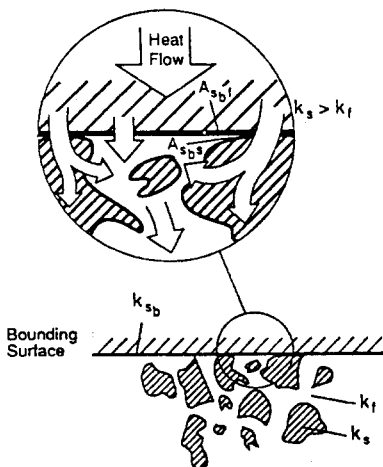


Fig. 1 Heat transfer at the interface between the porous medium and the impermeable wall⁽¹⁾

Sintered porous channel 에서의 열전달 문제를 수치 해석하는데 First approach 를 적용하여 벽면의 온도 분포 및 열전달 계수를 계산한 결과가 실험 결과와 잘 맞는다고 발표하였다. 두 연구 사례에서 볼 수 있는 것처럼 아직 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계면에서 일어나는 열전달 현상에 대한 명확한 규명이 이루어지지 않은 상태로 두 가설 중 어느 가설이 올바른가에 대한 의견이 분분한 실정이다. 경계 조건에 따라 구하는 해가 크게 달라진다는 점을 생각할 때, 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계면에 대한 올바른 경계 조건을 제시하는 일은 Packed bed 열교환기, 히트 파이프, 다공성 매질을 이용한 히트싱크, 단열재 등과 같이 다공성 매질이 사용되는 열전달 문제를 정확하게 해석하는 데 있어 핵심적이라 할 수 있다.

이에 본 연구에서는 First approach 와 Second approach 중 어느 것이 더 물리적으로 타당하며 실제 열전달 현상을 정확히 예측하는데 사용될 수 있는지를 명확히 밝혀 내고자 한다. 실제로 다공성 매질과 맞닿은 고체 경계면을 통하여 열전달이 일어날 때 Substrate 는 일정 두께를 가지게 된다. 따라서 2 절에서는 이상적인 다공성 매질이라 할 수 있는 마이크로채널 히트싱크에 일정 두께의 Substrate 가 부착되어 있을 때의 열전달 문제를 수치 해석함으로써 Substrate 와 히트싱크 경계면에서의 열전달 현상을 규명하여 두 가설 중 어느 것이 물리적으로 타당한지를 밝히고, 그에 따른 적절한 열적 경계 조건을 제시하고자 한다. 일반적으로 다공성 매질과 비투과성 벽면이 맞닿아 있는 문제를 다룰 때 열전달 촉진 및 억제에 있어 핵심적인 다공성 매질에 대한 해석에 초점을 맞추기 때문에 비투과성 벽면을 해석 범위에서 제외하기 마련이다. 따라서 3, 4 절에서는, 다공성 매질로 취급되는 마이크로채널 히트싱크나 Sintered porous channel 과 같은 다공성 매질과 비투과성 벽면이 접촉하여 열전달이 일어나는 문제를 해석하는데 있어 비투과성 벽면 부분을 해석 범위에서 제외하고 2 절을 통해 타당한 것으로 밝혀낸 가설을 다공성 매질의 경계면에 대한 조건으로 적용하여 실제 열전달 현상을 정확히 예측할 수 있는지를 살펴볼 것이다. 3 절에서는 마이크로채널 히트싱크를 일종의 다공성 매질로 다루는 경우에 두 가설 중 어떤 가설을 경계 조건으로 적용할 때 마이크로채널 히트싱크의 열저항 값을 정확하게 예측할 수 있는지를 살펴볼 것이며, 4 절에서는 Sintered porous channel 에서의 열전달 문제를 통해 더 복잡한 형상을 지닌 다공성 매질에서의 열전달 성능을 예측하는 데에도 앞서의 논의가 타당한지를 확인해 보고자 한다.

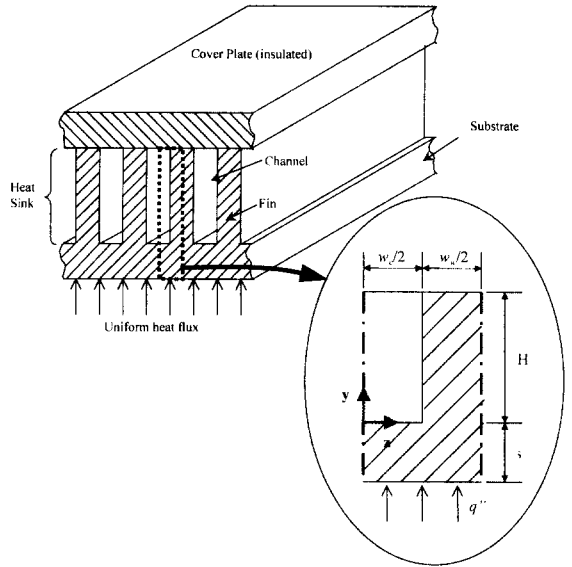


Fig. 2 Microchannel heat sink

2. 마이크로채널 히트싱크/Substrate 경계면에서의 열전달

다공성 매질은 일반적으로 그 구조가 복잡하고 다양하여 그 내부 및 경계면에서의 열전달 현상을 미시적으로 관찰하고 규명하는 것은 매우 어려운 일이다. 한편, Koh 와 Colony⁽⁵⁾는 채널의 크기가 매우 작은 마이크로채널 히트싱크 내의 열전달 현상이 다공성 매질 내의 그것과 유사하다는 점을 지적하였다. 따라서 본 연구에서는 다공성 매질에서의 열전달 특성과 유사하면서도 비교적 구조가 간단한 마이크로채널 히트싱크에서의 열전달 현상을 수치 해석함으로써 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계에서 일어나는 열전달에 대한 적절한 가설이 무엇인지 알아 보고자 한다.

본 연구에서 다루는 마이크로채널 히트싱크에서의 열전달 문제는 Fig. 2 와 같이 정의된다. 즉, Substrate 밑부분으로 균일한 열유속이 주어지고 Cover plate 는 단열이며 Fin 사이의 Channel 을 통하여 냉각 유체가 흘러가면서 열을 외부로 이동시키는 복합 열전달 문제(Conjugate heat transfer problem)이다. 일반적으로 열원에서 발생한 열은 Substrate 를 거쳐서 Heat sink 로 전달되기 때문에 본 연구에서는 계산 범위에 Heat sink 와 Substrate 를 모두 포함시켰으며 Fig. 2 의 확대된 모습과 같다. 이 문제를 해석하는데 있어 본 연구에서는 유

동이 완전 발달되었다는 것과 모든 물성치가 일정하다는 가정을 사용하였으며 유체 속도 분포는 Shah 와 London⁽⁶⁾이 사각 Duct 에 대해 발표한 엄밀해를 Fig. 2 에서 보여주는 좌표계로 변환하여 사용하였다.

$$u(y, z) = -\frac{4(dp/dx)w_c^2}{\mu_f \pi^3} \times \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^3} (-1)^{(n-1)/2} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{n\pi}{w_c}\left(y - \frac{H}{2}\right)\right)}{\cosh\left(\frac{n\pi H}{2w_c}\right)} \right] \cos\left(\frac{n\pi}{w_c} z\right) \quad (3)$$

한편, 온도 분포를 얻기 위해 필요한 에너지 방정식과 경계 조건을 정리하면 다음과 같다.

에너지 방정식 :

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho_f c_f u \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$$

경계 조건 :

$$\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=(w_c+w_w)/2} = 0 \quad (5a)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=-s} = q'' \quad (5b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} = 0 \quad (5c)$$

온도 분포를 얻기 위해서 고체 및 유체 영역을 모두 포함하는 전체 계산 범위에 대해 에너지 방정식 (4)를 경계 조건 (5a)-(5c)와 함께 Control-volume-based finite difference method 로 풀었다.⁽⁷⁾ 열전도도는 고체, 유체 영역별로 그에 맞는 값을 사용하되 유체와 고체간 경계면상의 열전도도는 Harmonic mean 방법으로 결정하였다. Grid 는 경계면 근처의 온도 및 열유속 분포를 정확하게 계산하기 위해 경계면 근처에 더 많은 Grid 를 배치한 Non-uniform grid 를 사용하였으며, Grid 의 개수는 Grid 수를 더 이상 늘려도 마이크로채널 히트싱크의 Nusselt number 의 변화가 1%미만인 40×90 개 (zxy)로 결정하여 Grid 수에 따른 영향을 배제하였다. 온도 분포를 얻은 후, Heat sink/Substrate 경계면 근처에서의 온도 분포를 이용하여 경계면에서의 열유속 분포를 계산할 수 있으며, 이를 통해 이상적인 다공성 매질이라 할 수 있는 마이크로채널 히트싱크와 비투과성 벽면간의 경계면에서 일어나는 열전달 양상을 쉽게 파악할 수 있게 된다. 만일 Substrate 의 두께가 없다면 Substrate 의 아래면에 주어지는 균일열유속 조건을 그대로 경계면

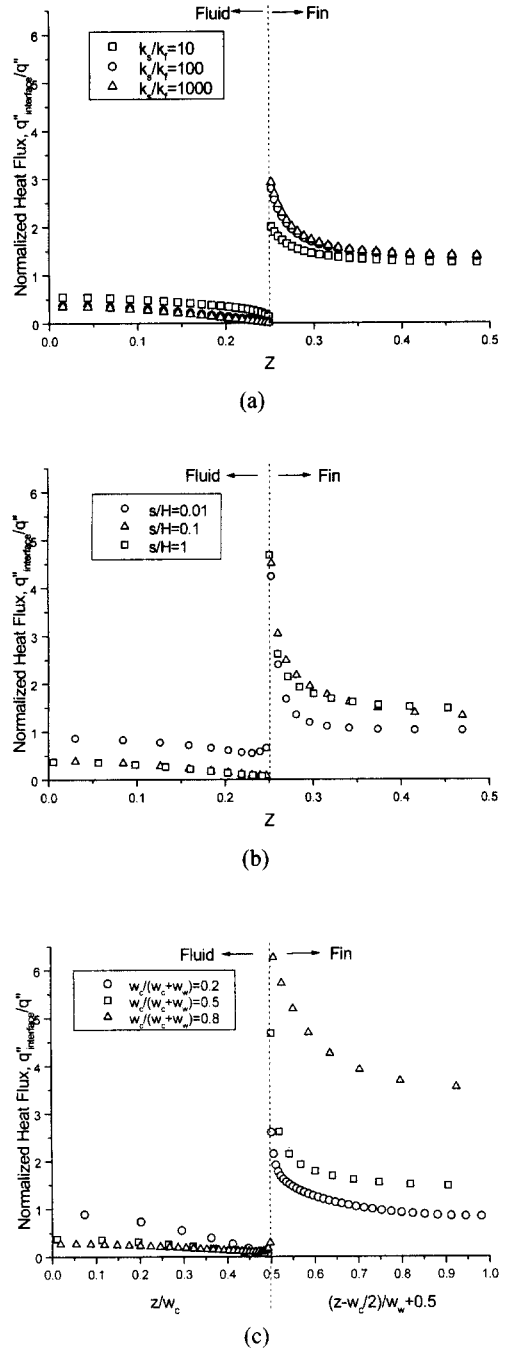
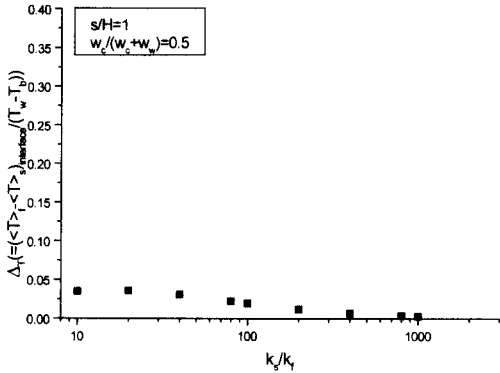
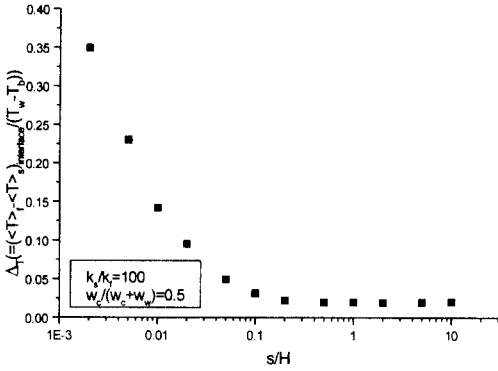


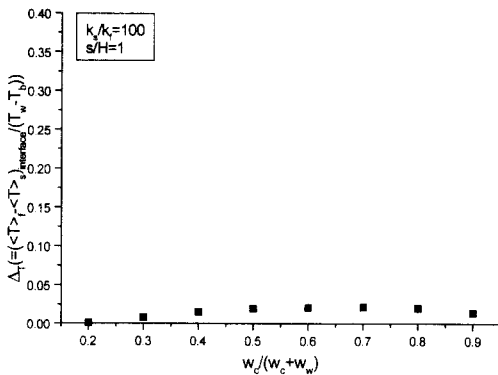
Fig. 3 Effects of parameters on the heat flux distribution at the interface: (a) Thermal conductivity ($s/H=1$, $w_c/(w_c+w_w)=0.5$); (b) Thickness of the substrate ($k_s/k_f=100$, $w_c/(w_c+w_w)=0.5$); (c) Width ratio of the microchannel heat sink ($k_s/k_f=100$, $s/H=1$) [$\alpha_s=2$, $H=100(\mu\text{m})$, $k_f=0.59(\text{W/mC}^\circ)$]



(a)



(b)



(c)

에 적용할 수 있으므로 Second approach 가 타당하다고 말할 수 있을 것이다. 하지만, 실제 Substrate 는 유한한 두께를 가지고 있으며 실제적인 경우에 대해 경계면에서의 열유속 분포를 살펴보면 Fig.3 에서 볼 수 있는 것처럼 균일하지 않음을 확인할 수 있다. 반면, First approach 는 다공성 매질 내의 대표 체적에 대한 에너지 평형에 기초한 것으로 물리적으로 타당하다고 할 수 있다.

First approach 를 사용하게 되면 다공성 매질과 열이 유입되는 비투과성 벽면간의 경계면에서 열량이 나누어지는 것과 관련된 하나의 경계 조건만이 주어지게 된다. 반면, 다공성 매질에서의 열전달 현상을 해석하는 문제는 수학적으로 공간좌표에 대해 2 차 미분방정식으로 주어지는 문제이므로 이 문제를 풀기 위해서는 추가적인 열적 경계 조건이 필요하게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위해, 이전 연구들(4, 8, 9)에서는 경계면 상에서 고체와 유체의 온도가 같다는 조건을 추가로 사용하였다. 이러한 추가적인 경계 조건의 타당성을 검증하기 위해 경계면에서의 무차원화된 온도차를 다음과 같이 정의하였다.

$$\Delta_T = \frac{\langle T \rangle_f - \langle T \rangle_s}{T_w - T_b} \Big|_{\text{interface}} \quad (6)$$

Fig. 4 는 고체와 유체간 열전도도비, Substrate 의 두께, 채널폭과 Fin pitch 간의 비($w_c/(w_c+w_w)$)가 Δ_T 에 미치는 영향을 보여 주고 있다. Fig. 4(a)와 (c) 를 통해 볼 수 있는 것처럼 열전도도와 폭비의 영향은 별로 중요하지 않다. 반면 s/H 는 0.1 이상일 때는 Δ_T 에 별 영향을 주지 않다가 $s/H < 0.1$ 의 범위에서 s/H 가 감소할 때 경계면에서의 온도차가 증가하는 경향을 Fig. 4(b)를 통해 확인할 수 있다. 이는 First approach 가 Local thermal equilibrium 가정과 함께 경계면에 대한 경계 조건으로 사용될 수 있는 s/H 의 최소값이 존재함을 의미한다. 그러나, 다공성 매질을 실제로 사용할 때는 대부분 비투과성 벽면의 두께가 $s/H \geq 0.1$ 을 만족한다.

이제 우리는 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계면에서 사용하게 될 실제적인 경계 조건을 얻게 되었으며 이를 정리하면 다음과 같다.

$$q'' = -k_f^* \frac{\partial \langle T \rangle_f}{\partial y} \Big|_{\text{wall}} = -k_s^* \frac{\partial \langle T \rangle_s}{\partial y} \Big|_{\text{wall}} \quad (7a)$$

$$\langle T \rangle_f \Big|_{\text{wall}} = \langle T \rangle_s \Big|_{\text{wall}} \quad (7b)$$

Fig. 4 Effects of parameters on Δ_T ; (a) Thermal conductivity; (b) Thickness of the substrate; (c) Width ratio of the microchannel heat sink [$\alpha_s=2, H=100(\mu\text{m}), k_f=0.59(\text{W/mC}^\circ)$]

3. 마이크로채널 히트싱크의 열저항 예측에의 적용

2 절의 내용을 통해 다공성 매질과 비투과성 벽면간 경계면에서의 열전달 현상을 적절하게 기술할 수 있는 경계 조건을 밝혀 냈다. 이 절에서는 Fig. 2 에서 보여주는 마이크로채널 히트싱크의 Heat sink 부분을 일종의 다공성 매질로 다루는 경우에 두 가설 중 어떤 가설을 통해 마이크로채널 히트싱크의 열전달 성능을 정확하게 예측할 수 있는지를 열저항에 대한 실험 결과와 비교함으로써 살펴 보도록 한다. 마이크로채널 히트싱크를 다공성 매질로 취급하여 내부의 열 및 유체 이동 현상을 해석하는 것에 대한 연구^(8, 9)는 이미 발표되어 있으므로, 여기서는 앞서의 연구에서 히트싱크 내의 속도 및 온도 분포에 대한 해석해를 얻기 위해 사용한 방법을 그대로 사용하되 열유속 관련 경계 조건이 문제 풀이에 제대로 반영될 수 있도록 온도에 대한 무차원 변수를 다음과 같이 새로 정의 하였다.

$$\theta_s = \frac{\langle T \rangle_s}{q'' H}, \quad \theta_f = \frac{\langle T \rangle_f}{q'' H} \quad (8)$$

$$\frac{\theta_s}{(1-\varepsilon)k_s}, \quad \frac{\theta_f}{(1-\varepsilon)k_s}$$

이 무차원 변수들을 이용하여 무차원화된 지배방정식과 경계 조건은 다음과 같다.

운동 방정식 :

$$U = Da \frac{d^2 U}{dY^2} - P \quad (9)$$

고체 영역에 대한 에너지 방정식 :

$$\frac{d^2 \theta_s}{dY^2} = Bi(\theta_s - \theta_f) \quad (10)$$

유체 영역에 대한 에너지 방정식 :

$$U = Bi(\theta_s - \theta_f) + C \frac{d^2 \theta_f}{dY^2} \quad (11)$$

Y=0 에서의 경계 조건 :

$$U = 0$$

$$1 = -C \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} - \frac{\partial \theta_s}{\partial Y}, \quad \theta_f = \theta_s, \quad \text{for First approach}$$

$$1 = -\frac{k_f}{(1-\varepsilon)k_s} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} = -\frac{1}{(1-\varepsilon)} \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \quad \text{for Second approach} \quad (12)$$

Y=1 에서의 경계 조건 :

$$U = 0$$

$$U = 0$$

$$\frac{d\theta_s}{dY} = \frac{d\theta_f}{dY} = 0 \quad (13)$$

지배 방정식 (9)-(11)을 경계조건 (12), (13)과 함께 풀게 되면 속도 및 온도 분포에 대한 해석해를 얻을 수 있다.^(8, 9)

속도 분포에 대한 해석해 :

$$U = P \left\{ \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right) + \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} - 1 \right\} \quad (14)$$

여기서

$$P = \frac{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}{2\sqrt{Da} \left\{ \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) - 1 \right\} - \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \quad (15)$$

온도 분포에 대한 해석해 :

$$\theta_f = \frac{P}{1+C} \left[-\frac{1}{2} Y^2 + C_1 Y + C_2 \right. \\ \left. + C_3 \left\{ \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right) + \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \right\} \right. \\ \left. + C_4 \left\{ \cosh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}} Y\right) + C_5 \sinh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}} Y\right) \right\} \right] \quad (16)$$

$$\theta_s = P \left[-\frac{1}{2} Y^2 + C_1 Y + C_2 \right. \\ \left. + Da \left\{ \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right) + \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}} Y\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \right\} \right] - C \theta_f \quad (17)$$

여기서

$$C_1 = 1 - \sqrt{Da} \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) - 1}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}$$

$$C_4 = \left[-C_3 \sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}} \sinh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}}\right) - \frac{P}{\sqrt{Da} \left(Bi(1+C) - \frac{C}{Da} \right)} \left\{ \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) + \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \right\} \right] \times \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}{\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}} \cosh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}}\right)}$$

$$C_1' = C_1$$

$$C_2' = C_2 + \frac{1}{Bi(1+C)}$$

$$C_3' = Da - \frac{1}{Bi(1+C) - \frac{C}{Da}}$$

$$C_4' = -\frac{C_3}{P}$$

$$C_5' = -\frac{C_4}{P}$$

온도 분포에 대한 해석하는 경계 조건에 대한 Approach 와 상관없이 동일한 함수 형태를 가지며 다만 계수 C_3 값이 달라지게 된다. First approach 를 사용하는 경우,

$$C_3 = \frac{-\frac{C}{Da} P}{Bi(1+C) \left\{ Bi(1+C) - \frac{Bi}{Da} \right\}}$$

Second approach 를 사용하는 경우,

$$C_3 = \left[P \cosh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}}\right) \left\{ \frac{\varepsilon(1+C)}{CP} - C_1' \right\} - C_3' \sqrt{\frac{1}{Da}} \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \right] \frac{P}{\sqrt{Da} \left(Bi(1+C) - \frac{C}{Da} \right)} \times \left\{ \sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) + \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)}{\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right)} \cosh\left(\sqrt{\frac{1}{Da}}\right) \right\} \left/ \sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}} \sinh\left(\sqrt{\frac{Bi(1+C)}{C}}\right) \right.$$

Neumann 경계 조건만이 사용된 관계로 어떤 Approach 를 쓰던 상수항 C_2 의 값이 임의의 값으로 남게 되어 유일한 온도 분포를 얻을 수 없다. 따라서 임의의 상수항을 소거할 수 있도록 온도차의 함수인 열저항 값을 계산하여(김성진과 김덕종⁽⁸⁾의 식 (27)-(29)), Tuckerman 과 Pease⁽¹⁰⁾가 실험으로

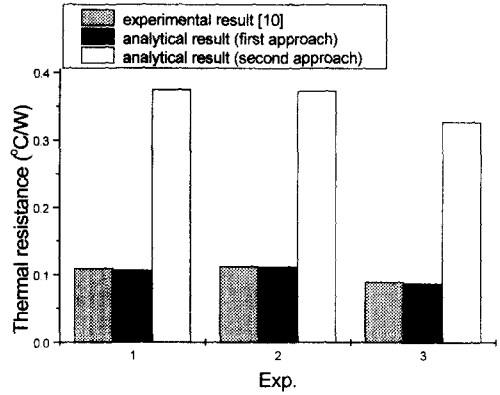


Fig. 5 Thermal resistance of the microchannel heat sink

구한 열저항 값과 비교하여 보았다. Tuckerman 과 Pease 가 사용한 마이크로채널 히트싱크는 Substrate 의 두께가 Channel 높이의 0.1 배보다 큰 것으로($s/H=0.25, 0.39, 0.32$) 2 절에서 제안한 경계조건이 타당할 것으로 예상된다. 실제로 Fig. 5 에서 보여주는 것처럼 First approach 는 실험 결과와 거의 일치하는 반면 Second approach 는 실험 결과에서 많이 벗어나고 있음을 알 수 있다. 결국 다공성 매질 접근법을 통해 다공성 매질로 취급되는 물체에서의 열전달 문제를 통해서도 First approach 가 타당하다는 점을 확인한 셈이다.

4. Sintered porous channel 에의 적용

앞서의 3 절에서 First approach 가 구조가 간단한 마이크로채널 히트싱크의 열전달 성능을 예측하는데 있어 매우 정확한 경계 조건을 제공하고 있음을 밝혔다. 4 절에서는 더 복잡한 형상을 지닌 다공성 매질에서의 열전달 성능을 예측하는 데에도 앞서의 논의가 타당함을 확인해 보고자 한다.

본 연구에서 다루는 다공성 채널에서의 열전달 문제에 대한 정의는 Fig. 6 와 같다. 위판은 단열되어 있고 아래 판으로 균일 열유속이 주어지며 유체가 다공성 채널을 통과하면서 열을 외부로 전달하는 문제이다. 이러한 문제에 대한 연구는 Hwang 과 Chao⁽¹¹⁾에 의해 그 수치적, 실험적 결과가 발표된 바 있다. 본 연구에서는 Hwang 과 Chao 와 같은 방법으로 수치 계산을 하되 열이 유입되는 Porous channel 의 아래 면에 대한 경계 조건으로 First approach 와 Second approach 를 적용하여 속도 및 온도 분포에 대한 수치해를 얻은 후 이를 가지고 Overall Nusselt number 를 구하여 Hwang 과

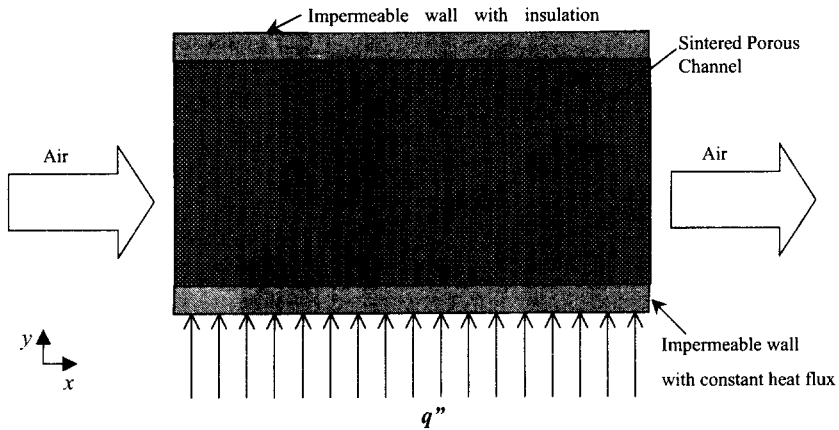


Fig. 6 sintered Porous Channel

Chao 의 실험 결과와 비교하여 보았다. 사용한 지배방정식과 무차원화 방법등은 Hwang 과 Chao 가 발표한 내용과 동일하기 때문에 생략하고 여기서는 새롭게 적용된 경계 조건만을 소개한다.

First approach 의 경우 :

$$1 = -\frac{k_f^*}{k_s^*} \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} \Big|_{Y=0} - \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (18a)$$

$$\theta_f \Big|_{Y=0} = \theta_s \Big|_{Y=0} \quad (18b)$$

Second approach 의 경우 :

$$1 = -\frac{k_f}{k_s} \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = -\frac{k_s}{k_s^*} \frac{1}{Bi} \frac{\partial \theta_s}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (19)$$

여기서 유체의 유효 열전도도, k_f^* , 에는 Thermal dispersion 효과가 포함되어 있다. Thermal dispersion 에 의한 열전도도를 계산하기 위해 Van Driest model 을 사용하였으며, Hwang 과 Chao 는 그들의 논문에서 상수 D_t , ω 의 값으로 0.375, 1.5 를 각각 제안하여 자신들의 계산 결과와 실험 결과가 잘 맞는다고 발표하였다. 하지만, 그들의 계산결과에 문제가 있음을 김성진과 김덕종⁽¹²⁾이 지적하고 적절한 D_t , ω 의 값으로 각각 1.4, 1.5 를 새로 제시하였다. 본 연구에서도 $D_t=1.4$, $\omega=1.5$ 을 사용하여 수치 계산을 수행하였으며 그 계산 결과를 실험 결과와 비교하였다. 3 절에서와 마찬가지로 Hwang 과 Chao⁽¹¹⁾는 채널 높이의 0.1 배가 넘는 두께를 가진 Substrate 를 사용하였다. ($s/H=0.2$) Fig. 7 은 다공성 채널의 Overall Nusselt number 를 수치 계산으로 구한 결과와 실험 결과를 비교한 그림이다. First approach 를 사용하는 경우, $D_t=1.4$, $\omega=1.5$ 에 대하여 수치 계산 결과와 실험 결과가 잘 일치하는 반면,

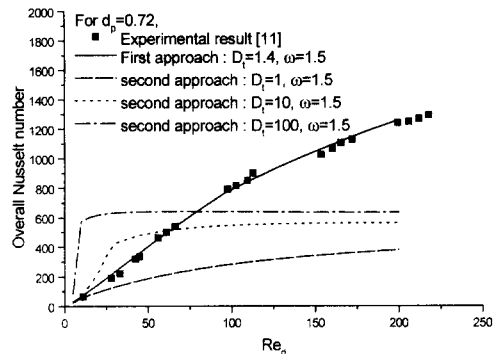


Fig. 7 Overall Nusselt number of the sintered porous channel

Second approach 를 사용할 경우 어떤 D_t , ω 의 값에 대해서도 수치 계산 결과와 실험 결과가 일치하지 않음을 알 수 있다. 즉, 마이크로채널 히트싱크에서의 열전달 문제를 통해 제시했던 올바른 경계 조건이 더 복잡한 구조를 가지는 다공성 매질에서의 열전달 문제에서도 타당하다는 점을 확인할 수 있다. 한편, Amiri 등⁽³⁾은 $s/H=1.35$ 인 다공성 채널에 대한 실험 결과와 자신들의 계산 결과를 비교하여 Second approach 가 타당하다는 전혀 반대의 결론을 도출한 바 있다. 그런데 이러한 Amiri 등의 연구를 살펴 보면 두 가지 중대한 문제점이 있음을 발견하게 된다. 첫째, Geometric function 과 Permeability 를 잘못 결정하였다. 이들 논문의 (17) 식에서의 평균 속도는 You 와 Chang⁽¹³⁾이 제안한 대로 중심 속도로 대체되어야 한다. 둘째, Amiri 등이 비교대상으로 삼았던 실험 결과는 사방으로 열

이 유입되는 정사각 다공성 채널에 대한 것으로 이는 이들 논문의 Fig. 1 과 같은 2 차원적인 모델로 정확한 해석을 할 수 없다. 따라서 Second approach 를 적용한 2 차원적인 모델로 구한 계산 결과와 실험 결과가 서로 잘 맞는다고 해서 Second approach 의 타당성을 검증했다고 말할 수 없을 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 다공성 매질 중에서 이상적인 다공성 물질인 마이크로채널 히트싱크에 대한 수치 해석을 통하여 다공성 매질과 비투과성 벽면간의 경계에서의 열전달 현상을 살펴보았으며 이를 통해 경계면에서의 열전달을 적절하게 기술할 수 있는 가설을 규명하여 보았다. 즉, Substrate 를 포함하는 마이크로채널 히트싱크에 대한 수치 해석을 통하여 다공성 매질과 유한한 두께를 가지는 비투과성 벽면간 경계면에서의 열유속 분포는 균일하지 않으며 고체, 유체간 온도차가 무시할만하다는 사실을 알게 되었다. 이를 통해 다공성 매질과 실제적인 두께를 가지는 비투과성 벽면간 경계면에 적용 가능한 경계조건을 식(7a), (7b)와 같이 제시하였다. 이를 검증하기 위해, 두 Approach 를 각각 적용하여 마이크로채널 히트싱크의 열저항 및 다공성 채널에서의 Overall Nusselt number 를 계산하여 이들을 기존의 실험 결과들과 비교하였다. 그 결과, First approach 를 사용하게 되면 Second approach 와는 달리 계산 결과가 실험 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 핵심전문연구과제 (과제 번호:981-1212-036-2)지원에 의해 이루어졌다.

참고문헌

- (1) M. Sahraoui and M. Kaviany, 1993, "Slip and No-slip Temperature Boundary Conditions at Interface of Porous, Plain Media : Conduction," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, pp. 1019~1033.
- (2) M. Sahraoui and M. Kaviany, 1994, "Slip and No-slip Temperature Boundary Conditions at the Interface of Porous, Plain Media : Convection," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1029~1044.
- (3) A. Amiri, K. Vafai and T. M. Kuzay, 1995, "Effects of Boundary Conditions on Non-Darcian Heat Transfer Through Porous Media and Experimental Comparisons," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 27, pp. 651~664.
- (4) G. J. Hwang, C. C. Wu and C. H. Chao, 1995, "Investigation of Non-Darcian Forced Convection in an Asymmetrically Heated Sintered Porous Channel," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 725~732.
- (5) J. C. Y. Koh and R. Colony, 1986, "Heat Transfer of Microstructures for Integrated Circuits," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 89~98.
- (6) R. K. Shah and A. L. London, 1978, *Advances in Heat Transfer*, Academic Press.
- (7) S. V. Patankar, 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Taylor & Francis.
- (8) S. J. Kim and D. Kim, 1999, "Forced Convection in Microstructures for Electronic Equipment Cooling," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 121, pp. 639~645.
- (9) S. J. Kim, D. Kim and D. Y. Lee, 2000, "On the Local Thermal Equilibrium in Microchannel Heat Sinks," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 1735~1748.
- (10) D. B. Tuckerman and R. F. W. Pease, 1981, "High-Performance Heat Sinking for VLSI," *IEEE Electron Device Letter*, Vol. 2, pp. 126~129.
- (11) G. J. Hwang and C. H. Chao, 1994, "Heat Transfer Measurement and Analysis for Sintered Porous Channels," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 456~464.
- (12) S. J. Kim and D. Kim, "Discussion on Heat transfer measurement and analysis for sintered porous channels," *ASME J. Heat Transfer* (in press).
- (13) H. I. You, and C. H. Chang, Determination of Flow Properties in Non-Darcian Flow, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 119 (1997), pp. 190~192.