

유체가 채워진 착저식 유연막 구조물에 의한 파랑제어 Wave Control by Bottom-Mounted and Fluid-Filled Flexible Membrane Structure

조일형* · 강창익*

Il-Hyoung Cho* and Chang-Ik Kang*

요 旨 : 본 연구에서는 유체가 채워진 착저식 유연막 구조물과 파와의 상호작용 문제를 유탄성 이론을 사용하여 살펴보았다. 먼저 동역학적 문제를 풀기에 앞서 유체로 채워진 유연막 내부에 일정한 압력이 작용하였을 때, 유연막의 형상과 막에 작용하는 초기장력을 정역학문제를 풀어 구한다. 동역학적 문제를 풀기 위하여 유체영역을 내부영역과 외부영역으로 나누고, 내부영역을 유연막을 경계로 영역 1과 영역 2로 다시 나눈다. 내부영역에서는 경계요소법을 사용하여 파동장을 풀고, 외부영역에서는 고유함수 전개법을 사용하여 해를 구한다. 두 영역이 만나는 정합면에서 이미 구한 해를 정합시켜 완전한 해를 구한다. 유연막의 거동은 원주 좌표계를 사용하여 유도된 선형화된 막방정식을 사용하며 이때 외력은 영역 1과 영역 2의 압력차로 주어지므로 영역 1과 영역 2의 해는 막방정식을 통하여 연성된다. 유체가 채워진 착저식 유연막 방파제의 성능에 미치는 중요한 변수로는 유연막의 형상(폭, 높이)과 유연막 내부압력, 유체의 밀도이다. 설계변수들을 바꿔가면서 유연막에 의한 파랑제어 효과를 투과율을 통하여 살펴보았다. 또한 파의 입사각도에 따른 파랑제어 효과를 함께 고찰하였다. 수치계산결과는 Ohyama의 실험결과와 비교하였고 두 결과는 정량적인 값 차이가 나지만 정성적으로 일치하고 있음을 확인하였다. 적절히 설계된 유연막은 소형어항 보호용이나 레저용 방파제로 활용할 수 있는 가능성을 발견하였다.

핵심용어 : 유연막 방파제, 경계요소법, 막 방정식, 투과율, 반사율, 유탄성 이론

Abstract □ In this paper, the interaction of oblique incident waves with a bottom-mounted and fluid-filled flexible membrane structure is investigated in the frame of linear hydro-elastic theory. The static shape of a membrane structure containing the fluid of a specific density is initially unknown and must be calculated before the hydrodynamic analysis. To solve hydrodynamic problem, the fluid domain is divided into the inner and outer region. The inner solution based on discrete membrane dynamic model and simple-source distribution over the entire fluid boundaries is matched to the outer solution based on an eigenfunction expansion method. The numerical results were compared to a series of Ohyama's experimental results. The measured reflection and transmission coefficients reasonably follow the trend of predicted values. Using the computer program developed, the performance of a bottom-mounted and fluid-filled flexible membrane structure is tested with various system parameters (membrane shape, internal pressure, density ratio) and wave characteristics (wave frequencies, incident wave angle). It is found that a bottom-mounted and fluid-filled flexible membrane structure can be an effective wave barrier if properly designed.

Keywords : flexible membrane breakwater, boundary element method, membrane equation, transmission coefficient, reflection coefficient, hydro-elastic theory

1. 서 론

수명과 강도가 우수한 막체를 해안 및 해양공학 분야에 활용하는 연구가 일본과 노르웨이 등 해양 선진

국을 중심으로 활발히 진행되고 있다. 응용 가능한 대표적인 분야로는 해안이나 해안시설물을 파도로부터 보호하는 방파제와 선박의 좌초나 충돌시 유출되는 기름 확산을 방지하는데 사용되는 오일붐(oil boom)을 들 수

*제주대학교 해양산업공학부 (Department of Marine Industrial Engineering, Cheju National University, Ara 1, Cheju 690-756, Korea)

있다. 또한 준설공사나 간척 사업시 세립토가 인접한 연안에 확산되는 것을 방지하는 오탉방지막과 각종 액체 화물을 저장하는 저장용기와 저장된 액체화물을 선박을 사용하여 다른 지역으로 이동하는 이동용기 등이 있다. 이 밖에도 파도에 의한 모래의 침식과 퇴적을 막기 위하여 천 내부에 모래를 채운 침식방지용 구조물도 있다. 천 소재의 장점들은 다음과 같다. 기존의 철이나 콘크리트 구조물과 같은 강체에 비하여 가격면에서 월등히 저렴하다. 또한 다루기가 손쉬워 설치, 이동, 회수가 용이하며 유연성이 좋기 때문에 폭풍시 파손될 위험이 상대적으로 적다.

유연막 구조물에 의한 파랑제어 문제는 유체와 구조의 상호작용을 고려해야 하는 어려운 문제이므로 관련 연구의 대부분은 2차원 문제에 국한되어 있으며 주로 수치계산 방법에 의존하고 있다. Ohyama *et al.*(1989)는 내부에 물을 채운 반원형태의 유연막 구조물(flexible mound)을 고안하여 파랑제어 효과와 유연막의 거동을 수치계산하여 실험결과와 비교하였다. 경계적분법을 사용하여 파동장을 풀었고, 유연막의 거동해석은 질점해석방법(lumped-mass method)을 사용하였다. 또한 2차원 수조에서 체계적인 실험을 수행하여 얻은 실험결과와 수치계산결과를 비교하였다. 적절히 설계된 유연막 구조물을 특수한 용도의 방파제로 효과적으로 이용할 수 있다는 사실을 입증하였다. 실제로 일본에서는 1992년 Nagakaki 항구에 시제품(40 m(L)×9 m(B)×3m(H))을 설치하였다. Zhao(1995)는 수면 위에 떠 있는 유연한 액체저장용기에 대한 파랑중 동적해석을 선형포텐셜이론을 사용하여 다루었다. 한편 Broderick and Leonard(1995)는 시간영역에서 비선형 모델을 다루었다. 파동장은 경계요소법을 사용하였고, 막체의 변형은 유한요소법을 사용하였다. Phadke and Cheung (1999)은 Ohyama의 계산모델을 좀 더 엄밀하게 풀었다. 경계요소법을 사용하여 유체장을 풀고, 파동에 의한 유연막의 동적거동은 유한요소법을 사용하여 풀었다. 유체운동은 막체의 거동과 연성된 방정식을 풀어 해를 구하였다. 파도에 의한 동적해석에 앞서 유연막 내부와 외부의 유체의 밀도가 서로 다르고 내부에 일정한 압력이 작용할 때 정역학적 해석을 수행하여 유연막의 초기형상과 초기장력을 구하였다.

Kim and Kee(1994)은 부력제와 스킵트로 구성된 커튼 형태의 수직형 유연막 방파제에 대하여 수치계산과 모형시험을 수행하여 유연막 방파제가 강체 구조물에 비하여 효과적이라는 사실을 밝혔다. Cho and Kim(1998)

는 수평형 유연막 방파제에 의한 파랑제어 효과를 이론해석과 모형시험을 통하여 살펴보았다. 수평막 방파제의 장점은 설치될 해역의 조류나 파도의 영향을 수직형 구조물에 비하여 적게 받는다는 점이고, 단점으로는 수평막에 초기장력을 주는 것이 수직형에 비하여 어렵다는 점이다. 해석 방법으로는 고유함수전개법을 사용하였고, 파와 막구조의 상호작용을 고려하기 위하여 Newman(1994)이 제시한 도달함수(modal function)를 이용한 유탄성 해석방법을 채택하였다. 계산결과 수평형 유연막의 파랑제어 성능이 지금까지 소개된 수직형 유연막 방파제에 비하여 우수하다는 결론을 내렸다.

본 연구에서는 유연막 방파제의 실용화를 위한 기초 연구로서 Ohyama *et al.*(1989)의 해석모델인 내부에 유체를 채운 착저식 유연막 방파제의 파랑제어 성능을 해석하였다. 파도에 의한 유연막 방파제의 동적 문제를 풀기에 앞서 유연막 안과 밖의 압력차와 유체의 밀도 차에 의한 초기 형상과 장력을 얻는 정역학적 문제를 수치방법(shooting method)을 통하여 풀었다. 동적 문제를 푸는 수치계산방법으로 유체 영역을 유연막을 포함한 내부영역과 유연막과 떨어진 외부영역으로 나누고 내부영역에서는 경계요소법을 사용하여 해를 구하고 외부영역은 고유함수전개법을 사용하여 해를 구한 뒤 부족한 경계조건으로부터 생기는 미지수는 두 영역이 만나는 정합면(matching boundary)에서 각각의 해를 정합시켜 구한다. 내부영역에 경계요소법을 적용하기 위하여 유연막을 경계로 영역 1과 영역 2로 각각 나누는 뒤, 각 영역의 경계면에 특이점을 분포시켜 적분방정식을 유도한다. 이때 경계면을 일정한 선분으로 분할하여 각 선분에서 해가 일정하다고 가정하면 적분방정식은 대수방정식으로 바뀐다. 대수방정식에는 미지수로 영역 1과 영역 2의 경계면에서의 속도포텐셜과 함께 막체의 경계조건으로부터 생기는 유연막의 운동변위가 포함되어 있다. 유연막의 거동은 원주 좌표계에서 유도된 막 방정식(membrane equation)을 이산화시켜 행렬식으로 바꾼 뒤 앞서 유도한 대수방정식과 결합하여 최종 대수방정식을 풀어 경계면에서의 속도포텐셜과 막체에서의 변형을 구한다. 계산모델은 임의의 각도로 들어오는 입사파를 고려할 수 있도록 3차원 효과를 포함시켰다. 유연막에 작용하는 동유체력(hydrodynamic force)은 유연막에 작용하는 압력차를 경계면을 따라 적분하여 구한다. 이와 함께 유연막에 의한 투과율과 반사율을 계산하였다. 수치계산 예로 유연막의 형상(높이, 폭)과 내부압력, 유체의 밀도차 그

리고 입사각을 바꿔가면서 투과율과 반사율의 특징을 살펴 보았고 유연막에 작용하는 동유체력을 계산하였다.

2. 정역학적 해석

계산모델에 대한 좌표계 및 기호는 Fig. 1과 같다. 수심(h)이 일정한 해저면에 폭 B , 높이 H 인 유연막 구조물이 고정되어 있고, 유연막 내부는 밀도 ρ_i 인 유체로 채워져 있다. 유연막 구조물의 형태 유지를 위하여 내부압력이 P_o 가 되도록 압력을 가하였다. 이때 막체의 질량과 굽힘 강성을 무시하였다. 또한 유연막 구조물의 길이는 폭과 높이에 비하여 길다고 가정하여 2차원 문제로 취급하였다.

유연막 안과 밖의 압력차는 아래 주어진 식과 같이 유연막에 작용하는 장력과 평형상태를 유지한다.

$$\frac{T}{R} = (P_i - P_e) \quad (1)$$

여기서 T 는 유연막에 작용하는 장력이며, R 은 곡률 반경이다. 밀침자 i, e 는 각각 막체 안과 밖을 의미한다. s 를 막체의 접선방향의 길이라 하면, $1/R = d\theta/ds$ 이다. 식 (1)을 다시 쓰면

$$T \frac{d\theta}{ds} = (P_i - P_e) \quad (2)$$

이다. 유연막의 기하학적 조건식으로부터 $ds = dx/\cos \theta = -dy/$

$\sin \theta$ 을 얻을 수 있고, 식 (2)에 대입하여 정리하면

$$-T \sin \theta d\theta = (P_i - P_e) dy \quad (3)$$

$$-T \cos \theta d\theta = (P_i - P_e) dx \quad (4)$$

이다, 유연막의 내부압력은 P_o 와 수심변화에 따르는 정압력의 합으로 표현되고, 유연막 밖에는 정압력만 작용한다. 따라서 막체 안과 밖의 압력차는 다음 식으로 표현된다.

$$P_i - P_e = P_o - g(\rho - \rho_i)H + g(\rho - \rho_i)y \quad (5)$$

여기서 g 는 중력가속도이며 ρ 는 유연막 외부의 유체 밀도이다. 윗식을 식 (3)에 대입하여 적분하면

$$T \cos \theta = P_o y - g(\rho - \rho_i)Hy + g(\rho - \rho_i)\frac{y^2}{2} + C \quad (6)$$

이다. 적분상수 C 와 유연막에 작용하는 장력 T 는 아래 주어진 경계조건식을 대입하여 구해진다.

$$\begin{aligned} y=H & \text{ at } \theta=0 \\ y=0 & \text{ at } \theta=\theta_o \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 θ_o 은 $x=\pm B/2$ 에서의 각도이다. 경계조건식을 대입하면 C 와 T 는 θ_o 와 H 로 표현된다.

$$\begin{aligned} C &= T \cos \theta_o \\ T &= \frac{\kappa H + g(\rho - \rho_i)H^2/2}{1 - \cos \theta_o} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\kappa = P_o - g(\rho - \rho_i)H$ 이다. 2차 방정식 (6)의 해는 다음식과 같다.

$$y = \frac{\kappa}{(\rho - \rho_i)g} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2T(\rho - \rho_i)g}{\kappa^2}(\cos \theta - \cos \theta_o)} \right] \quad (9)$$

식 (9)에서 y 가 구해지면 유연막의 x 좌표값은 남아있는 식 (4)를 적분하여 계산된다.

$$x = -T \int_0^{\theta} \frac{\cos \theta}{\kappa + g(\rho - \rho_i)y} d\theta \quad (10)$$

윗식에서 미지수 θ_o 를 알아야만 유연막의 좌표값을 구할 수 있다. 이를 위하여 θ_o 의 초기값을 가정하고 식 (9)를 사용하여 y 좌표값을 계산한다. x 좌표값은 식 (10)에서 얻어지는데, 0부터 θ_o 까지 적분하여 얻은 x 값이 유연막의 반폭($B/2$)과 수렴반경 안에 근접할 때까지 계산을 반복한다. 수치해법으로 shooting method를 사용하

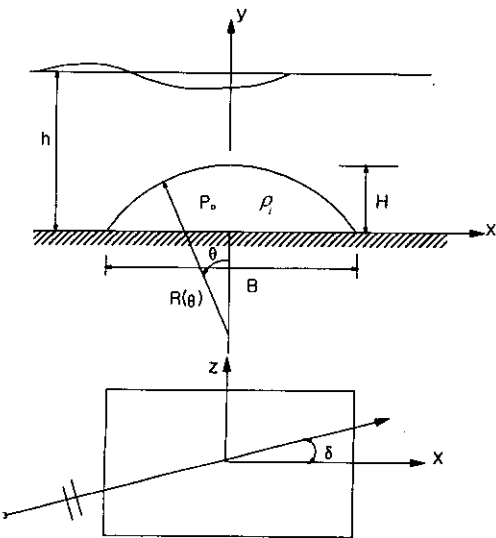


Fig. 1. Definition sketch of numerical model.

였다(Phadke and Cheung, 1999).

3. 동역학적 해석

정역학적 해석을 통해 유연막 구조물의 초기형상과 초기장력이 정해지면 파도에 의한 동역학적 해석을 수행하여야 한다. 유체는 비점성, 비압축성이며, 유동은 비회전성이라 가정하면 파동장내에 속도포텐셜을 도입할 수 있다. 유연막은 z축 방향으로 무한히 길고 입사파는 주파수 ω 를 갖고 x축과 δ 의 각도를 갖고 들어온다고 가정한다. 유동이 z축을 따라 균일하므로 속도포텐셜은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(x, y, z, t) = \text{Re}\{\phi(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)}\} \quad (11)$$

여기서 $\beta = k \sin \delta$ 로 입사파의 파수(wavenumber)의 z방향 성분이다. 속도포텐셜 Φ 를 3차원 Laplace방정식에 대입하여 정리하면 속도포텐셜 $\phi(x, y)$ 는 아래와 같이 Helmholtz 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \beta^2 \phi = 0 \quad \text{in the fluid} \quad (12)$$

지배방정식과 함께 $\phi(x, y)$ 는 다음과 같은 경계조건들을 만족해야 한다.

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\omega^2}{g} \phi = 0 & y = h \\ \frac{\partial \phi}{\partial n} = V(x, y) & \text{on the membrane} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 & y = 0 \end{cases} \quad (13)$$

식 (13)에서 속도포텐셜은 입사파에 대한 속도포텐셜과 회절파에 의한 속도포텐셜 그리고 방사파에 대한 속도포텐셜의 합으로 표현된다($\phi = \phi_I + \phi_D + \phi_R$).

일정한 수심 h 에서 진폭 A 을 갖고 x축과 δ 의 각을 가지고 들어오는 입사파에 대한 속도포텐셜은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi_I = \frac{igA \cosh ky}{\omega \cosh kh} e^{i\alpha x} \quad (14)$$

여기서 $\omega^2 = gk \tanh kh$, $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$ 이며, $\alpha (=k \cos \delta)$ 는 입사파의 파수의 x방향 성분이다.

식 (13)에 주어진 경계조건뿐만 아니라 유연막에 의한 산란파의 속도포텐셜($\phi_S = \phi_D + \phi_R$)은 아래와 같은 방사

조건식(radiation condition)을 만족한다.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{\partial}{\partial x} \mp i\alpha \right) \phi_S = 0 \quad (15)$$

식 (15)에 주어진 방사조건식은 물체로부터 멀리 떨어진 경계면에 적용하는 식이다. 본 연구에서는 방사조건식을 직접 적용하지 않고 물체에 근접한 지점에 정합면을 설정하고, 정합면을 중심으로 내부영역과 외부영역으로 나눈다. 내부영역에서는 경계요소법을 사용하여 해를 구하고, 외부영역에서는 고유함수 전개법을 사용하여 해를 구한다(부록 참조). 부족한 경계조건으로부터 생기는 미지수는 정합면에서 내부와 외부영역의 해를 정합시켜 구해진다.

3.1 내부영역

수치계산의 편의를 위하여 Fig. 2와 같이 내부영역을 유연막을 경계로 영역 1과 영역 2로 다시 나눈다. 영역 1과 영역 2에 해당되는 속도포텐셜을 각각 윗첨자 1과 2로 표시한다. 내부영역에서의 속도포텐셜과 Helmholtz 방정식을 만족하는 Green 함수를 Green정리에 적용하면 다음과 같은 적분방정식을 유도할 수 있다.

$$\sigma \phi = \int_S \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \quad (16)$$

여기서 $G = -K_0(\beta r)$, $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}$ 이며, 법선벡터(\vec{n})는 유체영역 바깥방향을 양의 방향으로 잡았다. K_0 는 제2종 Bessel 함수이며 r 은 특이점(source point)의 위치와 기준점(field point)사이의 거리를 나타낸다. σ 는 경계면이 이루는 각도이다. 경계면을 여러개의 선분으로 분할하여 각 요소에서 속도포텐셜(ϕ)과 법선방향의 속도값($\partial \phi / \partial n$)이 일정하다고 가정하면 식 (16)에 주어진 적

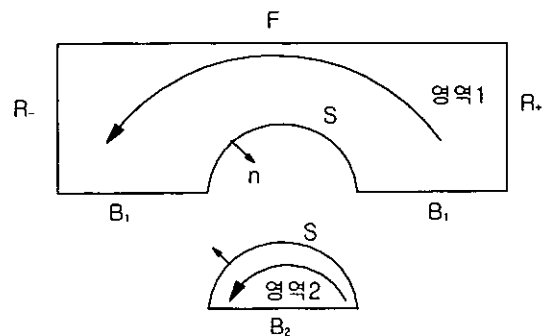


Fig. 2. Fluid domain consisting of two subregions.

분방정식은 아래와 같이 대수방정식으로 변형된다.

$$\sigma_i \phi_i + \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Delta s_j} \frac{\partial G}{\partial n} ds \right) \phi_j = \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Delta s_j} G ds \right) \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \quad (17)$$

편의상 G 의 적분항을 다음과 같이 정의하자.

$$H_{ij} = \begin{cases} \int_{\Delta s_j} \frac{\partial G}{\partial n} ds & \text{when } i \neq j \\ \int_{\Delta s_j} \frac{\partial G}{\partial n} ds + \sigma_i & \text{when } i = j \end{cases}$$

$$G_{ij} = \int_{\Delta s_j} G ds \quad (18)$$

윗식을 이용하여 식 (17)을 다시 쓰면 아래와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} \phi_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \quad (19)$$

여기서 N 는 경계면에 분포된 특이점의 총 개수이다.

내부영역을 Fig. 2와 같이 영역 1과 영역 2로 나누자. 먼저 영역 1에서는 자유표면 경계조건, 외부영역과 만나는 정합면에서 정합조건, 바닥 경계조건 그리고 유연막에서의 물체경계조건($\partial\phi^{(1)}/\partial n = -i\omega\xi$)을 만족한다. 식 (19)에 영역 1에 대한 경계조건들을 대입하여 정리하면

$$\sum_{j=1}^{N_F} \left(H_{ij} - \frac{\omega^2}{g} G_{ij} \right) \phi_j^{(1)} + \sum_{j=1}^{N_{R\pm}} H_{ij} \phi_j^{(1)} + \sum_{j=1}^{N_{B1}} H_{ij} \phi_j^{(1)} + \sum_{j=1}^{N_S} (H_{ij} \phi_j^{(1)} + i\omega G_{ij} \xi_j) = \sum_{j=1}^{N_S} G_{ij} \frac{\partial \phi_j^{(1)}}{\partial n} \quad (20)$$

이다. 여기서 ξ_j 는 막체의 운동변위이며, N_F , $N_{R\pm}$, N_{B1} , N_S 는 각각 자유표면, 정합면, 바닥면, 물체표면에 분포된 특이점의 개수이다.

같은 방법을 사용하여 영역 2에 경계조건을 대입하자. 막체에서의 법선방향은 영역 1의 법선방향과 반대방향이다. 영역 2에 적용할 경계조건으로는 유연막에서의 물체경계조건($\partial\phi^{(2)}/\partial n = i\omega\xi$)과 바닥 경계조건이다. 식 (19)에 영역 2에서의 경계조건들을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{j=1}^{N_S} (H_{ij} \phi_j^{(2)} - i\omega G_{ij} \xi_j) + \sum_{j=1}^{N_{B2}} H_{ij} \phi_j^{(2)} = 0 \quad (21)$$

식 (20)과 식 (21)을 행렬식으로 바꾼 뒤 정리하면

$$\left([H] - \frac{\omega^2}{g} [G] \right) [\phi^{(1)}]_{N_F} + [H][\phi^{(1)}]_{N_{R\pm}} + [H][\phi^{(1)}]_{N_{B1}}$$

$$+ ([H][\phi^{(1)}] + i\omega[G][\xi])_{N_S} = [G] \left[\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial n} \right]_{N_{R\pm}} \quad (22)$$

$$([H][\phi^{(2)}] + i\omega[G][\xi])_{N_S} + [H][\phi^{(2)}]_{N_{B2}} = 0 \quad (23)$$

이다. 영역 1에 분포된 특이점의 총 개수는 $N(=N_F+N_{R\pm}+N_{B1}+N_S)$ 이며, 영역 2에 분포된 특이점이 총 개수는 $M(=N_S+N_{B2})$ 이다. 식 (22)와 (23)에서 막체의 운동변위 ξ 는 미지수이다. 다음 절에서는 막 방정식을 이용하여 유연막의 운동 변위를 영역 1과 영역 2의 경계면에서의 속도포텐셜로 표현하는 방법에 대하여 살펴보겠다.

3.2 유연막의 운동변위

식 (22), (23)에 나타난 유연막의 운동변위는 각 유체 영역에서의 속도포텐셜로 표현할 수 있다. 이때 막체의 질량과 굽힘강성을 무시하였다. 원주 좌표계(R, θ)를 도입하여 막체에 작용하는 힘의 평형식으로부터 운동변위 ξ 는 아래와 같은 막 방정식을 만족해야 한다(Phadke and Cheung, 1999).

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 \xi}{d\theta^2} + \left[\frac{1}{R} + \frac{R}{T} (\rho - \rho_i) g \cos \theta \right] \xi = \frac{i\omega R}{T} [\rho_i \phi^{(2)} - \rho \phi^{(1)}] \quad (24)$$

막 방정식을 이산화된 형태(discrete form)로 바꾸기 위하여 유연막을 N_S 개의 선분으로 분할하고 각 선분내에서 운동변위(ξ_j)가 일정하다고 가정하면 임의의 j 번째 선분의 중심점에서의 운동방정식은 다음과 같다.

$$-T \frac{(\xi_j - \xi_{j-1})}{\Delta \theta_j^m} + T \frac{(\xi_{j+1} - \xi_j)}{\Delta \theta_{j+1}^m} + \Delta \theta_j [T - R_j^2 (\rho - \rho_i) g \cos \theta_j] \xi_j = i\omega R_j^2 (\rho_i \phi_j^{(2)} - \rho \phi_j^{(1)}) \Delta \theta_j \quad (j = 1, \dots, N_S) \quad (25)$$

여기서 $\Delta \theta_j$ 는 $j+1$ 번째 절점(node)에서의 각도와 j 번째 절점에서의 각도 차이를 나타내며 $\Delta \theta_j^m = (\theta_j + \theta_{j+1})/2$ 이다. 이때 유연막의 양 끝단에서의 경계조건식($\xi=0$ at $\theta=\theta_0, -\theta_0$)을 대입한다.

식 (25)를 행렬식으로 바꾸어 정리하면 다음과 같다.

$$[\xi]_{N_S} = [K] (\rho_i [\phi^{(2)}] - \rho [\phi^{(1)}])_{N_S} \quad (26)$$

여기서 $[K]$ 는 $N_S \times N_S$ 행렬이다. 윗식을 식 (22)와 (23)에 대입하여 정리하면 아래와 같은 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\left([H] - \frac{\omega^2}{g} [G] \right) [\phi^{(1)}]_{N_F} + [H][\phi^{(1)}]_{N_{R\pm}} + [H][\phi^{(1)}]_{N_{B1}}$$

$$\begin{aligned}
 & +[H]-i\omega\rho[G][K][\phi^{(1)}]_{N_S}+i\omega\rho_i[G][K][\phi^{(2)}]_{N_S} \\
 & = [G]\left[\frac{\partial\phi^{(1)}}{\partial n}\right]_{N_{R\pm}} \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & i\omega\rho[G][K][\phi^{(1)}]_{N_S}+([H]-i\omega\rho_i[G][K])[\phi^{(2)}]_{N_S} \\
 & +[H][\phi^{(2)}]_{N_{B2}}=0 \quad (28)
 \end{aligned}$$

외부영역($|x| \geq R^*$)의 해와 정합하기 위하여 부록에서 유도한 식(A7, A8)을 위에 주어진 식에 대입하면 최종적으로 풀어야 할 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \left([H]-\frac{\omega^2}{g}[G]\right)[\phi^{(1)}]_{N_F}+([H]+[G][D^-][C^-]^{-1})[\phi^{(1)}]_{N_R} \\
 & +[H][\phi^{(1)}]_{N_{B1}}+([H]-i\omega\rho[G][K])[\phi^{(1)}]_{N_S} \\
 & ([H]-[G][D^+][C^+]^{-1})[\phi^{(1)}]_{N_{R^*}}+i\omega\rho_i[G][K][\phi^{(2)}]_{N_S} \\
 & = [G][D^-][C^-]^{-1}[\phi_I]_{N_{R^-}}+[G]\left[\frac{\partial\phi}{\partial n}\right]_{N_{R^-}} \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & i\omega\rho[G][K][\phi^{(1)}]_{N_S}+([H]-i\omega\rho_i[G][K])[\phi^{(2)}]_{N_S} \\
 & +[H][\phi^{(2)}]_{N_{B2}}=0 \quad (30)
 \end{aligned}$$

식 (29)과 식 (30)에 주어진 연성된 대수방정식들을 동시에 풀어 경계면에서의 속도포텐셜을 구한다. 경계면에서의 속도포텐셜이 구해지면 식 (26)을 사용하여 유연막의 운동변위를 구한다. 외부영역에서의 미지수 A_o^+, A_n^+ 는 다음식으로부터 얻어진다.

$$\begin{aligned}
 [\bar{a}^-] & = [C^-]^{-1}([\phi^{(1)}] - [\phi_I])_{N_{R^-}} \\
 [a^+] & = [C^+]^{-1}[\phi^{(1)}]_{N_{R^*}} \quad (31)
 \end{aligned}$$

유연막에 작용하는 동유체력의 수평방향 성분과 수직방향 성분은 유연막 안과 밖의 동압력의 차이를 적분하여 아래와 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}
 F_x & = \int_S [i\omega\rho\phi^{(1)} - i\omega\rho_i\phi^{(2)} - (\rho - \rho_i)g\xi\cos\theta]n_x ds \\
 F_y & = \int_S [i\omega\rho\phi^{(1)} - i\omega\rho_i\phi^{(2)} - (\rho - \rho_i)g\xi\cos\theta]n_y ds \quad (32)
 \end{aligned}$$

반사율과 투과율은 다음과 같다.

$$R_f = \frac{|A_o^-| \omega}{gA} \quad (33)$$

$$T_r = \frac{|A_o^+| \omega}{gA} \quad (34)$$

4. 계산결과 및 고찰

유체가 채워진 착저식 유연막 방파제의 최적형상을 결정하기 위한 중요한 설계변수들(내부 압력, 유체 밀도, 형상, 입사각)을 바꾸어 가면서 반사율과 투과율 그리고 동유체력에 대한 계산을 수행하였다. Fig. 3은 정역학적

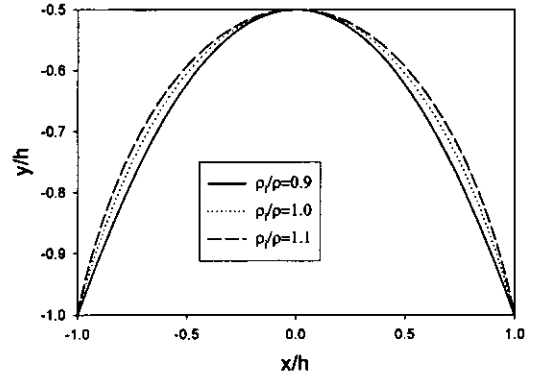
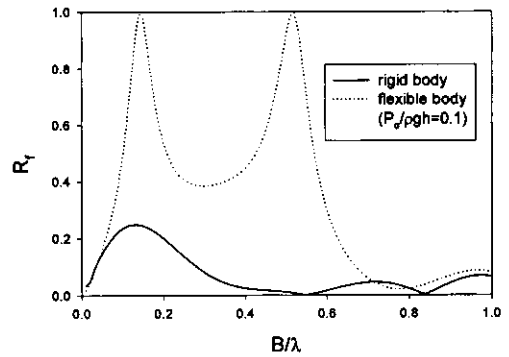
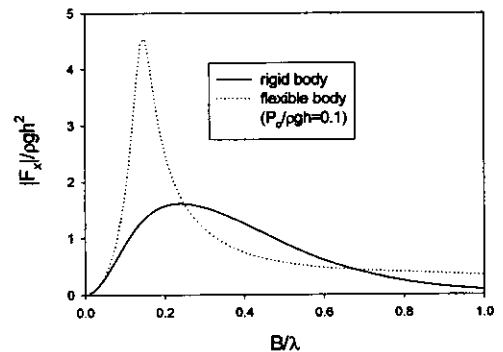


Fig. 3. Static shape of flexible membrane ($B/h=2.0$, $H/h=0.5$, $P_o/\rho gh=0.06$).



(a) Reflection coefficient



(b) Horizontal hydrodynamic force

Fig. 4. Reflection coefficient and hydrodynamic force of semi-circular shape as a function of non-dimensional wavelength B/λ for $H/h=0.5$, $B/h=1.0$.

해석을 통하여 얻은 유연막의 형상을 그려보았다. 여기서 실선은 내부 유체의 밀도가 외부 유체의 밀도보다 10% 작은 경우이며, 기는 점선은 같은 경우, 굵은 점선은 10% 큰 경우이다. 예상대로 내부 유체의 밀도가 클수록 내부영역의 면적이 커지는 것을 볼 수 있다. Fig. 4는 유연막의 파랑제어 효과를 살펴보기 위하여 같은 형상의 유연막과 강체의 투과율을 서로 비교하였다. 여기서 실선은 해저면에 위치한 반원형 강체구조물에 의한 반사율이며, 점선은 같은 형상의 유연막 구조물이 놓인 경우의 반사율이다. 강체는 $B/\lambda=0.1$ 보다 약간 큰 주파수에서 최대의 반사율을 보이다가 주파수가 커짐에 따라 반사율이 줄어드는 것을 볼 수 있다. 반면에 유연막 구조물은 $B/\lambda=0.13$ 과 0.52 에서 완전반사를 보이며 전반적으로 강체 구조물에 비하여 반사율이 월등히 크다. 즉, 파랑제어효과가 크게 나타났다. 이러한 현상은 강체와 달리 유연막은 파도에 따라 운동을 하기 때문이다. 유연막의 운동은 새로운 파를 발생시켜 중첩원리에 의하여 원래의 파계와 합쳐져 구조물을 통과하는 파를 소멸시킨다. 수평방향의 동유체력의 최대값은 유연막 구조물에서 더 크게 나타나며, 최대값을 주는 주파수는 반사율이 최대가 되는 첫 번째 주파수와 일치한다. 유연막 구조물에서 완전반사($R_r=1.0$)가 나타나는 것은 입사파의 주파수와 유연막의 고유주파수가 일치됨으로서 발생하는 공진 현상으로 설명할 수 있으며, 그때의 주파수를 공진 주파수라 한다.

Fig. 5는 수치계산 결과의 타당성을 조사하기 위하여 Ohyama *et al.*, (1989)의 실험결과와 비교하였다. 계산 모델의 폭과 수심의 비(B/h)는 2.0이며, 유연막 내부의 유체는 외부의 유체와 동일하다. Fig. 5의 (a), (b), (c)는 무차원된 내부압력($P_r/\rho gh$)과 무차원된 높이(H/h)가 각각 (0.065, 0.537), (0.116, 0.542), (0.208, 0.556)이다. 계산 결과와 Ohyama의 실험결과는 정량적인 값들의 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 이는 실험의 정밀도에 의한 영향과 계산에서 무시한 마찰에 감쇄효과에 기인한 것으로 판단된다. 특히 $P_r/\rho gh=0.208$ 의 경우 반사율의 최대값과 투과율의 최소값을 주는 공진주파수가 계산치에서는 $B/\lambda=0.45$ 인 반면에 실험치는 대략 $B/\lambda=0.65$ 이다. 즉, 마찰에 의한 감쇄효과로 공진주파수가 차이가 나며, 공진 주파수에서의 실험치의 반사율은 감소되고 투과율을 증가하는 것을 볼 수 있다. 그러나 계산치와 실험치의 정성적인 경향은 유사하다. Fig. 6은 Fig. 5와 같은 조건에서 유연막에 작용하는 동유체력을 보여주고 있다. 여

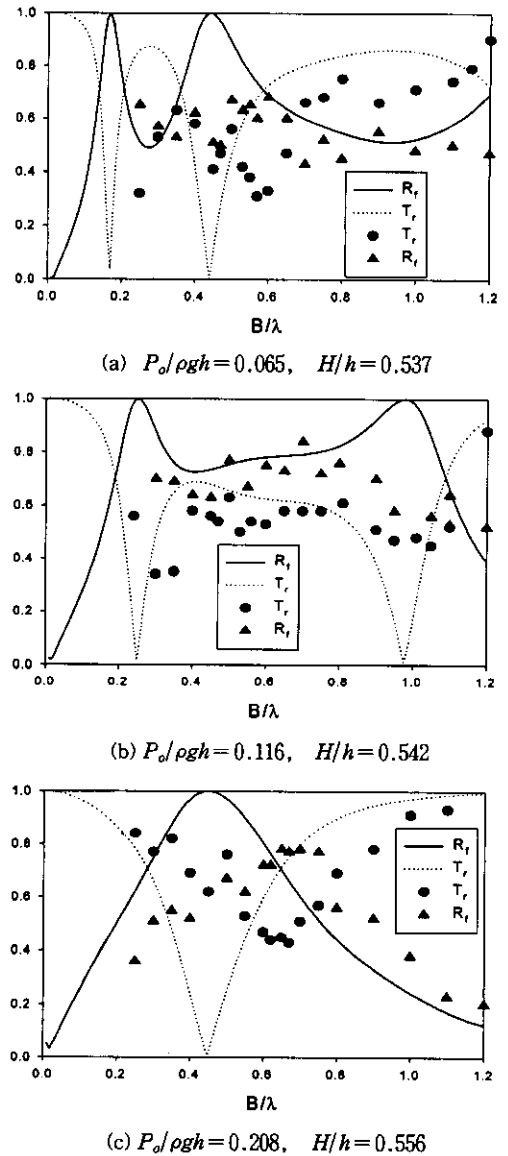
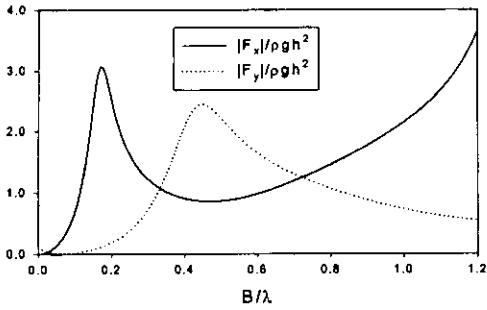


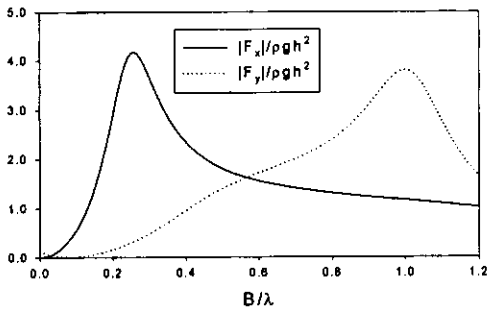
Fig. 5. Comparison of present numerical results and Ohyama's experimental results as a function of non-dimensional wavelength B/λ for $H/h=2.0$.

기서 실선은 동유체력의 수평방향 성분이고 점선은 수직방향 성분을 뜻한다. 흥미로운 사실은 수평방향의 동유체력의 최대값은 Fig. 5의 그림에서 투과율이 최소가 되는 첫 번째 공진 주파수에서 발생하며, 수직방향의 동유체력의 최대값은 두 번째 공진 주파수에서 발생하는 것을 볼 수 있다.

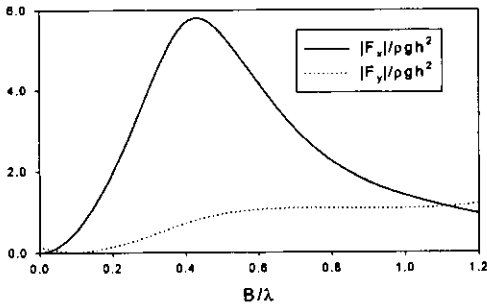
Fig. 7에서 유연막 내부압력을 변화시키면서 투과율을



(a) $P_o/\rho gh=0.065, H/h=0.537$



(b) $P_o/\rho gh=0.116, H/h=0.542$



(c) $P_o/\rho gh=0.208, H/h=0.556$

Fig. 6. Hydrodynamic forces acting on flexible membrane as a function of non-dimensional wavelength B/λ for $H/h=2.0$.

살펴보았다. 여기서 H/h 는 0.5로 고정시켰고, 유연막 안과 밖의 유체의 밀도는 서로 같다. 실선은 무차원된 내부압력이 가장 낮은 0.05인 경우이며, 굵은 점선은 가장 큰 0.2인 경우이다. 전반적으로 내부압력이 작을수록 곡선의 변동폭이 큰 것을 알 수 있다. 다시 말하여 계산 주파수영역내에 공진 주파수의 개수가 증가한다. 무차원된 내부압력이 0.2일 때는 계산 영역내에 공진 주파수가 1개 존재하나, 0.1일 때 2개, 0.05일 때 3개 존재한다.

Fig. 8은 유연막의 높이($H/h=0.4, 0.5, 0.6$)를 바꿔가

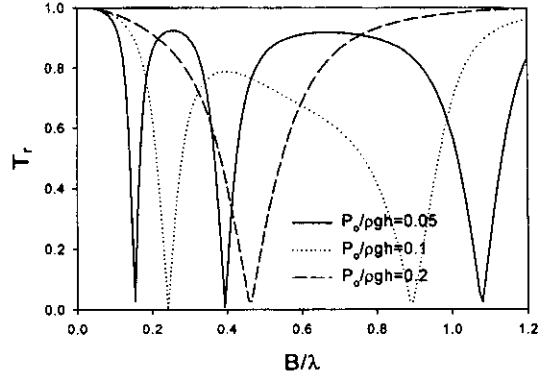


Fig. 7. Transmission coefficient as a function of non-dimensional internal pressure $P_o/\rho gh$ and wavelength B/λ for $H/h=0.5, B/h=2.0$ and $\rho_i=\rho$.

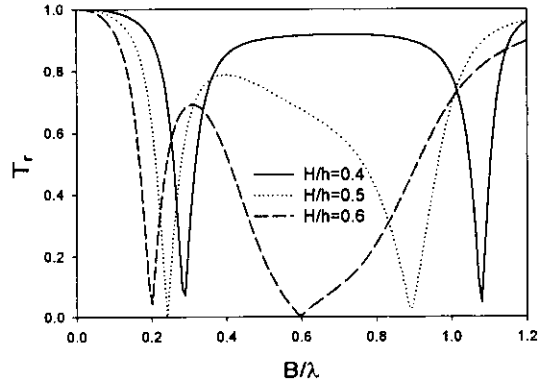


Fig. 8. Transmission coefficient as a function of non-dimensional membrane height H/h and wavelength B/λ for $P_o/\rho gh=0.1, B/h=2.0$ and $\rho_i=\rho$.

면서 투과율의 변이특성을 살펴보았다. 이때 유연막의 무차원된 내부압력은 0.1로 고정시켰다. $0.3 < B/\lambda < 1.0$ 영역에서 H/h 가 0.6일 때 투과율은 가장 낮게 나타나는 것을 볼 수 있다. Fig. 9는 유연막 안과 밖의 유체의 밀도차가 투과율에 미치는 영향을 살펴보았다. 저주파수 영역에서는 유체의 밀도차가 투과율에 큰 영향을 주지 않고 있음을 알 수 있다. 그러나 B/λ 가 0.4 이상인 고주파수 영역에서는 투과율에 영향을 준다. 내부 유체의 밀도가 상대적으로 작을수록 투과율은 감소된다.

Fig. 10은 파의 입사각도 변화에 따른 투과율의 변화를 살펴보았다. 실선은 입사파의 진행방향이 x 축과 평행하며, 가는 점선은 x 축과 30° , 굵은 점선은 x 축과 45° 이다. 투과율이 최소가 되는 공진 주파수 중 첫 번째 공진 주파수의 위치($B/\lambda=0.24$)는 입사각도에 관계없이 일

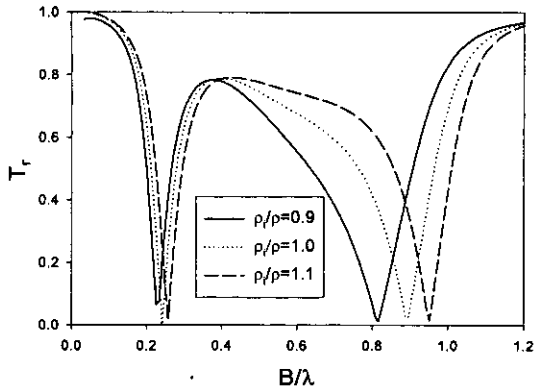


Fig. 9. Transmission coefficient as a function of density ratio and non-dimensional wavelength B/λ for $P_s/\rho_0gh=0.1$, $B/h=2.0$ and $H/h=0.5$.

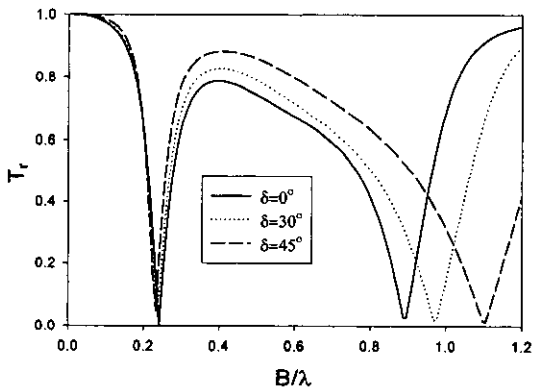


Fig. 10. Transmission coefficient as a function of incident wave angle and non-dimensional wavelength B/λ for $P_s/\rho_0gh=0.1$, $B/h=2.0$, $H/h=0.5$, and $\rho_i=\rho$.

정하나 두 번째 공진 주파수는 입사각도가 클수록 고 주파영역으로 이동하는 것을 볼 수 있다. 2개의 공진 주파수사이의 주파수 영역에서의 투과율은 입사각도가 작을수록 줄어든다.

5. 결 론

이상의 계산결과로부터 아래와 같은 결론을 도출할 수 있다.

1. 유연막 구조물은 강체 구조물에 비하여 우수한 파랑제어 성능을 갖고 있음을 확인하였다. 이는 유연막의 운동으로 발생된 파는 원래의 파계와 중첩하여 투과된 파를 감소시키기 때문이다. 따라서 최대의 방파 성능을

얻기 위해서는 입사파와 발생파의 위상차가 180° 가 되도록 유연막의 형상이나 내부압력을 적절히 조절해야 한다.

2. 입사파의 주파수와 유연막의 고유주파수가 일치되면 공진 현상이 발생하며, 이때 완전반사가 일어나므로 투과율은 0에 가깝다. 계산영역내의 공진 주파수의 개수는 유연막의 내부압력이 작을수록 증가한다.

3. 동유체력의 최대값을 주는 주파수는 공진 주파수와 일치한다. 수평방향의 최대값은 첫 번째 공진 주파수에서 발생하며, 수직방향의 최대값은 두 번째 공진 주파수에서 생긴다.

4. 유연막 안과 밖의 유체의 밀도차와 입사각도는 저 주파수 영역에서는 파랑제어 성능에 큰 영향을 미치지 않지만 고주파수 영역에서는 성능에 영향을 준다. 반면에 유연막의 형상과 내부압력은 전 주파수 영역에서 파랑제어 성능에 큰 영향을 준다. 또한 최대의 파랑제어 성능을 보이는 주파수 범위가 존재하므로 유연막 방파제를 설계할 때 설치해역의 파랑 특성을 충분히 고려하여 설계에 반영하여야 한다.

참고문헌

Broderick, L.L. and Leonard, J.W., 1995. Nonlinear response of membrane to ocean waves using boundary and finite elements, *Ocean Engng.*, **22**(7), pp. 731-745.

Cho, I.H. and Kim, M.H., 1998. Interaction of a horizontal flexible membrane with oblique incident waves, *J. Fluid Mech.*, **367**, pp. 139-161.

Kim, M.H. and Kee, S.T., 1996. Flexible membrane wave barrier Part I: Analytic and numerical solution, *J. Wtrwy., Port, Coast., and Ocean Engng.*, ASCE, **122**(1), pp. 46-53.

Newman, J.N., 1994. Wave effects on deformable bodies, *J. Appl. Ocean Res.*, **16**, pp. 47-59.

Ohyama, T., Tanaka, M., Kiyokawa, T., Uda, T. and Murai, Y., 1989. Transmission and reflection characteristics of waves over submerged flexible mound, *Coastal Engng. in Japan*, **32**(1), pp. 53-68.

Phadke, A.C. and Cheung, K.F., 1999. Response of bottom-mounted fluid-filled membrane in gravity waves, *J. Wtrwy., Port, Coast., and Ocean Engng.*, ASCE, **125**(6), pp. 294-303.

Zhao, R., 1995. A complete linear theory for a two-dimensional floating and liquid-filled membrane structure in waves, *J. Fluids and Struct.*, **9**(8), pp. 937-947.

부록. 외부영역과의 정합

유연막 구조물에서 일정거리($|x| > R^*$) 떨어진 외부영역에서의 해는 2차원 Helmholtz 방정식과 함께 자유표면경계조건, 바닥경계조건, 방사경계조건을 만족한다. 고유함수전개법을 사용하면 외부영역에서의 해는 아래식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \phi^\pm(x, y) &= A_o^\pm e^{\pm i\alpha x} \frac{\cosh ky}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\pm e^{\pm \gamma_n x} \frac{\cos K_n y}{\cos K_n h} + \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_l \end{pmatrix} \\ x &> R^+ \\ x &> R^- \end{aligned} \tag{A1}$$

여기서 $\alpha = \sqrt{k^2 - \beta^2}$ 이며, $\gamma_n = \sqrt{K_n^2 + \beta^2}$ 이다. k 와 K_n 는 분산식의 실근과 허근을 의미하며, $x=R^*$ 은 외부영역과 내부영역이 만나는 정합면을 나타낸다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh, \quad \omega^2 = -gK_n \tan K_n h \tag{A2}$$

여기서 A_o^\pm 와 A_n^\pm 는 미지수로 내부영역의 해와 정합하여 구해진다.

내부영역과 정합을 위하여 식 (A1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi^\pm(x, y) &= A_o^\pm W_o^\pm(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n^\pm W_n^\pm(x, y) + \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_l \end{pmatrix} \\ x &> R^+ \\ x &> R^- \end{aligned} \tag{A3}$$

여기서

$$\begin{aligned} W_o^\pm(x, y) &= e^{\pm i\alpha x} \frac{\cosh ky}{\cosh kh} \\ W_n^\pm(x, y) &= e^{\pm \gamma_n x} \frac{\cos K_n y}{\cos K_n h} \end{aligned}$$

이다.

정합면 $x=R^*$ 에서의 속도포텐셜은 식 (A3)으로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[\phi^+] = [C^+][a^+]$$

$$\left[\frac{\partial \phi^+}{\partial x} \right] = [D^+][a^+] \tag{A4}$$

여기서

$$\begin{aligned} [a^+] &= \{A_o^+, A_1^+, A_2^+, \dots\}^T \\ [C^+] &= \{W_o^+, W_1^+, W_2^+, \dots\} \end{aligned}$$

$$[D^+] = \left\{ \frac{\partial W_o^+}{\partial x}, \frac{\partial W_1^+}{\partial x}, \frac{\partial W_2^+}{\partial x}, \dots \right\}$$

식 (A4)에서 $[a^+]$ 를 소거하면

$$\left[\frac{\partial \phi^+}{\partial x} \right] = [D^+][C^+]^{-1}[\phi^+] \tag{A5}$$

정합면 $x=R^*$ 에서의 내부영역과 외부영역의 정합조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [\phi^{(1)}] &= [\phi^+] \\ \left[\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial n} \right] &= \left[\frac{\partial \phi^+}{\partial x} \right] \quad \text{at } x=R^+ \end{aligned} \tag{A6}$$

식 (A5)과 (A6)으로부터 정합면에서의 속도포텐셜과 법선방향의 속도와의 관계식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial n} \right] = [D^+][C^+]^{-1}[\phi^{(1)}] \tag{A7}$$

같은 방법을 사용하여 정합면 $x=R^*$ 에서의 법선방향의 속도와 속도포텐셜 사이의 관계식은 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial n} \right] = -[D^-][C^-]^{-1}([\phi^{(1)}] - [\phi_l]) - \left[\frac{\partial \phi_l}{\partial x} \right] \tag{A8}$$

식 (A7)과 (A8)를 앞에서 유도한 식 (27)과 (28)에 대입하여 정리하면 최종적으로 풀어야 할 대수방정식을 유도할 수 있다.