다분야통합 설계 최적화(MDO) 문제의 정식화 기법에 대한 고찰

Part 1: MDO의 정식화와 관련된 Issue들

양 영 순, 정 현 승 〈서울대학교 조선해양공학과〉

1. 서 론

최근에 관심이 고조되고 있는 다분야통합 설계 최적화(이하 MDO[Multidisciplinary Design Optimization])는 항공기, 선박, 자동차 등과 같은 복합적인 공학 시스템을 설계하는데 적용하기 위해 고안된 기법이다. 복합적인 공학 시스템의 설계는 필연적으로 여러 분야(discipline)의 지식을 기반으로 하는데, 각 분야 간의 상호 의존성이 전체 시스템 설계로의 융합(integration)을 어렵게 한다. 따라서 MDO 정식화의 관심은 전체 시스템 설계 문제의 효율적 분해(decomposition)와 분해된 문제를 분산환경에서 동시에 수행하는 기법 및 분야 간의 연성(coupling)을 적절히 고려하여 분해된 문제를 효과적으로 융합하는 방법에 관한 것이다.

MDO문제의 특징을 살펴보자. 먼저 대규모의 복합적인 공학시스템을 다루므로 설계변수와 구속조건이 많다는 특징이 있다. 다량의 구속조건들은 각 분야 고유의 지식을 바탕으로 하는데, 이러한 구속조건의 만족여부를 판단하기 위해서는 그 분야 고유의 해석을 수행해야 한다. 따라서 다양한 분야의 해석프로그램들을 포함하고 있다. 여러 분야의 해석들은 다른 분야의 해석과 연성되기도 하는데, 이러한 분야간의 연성이 MDO 문제의 가장 큰 특징이라 할 수 있다. Sobieski 등(1996)은 이러한 특징에 주목하여 MDO를 다음과 같이 정의하였다.

"A methodology for the design of systems where the interaction between several disciplines must be considered, and where the designer is free to significantly affect the system performance in more than one discipline."

2. MDO의 어려움

복합적인 공학 시스템의 설계 최적화는 일반적으로 많은 설계변수와 여러 가지 목적함수 및 제

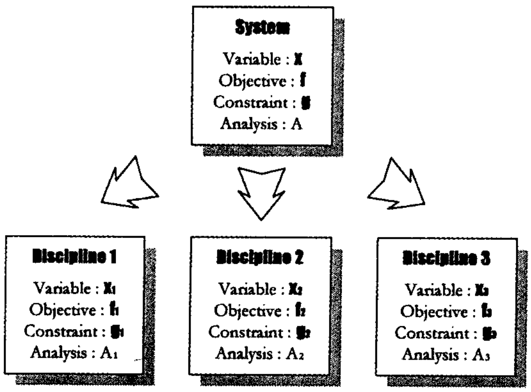


그림 1. 각 분야에 관련된 설계변수, 목적함수, 제약조건 및 해석

약조건, 그리고 이러한 목적함수와 제약조건의 값을 구하기 위해 필요한 여러 분야의 해석들로 구성된다. 전체의 문제가 3개의 분야로 이루어진 경우, 앞의 구성 요소들을 각 분야별로 재구성하면 <그림 1>과 같다.

일반적으로 복합적인 시스템의 설계는 여러 분야의 전문가들을 필요로 한다. 전체의 문제가 각 분야별로 분해되어 각 분야의 전문가들에게 할당되면 각 분야의 전문가들은 그들의 임무를 수행하게 된다. 각 분야 전문가의 임무는 해석에만 국한되기도 하고, 해석 및 설계변수의 결정 모두를 담당하기도 한다. 각 분야에 할당된 임무가 해석에만 국한되는 경우, 각 분야의 전문가들은 최적화모듈에서 전달되는 설계 변수를 입력으로 해석을 수행하여 목적함수와 제약함수의 값을 구하고 이것을 최적화모듈에 되돌려주는 일을 담당한다. 그러나 분야들 사이에서 각각의 해석 결과가 상호 입력으로 사용되는 경우, 각 분야의 독자적인 해석 수행이 어려워진다. 예를 들어, 항공기의 날개를 설계하는 경우를 가정해 보자. 날개에 부딪히는 공기의 압력으로 날개에 변형이 생기고, 이러한 날개의 변형이 날개 주위의 공기 유동에 영향을 주어 날개에 작용하는 압력이 바뀌게 된다. 이러한 것을 유체역학의 CFD 해석모듈과 구조역학의 FEM 해석모듈을 사용하여 해석을 수행하는 경우, CFD 해석모듈의 입력에 FEM 해석 결과로 얻어지는 구조물의 변형된 형상이 필요하고, FEM 해석모듈의 입력에 CFD 해석 결과로 얻어지는 유체의 압력이 필요하게 된다. <그림 2>는 각 분야 간 해석의 연성을 나타내는 그림이다. 이러한 해석의 연성이 MDO의 가장 큰 어려움 중의 하나이다.

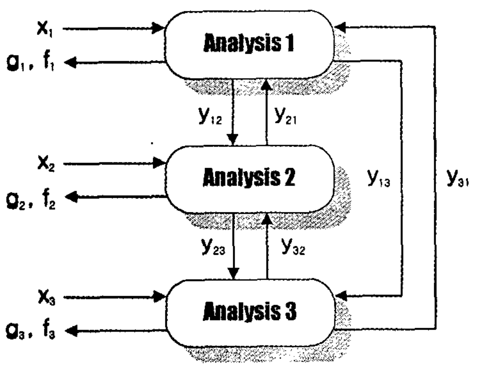


그림 2. 해석의 연성

만일 각 분야의 전문가가 해석과 설계의 임무를 모두 수행한다면 해석의 연성으로 인한 어려움 이외에 설계변수의 분할과 조정에 따른 어려움이 발생한다. <그림 3>과 같이 각 분야에 할당된 변수에 공통된 변수가 있는 경우, 그 변수에 대한 각 분야의 설계가 서로 상충될 수 있다. 설계변수의 분할과 공유변수 상충의 조정이 MDO의 또 하나의 어려움이라 할 수 있다.

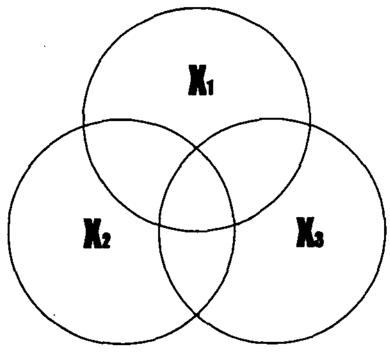


그림 3. 설계변수의 벤다이어그램

따라서, MDO 정식화의 관심은 해석의 연성 해결과 설계변수의 분할 및 조정, 그리고 분해된 문제들에 대한 분산 및 동시공학 기술의 적용 등에 있다.

3. 해석의 연성과 SAND 및 NAND

3.1 SAND와 NAND

비선형 구조해석에 최적화기법이 적용되는 것을 보고, Haftka는 그의 논문 "Simultaneous Analysis and Design"(1985)에서 최적화모듈에서 해석과

최적화를 모두 수행하는 SAND기법을 제안하였다. 즉, 최적화의 매 반복계산 과정마다 비선형 구조해석 반복계산이 필요한 기존의 방법(이러한 방식은 SAND와 구별하여 NAND [Nested ANalysis and Design]라고 불린다)보다 하나의 큰 최적화 문제로 다루는 SAND기법이 계산상 효율적이라고 주장하였다.

이제 SAND기법과 NAND기법의 차이를 설명하기 위해 구조물의 중량 최적화문제를 예로 들어보자. 주어진 최적화 문제가 특정 하중상태에서 항복 응력을 넘지 않는 범위에서 구조물의 중량이 최소화되도록 단면 치수를 결정하는 것이라고 하면, 목적함수 f는 구조물의 중량이고, 설계변수벡터 $\boldsymbol{x}$는 구조물의 단면 치수 벡터, 제약함수 g는 구조물의 최대 응력에서 항복 응력을 뺀 값이다. 그리고 응력을 계산하기 위해서 유한요소해석이 필요하다. 어떤 분야의 해석이란 주어진 입력에 대하여 그 분야의 법칙(이하 "상태방정식")을 만족하는 종속변수(이하 "상태변수")의 값을 결정하는 것이다. 유한요소해석의 상태방정식을 비선형 해석을 고려하기 위해 residual 형태로 기술하면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{r} = \mathbf{0}, \text{ where } \boldsymbol{r} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{F}$$

여기서, 구조물의 전체강성행렬(K)과 하중벡터(F)는 설계변수벡터($\boldsymbol{x}$)에 의해 결정되거나 주어진 값이고, 유한요소해석을 통해 residual벡터가 0이 되는 상태변수벡터(y:구조물의 변위)를 구하게된다. 비선형 해석의 경우는 이러한 해석과정에서 residual벡터를 0으로 만들기 위한 반복계산이 필요하다.

앞서 기술된 문제에 표준적인 최적화기법을 적용하면 <그림 4>와 같다. 최적화모듈에서 설계변수벡터를 해석모듈에 전달하면 해석모듈은 해석을 수행하여 상태변수를 구하고, 이를 이용하여 목적함수와 제약함수의 값을 구하여 최적화모듈에 되돌려준다(이 문제의 목적함수인 구조물의 중량은 해석의 도움 없이 구할 수 있다 하지만, 목적함수를 계산하기 위해서는 반드시 해석이 선행되어야 하는 경우도 있으므로 여기서는 목적함수와 제약함수의 계산이 해석 이후에 행해진다고 가정하자). 이러한 과정에서 해석의 반복계산이 최적화의 반복계산 속에 중첩되는 NAND의 성향을 띄게 된다.

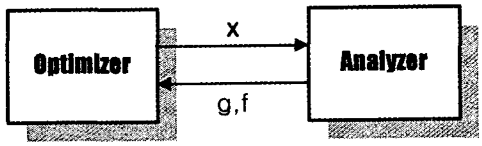


그림 4. 표준적인 최적화기법(NAND)

이제 SAND기법을 적용해 보자. 이 방법에서는 설계변수에 상태변수인 y가 포함되고 제약조건 $\boldsymbol{r} = \mathbf{0}$이 추가된다. 최적화모듈에서 설계변수벡터($\boldsymbol{x}$)와 상태변수벡터(y)를 해석모듈로 전달하면, 해석모듈에서는 상태방정식의 residual (r) 값과 목적함수 및 제약함수의 값을 구해서 최적화모듈에 전달한다. 상태방정식의 residual이 0이 된다는 제약조건을 만족하도록 함으로써 최적화가 이루어지는 시점에서 해석의 상태방정식을 만족하도록 하는 것이다. 이러한 방식은 설계변수벡터($\boldsymbol{x}$)와 상태변수벡터($\boldsymbol{y}$)가 최적화를 통해 동시에 결정되므로 "Simultaneous ANalysis and Design(SAND)"이라 불린다. 여기서 해석 모듈의 역할은 기존의 해석모듈의 역할과 사뭇 다르다. SAND에서 해석모듈의 역할은 자체의 상태방정식을 풀어 상태변수를 결정하는 것이 아니라 주어진 설계변수와 상태변수에 대하여 상태방정식의 residual과 목적함수 및 제약함수의 값을 구하는 "function evalua-

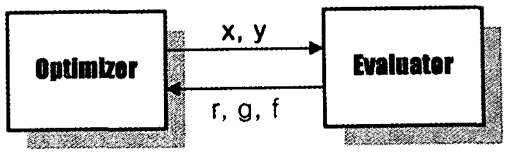


그림 5. SAND기법

tion"의 기능만을 수행한다. Balling 등(1996)은 이러한 해석모듈을 "evaluator"라 칭하였다. <그림 5>는 SAND기법에서 최적화모듈과 해석모듈의 관계를 나타낸다.

3.2 다분야통합해석(MDA)과 NAND

MDO를 표준적인 최적화 문제로 정식화하면 분야간의 연성을 고려한 다분야통합해석(MDA [MultiDisciplinary Analysis])이 필요하다. 즉, 최적화모듈에서 전달된 설계변수에 대하여 해석모듈은 다분야통합해석을 만족하는 해를 찾고, 이로부터 목적함수와 제약함수를 구해서 최적화모듈에 다시 전달해야 한다. 분야간의 연성으로 인해, 각각의 해석이 선형인 경우에도 다분야통합해석의 과정에서 반복계산이 필요하다. 따라서, 최적화 과정에서 다분야통합해석을 수행하면 다분야통합해석의 반복계산이 최적화의 반복계산 속에 중첩되는 NAND의 성향을 띄게 된다.

이제 다분야통합해석을 수행하는 방법을 설명해보자. Haftka, Sobieski 및 Padula (1992)의 논문에는 MDA를 푸는 방법으로 고정점 반복계산법(fixed-point iteration)과 Newton의 방법 및 이 두 가지를 혼합한 방법 등이 제시되어 있는데, 여기서는 고정점 반복계산법과 Newton의 방법에 대해 간략하게 소개하겠다. 간략한 설명을 위해 <그림 6>과 같이 두 개의 분야의 해석이 연성된 경우를 고려하자.

고정점 반복계산법은 먼저 y_{21}의 초기값을 가정하여 해석 A_1을 수행하고 이것의 결과로 얻어진 y_{12}의 값으로 해석 A_2를 수행하여 y_{21}을 구해낸다. 이러한 과정을 y_{21}이 수렴할 때까지 반복 계산하여 MDA의 해를 구하는 방법이 고정점 반복계산법이다.

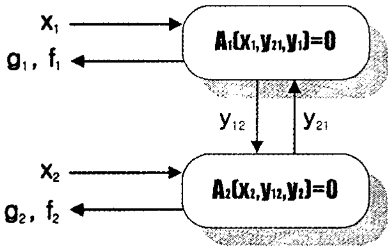


그림 6. 두 분야의 연성 해석

Newton의 방법은 잘 알려진 바와 같이 비선형 방정식의 해를 1계 미분치를 토대로 찾아가는 방법이다. 이 방법을 MDA에 적용하기 위해 y_{12}와 y_{21}이 다음과 같이 표현된다고 가정하자.

$$y_{12} = y_{12}\ (x,\ y_{21})$$
$$y_{21} = y_{21}\ (x,\ y_{12})$$

Newton의 방법은 먼저 초기의 y_{12}와 y_{21}을 가정하고 해석을 수행한다. 해석된 결과가 가정된 값들과 다르면 그것의 차이와 미분값들을 이용해 새로운 값을 찾아가게 된다. i번째의 residual이 다음과 같이 정의된다고 하자.

$$\begin{Bmatrix} r_{12} \\ r_{21} \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} y_{12}(x,\ y_{21}^i) - y_{12}^i \\ y_{21}(x,\ y_{12}^i) - y_{21}^i \end{Bmatrix}$$

Newton의 방법은 다음과 같은 계산의 반복을 통해 수렴된 y_{12}와 y_{21}을 찾아가게 된다.

$$\begin{Bmatrix} y_{12} \\ y_{21} \end{Bmatrix}^{i+1} = \begin{Bmatrix} y_{12} \\ y_{21} \end{Bmatrix}^{i} + \begin{bmatrix} I & -\dfrac{\partial y_{12}}{\partial y_{21}} \\ -\dfrac{\partial y_{21}}{\partial y_{12}} & I \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} r_{12} \\ r_{21} \end{Bmatrix}^{i}$$

3.3 해석의 비연성화와 SAND

MDA의 각각의 해석에 입력으로 필요한 y_{ij} 들을 최적화문제의 변수로 취급하면 MDA의 반복계산을 피할 수 있다. 이러한 변수를 연성변수(y_{ij}^*)라고 하는데, 연성변수를 도입하고 연성변수의 값이 해석의 결과로 나오는 y_{ij}(연성변수와 구분하기 위해 "연성함수"라 칭하자)의 값과 같아야 된다는 제

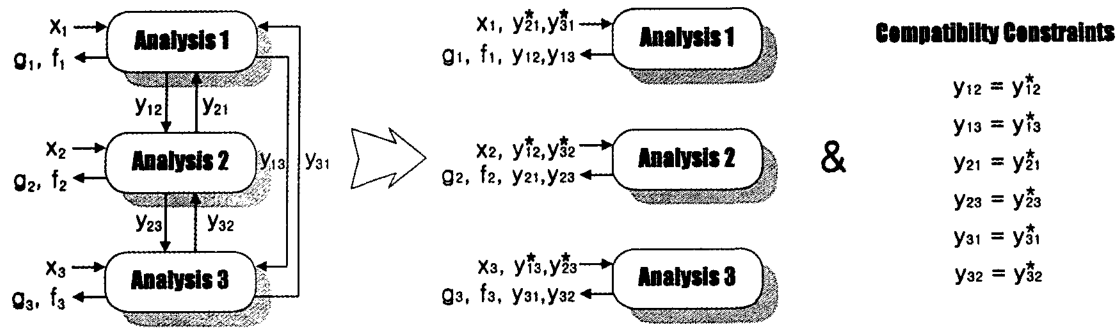


그림 7. 연성변수와 적합성 제약조건을 통한 해석의 비연성화

약조건(“적합성 제약조건” 혹은 “연성 등가조건” 이라 불린다)을 부과함으로써 각각의 해석은 독립적으로 수행될 수 있다(<그림 7> 참조). 이제 각각의 해석은 분산된 환경에서 동시에 수행될 수 있고, 최적화의 매 반복계산마다 연성된 MDA의 해를 찾기 위한 반복계산은 사라지게 된다. 이러한 방법은 최적화가 끝나는 시점에서 적합성 제약조건을 만족시키는 연성변수의 값을 찾음으로써 최적 설계변수의 값과 연성된 해석의 해를 동시에 찾게 되는 SAND의 성향을 띄게 된다.

<그림 7>에서 제시된 방법은 각 분야의 해석이 동시에 수행될 수 있는 장점이 있지만, 분야마다의 해석에 소요되는 시간이 많이 차이가 나는 경우는 다른 분야의 해석이 완료될 때까지 기다려야 하는 단점이 있다. 이러한 경우 해석을 동시에 수행하는 것보다 순차적으로 해석을 수행하여 연성변수와 적합성 제약조건의 수를 줄이는 것이 유리할 수도 있다. 즉, <그림 8>과 같이 분야 1의 해석을 먼저 수행하고 그 다음으로 분야 2의 해석을, 마지막으로 분야 3의 해석을 순차적으로 수행하면 연성변수의 수가 3개로 줄어들고, 적합성 제약조건의 수도 3개로 줄어들게 된다.

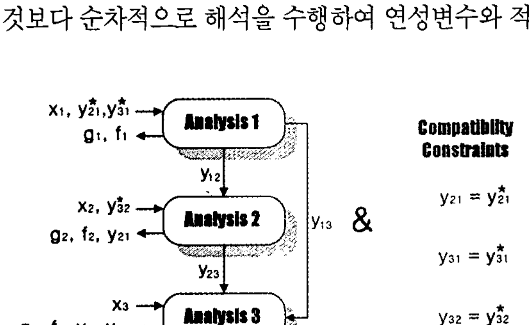


그림 8. 순차적 해석 수행을 통한 연성변수와 적합성 제약조건의 감소

4. 설계공간의 분해와 다단계 최적화

최적화문제의 해를 찾는데 요구되는 자원은 문제의 규모가 커짐에 따라 선형적 이상으로 증가한다. 다시 말하면, 설계변수의 수가 두 배로 증가하면 해를 찾는데 드는 비용이 두 배 이상이 될 것이다. 또한 규모가 큰 문제의 경우 과도한 컴퓨터 메모리가 요구된다. 이러한 이유로 큰 문제를 일련의 작은 문제들로 나누어 풀려는 시도를 하게 되는 것이다(Haftka and G rdal, 1992).

다단계 최적화(multilevel optimization)는 본래의 문제를 보다 작은 규모의 문제들로 재구성하는 분해기법과 부문제들(subproblems) 간의 연성을 고려하기 위한 조정문제로 구성된다.

4.1 분해(Decomposition)

분해는 전체 시스템을 상호 작용하는 하위시스템들로 분할해서 부문제들을 만드는 것이다. 일반적으로 분해는 프로세스지향분해(process oriented decomposition)와 시스템지향 분해(system oriented decomposition)로 나뉘어 진다. 프로세스지향 분해에서는 해석, 설계 및 최적화 프로세스가 시스템 전체를 표현하는 간단한 모델에 대한 설계부터 가장 세부적인 하위시스템의 설계까지 일련의 순차적인 단계들로 분해된다. 구조 최적화의 경우 종종 시스템 단계보다 부재단계에서 더 자세한 설계 과정이 요구되는 다단계 최적화로 기술된다. 시스템 단계에서는 유한요소해석에 기초하여 개략적인 분해가 이루어진다. 다시 말하면, 구조 부재의 상세 설계는 특정 목적의 해석을 사용하여 한 번에 한 부재씩 부재 단계에서 이루어지는 것이다. 프로세스지향 분해의 전형적인 예는 전체시스템을 부재력 계산을 위한 포괄적인 유한요소모델과 일정한 부재력을 받는 국부적인 모델로 가정하는 것이다. 시스템지향 분해는 전체시스템을 개별적으로 다룰 수 있는 적절한 하위시스템들로 나누는 것이다. 거대한 규모의 구조물은 종종 개별적으로 최적화될 수 있는 몇몇의 작은 하위구조물들로 분해된다. 예를 들면, 교량 구조물을 상판부, 지지부 및 지지기반으로 나누는 것이다(Kirsch, 1993).

분해의 기법은 정규적(formal, rigorous) 기법과 직관적(intuitive, heuristic) 기법으로 구분된다. 정규적 기법은 특정한 가정을 만족하는 경우, 정확한 최적해로 수렴하는 것이 보장되는 기법들을 통칭하는 것이다. 직관적 기법은 모델에 대한 물리적인 이해를 바탕으로 하는 경험 의존 기법으로 정확한 해로 수렴한다는 것을 보장하지 못하는 단점이 있다. 그럼에도 불구하고, 실제 문제들을 수학적으로 잘 정의된 가정에 적합하도록 변형하는 것이 쉽지 않으므로 대부분의 분해들은 공학적 판단에 의한 비정규적인 방식으로 이루어지고 있다.

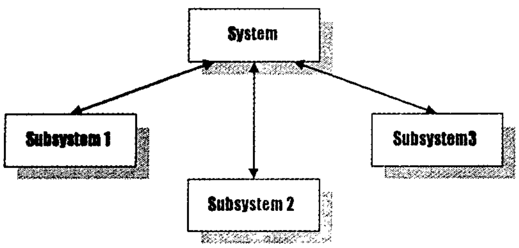


그림 9. 수직적 계층 분해

또한 분해는 분해된 문제의 계층구조 특성에 따라 하위문제와 상위문제의 연성만이 존재하는 수직적 계층 분해(hierarchic decomposition)와 하위문제와 상위문제의 연성뿐 아니라 하위문제들 사이에도 연성이 존재하는 비수직적 계층 분해(non-hierarchic decomposition)로 구분된다.

4.2 조정(Coordination)

조정(coordination)이란 최종적인 해가 분해되기 이전 문제의 해와 동일하도록 부문제들의 최적해를 수정하는 것을 말한다. 이러한 조정의 과정에서 조정변수(coordinating variable)가 등장한다. 대부분의 조정과정은 다음과 같은 단계로 이루어진다.

- 조정변수를 선택한다. 이러한 조정변수로는 설계변수, 상태변수, Lagrange multiplier 혹은 penalty parameter등이 가능하다.
- 고정된 조정변수에 대하여 하위단계의 부문제들에 대한 독자적인 해를 구한다.
- 하위 부문제들의 해를 이용하여 전체 목적함수의 값을 개선하도록 조정변수를 갱신한다.
- 수정된 조정변수에 대하여 다시 부문제들을 풀고 조정변수를 갱신하는 과정을 반복한다.

4.3 OLD 기법

거대한 비선형 설계 문제에 적용될 수 있는 다단계 최적화 기법으로 Sobieski가 제안한 OLD (Optimization by Linear Decomposition)가 있다. 이 방법에서는 설계문제가 수직적 계층구조를 갖도록 분해되며, 상위단계에서는 시스템의 전체 거동을 표현하는 간략한 모델에 대한 최적화가 수행되고, 하위단계에서는 좀더 상세한 모델에 대한 최적화가 이루어진다. 즉 프로세스지향 분해를 기

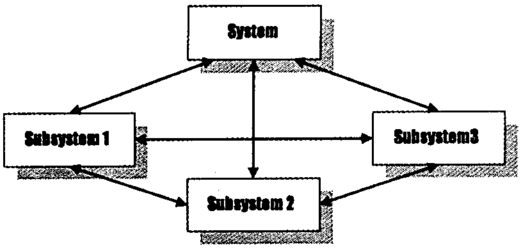


그림 10. 비수직적 계층 분해

반으로 하는 것이다. 이러한 방법은 구조설계문제에 많이 적용되어 왔는데, 구조문제에 대한 일반적인 OLD 정식화는 Sobieski 등(1985)과 Sobieski 등(1987)에 제시되어 있다.

OLD 전체 과정의 이해를 돕기 위해 Sobieski 등(1985)의 논문에 있는 3부재 강접합 골조구조물(portal framework)의 예제를 들어보자(<그림 11>). 이 문제는 응력과 좌굴의 제약조건하에서 정하중을 받는 3부재 강접합 골조구조물의 최소 중량 설계이다.

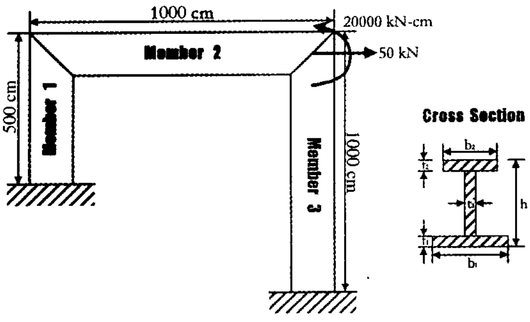


그림 11. 3부재 강접합 골조구조물

이 문제를 고전적인 단일단계 최적화문제로 정식화하면 다음과 같다.

Find: $\boldsymbol{x}$

where $\boldsymbol{x}^T = \{\boldsymbol{x}_1^T, \boldsymbol{x}_2^T, \boldsymbol{x}_3^T\}$

$\boldsymbol{x}_i^T = \{b_1, t_1, b_2, t_2, \mathrm{h}, t_3\}_i$

Minimize: Weight $f(x)$

Satisfy:

응력 제약조건: $\boldsymbol{g}_s \leq 0$, $\boldsymbol{g}_s^T = \{g_s^1, g_s^2, g_s^3\}$

좌굴 제약조건: $\boldsymbol{g}_b \leq 0$, $\boldsymbol{g}_b^T = \{g_b^1, g_b^2, g_b^3\}$

단일단계 최적화문제로 정식화된 경우, 설계변수는 총 18개이다. 제약함수의 값들을 구하기 위해서 먼저, 유한요소해석에 의해 각 부재에 걸리는 힘을 계산해야 하고, 이후에 보 이론과 좌굴 이론에 근거하여 각 부재별로 응력제약함수와 좌굴제약함수의 값들을 계산해야 한다.

동일한 문제에 OLD 기법을 적용해 보자. 이 문제의 경우, 상세한 단면의 치수를 모르더라도 부재의 단면적(A)과 단면이차모멘트(I)만 알면 유한요소해석을 수행할 수 있다. 유한요소해석을 수행하여 부재력을 알아내면, 앞서 가정한 단면적과 단면이차모멘트에 맞게 각 부재의 상세한 치수들을 독립적으로 최적화할 수 있다.

시스템 단계에 대한 최적화 문제는 다음과 같이 기술된다.

Find: $\boldsymbol{x}_{cv}$

where $\boldsymbol{x}_{cv}^T = \{A_1, I_1, A_2, I_2, A_3, I_3\}$

Minimize: Weight $f(\boldsymbol{x})$

Satisfy: $C_1 \leq 0$, $C_2 \leq 0$, $C_3 \leq 0$

하위시스템 단계에서의 최적화 문제는 부재 i에 대하여 다음과 같이 기술된다.

Find: $\boldsymbol{x}_i$

where $\boldsymbol{x}_i^T = \{b_1, t_1, b_2, t_2, h, t_3\}^i$

Minimize: $C_i\ (\mathrm{g}_s^i, \mathrm{g}_b^i)$

Satisfy:

$A_i - A(\boldsymbol{x}_i) = 0$, $I_i - I(\boldsymbol{x}_i) = 0$

OLD의 적용하여 생기는 가장 큰 변화는 설계

변수의 증가와 제약조건의 증가이다. 시스템 단계에서의 해석을 위해서 각 부재의 단면적과 단면이차모멘트가 설계변수로 도입되었는데, 이것이 시스템과 하위시스템을 조정하는 역할을 하는 조정변수(coordination variable)이다. 또한 시스템단계에서 최적화된 단면적과 단면이차모멘트는 부재단계에서 계산되는 값과 같아야 한다는 등가제약조건이 추가되었는데 이러한 것을 일관성 제약조건(consistency constraint)이라 부른다. 이 문제의 경우는 설계변수가 6개 증가하였고, 등가제약조건이 6개 추가되었다. 또 하나의 특징은 하위시스템 단계에서 목적함수로 사용되고 시스템 단계에서 제약함수로 사용되는 $C_i(g_s^i,\ g_b^i)$의 등장이다. 이것은 누적제약함수(cumulative constraint)라고 불리는 것으로 보통 제약조건의 수를 줄이기 위해 사용되는 것이지만, OLD에서는 하위시스템의 목적함수로도 사용된다. 누적제약함수는 제약조건중 하나라도 위반하는 것이 있으면 양의 값을 주고, 제약조건이 모두 만족하면 0 이하의 값을 주는 특성을 가져야 한다. 누적제약함수는 여러 가지 형태로 정의될 수 있지만, KS(Kreisselmeier-Steinhauser)함수가 널리 쓰인다. KS함수를 사용한 누적제약함수는 다음과 같다.

$$C(\boldsymbol{g}_i)=\frac{1}{\rho}\ln\left[\sum_{j=1}^{m}\exp(\rho g_j)\right]$$
$$\text{where}\quad \boldsymbol{g}_i^T=\{g_1, g_2, \cdots, g_m\}^i$$

여기서, ρ는 사용자가 정의하는 상수 값이다.

주어진 최적화 문제는 다단계로 분해되어 시스템 단계에서는 누적제약함수를 만족하면서 목적함수를 최소로 하는 조정변수를 결정하고, 부재단계에서는 시스템에서 전달되는 조정변수와 부재력에 대하여 일관성 제약조건을 만족하고 누적제약함수를 최소로 하는 각 부재의 설계변수를 결정한다. 이러한 정식화에서 문제가 되는 것은 시스템 단계에서 사용되는 누적제약함수가 조정변수의 함수가 아니라 설계변수의 함수라는 점이다. 이러한 것을 해결하기 위해 OLD에서는 부재단계에서 조정변수에 대한 민감도해석을 수행하고, 시스템단계의 누적함수는 Taylor 전개를 통하여 조정변수에 대한 선형 근사 함수로 기술하여 사용한다.

OLD기법을 실제로 적용하는데 있어 추가되는 일관성 제약조건은 등가제약조건의 형태로 표현되는데, 등가제약조건은 수치적으로 다루기 어려울 뿐 아니라 때때로 심각한 수렴속도의 저하를 야기하기도 한다(Haftka and G rdal, 1992). Sobieski는 이러한 단점을 보완하기 위해서 새로운 방식의 조정문제를 제안하였다(Sobieski, 1993). 여기서 제안한 방식은 누적함수를 부재 고유의 제약조건 위반량으로 구성하는 것이 아니라 등가제약조건으로 표현되는 일관성 제약조건의 위반량(일관성 제약조건의 누적 위반량은 "불일치 함수(discrepancy function)"라고 불리기도 한다)으로 구성하는 것이다. 즉, 이전에는 부재단계에서의 최적화가 일관성 제약조건을 만족하면서 부재 고유의 제약조건(3부재 강접합 골조 구조물 예제의 경우, 응력 및 좌굴제약조건)의 누적 위반량을 최소화하는 방식으로 진행되었다면, 새로운 정식화는 부재 고유의 제약조건을 만족하면서, 상위시스템과 하위시스템의 불일치를 최소로 하는 방식인 것이다. 이러한 조정방식을 사용하면, 하위시스템의 최적화에서 생성된 설계점들이 하위시스템 고유의 제약조건을 항상 만족하게 되는데, 이러한 특성은 'Discipline Constraints Feasible' 이라 불린다.

Balling 등(1995)은 제약조건의 위반량을 측정하는데 여러 가지 형태의 vector norm을 사용하였는데 앞에서 제시한 KS norm 이외에도 max norm 및 l_p norm 등이 제시되어 있다.

5. 요 약

이상에서 MDO 기법의 정식화와 관련된 issue

들인 해석의 연성과 관련된 SAND 및 NAND 기법과 의사결정의 분산과 관련된 다단계 최적화 기법을 살펴보았다. Part 2에서는 MDO기법의 정식화 방법들을 소개하고, 각 방법들이 Part1에서 언급된 issue들을 어떻게 다루고 있는지 살펴볼 것이다.

참고문헌

[1] Balling, R. J., and Sobieszcznski -Sobieski, J., "An Algorithm for Solving the System-Level Problem in Multilevel Optimization," Structural Optimization, Vol. 9, pp. 168-177, 1995.

[2] Balling, R. J., and Sobieszcznski -Sobieski, J., "Optimization of Coupled Systems: A Critical Overview of Approaches," AIAA Journal, Vol. 34, No. 1, pp. 6-17, 1996.

[3] Braun R. D., Collaborative Optimization: An Architecture for Large-Scale Distributed Design, Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1996.

[4] Cramer, E. j., Dennis J. E., Jr., Frank, P. D., Lewis, R. M., and Shubin, G. R., "Problem Formulation for Multidisciplinary Optimization," Center for Research on Parallel Computation, Rice Univ., Rept. CRPC-TR93334, Houston, 1993.

[5] Haftka, R. T., "Simultaneous Analysis and Design," AIAA Journal, Vol. 23, No. 7, pp. 1099-1103, 1985.

[6] Haftka, R. T., Sobieszcznski-Sobieski, J., and Padula, S. L., " On Options for Interdisciplinary Analysis and Design Optimization," Structural Optimization, Vol. 4, No. 2, pp. 65-74, 1992.

[7] Haftka, R. T., and G rdal, Z., Element of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992

[8] Kirsch, U., Structural Optimization, Springer-Verlag, Berlin, 1993

[9] Kreisselmeier, G., and Steinhauser, R., " Application of Vector Performance Optimization to a Robust Control Loop Design for Fighter Aircraft," International Journal of Control, Vol. 37, pp. 251-284, 1983.

[10] Sobieszcznski-Sobieski, J., James B. B., and Dovi A. R., "Structural Optimization by Multilevel Decomposition," AIAA Journal, Vol. 23, No. 11, pp. 1775-1782, 1985.

[11] Sobieszcznski-Sobieski, J., James B. B., and Riley M. F., "Structural Sizing by Generalized, Multilevel Optimization," AIAA Journal, Vol. 25, No. 1, pp. 139-145, 1987.

[12] Sobieszcznski-Sobieski, J., " Two Alternative Ways for Solving the Coordination Problem in Multilevel Optimization," Structural Optimization, Vol. 6, pp. 205-215, 1993.

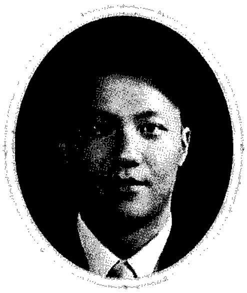
[13] Sobieszcznski-Sobieski, J., and Haftka, R. T., "Multidisciplinary Aerospace Design Optimization: Survey of Recent Developments," AIAA Paper 96-0711, 1996.

[14] Tappeta, R. V., An Investigation of Alternative Problem Formulations for Multidisciplinary Optimization, Master's Thesis, University of Notre Dame, 1996.

[15] 이홍우, 이단계 계통적 의사결정 지원 문제를 이용한 철골조의 구조부재 크기산정, 공학박사학위논문, 서울대학교, 1998.

양 영 순

- 1951년 1월 3일생
- 1979년 서울대학교 공학박사
- 현　재: 서울대학교 조선해양공학과 교수
- 관심분야: 선체구조 신뢰성 해석 및 인공지능분야
- 전　화: 02-880-7330
- E-mail: ysyang@gong.snu.ac.kr



정 현 승

- 1972년 6월 12일생
- 1997년 서울대 조선해양공학과 석사
- 현재 서울대 조선해양공학과 박사과정
- 관심분야: MDO, 구조충돌해석
- 전　화: 02-880-7338
- E-mail: jhs@insdel.snu.ac.kr