

무 손실 볼륨 영상 데이터 압축을 위한 3차원 대역분할 필터 군

학생회원 홍 승 표*, 정회원 정 호 열**, 최 태 영*

3-D Subband Filter Banks for Lossless Compression of Volumetric Images

Seung-Pyo Hong*, Ho-Youl Jung**, Tae-Young Choi* *Regular Members*

요 약

본 논문에서는 볼륨 영상의 점진적 무 손실 압축에 효율적인 3차원 대역분할 필터 군을 제안한다. 이를 위해 지금까지 1차원 무 손실 대역분할 필터 군에 적용되어져왔던 ORT(Overlapping Rounding Transform)를 두 가지 형태의 3차원 무 손실 대역분할 필터 군-분리형(separable) 과 비 분리형(non-separable)-을 구현하는데 기본적으로 사용하였다. 분리형 필터 군은 1차원 무 손실 대역분할 필터 군을 연속적으로 적용함으로써, 비 분리형 필터 군은 ORT를 3차원으로 확장 적용함으로써 구현되었다. 특히, 기존의 3차원 HINT(Hierarchical INterpolation) 알고리즘은 제안된 ORT 기반 3차원 비 분리형 필터 군으로 일반화된다. 다양한 볼륨 의료 영상에 제안된 방식을 적용함으로써, 제안된 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군이 기존의 블록 기반 변환 방식과 3차원 HINT 보다 압축성능(엔트로피) 면에서 우수함을 확인하였다.

ABSTRACT

This paper presents 3-D subband filter banks which are effective for progressive and lossless compression of volumetric images. For such a purpose, ORT(Overlapping Rounding Transform), applied so far to 1-D lossless subband filter banks, is now used to implement two types of 3-D lossless subband filter banks: separable and non-separable types. Separable filter banks are implemented form applying 1-D lossless filter banks consecutively. Non-separable filter banks are developed by expanding the 1-D ORT into 3-D one. In particular, the proposed ORT based 3-D non-separable filter banks generalizes the 3-D HINT(Hierarchical INterpolation) algorithm. Through the experiment comparisons on various volumetric medical images, we prove that the proposed separable/non-separable filter banks perform better, in terms of compression ratio (first order entropy), than the other lossless compression techniques such as block based transform and conventional 3-D HINT.

1. 서 론

영상 데이터의 효율적인 전송 및 저장을 위해, 지금까지 다양한 영상 데이터 압축 방식이 소개되었다^[1]. 이들 압축 방식들은 크게 손실(lossy)^[2-4] 영상

압축과 무손실(lossless)^[3-15] 영상 압축 방식으로 나눌 수 있다. 무손실 압축 방식은 손실 압축에 비해 낮은 압축률을 가짐에도 불구하고, 정보의 손실이 데이터의 분석 시 치명적인 영향을 끼칠 수 있는 의료 영상 및 인공위성 영상처리 분야 등에서 그 중요성이 강조되어 왔다. 특히 최근 의용 공학의 발

* 이주대학교 전자공학부, ** 영남대학교 전자정보공학부 (hoyoul@yucc.yeungnam.ac.kr)

논문번호 : 00008-0110, 접수일자 : 2000년 1월 10일

* 이 논문은 1999학년도 영남대학교 정보통신 특성화 사업단 지원에 의한 것임.

달로 인해 환자의 진료 및 처방을 목적으로 MR이나 CT 등의 장비로부터 더욱 정밀한 3차원 볼륨(volumetric) 영상을 획득하여 이용하고 있기 때문에 보다 효율적인 볼륨 영상의 무 손실 압축 기법이 요구되고 있다.

무 손실 영상 압축/복원 시스템은 일반적으로 상관성 제거(decorrelation)단과 엔트로피 부호화(entropy coding)단, 이 두 가지의 단계로 구성된다¹¹(그림 1). 여기서, 실질적인 압축 성능은 상관성 제거 단에서 결정된다. 이러한 무 손실 압축 시스템을 구성하기 위해서는 해결해야 할 중요한 제약 조건이 있는데, 이는 엔트로피 부호화단의 입력 값은 항상 제한된 bit로 표현(예, 정수 값) 되어야만 한다는 것이다. 예를 들어, 손실 압축에서 자주 사용되는 DCT(discrete cosine transform), 웨이블릿(wavelet) 또는 대역분할 필터 군(subband filter banks) 등의 대다수 선형(linear) 변환/필터들은 수학적으로 역 변환이 가능해도, 변환된 결과 값이 부동소수점으로 나타나기 때문에 무 손실 압축 방법에 직접 사용할 수 없다. 이러한 경우, 부동소수점으로 표현된 결과 값을 정수 값으로 변환시켜주는 정수화 연산(올림/내림, 반올림/반내림)을 필요로 한다. 하지만, 이러한 연산에 의해서 발생하는 오차 성분 때문에 일반적인 방법으로는 수신 단에서 손실 없이 원 영상을 복원할 수 없다. 따라서, 선형 변환/필터를 적용할 때에는 무 손실 복원이 가능하도록 특수한 정수화 기법이 요구된다¹⁵.

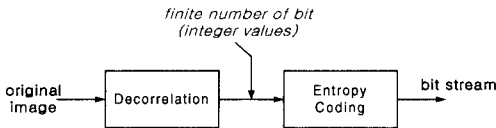


그림 1. 무 손실 압축의 일반 구조

무 손실 영상 데이터 압축의 성능은 상관성 제거 단에서 어떤 필터/변환을 어떻게 적용하느냐에 달려 있다. 무 손실 영상 데이터 압축에서 상관성 제거를 위해 주로 사용되어 온 방법들은 선형 예측(linear prediction)^{3,41}, 블록 기반 변환(block based transform)¹⁵⁻⁷¹, 선형 필터(linear filter)¹⁸⁻¹³¹, 비 선형 필터(non-linear filter)^{14,151}로 구분할 수 있다. 여기서, 정수 값을 항상 그 결과 값으로 갖는 수리 형태론(mathematical morphology) 필터 등과 같은 비 선형 필터는 무 손실 압축에 직접 적용될 수 있으나,

효율적인 압축 성능을 기대하기 어렵다고 알려져 있다¹⁵¹.

본 논문에서는 볼륨 영상의 효율적인 점진적 무 손실 압축을 위한 무 손실 3차원 대역분할 필터 군을 제안한다. 제안된 대역분할 필터 군은 지금까지 1차원 또는 2차원 무손실 대역분할 필터 군에 적용되어 왔던 ORT(Overlapping Rounding Transform)¹⁹¹를 기반으로 한다. 무 손실 분리형(separable) 대역분할 필터 군은 1차원 ORT 기반 대역분할 필터 군을 각 축 방향으로 연속 적용하여 구현하였다. 또한, 무 손실 비 분리형(non-separable) 대역분할 필터 군은 ORT를 3차원으로 확장하여 적용하였다. 특히, 기존의 3차원 HINT(Hierarchical INTerpolation)¹⁸¹는 제안된 무 손실 3차원 대역분할 필터 군으로 일반화된다. 제안된 3차원 대역분할 필터 군은 볼륨 영상의 프레임 내(intraframe) 상관성 제거뿐만 아니라 프레임간(interframe)의 상관성까지 제거함으로써 보다 효율적인 압축을 기대할 수 있다. 제안한 알고리즘의 성능평가를 위해 엔트로피(first-order entropy)를 이용하여 기존의 선형 예측 방식^{3,41}, 3차원 블록 기반 변환^{15,6,71} 그리고 기존의 3차원 HINT¹⁸¹들과 비교하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 기존의 3차원 무 손실 압축 방식에 대해서 정수화 기법을 중심으로 살펴본다. III장에서 ORT 기반 3차원 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군을 제안하고, 기존의 3차원 HINT가 ORT 기반 비 분리형 3차원 대역분할 필터 군으로 일반화됨을 보이겠다. IV장에서 제안한 알고리즘의 성능 평가를 위해 3차원 볼륨 CT와 MR 의료 영상에 적용한 결과를 제시하고, 마지막으로 V장에서는 결론을 내린다.

II. 기존 3차원 무손실 압축 기법

1. 선형 예측기법

선형 예측 방식은 가장 고전적인 압축 방식으로 현재 무 손실 JPEG(JPEG-LS) 압축으로 이용되고 있다^{3,41}. 이 방식은 대부분의 영상에서 인접한 화소들의 밝기 차가 작다는 데에 근거하여 이웃 화소들의 선형 조합으로 현재의 화소 값을 예측하여 상관성을 제거하는 방식이다.

그림 2는 무 손실 JPEG 압축 방식을 일반화하여 도식화한 것으로, 송신 단에서는 현재 화소 $x(n_1, n_2)$ 의 값과 수직, 수평, 대각선 방향의 주변

화소 $(x(n_1-1, n_2), x(n_1, n_2-1), x(n_1-1, n_2-1))$ 로부터 예측된 값과의 차(difference) 성분 $y(n_1, n_2)$ 을 전송한다. 일반적으로 예측계수 a, b, c 는 계수의 합이 1인 임의의 실수(JPEG-LS인 경우 $a, b, c \in \{-1, -1/2, 0, 1\}$)임으로, 예측된 결과 또한 실수 값을 갖게된다. 엔트로피 부호화단을 고려하면 송신해야 할 차 성분은 정수이어야 하므로, 정수화 연산(내림)이 필요하다. 즉, 송신 단에서 예측된 값을 정수화(일반적으로 내림 연산)하고 수신 단에서 예측된 값을 동일한 정수화 연산을 통해 계산함으로써, 무손실 복원이 가능하다. 선형 예측 방식을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) - \lfloor ax(n_1-1, n_2) + bx(n_1, n_2-1) + cx(n_1-1, n_2-1) \rfloor \quad (1)$$

$$x(n_1, n_2) = y(n_1, n_2) + \lfloor ax(n_1-1, n_2) + bx(n_1, n_2-1) + cx(n_1-1, n_2-1) \rfloor \quad (2)$$

여기서, $\lfloor \cdot \rfloor$ 와 $\lceil \cdot \rceil$ 는 내림과 올림 연산을 의미한다.

이러한 선형 예측 방식(식 (1), (2))은 정수화 연산자의 특성⁵⁾을 이용하여 식 (3), (4)로 다시 표현할 수 있다. 그림 3은 이를 도식화 한 것으로서 선형 예측 기반 무 손실 압축 시스템의 또 다른 형태를 보여준다.

$$y(n_1, n_2) = \lceil x(n_1, n_2) - ax(n_1-1, n_2) - bx(n_1, n_2-1) - cx(n_1-1, n_2-1) \rceil \quad (3)$$

$$x(n_1, n_2) = \lfloor y(n_1, n_2) + ax(n_1-1, n_2) + bx(n_1, n_2-1) + cx(n_1-1, n_2-1) \rfloor \quad (4)$$

그림 2와 3의 다른 점은 사용된 정수화 연산자의 종류와 정수화 연산자의 위치이다. 그림 2와 3의 시스템은 모두 동일한 결과를 얻게 되므로, 그림 2에서 송신 단의 출력을 그림 3에서 수신 단의 입력으로 하여도 되며, 또 그 반대의 경우도 성립한다.

이러한 선형 예측 방식은 현재의 화소 값을 예측하는데 3차원 구조로 주변 화소(voxel)를 이용함으로써 쉽게 3차원 블록 영상 데이터 압축에 적용 가능할 것이다. 그러나, 선형 예측 방식은 점진적 영상 전송 기법에 적합하지 않다고 알려져 있다^{4,8)}.

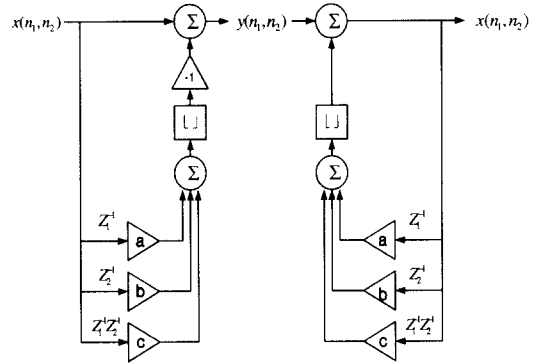


그림 2. 무 손실 압축을 위한 기존의 선형 예측 시스템 (JPEG-LS).

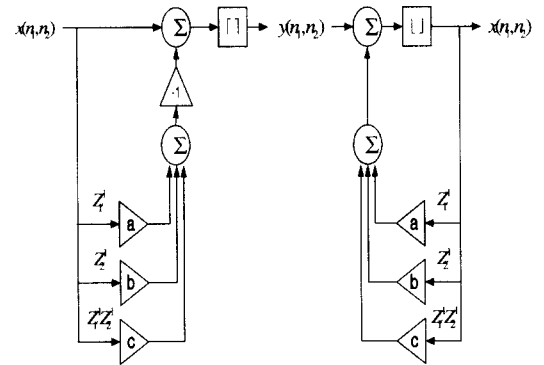


그림 3. 무 손실 압축을 위한 또 다른 선형 예측 시스템.

2. 블록 기반 변환

블록 기반 변환은 블록 영상 데이터를 3차원 블록(non-overlapping) 단위로 분할하여 그 블록의 대푯값(일반적으로 블록의 평균값)과 블록 내 화소의 차 성분으로 변환하는 방식이다. 이러한 블록 기반 변환 방식에는 S-변환(S-transform)⁷⁾과 3차원 HEDI(hierarchy embedded differential image)⁶⁾ 등이 있으나, 본 절에서는 다양한 블록 크기와 다양한 변환 계수를 이용할 수 있는 RT(Rounding Transform)⁵⁾를 중심으로 살펴본다. 비록 RT는 2차원에서만 사용되었으나, 다음과 같이 3차원으로 쉽게 확장할 수 있다.

그림 4에 있는 $m \times n \times l$ 블록의 화소값을 $(m \times n \times l) \times 1$ 크기의 벡터 \mathbf{x} 라고 하면,

$$\mathbf{x} = (x(0, 0, 0) \ x(1, 0, 0) \ \dots \ x(m-1, 0, 0) \ x(0, 1, 0) \ \dots \ x(m-1, n-1, 0) \ x(0, 0, 1) \ \dots \ x(m-1, n-1, l-1))^T \quad (5)$$

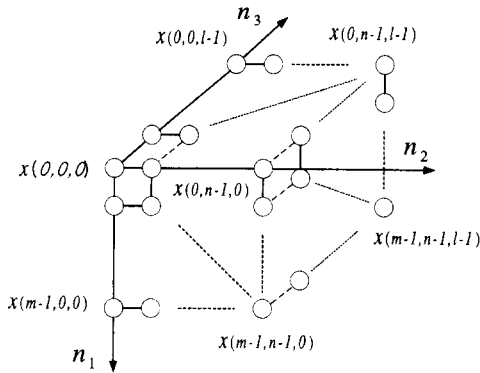


그림 4. 3차원 블록 기반 변환 방식의 기본 블록.

3차원 RT와 그 역 변환은 다음과 같이 정의된다.

$$y = [R \ x] \tag{6}$$

$$x = [R^{-1} \ y] \tag{7}$$

여기서, R 은 $(m \times n \times l) \times (m \times n \times l)$ 크기의 변환 행렬로써 다음 세 가지 조건을 만족한다.

- ① 첫 번째 행의 원소들의 합은 1,
- ② 첫 번째 행의 원소들을 제외한 모든 원소들은 정수,
- ③ 첫 번째 행을 제외한 각 열의 원소들의 합은 0.

한편, 3차원 HEDI^[6] 변환은 $2 \times 2 \times 2$ 기본 블록에 대하여 1개의 정수화한 평균값과 7개의 차 성분을 구하는 것이다. 다음 수식은 3-D HEDI 중 4-path를 RT로 표현한 것이다.

$$y = \begin{pmatrix} 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 & 1/8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x \tag{8}$$

여기서, x 와 y 는 $(2 \times 2 \times 2) \times 1$ 크기의 입력, 출력 벡터이고, 변환 행렬은 RT의 조건을 만족함을 알 수 있다.

또한, 3차원 S-변환도 연속된(cascaded) RT로 표

1) 3차원 RT의 증명은 2차원인 경우와 동일하며 자세한 증명은 참고문헌[5] 참조

현할 수 있다 (식 (9)).

$$y = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} x \tag{9}$$

여기서, 각 변환 행렬은 기본적으로 2×2 행렬 $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 로 구성되어 있으므로 RT의 조건을 만족함을 알 수 있다.

이러한 블록 기반 변환 방식은 일반적으로 점진적 영상 전송이 가능하고 구현이 비교적 간단하다는 장점이 있다.

3. 3차원 HINT / 선형 필터

3차원 블록 영상 압축에 많이 사용되어지는 기존의 3차원 HINT는 샘플링과 예측을 기본으로 사용하는 선형 필터로 해석할 수 있다. 예측할 때 6개의 주변화소를 이용하는 3차원 구조와 4개의 주변화소를 이용하는 2차원 구조로 구성된다^[8]. 그림 5는 3차원 HINT를 도식적으로 나타낸 것으로, 우선 화소 (○)는 다운 샘플링(down-sampling)되어 전송된다. 다음 단계로 화소 (□)들이 4개의 가장 가까운 화소 (○)를 이용하여 선형 예측하고 원래의 화소와 예측된 값의 차 성분을 전송한다. 중간화소 (▼)를 4개의 가장 가까운 화소 (□)와 2개의 가장 가까운 화소 (○)를 이용하여 3차원 구조의 선형 예측한 값과의 차 성분을 전송하게 된다. 복원 시, 변환 순서를 역으로 하면 정확히 원 영상으로 복원 가능하다. 즉, 먼저 화소 (○)를 수신하고 수신된 화소 (○)를 이용하여 화소 (□)를 복원한다. 비슷한 방식으로 복원된 화소 (□), (○)를 이용하여 화소 (▼)를 복원한다.

이러한 3차원 HINT는 위 과정을 반복함으로써 점진적 영상 전송 기법에 적용할 수 있다. III장에서는 이러한 3차원 HINT가 ORT 기반 3차원 비 분리형 8-채널 대역분할 필터 군으로 일반화됨을 보이겠다.

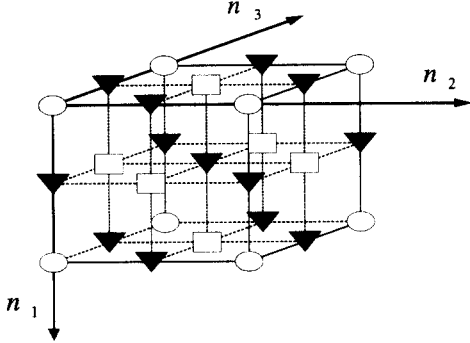


그림 5. 3차원 HINT 설명을 위한 심볼 표현.

III. ORT 기반 3차원 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군

대역분할 필터 군을 무 손실 영상 데이터 압축에 적용할 수 있도록 개발되어 사용되고 있는 방법에 ORT^[9]와 lifting^[10] 기법이 있다. 이들 기법들은 2-채널 대역분할 필터 군에 적용되어져왔다. 본 장에서는 ORT를 기반으로 하여 무 손실 3차원 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군을 제안한다. 여기서 제안된 방식은 lifting으로도 구현 가능하나, Z-변환 영역에서 쉽게 정의할 수 있는 ORT를 기반으로 하였다. 특히, 3차원 비 분리형 대역분할 필터 군에 적용하기 위해 ORT는 M-채널 필터링 시스템으로 확장되어진다.

1. ORT 기반 3차원 분리형 대역분할 필터군

기존의 ORT는 정수화 연산을 포함한 2-채널 필터링 시스템으로 2개의 정수형 입력 신호 열, $x_1(n), x_2(n)$, 에 대해 Z-변환 영역에서 다음과 같이 정의된다.²⁾

$$y(z) = \begin{bmatrix} R(z) x(z) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$x(z) = \begin{bmatrix} R^{-1}(z) y(z) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

여기서, $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}_2$ 와 $\begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}_2$ 는 Z-변환 영역에서의 각각 내림 연산과 올림 연산을 의미하고, 2×1 입력 벡터 $x(z)$ 는 $x_1(n), x_2(n)$ 의 Z-변환으로 구성되어 있다. 즉, $x(z) = (X_1(z) X_2(z))^T$ 이다. $y(z) = (Y_1(z) Y_2(z))^T$ 는 출력 벡터를 나타낸다. 변환 행렬 $R(z)$ 는 아래와 같은 세 가지 형태의 2×2 행렬을 적용할 수 있다^[9].

$$\begin{aligned} & \text{A형} \begin{pmatrix} H(z) & 1-H(z) \\ s & -s \end{pmatrix}, \\ & \text{B형} \begin{pmatrix} 1 & H(z) \\ 1 & \pm 1 + H(z) \end{pmatrix}, \\ & \text{C형} \begin{pmatrix} 1 & H(z) \\ 0 & s \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)에서 $H(z)$ 는 임의의 FIR 필터의 전달함수이고 s 는 0이 아닌 임의의 정수 값이다.

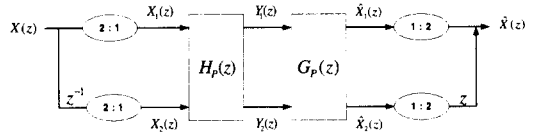


그림 6. 2-채널 대역분할 필터링 시스템의 polyphase 형태.

그림 6은 2-채널 대역분할 필터 군 시스템을 polyphase 형태로 나타낸 것으로 입력 벡터를 $x_p(z) = (X_1(z) X_2(z))^T$ 라고 하고 변환 행렬 $H_p(z)$ 가 세 가지 형태의 ORT 변환 행렬의 곱으로 표현된다면, 주어진 대역분할 필터 군은 연속된 (cascaded) ORT 변환으로 구성함으로써 무 손실 압축에 적용할 수 있다.

$$y_p(z) = \begin{bmatrix} R^{(K-1)}(z) \cdots [R^{(1)}(z) [R^{(0)}(z) x_p(z)]] \cdots \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$x_p(z) = \begin{bmatrix} R^{(0)^{-1}}(z) [R^{(1)^{-1}}(z) \cdots [R^{(K-1)^{-1}}(z) y_p(z)] \cdots \end{bmatrix}, \quad (14)$$

여기서, $R^{(i)}(z), (i=0, \dots, K-1)$ 는 세 가지 형태 $R(z)$ 중 하나이다. 만약 식 (12)의 C형 변환 행렬만을 이용하여 구성되면 lifting^[10]과 동일하다^[11].

지금까지 분리형으로 2차원 영상에 적용되어져 왔던 ORT 기반 대역분할 필터 군은 3차원으로 쉽

2) 2-채널 ORT의 증명은 참고문헌 [9] 참조.

계 확장할 수 있다. 즉, n_1 (세로축) 방향으로 필터 군을 적용시키고, 그 결과를 다시 n_2 (가로축) 방향으로 필터 군을 적용시킨 후 n_3 (깊이) 방향으로 적용한다. 이를 도식화하여 나타내면 그림 7과 같다. 여기서, $H_0(z_i)$ 와 $H_1(z_i), i=1,2,3$ 는 n_i 방향의 저역 통과와 고역 통과 분해(analysis) 필터를 뜻하며, 실질적인 필터링은 ORT로 식 (13)과 같이 구성된다. 그리고 수신 단에서 복원할 때에는 반드시 송신 단에서 분해 필터 군을 적용한 순서의 역순으로 합성(synthesis) 필터 군을 적용해야 한다. 즉, n_3 방향으로 먼저 합성 필터 군을 적용하고, n_2, n_1 순으로 적용시켜야 한다.

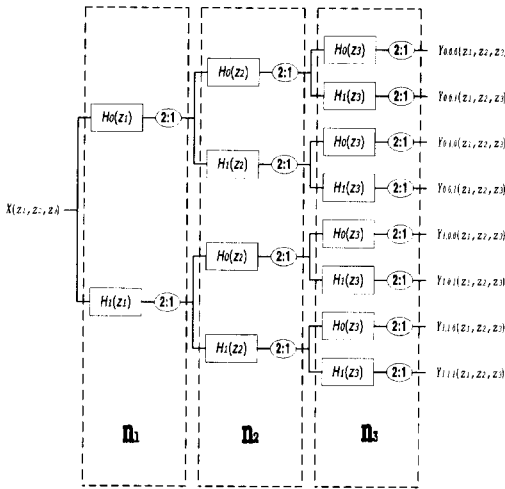


그림 7. 3차원 분리형 대역분할 필터 군.

2. ORT기반 3차원 비분리형 대역분할 필터 군
본 절에서는 먼저 2-채널 ORT를 정수화 연산을 갖는 M -채널 시스템으로 확장하고, 이를 이용하여 3차원 비 분리형 대역분할 필터 군에 적용하는 방안을 제안한다.

M -채널 시스템으로 확장된 ORT는 그림 8과 같이 나타낼 수 있고, 다음 정리 1과 같이 정의된다.

정리 1) $R(z)$ 은 $M \times M$ ($M \geq 2$) 크기의 단위 대각 상하 삼각(unit diagonal upper/lower triangular) 행렬로서 대각선 위쪽/아래쪽 한 행의 원소가 0이 아닌 FIR 필터의 전달특성을 갖는 변환행렬이라고 하자. 그러면, M 개의 정수형 입력 신호 열 $x(z) = (X_1(z) \dots X_M(z))^T$ 에 대해 식 (16)은 식 (15)의 역 변환이다.

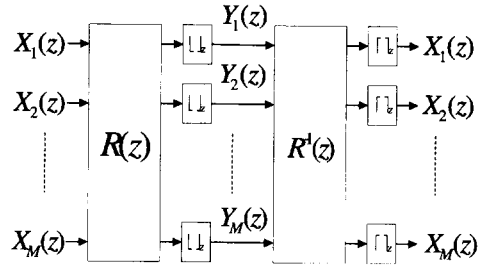


그림 8. 정수화 연산을 갖는 M -채널 대역분할 필터링 시스템으로 정의된 ORT.

$$y(z) = [R(z) x(z)]_z \quad (15)$$

$$x(z) = [R^{-1}(z) y(z)]_z \quad (16)$$

증명 k 번째 행이 0이 아닌 단위 대각 하 삼각 행렬을 $L^{[k]}(z)$ 라고 하자.

$$L^{[k]}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & & \\ H_{k1}(z) & H_{k2}(z) & \dots & H_{k(k-1)}(z) & 1 & 0 \\ & & & \vdots & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서, $H_{ij}(z)$ 는 임의의 FIR 필터의 전달함수이다. 그러면, $L^{[k]}(z)$ 의 역 행렬 $L^{[k]-1}(z)$ 은 다음과 같다.

$$L^{[k]-1}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & \vdots & & & \\ -H_{k1}(z) & -H_{k2}(z) & \dots & -H_{k(k-1)}(z) & 1 & 0 \\ & & & \vdots & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

식 (15) 와 식(16)의 $R(z)$ 를 주어진 $L^{[k]}(z)$ 로 대체하면 M -채널 ORT의 가역성(reversibility)은 다음과 같이 증명된다.

$$x(z) = [L^{[k]-1}(z) [L^{[k]}(z) x(z)]_z]_z = \begin{bmatrix} X_1(z) \\ \vdots \\ \left[-\sum_{j=1}^{k-1} H_{kj}(z)X_j(z) + \left[\sum_{j=1}^{k-1} H_{kj}(z)X_j(z) + X_k(z) \right] \right]_z \\ \vdots \\ X_M(z) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} X_1(z) \\ \vdots \\ \left[-\sum_{k=1}^M H_k(z) X_k(z) \right]_z + \left[\sum_{k=1}^M H_k(z) X_k(z) \right]_z + X_M(z) \\ \vdots \\ X_M(z) \end{pmatrix} = \mathbf{x}(z) \quad (19)$$

유사한 방법으로 k 번째 행이 0이 아닌 단위 대각 상 삼각 행렬 $U^{(k)}(z)$ 에 대해서도 M -채널 ORT의 가역성은 증명된다. □

$M \times M$ 단위 대각 하 삼각 행렬 $L(z)$ 는 다음과 같이 $M-1$ 개의 $L^{(k)}(z)$ 로 분해될 수 있으므로,

$$L(z) = L^{[2]}(z) L^{[3]}(z) \dots L^{[M]}(z) \quad (20)$$

임의의 단위 대각 하 삼각 변환 행렬 $L(z)$ 는 다음 식과 같이 연속된 ORT로 구성할 수 있다.

$$\mathbf{y}(z) = \begin{bmatrix} L^{[2]}(z) \\ L^{[3]}(z) \dots \\ L^{[M]}(z) \end{bmatrix} \mathbf{x}(z) \quad (21)$$

$$\mathbf{x}(z) = \begin{bmatrix} L^{[M-1]}(z) \dots \\ L^{[3]}(z) \\ L^{[2]}(z) \end{bmatrix} \mathbf{y}(z) \quad (22)$$

또한 단위 대각 상 삼각 행렬도 동일한 방법으로 구성할 수 있다. 따라서, 단위 대각 상/하 삼각 행렬의 곱으로 분해할 수 있는 어떤 변환 행렬도 ORT로 구현 가능하다. 이는 M -채널 대역분할 필터 군의 polyphase 변환 행렬이 단위 대각 상/하 삼각 행렬로 분리 가능하다면, 주어진 필터 군을 무 손실 영상 데이터 압축에 응용 가능하다는 것이다.

다음은 제안된 M -채널 ORT가 어떻게 무 손실 다 차원 대역 분할 필터 군에 적용되어 지는가를 기존 3차원 HINT를 일반화함으로써 보여준다.

앞장에서 언급한 3차원 HINT^[8]는 정수화 연산을 무시한다면 3차원 대역분할 필터 군으로 해석할 수 있다. 즉, 3차원 입력 데이터 $x(n_1, n_2, n_3)$ 를 polyphase 형태로 아래 식과 같이 표현하면,

$$\mathbf{x}_p(\vec{z}) = (X_{0,0,0}(\vec{z}) \ X_{1,0,0}(\vec{z}) \ X_{0,1,0}(\vec{z}) \ X_{1,1,0}(\vec{z}) \\ X_{0,0,1}(\vec{z}) \ X_{1,0,1}(\vec{z}) \ X_{0,1,1}(\vec{z}) \ X_{1,1,1}(\vec{z}))^T \quad (23)$$

3차원 HINT는 다음 식과 같이 3차원 8-채널 비 분리형 대역분할 필터 군으로 표현할 수 있다(그림 9).

$$\mathbf{y}_p(\vec{z}) = \mathbf{H}_p(\vec{z}) \mathbf{x}_p(\vec{z}) \quad (24)$$

여기서,

$$X_{s,t,u}(\vec{z}) = Z[x(2n_1 + s, 2n_2 + t, 2n_3 + u)] \text{이고}$$

$\vec{z} = (z_1, z_2, z_3)$ 이며, $\mathbf{H}_p(\vec{z})$ 는 8×8 polyphase 변환 행렬로서 단위 대각 하 삼각 행렬과 자리바꿈(permutation) 행렬의 곱으로 나타낼 수 있다(표 1).

따라서, 단위 대각 하 삼각 형태로 표현된 변환 행렬 $\mathbf{H}_p(\vec{z})$ 은 식 (21)과 (22)와 같이 연속된 ORT로 구성되어질 수 있다. 즉, 기존의 3차원 HINT는 ORT 기반 3차원 8-채널 비 분리형 대역분할 필터 군으로 일반화될 수 있다.

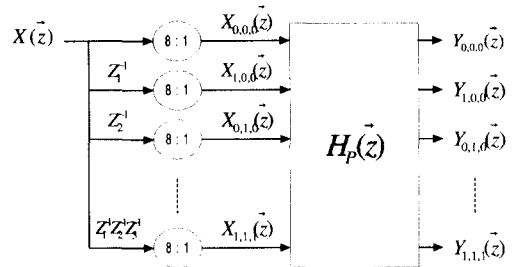


그림 9. polyphase 형태로 표현한 3차원 HINT.

IV. 실험 및 고찰

제안한 ORT 기반 3차원 분리형/비 분리형 대역 분할 필터군의 성능평가를 위해 3차원 볼륨 영상의 무 손실 압축에 적용하였다. 분리형 대역분할 필터 군은 참고문헌 [9]에서 사용되었던 세 가지 1차원 대역분할 필터 군(2,6 tap, 4,4 tap, 5,3 tap)을 사용 하였다. 이를 위해 III장 1절에서 언급한 것처럼 n_1 (세로축) 방향으로 필터 군을 적용시키고, 그 결과를 다시 n_2 (가로축) 방향으로 동일한 필터 군을 적용한 후 n_3 (깊이) 방향으로 필터링 하였다. 비 분리형 대역분할 필터 군으로는 기존의 3차원 HINT를 일반화시킨 필터 군을 사용하였는데, 이 필터군의 polyphase 변환 행렬은 표 1에 나타내었다. 이 변환 행렬은 기본적으로 8×8 단위 대각 하 삼각 형태를 만족시킴으로써 식 (21), (22)와 같이 연속된 ORT로 구성할 수 있도록 설계하였다.

표 1. 기존의 3-차원 HINT 및 제안된 HINT의 polyphase 변환 행렬.

	polyphase 변환 행렬 $H_p(z)$		
3-D HINT	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{71} & 0 & a_{73} & a_{74} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_{81} & a_{82} & a_{84} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
	$a_{21} = -(1+z_1+z_2+z_1z_2)/4$ $a_{31} = -(1+z_1+z_3+z_1z_3)/4$ $a_{41} = -(1+z_2+z_3+z_2z_3)/4$ $a_{51} = -(1+z_1)/6$ $a_{52} = -(1+z_2^{-1})/6$ $a_{53} = -(1+z_3^{-1})/4$ $a_{61} = -(1+z_2)/4$ $a_{62} = -(1+z_1^{-1})/6$ $a_{64} = -(1+z_3^{-1})/6$ $a_{71} = -(1+z_3)/6$ $a_{73} = -(1+z_1^{-1})/6$ $a_{74} = -(1+z_2^{-1})/6$ $a_{82} = -(1+z_3)/6$ $a_{83} = -(1+z_2)/6$ $a_{84} = -(1+z_1)/6$		
	Proposed HINT	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2(1+z_1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2(1+z_2) & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/8(1+z_1+z_2+z_1z_2) & -1/8(1+z_2) & -1/8(1+z_1) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2(1+z_3) & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/4(1+z_3) & 0 & 0 & -1/4(1+z_1) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/4(1+z_2) & 0 & 0 & -1/4(1+z_2) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/4(1+z_1) & -1/4(1+z_2) & 0 & -1/8(1+z_2) & -1/8(1+z_1) \end{pmatrix}$	

실험에 사용된 볼륨 영상은 Mallinckrodt Institute of Radiology (MIR) image processing laboratory (ftp://carlos.wustl.edu/dist/imagelib/)에서 얻은 5장씩의 CT와 MR 의료 영상이다. 이들 영상은 화소 당 256 레벨을 가지며, 각 영상의 크기와 각 방향의 상관 계수 (first-order correlation coefficient)는 표 2에 나타냈다.

표 2. 실험한 3차원 볼륨 영상의 특성.

Image	Dimension	Original entropy	First order correlation coefficient		
			Horizontal	Vertical	Depth
CT-aperts	256 × 256 × 97	2.84	0.998	0.993	0.932
CT-carotid	256 × 256 × 74	3.96	0.999	0.993	0.987
CT-craniosyn	256 × 256 × 223	2.57	0.999	0.996	0.908
CT-skull	256 × 256 × 203	4.71	0.996	0.990	0.963
CT-wrist	256 × 256 × 183	4.55	0.999	0.991	0.992
MR-liver1	256 × 256 × 58	6.52	0.998	0.992	0.998
MR-liver2	256 × 256 × 58	4.92	0.997	0.992	0.921
MR-liver3	256 × 256 × 58	5.90	0.997	0.993	0.996
MR-pedchest	256 × 256 × 77	4.94	0.989	0.968	0.998
MR-saghead	256 × 256 × 58	4.35	0.975	0.975	0.978
Average	-	4.53	-	-	-

표 3과 4는 각 알고리즘에 따른 압축 성능을 엔트로피(first-order entropy)로 나타내었다. 표 3은 기존 방식들의 결과로서, JPEG-LS #4와 #7, 3-차원 S-변환, 3차원 HEDI 4-path, 3차원 HINT에 의해 얻어진 엔트로피를 나타내었으며, 표 4는 제안된 ORT 기반 3차원 대역 분할 필터 군의 결과를 나타낸 것이다. 여기서 2차원으로 적용된 선형예측 방식을 제외한 모든 방식들은 5층의 피라미드 구조로

표 3. 기존 알고리즘(무 손실 JPEG-LS(#4, #7), 3차원 S-변환, 3차원 HEDI, 3차원 HINT)의 압축성능(1차 엔트로피) 비교

Image	2-D Linear prediction		3-D block based Tr.		3-D Linear filter
	JPEG 4	JPEG 7	S-Tr.	HEDI 4-path	3-D HINT
CT-aperts	1.67	1.88	1.69	1.91	1.90
CT-carotid	2.58	2.72	2.52	2.70	2.54
CT-craniosyn	1.31	1.48	1.42	1.53	1.40
CT-skull	3.73	3.75	3.33	3.49	3.49
CT-wrist	2.25	2.73	2.30	2.69	2.34
MR-liver1	3.60	3.84	3.46	4.00	3.42
MR-liver2	3.34	3.51	3.14	3.43	3.24
MR-liver3	3.90	3.91	3.48	3.74	3.54
MR-pedchest	3.41	3.34	2.85	3.06	2.95
MR-saghead	3.68	3.29	3.00	3.15	3.16
Average	2.95	3.05	2.72	2.97	2.80

표 4. 제안한 알고리즘의 압축 성능 (1차 엔트로피) 비교

Image	ORT based 3-D separable			ORT based 3-D non-sep.
	2,6 tap	4,4 tap	5,3 tap	proposed HINT
CT-aperts	1.67	1.69	<u>1.57</u>	<u>1.57</u>
CT-carotid	2.28	2.31	<u>2.25</u>	2.27
CT-craniosyn	1.48	1.42	1.30	<u>1.20</u>
CT-skull	3.02	2.89	<u>2.84</u>	3.09
CT-wrist	2.10	2.06	<u>1.97</u>	<u>1.97</u>
MR-liver1	<u>2.94</u>	2.95	2.95	3.06
MR-liver2	2.74	<u>2.58</u>	2.61	2.87
MR-liver3	<u>3.04</u>	3.10	3.06	3.20
MR-pedchest	<u>2.60</u>	2.72	2.61	2.61
MR-saghead	<u>2.81</u>	2.96	2.83	2.90
Average	2.47	2.47	<u>2.40</u>	2.47

구성하였다. 사용된 모든 영상의 크기가 n_3 (깊이) 방향으로 2의 지수 승 (2^n)이 되지 않으므로 마지막 홀수 번째 프레임은 각 방식의 2차원 알고리즘을 이용하여 처리하였다. 표 4에서 밑줄은 적용한 3차원 의료 영상에서 가장 작은 엔트로피 값을 가리킨다.

제안한 알고리즘이 기존의 방식 (표 3)에 비해 엔트로피 면에서 모든 3차원 의료 영상에 대해 우수함을 알 수 있다. 특히, 제안된 HINT가 기존의 HINT에 비해 평균 화소 당 약 0.37bits의 향상을 보였다. 또한 제안된 방식의 성능이 거의 비슷하기는 하지만 5,3-tap 필터 군을 적용한 분리형 필터 군이 가장 우수한 성능을 보였다.

V. 결론

본 논문에서는 ORT 기반 3차원 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군을 이용한 3차원 영상의 점진적 무 손실 압축방법을 제안하였다. 이를 위해 기존의 1차원 또는 2차원에만 적용되어 왔던 ORT를 확장하여 무 손실 3차원 분리형/비 분리형 대역분할 필터 군을 구현하는데 적용하였다. 또한, 기존의 3차원 HINT가 ORT 기반 비 분리형 3차원 대역분할 필터 군으로 일반화됨을 보였다. 컴퓨터 모의 실험

결과 제안한 ORT 기반 3차원 대역분할 필터 군이 엔트로피 면에서 기존의 무 손실 3차원 압축 알고리즘보다 우수하다는 것을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] M. Rabbani and P. W. Jones, *Digital Image Compression Techniques*, SPIE Optical Engineering Press, Bellingham, Washington USA, 1991
- [2] S. Wong, L. Zaremba, D. Gooden and H. K. Huang, "Radiologic image compression-a review," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 83, No. 2, pp. 194-219, Feb. 1995.
- [3] Wallace G. K., "The JPEG Still Picture Compression Standard," *Communications of the ACM*, Vol. 34, No. 4, pp.30-44, April 1991.
- [4] W. B. PenneBaker, and J. L. Mitchell, *JPEG Still Image Data Compression Standard*, New York : Van Nostrand Reinhold, N. Y, USA, pp. 169-188, 1993.
- [5] H. Y. Jung, T. Y. Choi, and R. Prost, "Rounding Transform and Its Application For Pyramid Structured Coding," *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 7, No. 2, pp. 234-237, February, 1998.
- [6] Y. S. Kim and W. Y. Kim, "Reversible Decorrelation Method for Progressive Transmission of 3-D Medical Image," *IEEE Trans. on Medical Imaging*, Vol. 17, No. 6, pp. 383-394, June 1998.
- [7] H. Y. Jung, T. Y. Choi, and R. Prost, "A Unified Mathematical Form of Walsh-Hadamard Transform for Lossless Image Data Compression," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 63, pp.35-43, December 1997.
- [8] P. Roos and M. A. Viergever, "Reversible 3-D Decorrelation of Medical Images," *IEEE Trans. on Medical Imaging*, vol. 12, pp. 413-420, September 1993.
- [9] H. Y. Jung and R. Prost, "Lossless Subband Coding System Based on Rounding Transform," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol.

46, No. 9, pp.2535-2541, September 1998.

- [10] A. R. Calderbank, Ingrid Daubechies, Wim Sweldens, and Boon-Lock Yeo, "Lossless Image Compression Using Integer to Integer Wavelet Transforms," *IEEE ICIP-97*, Vol. 1, pp. 596-599, October 1997.
- [11] Michael D. Adams and Faouzi Kossentini, "On the Relationship Between the Overlapping Rounding Transform and Lifting Frameworks for Reversible Subband Transforms," *IEEE Trans. on Signal Processing* to appear, <http://www.ece.ubc.ca/~mdadams/home.html>.
- [12] A. Said and W. A. Pearlman, "An Multi-resolution Representation for Lossless and Lossy Compression," *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 5, No. 9, pp.1303-1310, September 1996.
- [13] A. Zandi, J. Allen, E. Schwartz, and M. Boliek, "CREW : Compression with Reversible Embedded Wavelets," *IEEE Data Compression Conference*, Snowbird, Utah USA, pp.212-221, March 1995.
- [14] G. Deng, "A New Interpolative Subband Coding Algorithm for Lossless Image Compression," *IEEE ICIP-96*, Vol. 1, pp.93-96, September 1996.
- [15] O. Egger, W. Li, and M. Kunt, "High Compression Image Coding Using An Adaptive Morphological Subband Decomposition," *Processings of The IEEE*, Vol. 83, pp. 272-287, 1995.

임강사

<주관심 분야> 음성/영상 신호처리, Wavelets, 웨터마킹 등.

홍 승 표(Seung-pyo Hong)

정회원



1998년 2월 : 수원대학교 전자공학과 졸업

2000년 2월 : 아주대학교 전자공학과 석사

2000년 3월~현재 : SLS 근무

<주관심 분야> 무손실 압축, 웨이브릿, 웨터마킹, 패턴인식 등.

최 태 영(Tae-young Choi)

정회원



1974년 2월 : 서울대학교 전자공학과 졸업

1978년 2월 : 서울대학교 전자공학과 공석사

1982년 12월 : L'Univ. d'Aix-marseille III, France, 공박사

1995년 3월~1997년 : 아주대학교 산업교육원장

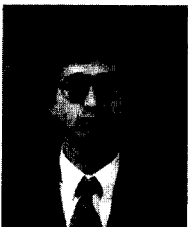
1996년 11월 : 대한전자 공학회 학술상 수상

1983년 3월~현재 : 아주대학교 교수

<주관심 분야> Mathematical Morphology, Digital Image Processing, Computer Vision, Signals and Systems

정 호 열(Ho-Youl Jung)

정회원



1988년 8월 : 아주대학교 전자공학과 졸업

1990년 8월 : 아주대학교 전자공학과 공석사

1993년 8월 : 아주대학교 전자공학과 박사수료

1998년 4월 : (프)리옹국립응용과학원(INSA de Lyon) 전자공학과 공박사

1999년 3월~현재 : 영남대학교 전자정보공학부 전