

# 재순환 버퍼 RLS 알고리즘에서 가중치 갱신을 이용한 개선된 수렴 특성에 관한 연구

정회원 나 상 동\*

## A study on the Improved Convergence Characteristic over Weight Updating of Recycling Buffer RLS Algorithm

Sang-dong Na\* *Regular member*

### ABSTRACT

We extend the use of the method of least square to develop a recursive algorithm for the design of adaptive transversal filters such that, given the least-square estimate of this vector of the filter at iteration  $n-1$ , we may compute the updated estimate of this vector at iteration  $n$  upon the arrival of new data.

We begin the development of the RLS algorithm by reviewing some basic relations that pertain to the method of least squares. Then, by exploiting a relation in matrix algebra known as the matrix inversion lemma, we develop the RLS algorithm. An important feature of the RLS algorithm is that it utilizes information contained in the input data, extending back to the instant of time when the algorithm is initiated.

In this paper, we propose new tap weight updated RLS algorithm in adaptive transversal filter with data-recycling buffer structure. We prove that convergence speed of learning curve of RLS algorithm with data-recycling buffer is faster than it of existing RLS algorithm to mean square error versus iteration number. Also the resulting rate of convergence is typically an order of magnitude faster than the simple LMS algorithm. We show that the number of desired sample is portion to increase to converge the specified value from the three dimension simulation result of mean square error according to the degree of channel amplitude distortion and data-recycle buffer number. This improvement of convergence character in performance, is achieved at the  $(B+1)$ times of convergence speed of mean square error increase in data recycle buffer number with new proposed RLS algorithm.

### 1. 서론

최소 자승 알고리즘의 효율적인 구현은 반복적 최소 자승 알고리즘과 신호처리의 고성능 속도 개선을 충족시켜 주기 위하여 필요하며, 횡단선 필터와 격자 필터도 반복적 최소 자승 알고리즘을 효율적으로 수행한다<sup>[1,2,3,6]</sup>.

적응 횡단선 필터의 탭 가중치 벡터에 최소 자승 평가가 주어지면 반복적인 알고리즘을 개발하기 위

해 최소 자승 방법을 확장하여 새로운 데이터에 입력되는 곳에서 반복에 의한 벡터의 탭 가중치를 갱신한다. 최소 자승의 방법에 적합한 기본적인 관계의 역 행렬에 대수 식을 이용하여 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘을 개발한다. 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘의 중요한 형태는 입력 데이터에 포함된 정보를 사용하고, 또 알고리즘이 시작될 때 탭 가중치 벡터의 갱신에 전방 추정 에러를 이용한다.

반복적 최소 자승 알고리즘을 이용한 평균 자승 에러의 수렴 특성은 최소 자승 알고리즘보다 빠르

\* 조선대학교 컴퓨터공학과

\* 이 논문은 1999년도 조선대학교 학술연구의 지원을 받아 연구되었음

논문번호 : 99451-1115, 1999년 월 일

게 수렴되어지나 계산의 복잡성이 증가하는 문제가 발생한다<sup>[5,6,8,18]</sup>.

본 논문은 적응 횡단선 필터에서 수렴 속도의 개선을 위해 기존의 최소 평균 자승 알고리즘을 확장한 반복적 최소 자승 알고리즘의 탭 가중치 갱신 메커니즘에 재 순환 데이터 버퍼를 이용함으로써 수렴특성을 개선시키는 효율적인 기법을 제시한다.

적응 횡단선 필터의 탭 가중치를 적응 제어하기 위해 단일 탭 입력 벡터를 이용하는 대신에 몇 개의 한정된 버퍼를 두어 폐기된 데이터를 재사용함으로써 새로운 반복적 최소 자승 탭 가중치 갱신 알고리즘을 이용하여 빠른 수렴 특성이 나타나는 새로운 구조를 제안하고, 버퍼가 사용되지 않는 경우의 최소 평균 자승 에러와 비교해서 수렴속도가 데이터 재 순환 버퍼 수 배 만큼 증가되는 것을 수학적 연산을 통해 증명하였다. 또한 제안된 구조에서 새로운 반복적 최소 자승 탭 가중치 갱신 알고리즘의 이론적 분석이 채널의 진폭 왜곡에 의한 고유치 확산, 재 순환 데이터의 버퍼수에 따른 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 일치함을 보여줌으로써 제안된 알고리즘에 의해 신호 간섭 제어가 보다 효율적으로 이루어짐을 증명하였다.

## II. 적응 횡단선 필터

### A. 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 구조

최소 자승의 방법에서 반복적 구현은 알고있는 초기조건을 가지고 계산하기 시작하고 전방 추정치에서 가중치를 갱신하기 위해 새로운 데이터 샘플 내에 포함되어 있는 정보를 이용해 데이터의 길이는 가변적으로 한다.  $n$ 이 관측 가능한 데이터의 가변적인 길이일 때 최소화시키기 위해 비용함수에  $\xi(n)$ 을 이용하고, 비용함수의 정의에 가중치 요소를 도입하므로<sup>[1,2,6]</sup>, 비용함수  $\xi(n)$ 은 식(1)과 같다.

$$\xi(n) = \sum_{i=1}^n \beta(n, i) |e(i)|^2 \quad (1)$$

식(1)의 에러  $e(i)$ 는 그림 1과 같이 원하는 응답  $d(i)$ 와 탭 입력들이  $u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)$ 이므로 가지고 있는 횡단선 필터에 의해 생성된 실제적 출력  $y(i)$ 사이의 차를 나타내며,  $e(i)$ 는 식(2)로 정의한다.

$$\begin{aligned} e(i) &= d(i) - y(i) \\ &= d(i) - w^H(n)u(i) \end{aligned} \quad (2)$$

식(2)에서 나타낸  $u(i)$ 는  $i$  번째 탭 입력 벡터로서 식(3)과 같다.

$$u(i) = [u(i), u(i-1), \dots, u(i-M+1)]^T \quad (3)$$

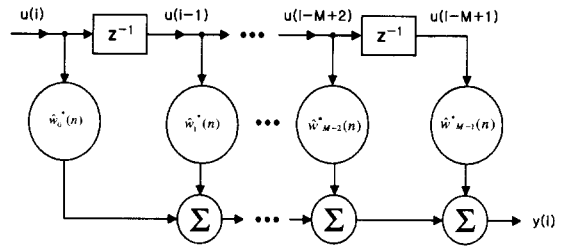


그림 1. 적응 횡단선 필터

$u(n)$ 은  $n$  번째 탭 가중치 벡터로서 식(4)와 같이 정의된다.

$$u(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{M-1}(n)]^T \quad (4)$$

횡단선 필터의 탭 가중치는 비용함수  $\xi(n)$ 가 정의된 상태에서 반복 수 간격  $1 \leq i \leq n$ 에 대해 고정된다. 식(1)에서 가중치 요소  $\beta(n, i)$ 은 0보다 크며, 1보다는 작은 식(5)와 같은 특성을 갖는다.

$$0 < \beta(n, i) \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

가중치 인자  $\beta(n, i)$ 의 사용은 필터가 정체되지 않는 환경에서 운용될 때 관측 가능한 데이터의 통계적 변동에 따른 가능성을 제공하기 위해 과거 순간에서 데이터가 폐기된 것으로 간주한다. 가중치를 나타내는 식은 지수적인 가중치 요소 또는 폐기 요소로서 사용되는데 식(6)과 같다.

$$\beta(n, i) = \lambda^{n-i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

식(6)의  $\lambda$ 는 1보다는 적으나 1에 근접한 양수이고  $\lambda$ 가 1일 때, 최소 자승 방법이 사용된다.  $1-\lambda$ 의 역은 알고리즘에 사용된 메모리를 나타내는 것으로서  $\lambda$ 가 1인 경우 무한 메모리를 갖는다. 탭 입력의 상관행렬의 값을 갱신하기 위해 식(7)와 같은 반복적인 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Phi(n) = \lambda \Phi(n-1) + u(n)u^H(n) \quad (7)$$

식(7)에서 나타낸  $\Phi(n-1)$ 은 상관행렬의 전방 값을 나타내고,  $u(n)u^H(n)$  행렬은 갱신 연산에서 정정 항의 역할을 담당한다. 위와 같은 유사한 방법을 이용하여 탭 입력과 원하는 응답 사이의 교차 상관 벡터를 갱신하기 위하여 식(8)과 같이 반복 식으로 나타낼 수 있다.

$$z(n) = \lambda z(n-1) + u(n)d^*(n) \quad (8)$$

탭 가중치 벡터에 대한 최소 자승 추정  $\hat{w}(n)$ 을 계산하기 위해 상관 행렬  $\Phi(n)$ 의 역 행렬을 결정해야 한다. 그러나 실제적으로 탭 가중치 수  $M$ 이 높으면 연산을 수행하는데 있어서 매우 많은 시간이 필요로 하기 때문에 적절한 탭 가중치 수를 선정하여  $n=1, 2, \dots, \infty$ 에 대한 반복적인 탭 가중치 벡터를 위해 최소 자승 평가  $\hat{w}(n)$ 을 계산하여야 한다. 역 행렬 정리로 알려진 행렬 대수학의 기본적인 결과를 이용함으로써  $\hat{w}(n)$ 을 계산하며, 초기 조건은 상관행렬  $\Phi(n)$ 의 행렬 선택되어야 한다 [6,18].

B. 역행렬 정리를 이용한 최적 탭 가중치 벡터

역 상관행렬  $\Phi^{-1}$ 은 식(9)와 같은 반복적 식을 얻을 수 있다.

$$\Phi^{-1}(n) = \lambda^{-1} \Phi^{-1}(n-1) - \frac{\lambda^{-2} \Phi^{-1}(n-1) u(n) u^H(n) \Phi^{-1}(n-1)}{1 + \lambda^{-1} u^H(n) \Phi^{-1}(n-1) u(n)} \quad (9)$$

계산의 편의를 위해 식(10)과 식(11)을 설정하였다.

$$P(n) = \Phi^{-1}(n) \quad (10)$$

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} P(n-1) u(n)}{1 + \lambda^{-1} u^H(n) P(n-1) u(n)} \quad (11)$$

식(9)에 식(10)과 식(11)을 이용함으로써 식(9)을 식(12)와 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$P(n) = \lambda^{-1} P(n-1) - \lambda^{-1} k(n) u^H(n) P(n-1) \quad (12)$$

$M \times M$ 행렬  $P(n)$ 은 역 상관 행렬,  $M \times 1$  벡터  $k(n)$ 은 이득 벡터로 정의하며, 식(12)는 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘에 대한 Riccati 방정식<sup>[6,9]</sup>이므로 식

(11)을 재정리하면 식(13)과 같다.

$$k(n) = \lambda^{-1} P(n-1) u(n) - \lambda^{-1} k(n) u^H(n) P(n-1) u(n) = [\lambda^{-1} P(n-1) - \lambda^{-1} k(n) u^H(n) P(n-1)] u(n) \quad (13)$$

식(13)의 우변 식의 첫 번째 항은 식(12)의  $P(n)$ 과 동일하다는 것을 알 수 있으며, 이러한 관계를 이용하여 식(13)은 식(14)와 같이 간단하게 다시 나타낼 수 있다.

$$k(n) = P(n) u(n) \quad (14)$$

이러한 결과는  $P(n) = \Phi^{-1}(n)$ 임을 이용하여 이득 벡터  $k(n)$ 은 상관행렬  $\Phi(n)$ 의 역 행렬과 탭 입력 벡터  $u(n)$ 의 곱으로서 식(14)는 식(15)와 같다.

$$k(n) = \Phi^{-1}(n) u(n) \quad (15)$$

### III. RLS 알고리즘의 적응 가중치 갱신

A. 탭 가중치 벡터에 대한 시간 갱신

탭 가중치 벡터에 대한 최소 자승 평가  $\hat{w}(n)$ 을 갱신하기 위해 반복적인 방정식을 이용한다. 반복 수  $n$ 에서 탭 가중치 벡터에 대한 최소 자승 평가  $\hat{w}(n)$ 을 나타내기 위해 식(8)과 (10)을 이용하면 식(16)과 같다.

$$\hat{w}(n) = \Phi^{-1}(n) z(n) = P(n) z(n) = \lambda P(n) z(n-1) + P(n) u(n) d^*(n) \quad (16)$$

탭 가중치 벡터 갱신에 대한 원하는 반복적 방정식은 식(17)과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{w}(n) = \hat{w}(n-1) + k(n)[d^*(n) - u^H(n) \hat{w}(n-1)] = \hat{w}(n-1) + k(n) \xi^*(n) \quad (17)$$

탭 가중치 벡터의 갱신에 대한 식(17)와 전방 추정 에러에 대한 반복적인 최소 자승 RLS 알고리즘에 대한 블록도는 그림2와 같으며, 신호 처리 그래프는 그림 3과 같다.

전방 추정 에러  $\xi(n)$ 은 식(18)에서 나타낸 것과 같이  $n$ 번째 이용 가능한 탭 가중치 벡터의 현재 최소 자승 추정 값이 포함된 LMS 알고리즘에서 사용된 후방 추정 에러  $e(n)$ 과는 다르다.

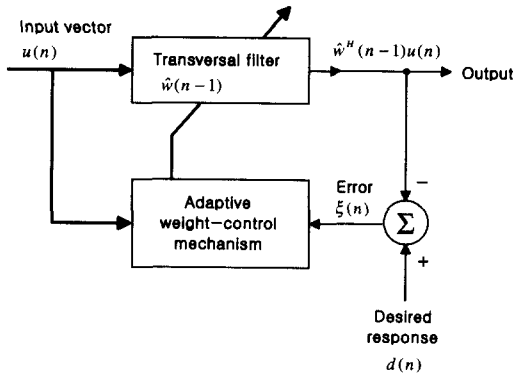


그림 2. 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 표현의 블록도

$$e(n) = d(n) - \hat{w}^H(n)u(n) \quad (18)$$

재 순환 버퍼 RLS 알고리즘에서 사용된 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 은 탭 가중치 벡터 갱신 전에 후방 추정에러  $e(n)$ 의 임시 값으로 볼 수 있다. 그러나 실질적으로 탭 가중치 벡터에 대한 식(17)의 반복적 알고리즘을 초래하는 최소 자승 에서  $\xi(n)$ 이 아닌  $e(n)$ 에 토대를 둔 비용 함수를 최소화한다<sup>[15,16,18]</sup>.

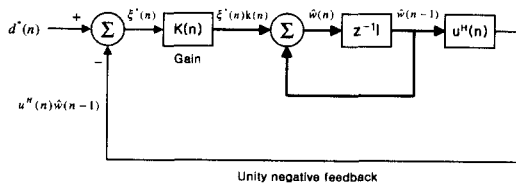


그림 3. 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 신호 흐름 그래프

#### IV. 제한된 데이터 재순환 구조에서 적응 탭 가중치 갱신

##### A. 가중치 여러 자승 합의 반복적 갱신

가중치 여러 자승 합의 최소 값  $\epsilon_{\min}(n)$ 은 탭 가중치 벡터가 최소 자승 평가  $\hat{w}(n)$ 와 동일하게 설정될 때의 결과로서 식(19)와 같다.

$$\epsilon_{mn}(n) = \epsilon_d(n) - Z^H(n) \hat{w}(n) \quad (19)$$

식(19)에서 나타낸  $\epsilon_d(n)$ 은 식(20)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \epsilon_d(n) &= \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} |d(i)|^2 \\ &= \lambda \epsilon_d(n-1) + |d(n)|^2 \end{aligned} \quad (20)$$

그러므로  $z^H(n)k(n)$ 은 식(21)과 같이 나타내기 위해 이득 벡터  $k(n)$ 의 정의를 이용한다.

$$\begin{aligned} z^H(n)k(n) &= z^H(n)\Phi^{-1}(n)u(n) \\ &= [\Phi^{-1}(n)z(n)]^H u(n) \\ &= \hat{w}^H(n)u(n) \end{aligned} \quad (21)$$

식(21)의 두 번째 줄은 상관행렬  $\Phi(n)$ 의 Hermitian 특성을 이용하였고, 세 번째 줄은  $\Phi^{-1}(n)z(n)$ 이 최소 자승 평가  $\hat{w}(n)$ 과 동일하다. 켈레 복소수  $\xi(n)$ 과  $e(n)$ 의 생성 값이 가중치 여러 자승 합의 반복적 갱신에서 정정 항으로 사용되기 때문에 생성 값은 실수이어야 하므로 식(22)와 같은 의미를 갖는다.

$$\xi(n)e^*(n) = \xi^*(n)e(n) \quad (22)$$

식(22)에서 두 개의 다른 추정 에러를 포함하고 있는데, 하나는 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 이고, 다른 하나는 후방 추정 에러  $e(n)$ 을 포함하고 있다. 이러한 두 개의 추정 에러 사이에서 상호 관계는 식(23)과 같다.

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - [\hat{w}(n-1) + k(n)e^*(n)]^H u(n) \\ &= d(n) - \hat{w}^H(n-1)u(n) - K^H(n)u(n)\xi(n) \\ &= (1 - k^H(n)u(n))\xi(n) \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)에 갱신 탭 가중치 벡터를 대입하면 식(23)의 두 번째 줄에서 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 에 대한 후방 추정 에러의 비율을 변환 요소로서  $\gamma(n)$ 로 정의되므로 식(24)와 같다.

$$\begin{aligned} \gamma(n) &= \frac{e(n)}{\xi(n)} \\ &= 1 - k^H(n)u(n) \end{aligned} \quad (24)$$

식(24)에서 나타낸 변환 요소 값은 이득 벡터  $k(n)$ 과 탭 입력 벡터  $u(n)$ 에 의해 유일하게 결정됨을 알 수 있다.

##### B. 적응 횡단선 필터에서 가중치 여러 상관 행렬

LMS 알고리즘을 확장하여 기존의 횡단선 필터에서 적응 탭 가중치 벡터를 구함으로써 정적인 환경에서 연산되는 전형적인 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴특성을 분석한다. 수렴 특성을 분석하기

위해 원하는 응답  $d(n)$ 과 탭 입력 벡터의  $u(n)$ 의 관계는 그림 4와 같이 다중 선형 모델을 이용하여 원하는 응답  $d(n)$ 을 식(25)와 같이 구할 수 있다.

$$d(n) = e_0(n) + w_0^H u(n) \quad (25)$$

위 식에서 나타낸  $w_0$ 는  $M \times 1$  벡터로서 그림 4의 변수 벡터를 나타내며,  $e_0(n)$ 는 추정 에러이다. 추정 에러  $e_0(n)$ 는 0평균과  $\sigma^2$ 의 분산을 갖는 백색 가우시안이고  $w_0$  변수 벡터는 상수이다.  $u(0) = 0$ 에 부합되는  $\Phi(0) = 0$ 을 가지고 시작함으로서 재순환 버퍼 RLS 알고리즘에 의해서 계산되는 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 은  $n \geq M$ 에 대해서 최소 자승의 방법에 의해서 계산되는 것과 동일하며,  $M$ 은 적응 횡단선 필터의 탭 수를 나타낸다. 따라서 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 은 식(26)과 같이 된다.

$$\hat{w}(n) = \Phi^{-1}(n)z(n), \quad n \geq M \quad (26)$$

식(26)에서  $\lambda = 1$ 인 경우에  $\Phi(n)$ 과  $z(n)$ 은 식(27), (28)과 같이 나타낼 수 있다.

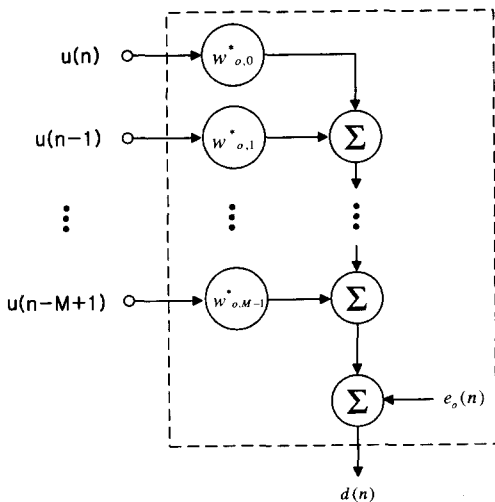


그림 4. 다중 선형 회귀 모델

$$\Phi(n) = \sum_{i=1}^n u(i)u^H(i) \quad (27)$$

$$z(n) = \sum_{i=1}^n u(i)d^*(i) \quad (28)$$

식 (28)에서 식(25)을 대입하면 식(29)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} z(n) &= \sum_{i=1}^n u(i)u^H(i)w_0 + \sum_{i=1}^n u(i)e_0^*(i) \\ &= \Phi(n)w_0 + \sum_{i=1}^n u(i)e_0^*(i) \end{aligned} \quad (29)$$

식(26)에 식(29)을 대입하면 식(30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{w}(n) &= \Phi^{-1}(n)\Phi(n)w_0 + \Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n u(i)e_0^*(i) \\ &= w_0 + \Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n u(i)e_0^*(i) \end{aligned} \quad (30)$$

랜덤 변수의 기대값 특성을 이용하여  $E[x]$ 는 식(31)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E[x] = E[E[x|y]] \quad (31)$$

식(31)에서 나타낸  $E[x|y]$ 는 랜덤 변수  $x$ 의 조건 기대치이고, 다른 랜덤 변수  $y$ 가 주어짐으로서 식(31)의 우변에서 남아있는 기대치는  $y$ 에 대한 기대치이다. 가중치 벡터에서 평균 자승 에러의 수렴을 나타내기 위해서는 가중치 에러 벡터를 나타내는 식(30)을 이용하는 것으로서 식(32)과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \epsilon(n) &= \hat{w}(n) - w_0 \\ &= \Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n u(i)e_0^*(i) \end{aligned} \quad (32)$$

그런 후에 식(33)와 같은 가중치 에러 상관 행렬의 정의를 이용한다.

$$K(n) = E[\epsilon(n)\epsilon^H(n)] \quad (33)$$

식(32)을 이용하여 식(33)은 식(34)와 같다.

$$K(n) = E[\Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u(i)E[e_0^*(i)e_0(j)]u^H(n)\Phi^{-1}(n)] \quad (34)$$

식(31)에서 나타낸 기대치 특성을 이용하면 식(34)을 식(35)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} K(n) &= E[\Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u(i)E[e_0^*(i)e_0(j)]u^H(n)\Phi^{-1}(n)] \\ &= E[\Phi^{-1}(n)\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u(i)E[e_0^*(i)e_0(j)]u^H(n)\Phi^{-1}(n)] \end{aligned} \quad (35)$$

추정 에러  $e_0(i)$ 는 분산  $\sigma^2$ 의 백색 잡음 처리로부터 구할 수 있기 때문에 식(35)의 우변 항에서 나

타낸 에러의 기대치는 식(36)와 같다.

$$E[e_0(i)e_0^*(j)] = \begin{cases} \sigma^2, & j=i \\ 0, & j \neq i \end{cases} \quad (36)$$

그러므로 식(36)을 식(37)와 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} K(n) &= \sigma^2 E[\Phi^{-1}(n) \sum_{i=1}^n u(i)u^H(i) \Phi^{-1}(n)] \\ &= \sigma^2 E[\Phi^{-1}(n) \Phi(n) \Phi^{-1}(n)] \\ &= \sigma^2 E[\Phi^{-1}(n)] \end{aligned} \quad (37)$$

입력 벡터  $u(1), u(2), \dots, u(n)$ 들은 서로 무관하고 동일하게 분포되며, 또한 입력 벡터  $u(1), u(2), \dots, u(n)$ 은 0평균의 가우시안 분포와 조화 평균 상관 행렬  $R$ 을 이용하는 통계적 처리로부터 이끌어 낼 수 있다. 역 상관 행렬  $\Phi^{-1}(n)$ 의 기대치는 식(38)와 같다.

$$E[\Phi^{-1}(n)] = \frac{1}{n-M-1} R^{-1}, \quad n > M+1 \quad (38)$$

식(37)에서 식(38)을 대입하면 가중치 에러 상관행렬  $K(n)$ 을 식(39)와 같이 얻을 수 있다.

$$K(n) = \frac{\sigma^2}{n-M-1} R^{-1}, \quad n > M+1 \quad (39)$$

그러므로 식(33)의 정의를 이용하여 가중치 에러 상관 행렬은 식(40)과 같다.

$$\begin{aligned} E[\varepsilon^H(n)\varepsilon(n)] &= t[K(n)] \\ &= \frac{\sigma^2}{n-M-1} t[R^{-1}] \\ &= \frac{\sigma^2}{n-M-1} \sum_{i=1}^M \frac{1}{\lambda_i}, \quad n > M+1 \end{aligned} \quad (40)$$

위 식에서 나타낸  $\lambda_i$ 들은 조화 평균 상관 행렬  $R$ 의 고유치로서 식(40)을 토대로  $n > M+1$ 에 대해 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 에서 평균 자승 에러는 가중 적은 고유치  $\lambda_{\min}$ 의 역에 의해서 크기가 정해진다. 고유치 확산에 대해 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 민감도는 가장 적은 고유치의 역에 비례해서 초기에 결정된다. 그러므로 최악 조건의 최소 자승 문제는 좋지 않은 수렴 특성을 가져옴을 알 수 있다. 또한 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 에서 평균 자승 에러는 반복수

$n$ 에 대해서 거의 선형적으로 감소한다. 그러므로 탭 가중치에 대해 재순환 버퍼 RLS 알고리즘에 의해서 산출된 추정  $\hat{w}(n)$ 은 시간에 대해 거의 선형적인 다중 선형 모델의 변수 벡터  $w_0$ 에 대해 평균 자승에서 수렴한다.

전방 추정 에러  $\xi(n)$ 과 후방 추정 에러  $e(n)$ 를 고려 할 때 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘에는 두 개 에러가 존재한다. 초기 조건에서 이들 두 개의 에러에 대한 평균 자승 값이 반복 수  $n$ 에 대해 다양한 값을 갖는다.  $n=1$ 일 경우  $\xi(n)$ 의 평균 자승 값은 큰 값을 갖고 원하는 응답  $d(n)$ 의 평균 자승 값과 동등하며 반복 수  $n$ 이 증가함에 따라 감소한다. 반면에  $e(n)$ 의 평균 자승 값은  $n=1$ 에서 작은 값을 갖고  $n$ 이 증가함에 따라 증가한다. 그러므로, 이득 에러로써  $\xi(n)$ 의 선택은 LMS 알고리즘과 동일한 형태를 갖는 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘에 대한 학습곡선을 산출할 수 있고 RLS와 LMS 알고리즘의 수렴 곡선간에 직접적인 비교를 할 수 있으며 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 에서 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘에서 평균된 수렴 곡선을 구할 수 있다.

### C. 제안된 데이터 재순환 필터 구조

재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴 특성을 개선하기 위해 새로운 데이터 재순환 필터 구조를 제안한다. 제안된 구조는 그림 4의 다중 선형 회귀 적응 횡단선 필터에서 탭 가중치 벡터를 갱신하기 위해 단일 탭 입력 데이터  $u(n)$ 을 이용하는 대신에 몇몇의 한정된 버퍼에 폐기된 입력 데이터  $u(n-1), u(n-2), u(n-3), \dots$ 을 이용함으로써 새로운 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 적응 탭 가중치 벡터의 갱신 처리와 재활용 데이터에 이용되는 버퍼를 갖는 구조로서 그림 5와 같다. 그림 5는 탭  $a, b$ 에 각각 버퍼를 두어 폐기된 입력 데이터를 재활용하는 새로운 구조로서 처음에 탭  $a$ 의 버퍼에서 재사용 데이터  $u(n-3)$ 와 탭  $b$ 의 버퍼에서 재사용된 입력 데이터  $u(n-4)$ 은 전방 추정 에러  $\xi(n,3)$ 를 이용하여  $\hat{w}(n,3) = [\hat{w}_0(n,3), \hat{w}_1(n,3)]$ 을  $\hat{w}(n,2) = [\hat{w}_0(n,2), \hat{w}_1(n,2)]$ 로 갱신하고,  $\hat{w}(n,2) = [\hat{w}_0(n,2), \hat{w}_1(n,1)]$ 은 탭  $a$ 의  $u(n-2)$ 와 탭  $b$ 의  $u(n-3)$ 와  $\xi(n,2)$ 을 이용하여  $\hat{w}(n,1) = [\hat{w}_0(n,1), \hat{w}_1(n,1)]$ 로 갱신된다. 이러한 과정을 반복 수행함으로써 최종적인 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n,-1)$ 은 제안된 적응 횡단선 필터의 다음 실제 출력 추정치  $\hat{d}(n)$ 을 생성하는데 이용되는 횡단선

필터 탭 가중치  $\hat{w}(n-1)$ 에 복사된다. 데이터 재순환을 이용하여 횡단선 필터의 적응 탭 가중치 벡터 갱신을 하기 위한 처리과정은 먼저 탭 입력 벡터  $u(n)$ 과 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 을 초기화하고, 재순환 데이터 버퍼  $B$ 를 결정하며, 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 을 이용하여 적응 횡단선 필터의 재 순환 버퍼  $RLS$  알고리즘 적응 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n)$ 을 갱신하기 위해 재 순환 데이터 버퍼 수만큼 반복하여 갱신한다. 마지막으로 적응 횡단선 필터 실제 출력 추정치  $\hat{d}(n)$ 을 생성하는데 이용되는 탭 가중치 벡터  $\hat{w}(n-1)$ 을  $\hat{w}(n)$ 에 복사함으로써 재순환 데이터를 이용한 새로운  $RLS$  알고리즘 탭 가중치 벡터 갱신이 이루어진다.

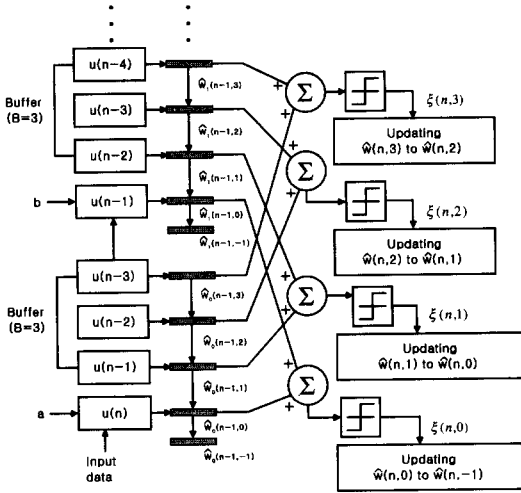


그림 5. 데이터 재순환 버퍼를 이용한 횡단선 필터 구조

그림 5에서 나타낸 재 순환 데이터 버퍼를 이용한 적응 횡단선 필터의 실제 출력 추정치  $\hat{d}(n)$ 은 탭 입력 벡터  $u(n)$ 과 탭 가중치 벡터의 내적으로서 식(41)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{d}(n) = \sum_{i=1}^{M+1} w_i(n-1)u(n) = \hat{w}^H(n-1)u(n) \quad (41)$$

전방 에러 신호  $\xi(n)$ 은 원하는 응답  $d(n)$ 과 적응 횡단선 필터 실제 출력  $\hat{d}(n)$ 사이의 차이이고, 데이터 재 순환 버퍼  $RLS$  알고리즘을 이용함으로써 적응 가중치 조절 메카니즘을 통하여 조절된 탭 가중치 벡터는 식(42)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{w}(n) = \hat{w}(n-1) + k(n) \sum_{i=1}^B \xi^*(n, i) \quad (42)$$

식(42)의 우변 항에서 나타낸 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 은 식(43)와 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^B \xi(n) &= e_0(n) - \sum_{i=1}^B [\hat{w}(n-1, i) - w_0]^H u(n-i) \\ &= e_0(n) - \sum_{i=1}^B \epsilon^H(n-1, i)u(n-i) \end{aligned} \quad (43)$$

위 식에서  $\epsilon(n-1, i)$ 은 재 순환 데이터 버퍼 수에 따른  $n-1$ 번째 가중치 에러 벡터이다.

#### D. RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘

재 순환 버퍼  $RLS$  알고리즘은 평균 자승 에러를 정의하기 위해 전방 추정 에러  $\xi(n)$ 을 사용함으로써 식(44)와 같이 구할 수 있다.

$$J(n) = \sum_{i=1}^B E[|\xi(n, i)|^2] \quad (44)$$

심볼  $J(n)$ 에서 중요한 것은 에러  $e(n)$ 의 평균 자승 값으로부터  $\xi(n)$ 의 평균 자승 에러 값을 구분하는 것이다.

추정 에러  $e_0(n)$ 은 탭 입력 벡터에 의존하므로 식(27)은 간단하게 재정리된다. 그러므로 가중치 에러 벡터  $\epsilon(n-1)$ 은  $u(n)$ 과  $e_0(n)$ 에 달려 있다. 따라서 다음 식(45)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^B E[\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)e_0^*(n)] \\ = \sum_{i=1}^B E[\epsilon^H(n-1, i)]E[u(n-i)e_0^*(n)] \end{aligned} \quad (45)$$

직교 원리로부터 탭 입력 벡터  $u(n)$ 의 모든 원소가 추정치 에러  $e_0(n)$ 과 직교가 이루어진다는 것을 알 수 있다. 그러므로 위에서 나타낸 식의 값은 식(46)과 식(47)에서 나타낸바와 같이 0 임을 알 수 있다.

$$\sum_{i=1}^B E[\epsilon^H(n-1, i)u(n-i)e_0^*(n)] = 0 \quad (46)$$

$$\sum_{i=1}^B E[e_0(n)u^H(n-i)\epsilon(n-1, i)] = 0 \quad (47)$$

그러므로 에러  $e_0(n)$ 의 기대값은 분산  $\sigma^2$ 와 동일

하고, 식(46)와 식(47)의 결과를 이용함으로써 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러는 식(48)와 같이 얻는다.

$$J(n) = \sigma^2 + \sum_{i=1}^n tr[RK(n-1, i)] \quad (48)$$

다음에 식(48)에 식(39)을 대입하면  $\lambda=1$ 인 경우에 대해서 식(49)을 얻는다.

$$J(n) = \sigma^2 + B \frac{M\sigma^2}{n-M-1}, \quad n > M+1 \quad (49)$$

이러한 결과는 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 조화 평균 학습 곡선의 평균 자승 에러 값에 대한 반복수  $n$ 에 대해서 데이터 재순환 버퍼  $B$ 개를 이용한 수렴속도가 버퍼가 사용되지 않는 경우의 수렴속도보다  $B$ 배만큼 빠르게 수렴한다는 것을 식(49)의 수학적인 연산을 통해 입증하였다. 식(49)에서 나타낸  $M$ 은 횡단선 필터에서 탭의 수를 나타냈으며, 재순환 버퍼 RLS 알고리즘은 수렴율이 LMS 알고리즘보다 훨씬 더 빠르다는 것을 의미한다. 무한대로 접근하는 반복수  $n$ 에 대해서 평균 자승 에러  $J(n)$ 은 추정 에러  $e_0(n)$ 의 분산  $\sigma^2$ 와 동일한 최종 값에 접근한다. 즉 재순환 버퍼 RLS 알고리즘은 통계적 환경에서 연산 될 때 평균 자승 에러를 초과하는 0의 값을 산출한다. 또한 평균 자승 에러에서 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴은 입력 벡터  $u(n)$ 의 조화 평균 상관 행렬  $R$ 의 고유치 값과는 무관하다는 것도 알 수 있다. LMS 알고리즘의 확장을 통한 재순환 버퍼 RLS 알고리즘 수렴율에서 위에서 언급한 개선은 추정 에러  $e_0(n)$ 이 원하는 응답  $d(n)$ 과 비교해서 적을 때 신호 대 간섭비가 높을 때 유지된다.

## V. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 분석

### A. 재순환 데이터 버퍼를 이용한 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴 분석

컴퓨터 시뮬레이션을 위해 적응 횡단선 필터에서 왜곡을 생성하는 선형 분산 채널의 간섭을 제거하기 위해 재순환 버퍼 RLS 알고리즘을 이용하였으며, 모든 데이터는 실수 값으로 가정한다. 그림 6은 적응 횡단선 필터에서 시뮬레이션을 위한 블록도를 나타낸 것이다.

그림 6에서 나타낸 바와 같이 첫 번째 랜덤 발생

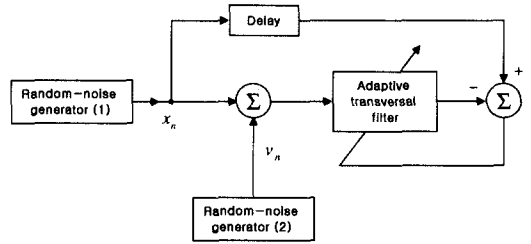


그림 6. 적응 횡단선 필터 시뮬레이션 블록도

기는 채널의 특성을 검사하기 위해 실험신호  $x_n$ 을 발생시키고, 반면에 두 번째 랜덤 발생기는 채널의 출력에 부가적 백색 가우시안 잡음  $v(n)$ 을 더하여 적응 횡단선 필터에 입력되어지도록 백색 잡음을 발생시킨다. 두 개의 랜덤 발생기는 상호간에 독립적으로 작용하고, 적응 횡단선 필터는 부가적인 백색 가우시안 잡음이 존재하는 곳에서 채널에 의해 생성되는 왜곡을 정정한다. 또한 첫 번째 랜덤 발생기에서 발생된 신호를 지연시킨 후에 순열의 형태로 적응 횡단선 필터에 적용하기 위해 원하는 응답을 제공한다. 발생된 랜덤 순열  $\{x_n\}$ 은  $\pm 1$ 을 가진 Bernoulli 순열로 구성되어 횡단선 필터에 입력되고, 영-평균과 단위 분산을 갖고, 발생된 순열을 채널에 입력한 후의 채널 임펄스 응답은 식 (50)과 같다.

$$h_n = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{W} (n-2) \right) \right], & n=1,2,3 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (50)$$

위 식에서 매개변수  $W$ 는 채널에 의해 생성된 왜곡의 진폭 크기와 증가를 나타낸다. 또한 매개변수  $W$ 는 적응 횡단선 필터에서 탭 입력 상관 행렬의 고유치 확산  $\chi(R)$ 을 조절하고, 고유치 확산은  $W$  값이 증가함에 따라 증가한다. 두 번째 랜덤 발생기에서 생성된 부가적 백색 가우시안 잡음 순열  $v(n)$ 은 영-평균과 0.0001의 분산 값을 가진다.

적응 횡단선 필터의 상관 행렬을 나타내기 위해 반복수  $n$ 에 대한 등화기의 첫 번째 탭 입력은 식 (51)과 같다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^n h_k a(n-k) + v(n) \quad (51)$$

식 (51)에서 모든 매개변수는 실수 값이므로 등화기의 11개 탭 입력  $u(n), u(n-1), \dots, u(n-10)$ 들에 대한 상관 행렬  $R$ 은  $11 \times 11$ 의 대칭 행렬이다. 또한



임펄스 응답  $h_n$ 은  $n$ 이 1, 2, 3 인 경우에 대해 0 이 아닌 값을 가지며, 잡음 처리  $v(n)$ 은 영-평균 백색 가우시안이고, 분산은  $\sigma_v^2$ 이며, 상관 행렬  $R$  은 식 (52)와 같다.

$$R = \begin{bmatrix} r(0) & r(1) & r(2) & 0 & \cdots & 0 \\ r(1) & r(0) & r(1) & r(2) & \cdots & 0 \\ r(2) & r(1) & r(0) & r(1) & \cdots & 0 \\ 0 & r(2) & r(1) & r(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & r(0) \end{bmatrix} \quad (52)$$

상관행렬  $R$ 은  $r(0)$ 일 때 주 대각선으로 하여 위, 아래에 두 개의 대각선을 가진 형태로 나타난다. 식 (52)에서  $r(0) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + \sigma_v^2$ ,  $r(1) = h_1 h_2 + h_2 h_3$ ,  $r(2) = h_1 h_3$  을 의미한다. 백색 가우시안 잡음 분산인  $\sigma_v^2$ 가 0.001이면  $h_1, h_2, h_3$  은 식 (50)에서 매개변수  $W$ 에 할당된 값에 의해 결정된다.

식 (50)와 (52)을 이용하여 지연  $l = 0, 1, 2$ 에 대해 자동 상관 함수  $r(l)$ 의 값을 구할 수 있다.

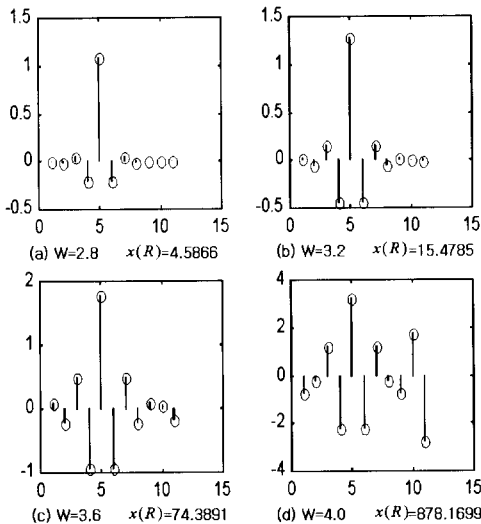


그림 7. 각각 4개의 다른 고유치 확산에 대한 적응 횡단선 필터의 임펄스 응답

매개변수  $W$ 에 따라 상관 행렬  $R$ 의 가장 큰 고유치를 가장 작은 고유치로 나눔으로써 고유치 확산 영역  $x(R)$ 을 구할 수 있다. 그림 7은 각각 4개의 다른 고유치 확산에 대한 적응 횡단선 필터의 임펄스 응답을 나타내었다. 매개변수  $W$ 가 2.8일 때 상관 행렬  $R$ 의 가장 큰 고유치는 1.8605로 나타나고, 가장 작은 고유치는 0.5440이다.  $W$ 가 3.2일

때 가장 큰 고유치는 2.5504이고, 가장 작은 고유치는 0.2235임을 알 수 있다. 또한  $W$ 가 3.6일 때 가장 큰 고유치는 3.2377로 가장 작은 고유치는 0.0922로 나타난다.  $W$ 가 4.0일 때 가장 큰 고유치는 3.8712이고, 가장 작은 고유치는 0.0044임을 알 수 있다. 따라서 고유치 확산 영역은  $W$ 가 2.8일 때 4.5866이며,  $W$ 가 3.2일 때는 15.4785로 나타난다. 매개변수  $W$ 가 3.6일 때는 74.3891로 나타나고,  $W$ 가 4.0일 때는 878.1699로 분포되어짐을 알 수 있다. 그림 8은 탭 계수  $M$ 이 11이고 가우시안 잡음 분산 값 매개 변수  $\sigma^2$ 를 0.0001로 설정하여 다양한 고유치 확산 범위  $x(R)$ 에 따른 재 순환 버퍼  $RLS$  알고리즘 평균 자승 에러의 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내고 있다. 위 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산 영역이 증가함에 따라 평균 자승 에러 값이 증가함을 알 수 있다. 적응 횡단선 필터에서 재 순환 버퍼  $RLS$  알고리즘을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션은 적응 횡단선 필터에서 입력되는 채널의 시간 분산을 이용하였으며<sup>[12]</sup>, 채널의 임펄스 응답은 식 (51)을 이용하였다. 제안된 재순환 데이터 버퍼를 이용한 적응 횡단선 필터에서 컴퓨터 시뮬레이션을 위해 사용된 필터의 탭 수는 11개로 설정하였으며, 백색 가우시안 잡음 분산 값  $\sigma_v^2$ 은 0.0001로 하였다.

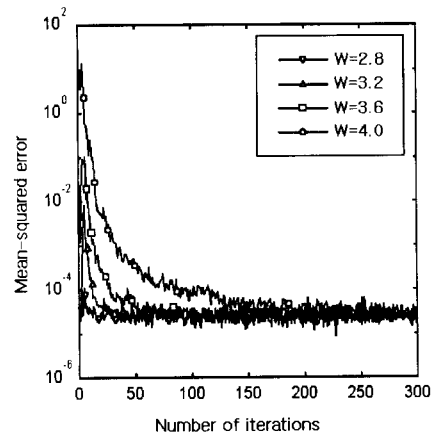


그림 8. 탭 수  $M=11$ , 표준 편차 매개변수  $\sigma=0.01$ 에서 다양한 고유치 확산  $x(R)$ 에 따른 적응 횡단선 필터의  $RLS$  알고리즘 학습곡선

그림 9는 위에서 나타난 변수를 동일하게 설정한 상태에서 고유치 확산  $x(R)$ 은 878.1699로 고정하여 제안된 재 순환 데이터 버퍼  $B$ 를 0개, 1개, 4개, 9개를 이용하였을 경우의 재 순환 버퍼  $RLS$

알고리즘을 적용한 시뮬레이션 결과로서 반복 수를 300번으로 할 때 평균 자승 에러값을 나타내고 있다.

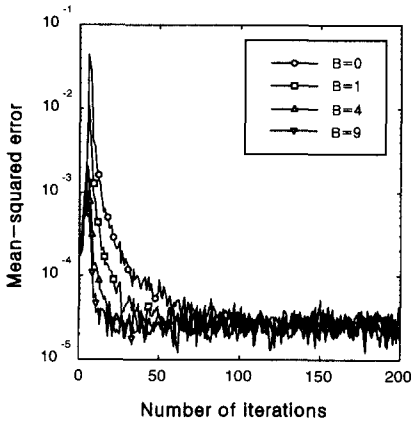


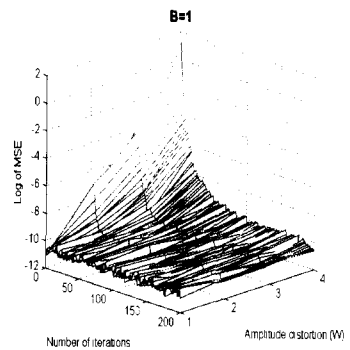
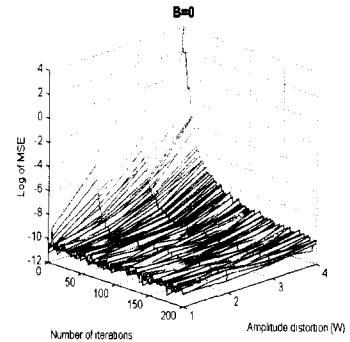
그림 9. 탭 수  $M=11$ , 표준 편차 매개변수  $\sigma=0.01$ , 고유치 확산  $\chi(R)=46.8216$ , 재사용 데이터 버퍼  $B=0, 1, 4, 9$ 를 가진 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러 학습 곡선

그림 9에서 나타낸 시뮬레이션 결과로부터 적응 횡단선 필터에 탭 수에 따른 재 순환 데이터 버퍼 수를 증가함으로써 데이터 버퍼가 없는 경우의 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘의 시뮬레이션 결과보다 수렴속도가 B배만큼 점차적으로 개선되어진 것을 알 수 있으며, 또한 버퍼 수를 점차적으로 증가시키면 재순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러비의 학습 곡선이 버퍼 수에 비례하여 개선됨을 알 수 있다. 이는 시뮬레이션 결과로부터 식(49)의 수학적 연산의 타당성을 입증한 것이다.

그림 9와 같이 일정한 평균 자승 값의 수렴에 필요한 수가 134개, 67개, 23개, 15개에 이르는 것을 알 수 있으며, 위 시뮬레이션의 결과로부터 적응 횡단선 필터에 사용된 재 순환 데이터 버퍼 구조에서 제안한 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴 속도도 재 순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함으로써 B배만큼 증가한다는 것을 알 수 있다. 결국, 제안된 알고리즘이 신호 간섭 제어가 보다 효율적으로 이루어짐을 컴퓨터 시뮬레이션에 의해 증명되었다.

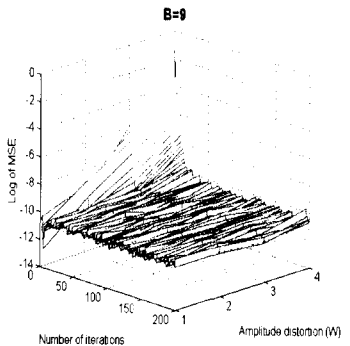
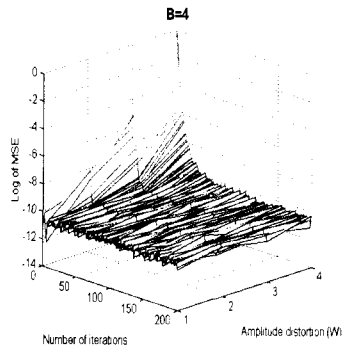
### B. 채널에서 왜곡된 삼차원 시뮬레이션 결과

그림 10(a)은 제안된 재 순환 데이터 버퍼 구조를 가지고 있는 적응 횡단선 필터에서 버퍼가 없는 즉  $B=0$ 인 상태에서 전형적인 재 순환 버퍼 RLS 알고



(a)  $B=0$

(b)  $B=1$



(c)  $B=4$

(d)  $B=9$

그림 10. 탭 수  $M=11$ , 표준 편차  $\sigma=0.01$ , 진폭 왜곡  $u$ 에 따른 재사용 데이터 버퍼  $B=0, 1, 4, 9$ 를 가진 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘의 평균 자승 에러의 학습 곡선 삼차원 시뮬레이션

리즘을 이용하였으며, 적응 횡단선 필터에서 필터의 실제적인 추정 치와 원하는 응답의 차이인 에러를 이용하여 조정된 탭 가중치 벡터를 사용함으로써 채널 왜곡의 정도에 따른 평균 자승 에러의 수렴상태를 삼차원으로 컴퓨터 시뮬레이션 한 결과이다.

그림 10의  $x$ 축은 샘플의 반복 수를 의미하고 300개의 샘플을 설정하고,  $y$ 축은 진폭의 왜곡(w)의 정도로서 1부터 4까지의 변화 값을 주었으며  $z$ 축은 평균 자승 에러(MSE)에 로그를 취한 값을 나타내었다. 적응 횡단선 필터의 이상적인 출력과 채널 임펄스 응답의 실제 출력 차이인 에러를 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘을 이용하여 적응 탭 가중치 벡터를 구함으로써 평균 자승 에러의 수렴특성을 나타내었다.

그림 10(b)부터 (d)에서 나타난 시뮬레이션 결과는 진폭 왜곡(w)에 비례하여 고유치 확산 영역  $\chi(R)$ 의 값의 변화에 대해 반복 수에 따른 평균 자승 에러의 수렴상태를 나타낸 것으로 진폭 왜곡이 커짐에 따라 평균 자승 에러의 값이 증가함을 알 수 있다. 이는 그림 8의 고유치 확산  $\chi(R)$ 에 따른 적응 횡단선 필터에서 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘 학습 곡선의 결과와 부합된다. 또한 그림 10(b)으로부터 그림 10(d)까지의 시뮬레이션 결과는 그림 10(a)에 필요한 탭 수, 백색 가우시안 잡음 분산 값, 고유치 확산 영역  $\chi(R)$ 을 동일하게 설정하여 재 순환 데이터 버퍼 B를 1개, 4개, 9개를 이용하였을 경우 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 나타내었다. 시뮬레이션 결과로부터 재 순환 데이터 버퍼수가 증가함으로써 평균 자승 에러의 값은 현저하게 적응을 알 수 있다.

그림 10의 결과로부터 적응 횡단선 필터에 사용된 재 순환 데이터 버퍼 구조에서 제안한 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도가 재 순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함으로써 B배만큼 증가하여 간섭 신호가 제어됨을 알 수 있었다.

## VI. 결 론

본 논문은 적응 횡단선 필터에서 수렴 속도의 개선을 위해 기존의 최소 평균 자승 알고리즘을 확장한 반복적 최소 자승 알고리즘의 탭 가중치 갱신 메커니즘에 재 순환 데이터 버퍼를 이용함으로써 수렴특성을 개선시키는 효율적인 기법을 제시하였다.

적응 횡단선 필터에서 적응 탭 가중치 갱신을 위

해 최소 자승의 방법을 확장하여 역 행렬 정리를 이용함으로써 반복적 최소 자승 알고리즘을 나타내었다. 기존의 적응 횡단선 필터에 데이터 재 순환 버퍼 구조를 제안하여 새로운 RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘을 유도하여 조화 평균 학습 곡선의 평균 자승 에러 값에 대한 반복 수  $n$ 에 대해서 데이터 재 순환 버퍼를 사용한 학습 곡선의 수렴 속도에 버퍼가 없는 경우의 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘의 수렴 속도보다 비례하여 빠르게 수렴한다는 것을 수학적 연산을 통해 증명하였다. 또한 새로운 RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘의 수렴 특성은 평균 자승 에러에서 입력 벡터  $u(n)$ 의 조화 평균 상관 행렬 R의 고유치 값과는 무관하다는 것을 알 수 있었다. 다양한 고유치 확산 범위  $\chi(R)$ 에 따른 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘 평균 자승 에러 값이 고유치 확산 영역에 따라 증가하였다.

컴퓨터 시뮬레이션의 결과로부터 적응 횡단선 필터에 사용된 재 순환 데이터 버퍼 구조에서 제안한 재 순환 버퍼 RLS 알고리즘을 적용함으로써 조정된 탭 가중치 벡터에 비례하여 평균 자승 수렴의 속도는 재 순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함으로써 B배만큼 증가한다는 것을 알 수 있었고 결국, 제안된 알고리즘이 채널 임펄스 응답 신호의 간섭 신호보다 효율적으로 제거할 수 있었다. 또한 채널 진폭의 왜곡의 정도와 재 순환 데이터 버퍼 수에 따른 평균 자승 에러에 대한 삼차원 시뮬레이션 결과로부터 고유치 확산이 증가함에 따라 특정 값에 수렴하기 위한 요구된 샘플의 반복 수가 비례하여 증가하였으며, 재 순환 데이터 버퍼 수 B가 증가함에 따라 요구된 샘플의 반복수가 B배만큼 감소함으로써 제안된 구조에서 RLS 가중치 갱신 알고리즘의 수렴특성이 개선됨을 알 수 있었다.

향후 연구과제로서 제안된 새로운 RLS 탭 가중치 갱신 알고리즘을 역전 파 신경 망 알고리즘에 적용함으로써 부가적인 백색 가우시안 잡음과 다 경로 페이딩 간섭을 보다 효율적으로 억압하여 비트 에러율을 개선시킬 수 있을 것이라 사료된다.

## 참 고 문 헌

- [1] M.G Bellanger : "Computational complexity and accuracy issues in fast least squares algorithms adaptive filtering," Proc. IEEE ISCAS : pp.2635-2639, Finland,1988.

- [2] J.M. Cioffi : "Limited-precision effects in adaptive filtering," IEEE Trans. CAS. vol. CAS-34 : pp.821-833, July, 1987.
- [3] J.M. Cioffi : "The fast Householder filters RLS adaptive filter," Proc. IEEE ICASSP : pp.1619-1622, Albuquerque, April 1990.
- [4] Sang-Dong Na : "A Study on the Real-Time Communication Service using Bit Stream Control Algorithms," Proc. Korean Institute of Maritime Information & Communication Science, Vol.3, No.1, pp 152-155, May, 1999.
- [5] Jiangnan Chen, Roland Priener, "An Inequality by which to Adjust the LMS Algorithm Step-Size," IEEE Trans. Commun. Vol.43, No.2/3/4, pp. 1477-1483, Feb./Mar./Apr. 1995
- [6] S.C. Douglas, "Analysis of the multiple-error and block least-mean-square adaptive algorithms," IEEE Trans. Circuits and System II: Analog Digital Signal Processing, Vol.42, No.2, pp.92-101, Feb. 1995
- [7] Chul-Soo Bai, and Sang-Dong Na : "A Simple and Efficient Technique for Rapid Convergence Speed of The LMS Algorithm," ITC-CSCC '97, Okinawa, Japan, Vol.1, pp31-34, July 1997
- [8] S. Kalson and K. Yao : "Systolic array processing for order and time recursive generalized least-squares estimation," Proc, SPIE, vol. 564, Real Time Signal Processing VIII : pp.28-38, 1985.
- [9] H. Leung and S.Haykin : "Stability of recursive QRD LS algorithms using finiteprecision systolic array implementation," IEEE Trans, ASSP. vol. 37 : pp760-763, May 1989.
- [10] Gwang-Jun Kim, and Sang-Dong Na : "Convergence Characteristic using Tap Weight Updating of Recycling Buffer RLS Algorithm," ICIC '99, Nov. 1999
- [11] F.T Luk and S.Qiao : "Analysis of a recursive least-squares signal-processing alorithm," SIAM J. Sci. Stat. Comput. vol. 10 : no. 3, : pp. 407-418, May 1989.
- [12] J. G. McWhirter : "Recursive least-squares minimisation using a systolic array." Proc. SPIE, vol. 431, Real Time Signal Processing

VI : pp. 105-112, 1983.

나 상 동(Sang-dong Na)

정회원



1968년: 조선대학교 전기공학과 졸업(공학사)

1980년: 건국대학교 대학원 전기전자공학과 졸업 (공학석사)

1995년: 원광대학교 대학원 전기공학과 졸업 (공학 박사)

1995년~1996년: Dept. of Electrical & Computer Eng. Univ. of California Irvine 연구교수.

1973년~현재: 조선대학교 공과대학 컴퓨터공학부 조교수, 부교수, 교수

1999년: 조선대학교 전자계산소 소장 역임

<주관심 분야> 실시간 통신, 디지털 통신, 데이터 및 이동통신망, 신경망, 적응 신호처리 등임.