

축하중을 고려한 단순보상의 이동탄성계의 진동해석

윤한익* · 김영수** · 김봉균*** · 송재길****

*동의대학교 기계산업시스템 공학부, **부산정보대학 기계산업계열

동의공업대학 금형설계과, *부산기능대학 전산응용 기계기술과

Dynamic Behavior of Moving Elastic Body System on Simple Beam with Axial Load

HAN-IK YOON*, YOUNG-SOO KIM**, BONG-KYUN KIM*** AND JAE-KIL SONG****

*Faculty of Mechanical and Industrial System, Dong-eui University, Pusan 614-714, Korea

**Faculty of Machine and Industry, Pusan Info-Tech college, Pusan 614-715, Korea

***Dept. of Die/Mold Design, Dong-eui Institute of Technology, Pusan 616-737, Korea

****Dept. of Computer based Machinery, Pusan Polytechnic College, Pusan, Korea

KEY WORDS: Moving elastic body system 이동탄성계, Axial load 축하중, Suspension unit 현가장치, Damping coefficient 감쇠계수, Runge-kutta method 룬게-쿠타 방법, Dynamic behavior 동특성

ABSTRACT: The dynamic behavior of a moving elastic body system with three constant velocities on a simple beam with an axial load is analyzed by numerical method. A moving elastic body system is composed of an elastic body and a suspension unit with two unsprung masses. The governing equations are derived with an aid of Lagrange's equation. These equation are solved by Runge-Kutta method. The damping coefficients a spring constants of the suspension unit, the forced circular frequency on a moving elastic body, the velocity of a moving elastic body system and the axial load on a simple beam have the important effects upon the dynamic behavior of a moving elastic body system. These effects are more important in the high modes of a simple beam.

1. 서 론

이동을 받는 구조물은 철도, 교량, 도로 등으로부터 잡수함, 우주선등에 이르기까지 그 종류가 다양하며, 공학자들은 이동하중에 대한 이들의 동적응답 및 이동계의 진동에 대한 많은 관심을 가지고 있다. 이동하중은 강제, 자동차, 혹은 탄성이동계등이 될 수 있으며 힘, 집중질량, 분포질량 그리고 스프링-질량-감쇠기로 근사되는 이동탄성계의 진동은 이동계의 안정성 및 승차감에 큰 영향을 주고 있으므로 각종 구조물 상에서 이들의 이동속도에 따른 동적응답은 매우 중요하게 다루어지고 있다. Kenney(1954) 등은 로켓의 시험트랙을 모델로하여 탄성 기초위에 놓인 보에 빠른 이동속도의 이동하중이 통과할 때에 응답의 해석적 해와 광진상태에서의 임계속도를 구하였고, 감쇠기가 있을 때의 보의 처짐에 관한 확대계수를 구하였다. Steel(1967; 1968)은 탄성 기초가 없이 유한지지 된 Bernoulli-Euler보에 빠른 이동 집중하중이 작용할 때의 해를 Fourier 식 분으로 구하였다. 또한 일정속도의 이동하중이 반 부한 길이 Timoshenko보에 계단하중으로 작용한다고 가정하여 여러 가지 범위에서 구한 근사해는 정상상태에 가까웠다. Lin과 Daniel(1969)은 주기적으로 많은 탄성 지지점을 갖는 Bernoulli-Euler보에서 주파수 응답 행렬을 결정하기 위하여 해석적인 방법을 이용하였고, 등 간격으로 부착된 감쇠를 갖는 계에서는 수치해석으로

응답을 구하였다. 그리고 주기적으로 지지된 연속보의 구조물에서 진동응답을 전달행렬(transfer matrix method)과 정규 모드법(normal mode methods)을 써서 구하였다. 최근 Esmailzadeh와 Ghorashi(1995)는 균일 분포 이동질량에 대한 보의 진동을 해석하였다.

현가장치의 강성 및 감쇠계수를 감소시키면 잘 포장된 도로에서는 안락한 승차감을 얻을 수 있으나 반대로 선회, 가속 및 감속시에는 차체 거동에 있어서의 큰 변위를 야기시킨다. 이것은 고속 주행시 돌발 사고에 대한 방어능력의 감소 및 차체내부의 불안정성의 요인이 되며, 또한 현가장치의 스트로크(stroke)를 단축시켜서 거친도로의 주행시 현가계 상하충돌(suspension full bumping)의 원인이 된다. 이러한 문제들을 해결하기 위해서는 고속주행, 선회 가속 및 감속시에는 현가장치의 강성 및 감쇠계수를 증가시키고, 그 외의 상태에서는 반대로 감소시켜야 한다. 각종 주행조건에 따른 현가계의 특성에 대한 연구가 활발하며 그 일부는 실용화 되고 있다(Acker *et al.*, 1990; Clerk, 1990; Fukash, *et al.*, 1986; Kenjiand Masakazu, 1985; Leonard, 1970; Masao, 1990; Naoto *et al.*, 1991).

본 논문에서는 축 인장력을 받는 단순보 상에서 차량을 모델링한 탄성계가 강제진동을 하며 빠른 속도로 이동할 때 그 탄성계의 진동특성을 연구하였다. 2차원 계로 모델링된 강성과 감쇠를 갖는 현가장치와 현가장치에 의하여 지지되는 탄성체,

그리고 단순보상에 접촉되어 이동하는 하부 질량들로 구성된다. 이 탄성계는 단순보 상에서 일정 속도로 이동하며, 단순보의 진동 모드가 탄성계의 진동에 영향을 주며 전체계는 탄성계와 단순보로 구성된다. 각 탄성체의 탄성변위는 그 고유함수 전개로 나타내어지며 고유함수는 직교이고 해석적으로 계산된다(Lconard, 1970). 계의 운동방정식은 Lagrange 방정식을 사용하여 유도하였고, Runge-Kutte방법으로 수치해석하였다.

2. 계의 운동방정식

2.1 계의 에너지 식

2.1.1 이동탄성체의 에너지식

이동탄성체를 현가장치에 의하여 단순지지된 단순보로 가정하면 그 진동형은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) Y_i \quad (1)$$

여기서 $\phi_i(t)$ 는 시간의 함수이고 Y_i 는 정규직교 고유함수이다(William et al., 1990). 이동탄성체는 균질의 재료로 되어 있다고 가정하고, 그 도심의 진동형을 고려하면서 그 에너지식을 정리하면 다음과 같다.

운동에너지 :

$$\begin{aligned} T_1 = & \frac{1}{2} M \dot{a}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{4} M \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\phi}_i^2 \\ & + M \dot{a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \dot{\phi}_i \\ & - \frac{M \theta l_1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i\pi} [(-1)^i + 1] \dot{\phi}_i \end{aligned} \quad (2)$$

탄성 포텐셜에너지 :

$$V_1 = \frac{1}{2} \frac{E_1 I_1}{2 l_1^3} \pi^4 \sum_{i=1}^{\infty} i^4 \phi_i^2 \quad (3)$$

여기서,

- \dot{a} : 이동탄성체의 수직변위 속도
- $\dot{\theta}$: 이동탄성체의 회전 변위의 속도
- v : 이동탄성체의 이동속도
- M : 이동탄성체의 질량

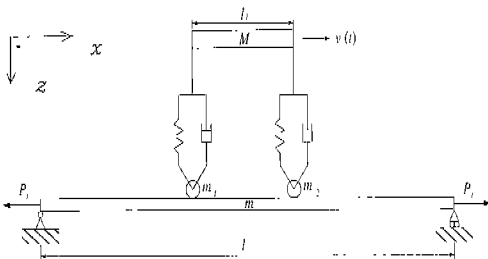


Fig. 1 Moving elastic body system on a simple beam subjected to axial force

E_1 : 이동탄성체의 종탄성계수

I_1 : 이동탄성체의 횡단면 관성모우멘트

J : 이동탄성체의 질량 관성모우멘트

l_1 : 이동탄성체의 길이

이다.

2.1.2 단순보의 에너지식

단순보의 진동형은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) X_i \quad (4)$$

여기서 $\phi_i(t)$ 는 시간의 함수이고 X_i 는 정규직교 고유함수이다. 단순보는 균질의 재료로 되어 있는 탄성보이며, 작용하는 축인장력을 고려하면 그 에너지식은 다음과 같다.

운동에너지 :

$$T_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{m l}{4} \dot{\phi}_i^2 \quad (5)$$

탄성 포텐셜에너지⁽¹⁴⁾ :

$$\begin{aligned} V_2 = & \frac{1}{2} \frac{EI}{2 l^3} \pi^4 \sum_{i=1}^{\infty} i^4 \phi_i^2 + \frac{\pi^2 P}{4 l} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 \phi_i^2 \\ = & \frac{\pi^4 EI}{4 l^3} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 \phi_i^2 (i^2 + \gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$$\gamma = \frac{P_l}{P_{cr}} = \frac{P_l}{\pi^2 EI / l^2} = \frac{k^2 l^2}{\pi^2} \quad (7)$$

이며, 또

m : 단순보의 단위길이당 질량

l : 단순보의 길이

E : 단순보의 종탄성계수

I : 단순보의 횡단면 관성모우멘트

P_l : 축 인장력

P_{cr} : 단순보의 임계좌굴하중

이다.

2.1.3 현가장치의 에너지식과 Rayleigh의 소멸함수

운동에너지 :

$$T_{31} = \frac{1}{2} m_1 \dot{w}_1^2(t) + \frac{1}{2} m_1 v^2 \quad (8)$$

$$T_{32} = \frac{1}{2} m_2 \dot{w}_2^2(t) + \frac{1}{2} m_2 v^2 \quad (9)$$

포텐셜에너지 :

$$\begin{aligned} V_{31} = & \frac{1}{2} s_1 [w_1(t) - a + \frac{l_1 \theta}{2}]^2 \\ & - m_1 g \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i X_i(f_1(t)) \end{aligned} \quad (10)$$

$$V_{s2} = \frac{1}{2} s_2 [\omega_2(t) - a - \frac{l_1 \theta}{2}]^2 - m_2 g \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i X_i(f_2(t)) \quad (11)$$

여기서,

$$w_k(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(t) X_i(f_k(t)) \quad k=1,2 \quad (12)$$

$$\dot{w}_k(t) = v \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\phi}_i(t) \dot{X}_i(f_k(t)) + \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\phi}_i(t) X_i(f_k(t)) \quad k=1,2 \quad (13)$$

$$f_1(t) = vt + \frac{l_1}{2}, \quad f_2(t) = vt - \frac{l_1}{2} \quad (14)$$

이고, m_1, m_2 는 현가장치의 하부 질량이고, s_1, s_2 는 현가장치의 스프링상수이고, 그리고 l_1 은 이동탄성체의 길이로써 현가장치간의 거리이다.

Rayleigh의 소멸함수 :

$$D_{11} = \frac{1}{2} c_1 [\dot{w}_1^2(t) - \dot{a} + \frac{\theta l_1}{2}]^2 \quad (15)$$

$$D_{32} = \frac{1}{2} c_2 [\dot{w}_2^2(t) - \dot{a} - \frac{\theta l_1}{2}]^2 \quad (16)$$

여기서, c_1, c_2 는 현가장치의 감쇠계수이다.

2.2 계의 일반좌표에 대한 운동방정식

앞에서 구한 계의 에너지식을 Lagrange방정식

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}} = Q \quad (17)$$

에 대입하여 정리하고 다음의 매개변수들을 도입하여 무차원 방정식을 만든다.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{\alpha} \\ a &= \sqrt{\frac{M}{s}} \\ \frac{d}{dt} &= \frac{1}{\alpha} \frac{d}{d\tau}, \quad \frac{d^2}{dt^2} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{d^2}{d\tau^2} \\ b &= \frac{2a}{l_1}, \quad \theta = \theta \\ y_i &= \frac{2\phi_i}{l_1} \quad i=1, 2, 3, \dots \\ d_i &= \frac{2\phi_i}{l_1} \quad i=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 t 는 이동 탄성계가 단순보상을 이동하는데 걸리는 시간이며, τ 는 무차원 독립변수이다. 또, 식의 간략화를 위하여 $s_1 = s_2 = s$, $c_1 = c_2 = c$ 로 놓는다. 각 일반좌표에 대한 무차원 운동방정식은 다음과 같다.

a) 무차원 일반좌표 b :

$$\begin{aligned} \ddot{b} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \right) \ddot{y}_i \\ = 2b + \sum_{i=1}^{\infty} [i\pi(\bar{c} \cos \alpha_{i1} + \bar{c} \cos \alpha_{i2}) \\ + (\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2})] d_i \\ - \frac{2\bar{c}}{v} \dot{b} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{\bar{c}}{v} (\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2}) \dot{d}_i + Q_b \right] \end{aligned} \quad (19)$$

b) 무차원 일반좌표 θ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \ddot{\theta} - \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1 - (-1)^i}{i\pi} \right) \ddot{y}_i \\ = -2\theta + \sum_{i=1}^{\infty} [(-\sin \alpha_{i1} \\ + \sin \alpha_{i2} - i\pi \bar{c} (\cos \alpha_{i1} - \cos \alpha_{i2}))] d_i \\ - \frac{2}{v} \dot{\theta} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{v} (\sin \alpha_{i2} + \sin \alpha_{i1}) \dot{d}_i + Q_\theta \right] \end{aligned} \quad (20)$$

c) 무차원 일반좌표 y_i :

$$\begin{aligned} \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \ddot{b} \\ - \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \ddot{\theta} + \frac{1}{2} \ddot{y}_i \\ = -(i^4 \pi^4 G_1) y_i + Q_{y_i} \end{aligned} \quad (21)$$

d) 무차원 일반좌표 d_i :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{M} \ddot{d}_i + (\bar{M}_1 \sin \alpha_{i1} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij}) \ddot{d}_j \\ + (\bar{M}_2 \sin \alpha_{i2} + \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij}) \ddot{d}_j \\ = (\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2}) b + (-\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2}) \theta \\ - \frac{1}{2} [G \sum_{j=1}^{\infty} i^2 \pi^4 (i^2 + j^2)] d_i \\ - [\sin \alpha_{i1} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij} \\ + \sin \alpha_{i2} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij} + \bar{c} \sin \alpha_{i2} \sum_{j=1}^{\infty} i\pi \cos \alpha_{ij} \\ + \bar{c} \sin \alpha_{i2} \sum_{j=1}^{\infty} i\pi \cos \alpha_{ij} \\ - \bar{M}_1 (\bar{v})^2 \sin \alpha_{i1} \sum_{j=1}^{\infty} (i\pi)^2 \sin \alpha_{ij} \\ - \bar{M}_2 (\bar{v})^2 \sin \alpha_{i2} \sum_{j=1}^{\infty} (i\pi)^2 \sin \alpha_{ij}] d_j \\ - \frac{\bar{c}}{v} (\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2}) \dot{b} + \frac{\bar{c}}{v} (-\sin \alpha_{i1} + \sin \alpha_{i2}) \dot{\theta} \\ - \left[\frac{\bar{c} \sin \alpha_{i1}}{v} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij} + \left[\frac{\bar{c} \sin \alpha_{i2}}{v} \sum_{j=1}^{\infty} \sin \alpha_{ij} \right. \right. \\ \left. \left. + 2\bar{v} \bar{M}_1 \sin \alpha_{i1} \sum_{j=1}^{\infty} i\pi \cos \alpha_{ij} \right. \right. \\ \left. \left. + 2\bar{v} \bar{M}_2 \sin \alpha_{i2} \sum_{j=1}^{\infty} i\pi \cos \alpha_{ij} \right] \dot{d}_j + Q_{d_i} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$\bar{M} = \frac{ml}{M}, \quad \bar{M}_1 = \frac{m_1}{M}, \quad \bar{M}_2 = \frac{m_2}{M},$$

$$\bar{c} = \frac{cv}{sI}, \quad G = \frac{EI}{2Ml^\beta}, \quad G_1 = \frac{E_1 I_1}{2Ml_1^\beta}, \quad (23)$$

$$\bar{v} = \frac{v\alpha}{l}$$

$$\begin{pmatrix} \sin \alpha_{i1} \\ \sin \alpha_{i2} \end{pmatrix} = \sin \frac{i\pi(v\tau\alpha \pm \frac{l_1}{2})}{l} \quad (24)$$

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_{i1} \\ \cos \alpha_{i2} \end{pmatrix} = \cos \frac{i\pi(v\tau\alpha + \frac{l_1}{2})}{l} \quad (25)$$

이고, 이동 탄성체가 자유 진동을 할 때 무차원 일반력은 다음과 같다.

$$Q_b = \frac{Mg}{F} \quad (26)$$

$$Q_\theta = 0 \quad (27)$$

$$Q_b = \frac{Mg}{i\pi F} [1 - (-1)^i] \quad (28)$$

$$Q_x = \frac{mlg}{i\pi F} [1 - (-1)^i] \quad (29)$$

여기서 F 는 $sl/2$ 이며 무차원화를 위한 매개변수이다. 운동방정식 (19)~(22)는 2계 상미분방정식 계이므로 Runge-Kutta 방법으로 수치계산하기 위하여 다음과 같이 변수를 치환하여 1계 상미분방정식 계로 변환한다.

$$\lambda = \dot{b}, \quad \beta = \dot{\theta}, \quad \xi_i = \dot{y}_i, \quad \zeta_i = \dot{d}_i; \quad (30)$$

이 1계 상미분방정식 계는 다음과 같이 행렬을 사용한 식으로 정리된다.

$$[A]\{\dot{q}\} = [B]\{q\} + \{Q\} \quad (31)$$

여기서 무차원화된 일반좌표 벡터 $\{q\}$ 는 다음과 같다.

$$\{q\} = \{b, \theta, y_1, y_2, \dots, d_1, d_2, \dots, \lambda, \beta, \xi_1, \xi_2, \dots, \zeta_1, \zeta_2, \dots\}^T \quad (32)$$

3. 수치해석 결과 및 고찰

단순보 위에서 일정속도로 운동하는 탄성체의 도심의 무차원 수직 변위 z_0 는 다음식과 같다.

$$z_0 = b + \sum y_i \sin\left(-\frac{i\pi}{2}\right) \quad (33)$$

이 무차원 수직 변위에 영향을 미치는 이동 탄성체의 속도, 단순보에 작용하는 축하중, 단순보의 횡진동 모드, 그리고 현가계의 스프링 상수 및 감쇠계수의 값을 변화시키면서 수치계산하였다.

단순보상의 이동 탄성체는 교량위를 달리는 차량을 모델링 하였으며, 보에 작용하는 축력은 인장의 경우로 고려하여 기둥의 좌굴하중에 대한 비를 사용하였다. 이동 탄성체의 수평방향

속도는 15m/s, 20m/s, 그리고 25m/s의 세가지 크기를 고려하였고, 단순보의 진동은 제3차 모드까지 고려하여 각 모드에 대한 이동 탄성체의 변위를 Runge-Kutta 방법으로 독립변수 τ 의 증분을 40회로 하여 수치계산하였으며 입력 데이터는 다음과 같이 차량을 모델링하여 그 추정값을 선택하였다.

$$l_1 = 3\text{m}, \quad l = 30\text{m}, \quad k = 16\text{kN/m}, \quad 80\text{kN/m},$$

$$c = 0, \quad 100 \text{ N} \cdot \text{s/m}, \quad M = 2000\text{kg}$$

$$m = 1500\text{kg/m}, \quad m_1 = m_2 = 30\text{kg}$$

$$E = E_1 = 2.06 \times 10^9,$$

$$I = 4 \times 10^{-5} \text{m}^4, \quad I_1 = 1.25 \times 10^{-6} \text{m}^4$$

계산결과를 나타내는 그림에서 횡축은 vt/l 로써 시간의 함수로 나타낸 이동탄성체의 위치를 무차원화 했으며 횡축의 0.0인 곳은 탄성체가 일정한 속도로 출발하는 단순보의 좌측 단이고, 위치가 1.0인 점은 이동 탄성체가 일정한 속도를 유지한 채로 단순보상의 운동을 마치는 단순보의 우측 단이다. Fig. 2는 축에 작용하는 인장력이 없고 단순보와 이동탄성체가 1차 모드로 진동한다고 가정할 때 탄성체의 이동속도가 탄성체의 진폭변화에 미치는 영향을 도시하였다. 현가장치의 감쇠는 무시되었다. 탄성체의 이동 속도 15m/s 일 때 이동 탄성체의 변위는 단순보의 진동의 영향을 받아서 점차 증가하고 있으나 중고속인 20m/s와 25m/s에서는 단순보의 진동의 영향을 극히 적게 받아서 이동 탄성체의 변위는 미소 증가한다.

Fig. 3은 Fig. 2와 동일한 조건에서 단순보와 이동탄성체가 제2차 모드로 진동한다고 가정할 때 이동 탄성체의 변위의 변화를 도시하였다. 단순보의 2차 모드 진동은 1차 모드 진동에 비하여 이동 탄성체의 변위에 미치는 영향이 훨씬 크게 나타난다.

$v = 15\text{m/s}$ 에서는 이동 탄성체의 위치가 우편으로 갈수록 이동 탄성체의 변위는 크게 증가하여 단순보의 우단에서는 매우 큰 값을 갖게된다. $v = 20\text{m/s}$, $v = 25\text{m/s}$ 의 경우에도 Fig. 2의 1차 모드에 비하여 변위 곡선의 증가가 현저하나, 즉 단순보의 진동의 영향으로 이동 탄성체의 변위가 증가하지만 저속에 비하여 그 정도가 적은 편이다.

Fig. 4 역시 Fig. 2와 동일한 조건에서 단순보와 이동탄성체가 제3차 모드로 진동한다고 가정할 때 이동 탄성체가 받는 영향을 도시한다. $v = 15\text{m/s}$ 의 경우 이동탄성체의 변위는 양의 변위에서 음의 변위로 바뀌는 구간이 나타남으로 이동탄성체의 변위가 영이 되고, 이 근처에서는 이동탄성체가 매우 안정된 상태에서 이동함을 알 수 있다. $v = 20\text{m/s}$ 의 경우에도 이동탄성체의 위치가 단순보의 우측단으로 갈수록 그 변위는 오히려 감소함을 보인다. $v = 25\text{m/s}$ 의 고속에서는 이동탄성체의 위치가 단순보의 우측단으로 갈수록 그 변위의 증가가 둔화되었다. 이와같이 제 3차 모드에서 이동탄성체의 변위는 제 1, 2차 모드에 비하여 다른 경향을 나타낸다.

Fig. 5, Fig. 6과 Fig. 7은 $\gamma=0.5$ 인 축인장력이 단순보에 작용할 때 그 축인장력의 영향이 이동 탄성체의 변위에 미치는 영향을 도시한다. 제1차 모드 진동을 가정한 Fig. 5에서는 속도에 관계없이 축인장력이 이동 탄성체의 변위에 미치는 영향은

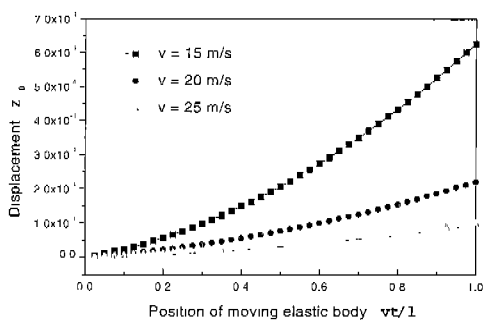


Fig. 2 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 1st mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0$

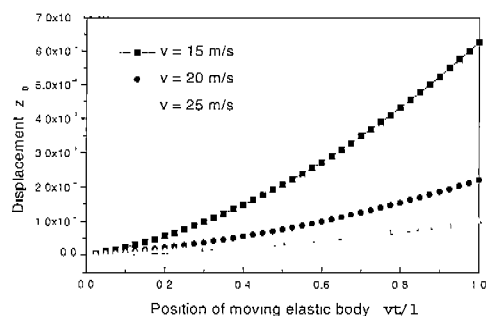


Fig. 5 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 1st mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0.5$

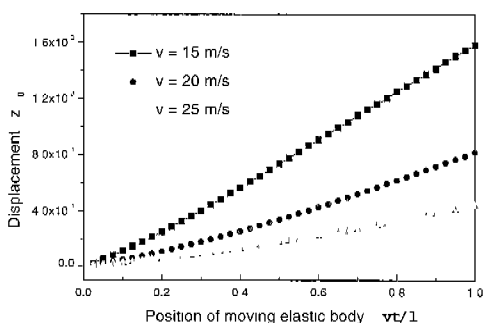


Fig. 3 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 2nd mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0$

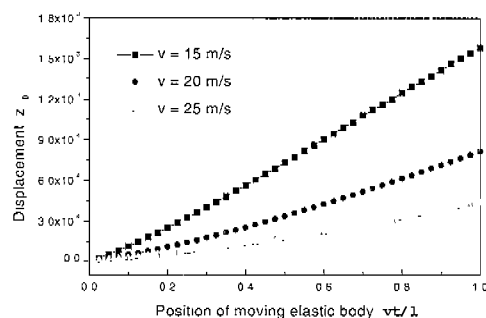


Fig. 6 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 2nd mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0.5$

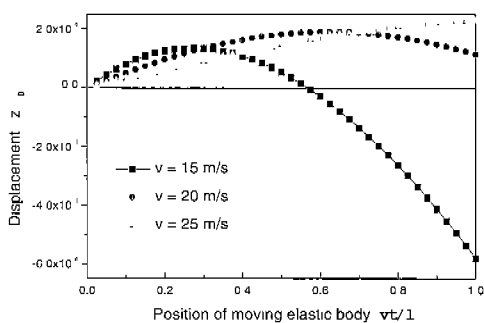


Fig. 4 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 3rd mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0$

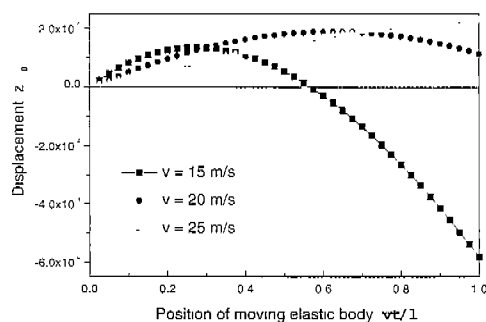


Fig. 7 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 3rd mode. $c = 0$, $k = 16 \text{ kN/m}$, $\gamma = 0.5$

Fig. 2에 비교해 보면 대단히 미미하다. 제2차 모드 진동을 가정한 Fig. 6의 곡선도 Fig. 3의 곡선에 유사하며, 제3차 모드 진동을 가정한 Fig. 7 역시 Fig. 4의 곡선과 역시 비슷한 경향을 나타낸다. 축 인장력으로 인하여 단순보의 고유진동수(William *et al.*, 1990)는 상당히 증가되지만 이동탄성체의 변위에는 큰 영향을 미치지 못함을 알 수 있다.

Fig. 8, Fig. 9와 Fig. 10은 현가장치의 감쇠와 스프링 상수의 영향을 도시한다. 제1차 모드 진동을 가정한 Fig. 8에서는 Fig. 5와 비교해 볼 때 이동 탄성체의 변위에 미치는 현가장치의 감쇠계수와 스프링상수의 영향이 크게 나타남을 알 수 있다. Fig. 9와 Fig. 10의 제2차, 제3차 모드 진동에서도 나타나는 바와 같이 감쇠와 함께 스프링의 강성이 커짐으로써 이동탄성체의 변위는 대단히 작아짐을 알 수 있다. 또 이동탄성체가 단

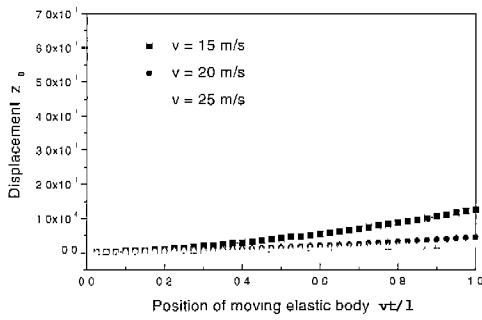


Fig. 8 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 1st mode. $c = 100 \text{ N} \cdot \text{m/s}$, $k = 80 \text{ kN/m}$ $\gamma = 0.5$

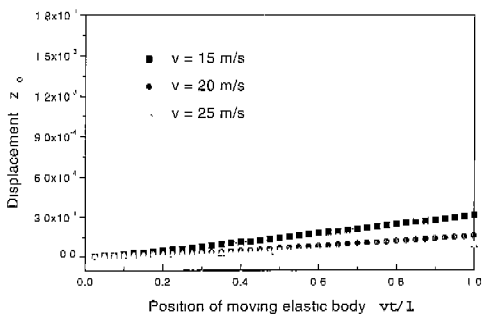


Fig. 9 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 2nd mode. $c = 100 \text{ N} \cdot \text{m/s}$, $k = 80 \text{ kN/m}$ $\gamma = 0.5$

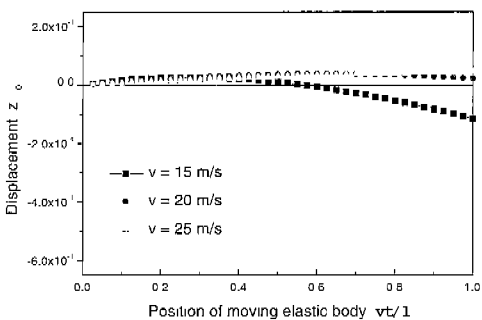


Fig. 10 Time variation of the displacement of moving elastic body system for three values of v and 3rd mode. $c = 100 \text{ N} \cdot \text{m/s}$, $k = 80 \text{ kN} \cdot \text{m/s}$, $\gamma = 0.5$

순보의 전 구간을 이동하는 동안에도 그 변위의 변화가 매우 미소하다.

4. 결 론

탄성체와 현가장치, 그리고 하부질량으로 구성되는 탄성계가

단순보상에서 이동할 때 현가장치의 감쇠계수와 스프링상수, 그리고 단순보에 작용하는 축인장력이 이동 탄성계의 변위에 미치는 영향을 연구하였다.

계의 운동방정식은 Lagrange 식으로 유도하고 Runge-Kutta 방법으로 수치계산하였으며, 연구결과는 다음과 같다.

- (1) 이동 탄성체의 속도가 저속 일 때는 단순보의 횡진동이 이동 탄성체의 변위에 영향을 크게 미친다.
- (2) 단순보의 횡진동이 2차 모드 일 때 이동 탄성계의 변위가 제 1, 3차 모드에 비하여 2배이상 크다.
- (3) 단순보의 횡진동 3차 모드일 때 중고속에서 이동탄성체의 변위는 비교적 안정적이고 저속에서는 이동탄성체의 변위가 영이 되는 구간이 나타난다.
- (4) 현가장치의 스프링강성이 클 수록 이동 탄성체의 변위는 줄어든다.
- (5) 단순보에 작용하는 축인장력은 이동탄성계의 변위에 큰 영향을 미치지 못한다.

참 고 문 헌

- Acker, B., Darenberg, W. and Gall, H.(1990). "ACTIVE SUSPENSIONS FOR PASSENGER CARS", Vehicle system dynamics. Vol. 18, pp 15~26.
- Clerk, R. C.(1990). "Fully-active suspension by autonomous low-loss hydraulic siruts", Int. J. of Vehicle Design, Vol. 11, pp 76~88.
- Esmailzadch, E. and Ghorashi, M.(1995). "Vibration Analysis of Beams Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Masses", Journal of Sound and Vibration, Vol. 184, pp 9~17.
- Fukashi Sugawara, Yosuke Akatsu, Toshihiko Kakimoto, Yoshiro Tateishi(1986). "Study on Electronically controlled Damping Forces of Shock Absorber System", Transactions of the Society of Automotive Engineers of Japan, No. 33, pp 94~99.
- Ziegler, H.(1968). "Principles of structural Stability", Blaisdell pub. co., waltham, pp 10~11.
- Kenji Kawagoe, Masakazu Iguchi(1985). "Semi-active Control and Optimum Preview Control Application to Vehicle Suspensions," Transactions of the Society of Automotive Engineers of Japan, No. 31, pp 116~122.
- Kenney, J. T. Jr.(1954). "Steady-State Vibration of Beam on Elastic Foundation for Moving Load", Journal of Applied Mechanics, TRANS. ASME, Dec.
- Leonard Meirovitch(1970). "Methods of ANALYTICAL DYNAMICS", McGrawHill book company, pp 88~91.
- Lin, Y. K. and Mc Daniel, T. J.(1969). "Dynamics of Beam Type Periodic Structures", Journal of Engineering for Industry. TRANS. ASME, Series B, Vol. 91.
- Masao Nagai(1990). "自動車用サスペンションにおける新技術の動向", 油空壓技術, Vol. 29, No. 8, pp 9~23.
- Naoto Fukushima, Namio Irie, Yohsuke Akatu, Masaharu Satoh, Toshiharu Takahashi(1991). "Vehicle Vibration control by

Hydraulic Active Suspension”, 日本機械學會論文集 (C編), 第 57卷 535號, pp 76~80.

Steel, C. R.(1967). “The Finite Beam with a Moving Load”, Journal of Applied Mechanics, TRANS. ASME, Series E, Vol. 89, Mar.

Steel, C. R.(1968). “The Timoshenko Beam with a Moving Load”, Journal of Applied Mechanics, TRANS. ASME, Series E, Vol. 90, Mar.

William Weaver, Timoshenko, S. P. and Young D. H., “Vibration Problems in Engineering”, 5th Ed., John Wiley & Sons, pp 422~456.

부록 : 이동탄성체의 에너지식

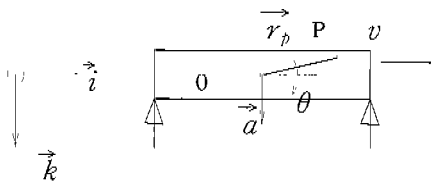


그림. 1

1) 운동에너지식 :

그림1과 같이 이동탄성체 상의 한점 P의 속도벡터는

$$\vec{Z} = \vec{a} + \vec{\theta} \times \vec{r}_p + \vec{v} + \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \vec{Y}_{ip}$$

로 표현되므로

$$(\vec{a} = a\vec{k}, \vec{\theta} = \theta\vec{j}, \vec{v} = v\vec{i}, \vec{Y}_{ip} = Y_{ip}\vec{k})$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int (\vec{Z}) \cdot (\vec{Z}) dm \\ &= \frac{1}{2} Ma^2 + \frac{1}{2} \theta^2 \int r_p^2 dm + \frac{1}{2} Mv^2 \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^2 \int \vec{Y}_{ip} \cdot \vec{Y}_{ip} dm + \dot{a}\theta \int \vec{k} \cdot (\vec{j} \times \vec{r}_p) dm \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \dot{a} \int \vec{k} \cdot \vec{Y}_{ip} dm + \dot{\theta}v \int (\vec{j} \times \vec{r}_p) \cdot \vec{i} dm \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \dot{\theta} \int (\vec{j} \times \vec{r}_p) \cdot \vec{Y}_{ip} dm + v \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \int \vec{i} \cdot \vec{Y}_{ip} dm \end{aligned}$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} \phi_i a \int \vec{k} \cdot \vec{Y}_{ip} dm &= \phi_i \dot{a} m \int_0^{l_1} \sin \frac{i\pi x}{l_1} dx \\ &= -\phi_i \dot{a} m \left[\frac{l_1}{i\pi} \cos \frac{i\pi x}{l_1} \right]_0^{l_1} \end{aligned}$$

$$= -\phi_i \dot{a} m \left[\frac{l_1}{i\pi} (-1)^i - \frac{l_1}{i\pi} \right]$$

$$= M\dot{a} \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \phi_i$$

$$\phi_i \dot{\theta} \int (\vec{j} \times \vec{r}_p) \cdot \vec{Y}_{ip} dm = \phi_i \dot{\theta} m \int_0^{l_1} (x - \frac{l_1}{2})$$

$$\sin \frac{i\pi x}{l_1} dx = \phi_i \dot{\theta} m \left[\frac{l_1^2}{i^2 \pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l_1} \right.$$

$$\left. - \frac{l_1 x}{i\pi} \cos \frac{i\pi x}{l_1} + \frac{l_1^2}{2i\pi} \cos \frac{i\pi x}{l_1} \right]_0^{l_1}$$

$$= -\frac{M\theta l_1}{2} \frac{1}{i\pi} [(-1)^i + 1] \phi_i$$

$$\dot{a}\theta \int \vec{k} \cdot (\vec{j} \times \vec{r}_p) dm = 0$$

$$\dot{\theta}v \int (\vec{j} \times \vec{r}_p) \cdot \vec{i} dm = 0$$

$$v \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \int \vec{i} \cdot \vec{Y}_{ip} dm = 0$$

이다. 그러므로,

$$T = \frac{1}{2} Ma^2 + \frac{1}{2} J\theta^2 + \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{4} M \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i^2$$

$$+ M\dot{a} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \phi_i$$

$$- \frac{M\theta l_1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i\pi} [(-1)^i + 1] \phi_i$$

(2) 탄성 포텐셜에너지의 식 :

전 포텐셜에너지는

$$V = -Mga - g \int (\vec{\theta} \times \vec{r}) \cdot \vec{k} dm -$$

$$g \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \int \vec{k} \cdot \vec{Y}_{ip} dm + \frac{E_1 I_1}{2} \int_0^l (\phi_i Y_{ip}')^2 dx$$

(2)

$$= -Mga - Mg \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i\pi} [1 - (-1)^i] \phi_i$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{E_1 I_1}{2l_1^3} \pi^4 \sum_{i=1}^{\infty} i^4 \phi_i^2$$

이고, 여기서 제 1항과 제 2 항은 Lagrange 방정식의 일반력으로 사용되므로, 탄성 포텐셜에너지의 식은

$$V = -\frac{1}{2} \frac{E_1 I_1}{2l_1^3} \pi^4 \sum_{i=1}^{\infty} i^4 \phi_i^2 \quad (3)$$

이다.

1999년 8월 30일 원고 접수

2000년 2월 3일 수정본 채택